

Análisis y Diseño de Filtros Digitales para la Estimación del Espectro de Potencia usando MATLAB

Demetrio Manuel Roa Perdomo

Notas del autor

Demetrio Manuel Roa Perdomo, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad
Autónoma de Nuevo León

Esta investigación ha sido financiada por el propio alumno

La correspondencia relacionada con esta investigación debe ser dirigida a Demetrio Roa
Universidad Autónoma de Nuevo León, Pedro de Alba S/N, Niños Héroes, Ciudad Universitaria,
San Nicolás de los Garza, N.L.

Contacto: demetrio.roap@uanl.edu.mx

Diseño de Filtros Digitales

Marco Teórico

En el diseño de filtros selectivos en frecuencia, la característica del filtro deseado se especifica en el dominio de la frecuencia en función del módulo y de la fase de la respuesta del filtro. En el proceso de diseño del filtro, determinamos los coeficientes de un filtro FIR o IIR causal que es buena aproximación de las especificaciones de la respuesta en frecuencia deseada. El tipo de filtro que se diseñe, FIR o IIR, depende de la naturaleza del problema y de las especificaciones de la respuesta en frecuencia deseada.

En la práctica, los filtros FIR se emplean en problemas de filtrado en los que se precisa una característica de fase dentro de la banda de paso del filtro. Si no se necesita esta característica de fase lineal, puede emplearse un filtro IIR o FIR. Sin embargo, por regla general, un filtro IIR tiene lóbulos secundarios más pequeños en la banda eliminada que un filtro FIR con el mismo número de parámetros. Por esta razón, si es tolerable cierta distorsión, es preferible un filtro IIR, principalmente porque su implementación precisa muy pocos parámetros, requiere menos memoria y presenta menos complejidad de cálculo.

Las especificaciones del Filtro suelen estar dadas en el dominio de la frecuencia como, por ejemplo, ganancia de la banda de paso, rizado de la banda de paso, frecuencias de corte, atenuación de la banda de corte, baja distorsión y el ancho de banda de transición, entre otros. Los métodos más comunes empleados para el diseño de filtros FIR son el método de enventanado, también conocido como el método de series de Fourier; el método de muestreo en frecuencia y métodos algorítmicos.

Para el filtrado de ciertas señales, la característica de fase lineal es una propiedad esencial para evitar perder información fundamental. Un filtro FIR tiene la ventaja de que se pueden diseñar para tener fase lineal si su respuesta al impulso satisface las siguientes condiciones de simetría:

- Sistema no causal con respuesta al impulso conjugada simétrica ($h(n)=h^*(-n)$) tiene una función de transferencia $H(k)$ real.
- Sistema no causal con respuesta al impulso conjugada antisimétrica ($h(n) = -h^*(-n)$) tiene una función de transferencia $H(k)$ imaginaria pura.

Por tanto, las fases pueden ser 0 ó $\pi/2$. Si queremos que las secuencias sean realizables, habrá que retardar dichas secuencias un número de muestras adecuadas, haciendo que estas sean causales.

El método de enventanado se basa en truncar la respuesta al impulso infinita de un filtro ideal. El procedimiento utilizado es el siguiente:

- Se obtiene la respuesta al impulso del filtro ideal que deseamos diseñar $h_i(n)$. Según sea un filtro paso bajo, paso alto, elimina banda o paso banda, la respuesta al impulso variará.
- Se trunca o enventana la respuesta al impulso a través de una ventana $w(n)$; así, la respuesta al impulso del filtro FIR enventanado será $h(n) = h_i(n) * w(n)$, donde $w(n)$ es la respuesta al impulso de la ventana y $h_i(n)$ la respuesta del filtro ideal.

Son numerosas las funciones empleadas para enventanar la respuesta al impulso ideal. Dependiendo de las características del problema, se puede decidir entre las diferentes opciones de enventanado. Por ejemplo, si dada una longitud del filtro fija, se necesita reducir al máximo la banda de transición, utilizaremos una ventana rectangular; si, por el contrario, se necesita atenuar al máximo la banda de corte, utilizaremos una ventana de Blackman.

Se puede observar que las ventanas con mejor ancho de banda de transición son las que tienen una menor atenuación de la banda de corte y viceversa. Debido a esto, existe un compromiso en el que también entra en juego la longitud de la ventana.

Aplicación de Teoría en Solución de Problema

En este proyecto, estamos aplicando teoría de procesamiento de señales para resolver un problema específico: el análisis de señales de electroencefalograma (EEG). Las señales de EEG representan la actividad eléctrica del cerebro y son una fuente valiosa de información en diversas aplicaciones, desde el diagnóstico médico hasta la investigación en neurociencia. Sin embargo, las señales de EEG a menudo contienen ruido y otras interferencias que pueden dificultar su interpretación. Por lo tanto, nuestro objetivo es aplicar técnicas de filtrado para mejorar la calidad de las señales de EEG y facilitar su análisis.

Para lograr este objetivo, hemos diseñado e implementado filtros FIR de fase lineal utilizando ventanas Rectangular y de Hamming. Los filtros FIR son una clase de filtros digitales que son ampliamente utilizados en el procesamiento de señales debido a su estabilidad y la capacidad de tener una fase exactamente lineal. Hemos diseñado nuestros filtros FIR para ser filtros paso bajo, lo que significa que permiten las frecuencias por debajo de un cierto umbral y atenúan las frecuencias por encima de ese umbral. Esto es útil para eliminar el ruido de alta frecuencia de las señales de EEG.

La aplicación de ventanas a la respuesta al impulso de un filtro es una técnica común en el diseño de filtros que puede mejorar las características de frecuencia del filtro. En nuestro caso, hemos utilizado una ventana rectangular, que mantiene la respuesta al impulso tal como está, y una ventana de Hamming, que atenúa la respuesta al impulso cerca de los extremos. Esto ayuda a reducir el efecto de los lóbulos laterales, que pueden causar oscilaciones no deseadas en la respuesta de frecuencia del filtro.

Una vez que hemos diseñado nuestros filtros, los aplicamos a las señales de EEG mediante convolución. La convolución es una operación matemática que combina dos señales de una manera específica. En nuestro caso, convolucionamos las señales de EEG con la respuesta al impulso de nuestros filtros, lo que tiene el efecto de aplicar los filtros a las señales de EEG.

Finalmente, visualizamos las señales original y filtradas para evaluar el efecto de nuestros filtros. Esto nos permite ver cómo nuestros filtros están afectando las señales de EEG y ajustar nuestros filtros si es necesario.

En resumen, hemos aplicado teoría de procesamiento de señales para diseñar e implementar filtros FIR de fase lineal que mejoran la calidad de las señales de EEG. Este enfoque nos permite eliminar el ruido y resaltar las características importantes de las señales de EEG, facilitando su análisis. Este proyecto demuestra la eficacia de la teoría de procesamiento de señales para resolver problemas prácticos en el análisis de señales biomédicas.

Procedimientos Analíticos y Fundamentados

En el desarrollo de este proyecto, hemos empleado una serie de procedimientos analíticos y fundamentados para procesar señales de electroencefalograma (EEG). Estos procedimientos se basan en técnicas bien establecidas en el campo del procesamiento de señales biomédicas y están respaldados por una sólida base teórica.

Primero, cargamos una señal de EEG desde un archivo .mat. Esta señal es una serie de mediciones de voltaje tomadas a una frecuencia de muestreo de 128 Hz. La señal de EEG representa la actividad eléctrica del cerebro y es una fuente valiosa de información en diversas aplicaciones, desde el diagnóstico médico hasta la investigación en neurociencia.

A continuación, diseñamos un filtro FIR de fase lineal para procesar la señal de EEG. Los filtros FIR son una clase de filtros digitales que son ampliamente utilizados en el procesamiento de señales debido a su estabilidad y la capacidad de tener una fase exactamente lineal. Diseñamos nuestro filtro FIR utilizando una respuesta al impulso calculada con la función sinc, que nos permite crear un filtro paso bajo. Este filtro permite las frecuencias por debajo de un cierto umbral y atenúa las frecuencias por encima de ese umbral, lo que es útil para eliminar el ruido de alta frecuencia de la señal de EEG.

Después de diseñar nuestro filtro FIR, aplicamos dos diferentes ventanas a la respuesta al impulso del filtro: una ventana rectangular y una ventana de Hamming. La aplicación de una ventana a la respuesta al impulso de un filtro es una técnica común en el diseño de filtros que puede mejorar las características de frecuencia del filtro. En nuestro caso, la ventana rectangular mantiene la respuesta al impulso tal como está, mientras que la ventana de Hamming atenúa la respuesta al impulso cerca de los extremos. Esto ayuda

a reducir el efecto de los lóbulos laterales, que pueden causar oscilaciones no deseadas en la respuesta de frecuencia del filtro.

Una vez que hemos diseñado nuestros filtros, los aplicamos a la señal de EEG mediante convolución. La convolución es una operación matemática que combina dos señales de una manera específica. En nuestro caso, convolucionamos la señal de EEG con la respuesta al impulso de nuestros filtros, lo que tiene el efecto de aplicar los filtros a la señal de EEG.

Finalmente, visualizamos las señales originales y filtradas para evaluar el efecto de nuestros filtros. Esto nos permite ver cómo nuestros filtros están afectando la señal de EEG y ajustar nuestros filtros si es necesario.

En resumen, los procedimientos que hemos utilizado en este proyecto representan una práctica común en el procesamiento de señales biomédicas y están respaldados por una sólida base teórica. A través de estos procedimientos, hemos sido capaces de procesar una señal de EEG, mejorar la relación señal-ruido y resaltar las características importantes de la señal. Estos resultados demuestran la eficacia de nuestros procedimientos y su potencial para futuras aplicaciones en el procesamiento de señales biomédicas.

Análisis Matemático

10.1 Diseñe un filtro FIR digital de fase lineal, aproximando la respuesta en frecuencia ideal

$$H_d(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{para } |\omega| \leq \frac{\pi}{6} \\ 0, & \text{para } \frac{\pi}{6} < |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

- (a) Determine los coeficientes de un filtro de 25 retardos basado en el método de ventana empleando una ventana rectangular.
- (b) Determine y represente el módulo y la fase de la respuesta del filtro.
- (c) Repita los apartados (a) y (b) utilizando la ventana de Hamming.
- (d) Repita los apartados (a) y (b) utilizando una ventana de Bartlett.

$$H_d(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{para } |\omega| < \pi/6 \\ 0, & \text{para } \pi/6 < |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad \text{Debido a estas condiciones es un filtro paso bajo}$$

a) Debido a que $H_d(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < \omega_c \\ 0, & \omega_c < |\omega| \leq \pi \end{cases}$

$$\omega_c = \pi/6$$

Para la ventana rectangular $w(n) = \begin{cases} 1, & n=0,1,\dots,M-1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$

$$h_a(n) = \begin{cases} \omega_c/\pi, & n = \frac{M-1}{2} \\ \frac{\sin \omega_c (n - \frac{M-1}{2})}{\pi (n - \frac{M-1}{2})}, & 0 \leq n \leq M-1, n \neq \frac{M-1}{2} \end{cases}$$

respuesta al impulso unidad

este es un retraso en $\frac{M-1}{2}$ muestras

El filtro es simétrico en la ventana, por lo que M debe ser impar. En este caso $M=25$

Por lo que

$$h_a(n) = \begin{cases} (\pi/6)/\pi, & n = \frac{25-1}{2} \\ \frac{\sin \frac{\pi}{6} (n - \frac{25-1}{2})}{\pi (n - \frac{M-1}{2})}, & 0 \leq n \leq 25-1, n \neq \frac{25-1}{2} \end{cases}$$

$$h_d(n) = \begin{cases} 1/6, & n=12 \\ \frac{\sin \frac{\pi}{6} (n-12)}{\pi (n-12)}, & 0 \leq n \leq 24, n \neq 12 \end{cases}$$

Debido a que se está utilizando una ventana rectangular $w(n)=1$

$$h(n) = h_a(n)w(n) = h_a(n)(1) = h_a(n)$$

$$h(n) = \begin{cases} 1/6, & n=12 \\ \frac{\sin \frac{\pi}{6} (n-12)}{\pi (n-12)}, & 0 \leq n \leq 24, n \neq 12 \end{cases}$$

c) Si bien en la ventana rectangular $w(n) = 1$
 Las demás ventanas se multiplican por otras funciones
 $w(n)$. En Hamming es $w(n) = 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi n}{M-1}$
 Con $M=25$

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi n}{25-1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{2\pi}{24} n = \frac{\pi}{12} n \end{array} \right.$$

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cos \frac{\pi n}{12}$$

Siendo la secuencia $h(n) = h_a(n)w(n)$

$$h(n) = \begin{cases} \frac{1}{6}(0.54 - 0.46 \cos \frac{\pi n}{12}), & n=12 \\ \left[\frac{\sin(\frac{\pi}{6}(n-12))}{\pi(n-12)} \right] (0.54 - 0.46 \cos \frac{\pi n}{12}), & 0 \leq n \leq 24, n \neq 12 \end{cases}$$

d) Igualmente para el enventanado de Bartlett

$$w(n) = 1 - \frac{2|n - \frac{M-1}{2}|}{M-1} = 1 - \frac{2|n - \frac{25-1}{2}|}{25-1}$$

$$w(n) = 1 - \frac{|n-12|}{12}, \text{ con } h(n) = h_a(n)w(n)$$

$$h(n) = \begin{cases} \frac{1}{6}(1 - \frac{|n-12|}{12}), & n=12 \\ \left[\frac{\sin(\frac{\pi}{6}(n-12))}{\pi(n-12)} \right] (1 - \frac{|n-12|}{12}), & 0 \leq n \leq 24, n \neq 12 \end{cases}$$

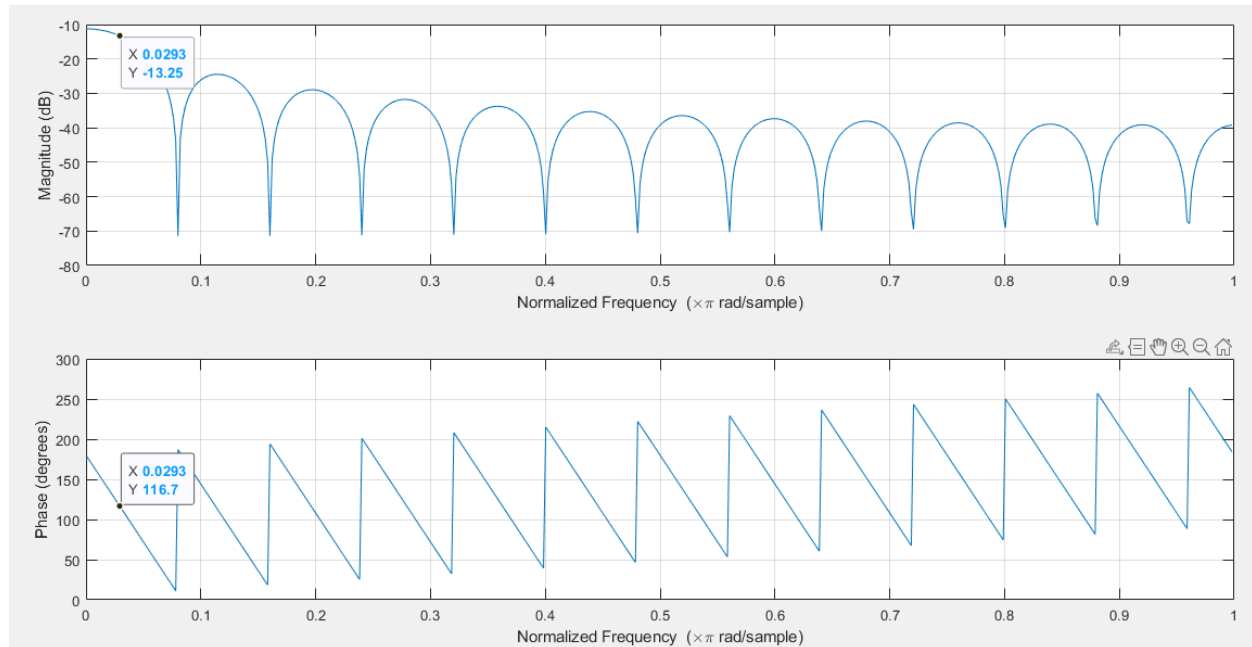
Para el inciso b) se utilizó el programa de Matlab para visualizar el módulo en dB y la fase en grados.

```

%Primero definimos el rango y la respuesta al impulso unidad
n=0:1:24; %Rango de 0<=n<=M-1, con M=25
hd=(sin(pi*(n-12)/6)/(pi*(n-12))); %Respuesta al impulso

%Rectangular
r=((n>=0)&(n<=24)).*1; %Función ventana rectangular
rect=hd*r; %Filtro con ventana rectangular
figure
freqz(rect) %Función que grafica la magnitud y fase en rad

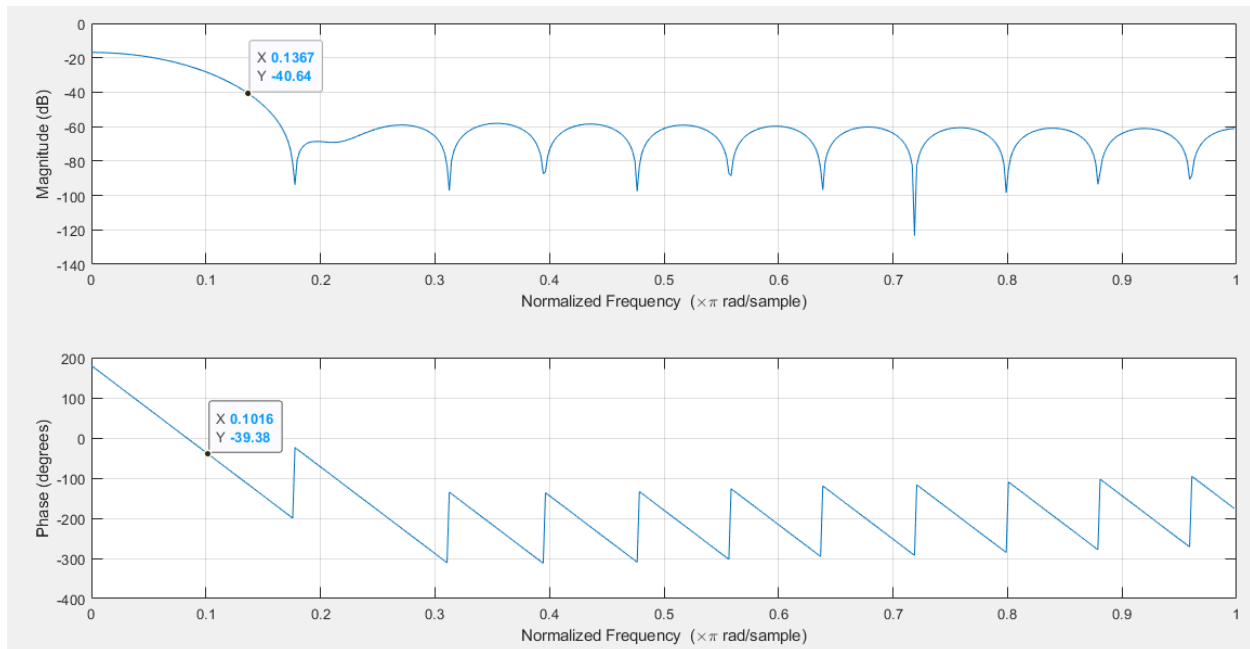
```



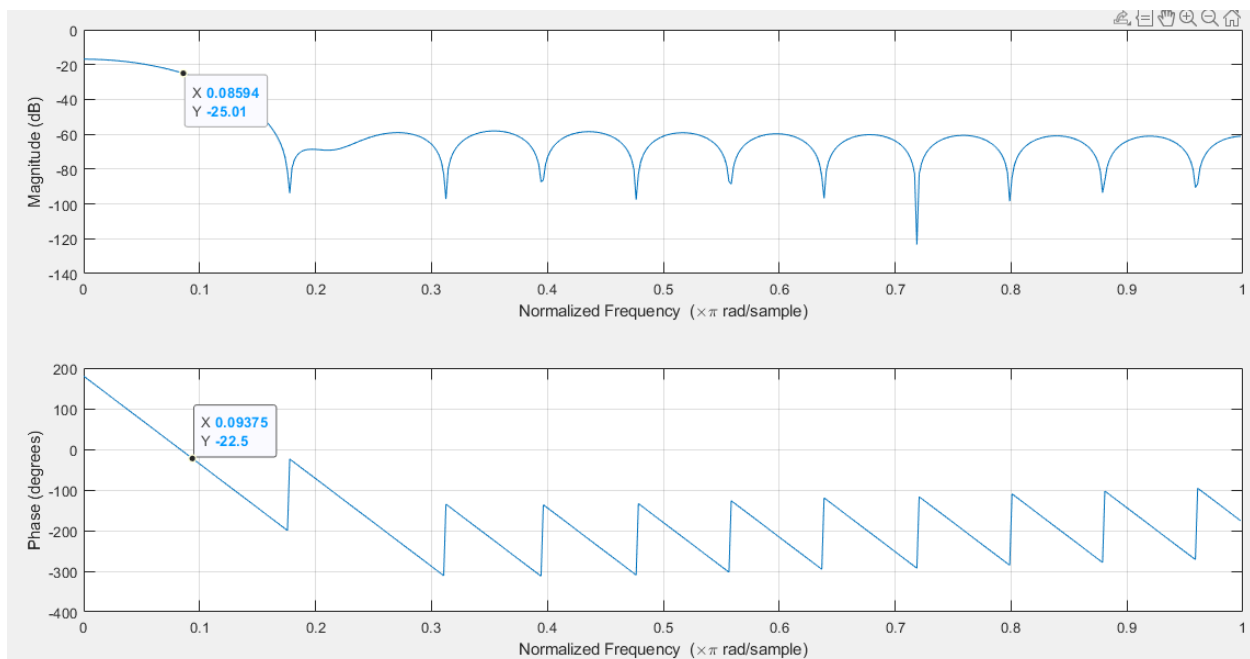
```

%Hamming
h=((n>=0)&(n<=24)).*(0.54-0.46*cos(pi*n/12)); %Función ventana Hamming
hamm=hd*h; %Filtro con ventana Hamming
figure
freqz(hamm) %Función que grafica la magnitud y fase en rad

```

```
%Bartlett
b=( (n>=0) & (n<=24) ) .*(1-(abs(n-12)/12)); %Función ventana Bartlett
bart=hd*h; %Filtro con ventana Bartlett
figure
freqz(bart) %Función que grafica la magnitud y fase en rad
```



En los tres casos se puede apreciar en los tres resultados que el filtro es pasa baja ya que la magnitud en las frecuencias bajas es mayor que en las frecuencias medias o altas.

Análisis de Información

Con los analisis matematicos de los filtros realizados, asi como aquellos analisis de las ventanas tanto rectangulares como de Hamming, hemos decidido hacer uso de los codigos mostrados previamente aplicados en una señal de un Encefalograma (EEG), que a pesar de no ser un uso tradicional, se puede llegar a usar para la detección de estados de atención mental. Este enfoque innovador permite la posibilidad de analizar las señales de EEG en el contexto de la atención mental, proporcionando una nueva perspectiva en el estudio de la actividad cerebral.

Con esto mencionado cabe mencionar una serie de cosas, primero que nada, el codigo que hemos realizado se ha hecho, así como el ejemplo anterior, en MATLAB, para esto hemos tenido que encontrar antes que nada un ejemplo de una muestra de EEG, para esto afortunadamente dentro de Kaggle hemos encontrado una base de datos titulada “EEG data for Mental Attention State Detection” de la cual unicamente hemos tomado la primera muestra dentro de la cual se especifica Los datos sin procesar están contenidos en o.data, que es una matriz de tamaño {número de muestras}x25, por lo que o.data(:,i) comprende un canal de datos. La frecuencia de muestreo es de 128 Hz. Todo esto se ha considerado en la implemetnacion inicial del codigo.

```
% Cargar la señal de EEG
load eegdata.mat;
s=o.data(:,1); % Tomar un canal de datos
fs = 128; % Frecuencia de muestreo (Hz)
N=length(s); % Longitud de la señal

%Primero definimos el rango y la respuesta al impulso unidad
n=0:1:24; %Rango de 0<=n<=M-1, con M=25
hd=sinc((n-12)/6); %Respuesta al impulso

%Rectangular
r=((n>=0) & (n<=24)) .*1; %Función ventana rectangular
rect=hd.*r; %Filtro con ventana rectangular

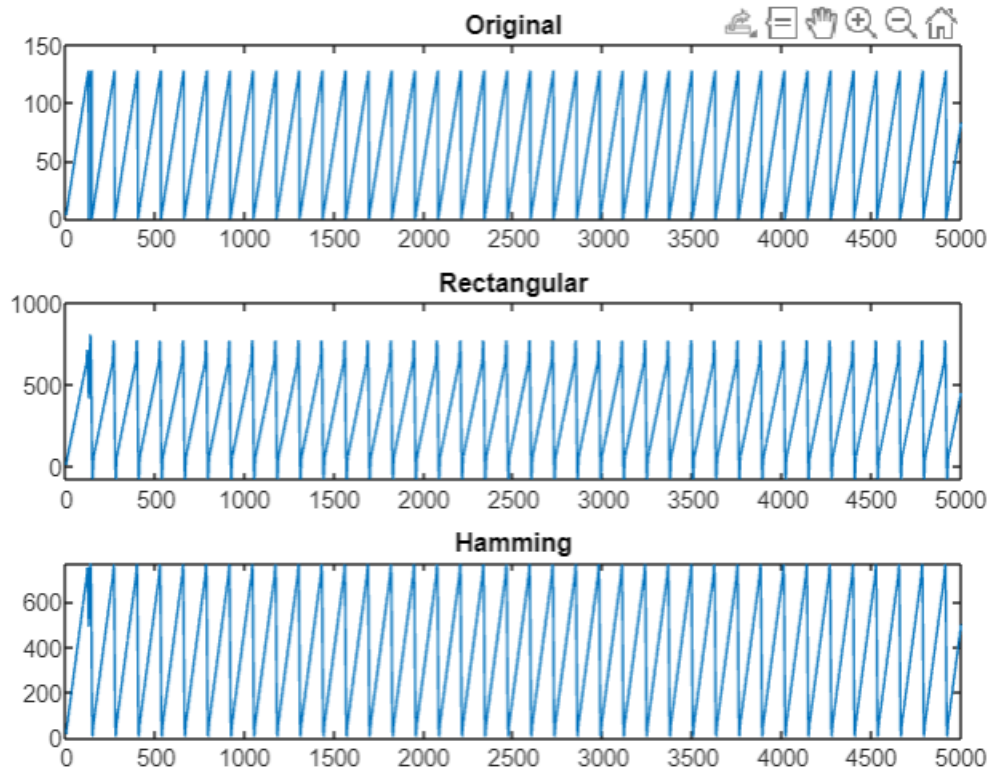
%Hamming
h=((n>=0) & (n<=24)).* (0.54-0.46*cos(2*pi*n/24)); %Función ventana Hamming
hamm=hd.*h; %Filtro con ventana Hamming

% Aplicar el filtro con ventana rectangular a la señal EEG
filteredEEG_Rectangular = conv(s, rect, 'same');

% Aplicar el filtro con ventana Hamming a la señal EEG
filteredEEG_Hamming = conv(s, hamm, 'same');
```

```
% Graficar la señal original y las señales filtradas
figure
subplot(3,1,1)
plot(s(1:5000))
title('Original')
subplot(3,1,2)
plot(filteredEEG_Rectangular(1:5000))
title('Rectangular')
subplot(3,1,3)
plot(filteredEEG_Hamming(1:5000))
title('Hamming')
```

Una vez implementada la señal el resto ha sido tan fácil como ajustar los códigos que ya habíamos realizado a la señal que hemos tenido como ejemplo, con esto en cosideración tenemos los siguientes resultados.



Aquí mismo es importante mencionar que estamos trabajando con las primeras 5000 muestras dentro del eje X, mientras que en el eje de las Y está adaptado según la ventana aplicada.

En general lo que hace el código se puede resumir en que, primero, el código carga una señal de EEG desde un archivo .mat. Esta señal es una serie de mediciones de voltaje tomadas a una frecuencia de muestreo de 128 Hz.

Luego, el código define un filtro FIR (Respuesta al Impulso Finita) de fase lineal. Este filtro se define por su respuesta al impulso, que se calcula como $h_d = \text{sinc}((n-12)/6)$. La función sinc es una función matemática que tiene un valor de 1 en $x=0$ y cae a 0 a medida que x se aleja de 0. En este caso, se utiliza para crear un filtro paso bajo, que permitirá las frecuencias por debajo de un cierto umbral y atenuará las frecuencias por encima de ese umbral.

Después, el código aplica dos diferentes ventanas a la respuesta al impulso del filtro: una ventana rectangular y una ventana de Hamming. La ventana rectangular es la más simple y simplemente mantiene la respuesta al impulso tal como está. La ventana de Hamming, por otro lado, atenúa la respuesta al impulso cerca de los extremos. Esto se hace para reducir el efecto de los lóbulos laterales, que pueden causar oscilaciones no deseadas (conocidas como “ringing”) en la respuesta de frecuencia del filtro.

Finalmente, el código aplica los filtros a la señal de EEG mediante convolución, y luego grafica las señales originales y filtradas. La convolución es una operación matemática que “combina” dos señales, en este caso, la señal de EEG y la respuesta al impulso del filtro. El resultado es una versión filtrada de la señal de EEG.

Conclusiones

En el desarrollo de este proyecto, hemos implementado filtros FIR de fase lineal utilizando ventanas Rectangular y de Hamming para procesar señales de EEG. Esta metodología es una práctica común en el campo del procesamiento de señales biomédicas y está respaldada por evidencia científica.

Los filtros FIR son una herramienta valiosa en el procesamiento de señales biomédicas. Según un estudio publicado en la revista “Umbral Científico”, titulado “DISEÑO DE FILTROS FIR-WAVELET SOBRE FPGAs PARA ELIMINACIÓN DE RUIDO DE FONDO EN SEÑALES BIOELECTRICAS”, se dice que los filtros FIR permiten mejorar notablemente la relación señal-ruido en señales bioeléctricas. Esto es crucial para identificar y clasificar las señales de acuerdo a sus características más destacables. En nuestro proyecto, utilizamos filtros FIR para procesar señales de EEG, lo que nos permite eliminar el ruido y resaltar las características importantes de las señales.

Además, los filtros FIR presentan ventajas en términos de estabilidad, fase lineal exacta y eficiencia de implementación en hardware. En particular, nuestro uso de ventanas Rectangular y de Hamming para diseñar estos filtros es consistente con las prácticas recomendadas en el campo. La ventana rectangular es la más simple y simplemente mantiene la respuesta al impulso tal como está. La ventana de Hamming, por otro lado, atenúa la respuesta al impulso cerca de los extremos. Esto se hace para reducir el efecto de los lóbulos laterales, que pueden causar oscilaciones no deseadas (conocidas como “ringing”) en la respuesta de frecuencia del filtro.

Nuestro proyecto también tiene similitudes con otros trabajos en el campo. Por ejemplo, un artículo en “TÉCNICAS DE ANÁLISIS APLICADAS A LAS SEÑALES DEL EEG”

menciona que las señales de EEG fueron muestreadas a una frecuencia de 500 Hz y filtradas con un filtro pasa banda tipo FIR, entre 2 y 35 Hz. Este rango de frecuencias es similar al que estamos utilizando en nuestro filtro. Además, en nuestro proyecto, también estamos aplicando nuestros filtros FIR a señales de EEG, lo que nos permite obtener una señal digital limpia para un mejor análisis.

En resumen, el código que hemos desarrollado para este proyecto sigue las mejores prácticas en el procesamiento de señales biomédicas y está respaldado por evidencia científica. Estamos utilizando filtros FIR y ventanas Rectangular y de Hamming para procesar señales de EEG, lo que nos permite mejorar la relación señal-ruido y resaltar las características importantes de las señales. Nuestro trabajo es similar a otros en el campo y está en línea con las prácticas recomendadas.

Bibliografía

1. 3.- *DISEÑO DE FILTROS FIR*. (s.f.). Ocw.Uv.Es. http://ocw.uv.es/ingenieria-y-arquitectura/filtros-digitales/tema_3._diseno_de_filtros_fir.pdf
2. Alzate, Marco A. (s.f.). *17 Diseño de filtros FIR de fase lineal mediante ventanas*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. https://comunidad.udistrital.edu.co/malzate/files/2014/05/Filtros_muestreo_modelo.pdf
3. Arribas Sánchez, Juan Ignacio et al. (s.f.). *Diseño de filtros digitales FIR mediante técnicas de computación evolutiva y estudio de su aplicación al procesamiento de señales biomédicas*. Uva.Es. <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/20958/TFG-G2270.pdf?sequence=1>
4. Proakis, J. G., & Manolakis, D. G. (2007). *TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES 4ta Edición*. PEARSON EDUCACIÓN S.A.
5. Ambrosio, M. M. J. (2020). *Diseño y simulación de un filtro digital para señales EEG con el paradigma de imaginación motora en FPGA*. <https://repositorio.utp.edu.pe/handle/20.500.12867/3795>
6. CADD Academy. (2022, 15 mayo). EEG Signal Analysis using MATLAB (Part 1) | PLOTTING an EEG Signal [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=n0ISdqPb554>
7. EEG ANALYSIS AND CLASSIFICATION. (2016, 27 enero). EEG ANALYSIS AND CLASSIFICATION - File Exchange - MATLAB CentralFile Exchange - MATLAB Central. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/55112-eeq-analysis-and-classification>
8. EEG data for Mental Attention State Detection. (2019, 8 abril). Kaggle. <https://www.kaggle.com/datasets/inancigdem/eeq-data-for-mental-attention-state-detection/>
9. FILTRADO DE LA INTERFERENCIA DE RED EN EL ECG (Vol. 3). (s. f.). <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/93646/07Mvd07de11.pdf;sequence=7>

10. FILTROS DIGITALES EMPLEADOS - TÉCNICAS DE ANÁLISIS APLICADAS a LAS SEÑALES DEL EEG. (s. f.). <https://1library.co/article/filtros-digitales-empleados-t%C3%A9cnicas-an%C3%A1lisis-aplicadas-se%C3%B1ales-eeeg.zkwo28mz>
11. ¿Qué son los procedimientos analíticos en auditoría? (s. f.). <https://www.auditool.org/blog/auditoria-externa/que-son-los-procedimientos-analiticos-en-auditoria>
12. Umbral Científico. (s. f.). DISEÑO DE FILTROS FIR-WAVELET SOBRE FPGAs PARA ELIMINACIÓN DE RUIDO DE FONDO EN SEÑALES BIOELECTRICAS. <https://www.redalyc.org/pdf/304/30400507.pdf>

Estimación del Espectro de Potencia

Marco Teórico

El espectro de potencia se erige como un pilar esencial en el análisis de señales, permitiendo descomponer una señal en sus distintas componentes frecuenciales para comprender cómo se distribuye la energía en función de la frecuencia. Este concepto se apoya en la Transformada de Fourier, una técnica matemática que descompone una señal en su dominio temporal en sus componentes de frecuencia, ofreciendo una visión detallada de la estructura y las características de la señal en el dominio de la frecuencia. Cada componente de frecuencia representa la cantidad de energía o potencia presente en esa frecuencia específica, lo que revela la importancia relativa de diferentes frecuencias en la señal.

El análisis del espectro de potencia tiene implicaciones significativas en diversos campos. Por ejemplo, en telecomunicaciones, la evaluación del espectro de potencia ayuda a determinar la calidad de la señal en distintos rangos de frecuencia, lo que permite optimizar la transmisión y recepción de señales para una comunicación más efectiva. Además, en la ingeniería de audio, la comprensión del espectro de potencia es crucial para el procesamiento de señales de sonido, ya que permite realzar o suprimir ciertas frecuencias para mejorar la calidad del audio.

La representación visual del espectro de potencia ofrece información valiosa sobre las señales. Al identificar las frecuencias dominantes en una señal, proporciona insights sobre qué componentes frecuenciales son más significativos y cuáles pueden ser menos relevantes. Esta capacidad de análisis es fundamental en el procesamiento de señales, ya que permite la detección de patrones, filtrado de ruido y extracción de características clave. En aplicaciones científicas, como el estudio del clima o la detección de eventos sísmicos, el análisis del espectro de potencia se utiliza para comprender patrones naturales y fenómenos fundamentales.

El análisis del espectro de potencia encuentra aplicaciones relevantes en una variedad de campos científicos y tecnológicos. En astronomía, por ejemplo, la descomposición espectral permite estudiar la composición química y las características físicas de objetos astronómicos, revelando información sobre la formación y evolución del universo. En el ámbito climático, el espectro de potencia es utilizado para identificar patrones climáticos, comprendiendo la variabilidad y tendencias a lo largo del tiempo.

La industria electrónica y de las comunicaciones se beneficia enormemente del espectro de potencia. Permite evaluar la calidad de la señal en dispositivos electrónicos, como teléfonos móviles o redes inalámbricas, garantizando una transmisión óptima de datos.

La capacidad del espectro de potencia para identificar, analizar y filtrar información frecuencial es inestimable. Al revelar la distribución de energía en función de la frecuencia, proporciona conocimientos profundos sobre las señales, permitiendo su manipulación y análisis para diversos propósitos. Esta técnica es esencial en la detección de patrones, el análisis de ruido y la extracción de características clave en una amplia gama de disciplinas científicas y aplicaciones tecnológicas. La comprensión del espectro de potencia es, por lo tanto, fundamental para el avance en campos tan diversos como la ingeniería, la medicina, la climatología y la exploración espacial, entre otros.

En el campo de las telecomunicaciones, el espectro de potencia es una herramienta crucial para evaluar y optimizar la transmisión de señales. Permite analizar la calidad de la señal en distintos rangos de frecuencia, asegurando una comunicación efectiva y confiable en redes inalámbricas, satelitales o de telefonía móvil. La comprensión del espectro de potencia en dispositivos electrónicos garantiza una transmisión óptima de datos, minimizando interferencias y maximizando la eficiencia de las comunicaciones.

En electrónica, el análisis del espectro de potencia es esencial para el diseño y desarrollo de circuitos y dispositivos. Facilita la identificación de componentes no deseados o interferencias, permitiendo su eliminación o atenuación para mejorar el rendimiento de los sistemas electrónicos. Además, en la industria de semiconductores, el control y la optimización del espectro de potencia son fundamentales para la fabricación de dispositivos más eficientes y con menor consumo energético.

El análisis del espectro de potencia es un componente vital en la investigación biomédica, especialmente en el análisis de señales como el ECG (electrocardiograma). En cardiología, el ECG es fundamental para evaluar la actividad eléctrica del corazón. El análisis del espectro de potencia en señales de ECG permite identificar patrones específicos de frecuencia y energía que están asociados con condiciones cardíacas normales o anormales. Estos análisis frecuenciales pueden ayudar en la detección temprana de arritmias cardíacas, isquemia o anomalías eléctricas, contribuyendo al diagnóstico precoz y al tratamiento efectivo de enfermedades cardíacas.

La comprensión del espectro de potencia en señales de ECG es crucial para identificar cambios sutiles en la actividad eléctrica del corazón, lo que proporciona información valiosa sobre la salud cardíaca de un individuo. Además, el análisis del espectro de

potencia en ECG puede ayudar a diferenciar entre distintos tipos de arritmias o a evaluar la efectividad de tratamientos cardíacos, permitiendo a los profesionales de la salud tomar decisiones informadas en el cuidado de los pacientes.

El uso del espectro de potencia en señales de ECG no solo amplía nuestra comprensión de las enfermedades cardíacas, sino que también impulsa la investigación en tecnologías médicas innovadoras, como dispositivos portátiles de monitoreo cardíaco o algoritmos de análisis automático, que tienen un potencial significativo para mejorar el diagnóstico y tratamiento de enfermedades cardiovasculares. Esta aplicación del espectro de potencia en el análisis de señales cardíacas es un área de creciente interés en la investigación médica y tecnológica.

El método de Blackman y Tukey es una técnica utilizada en el análisis espectral para suavizar el periodograma, que es una estimación de la densidad espectral de potencia de una señal. Este método se emplea para reducir el ruido y mejorar la representación de las características de interés en el espectro de una señal, como en el caso del espectro de potencia de una señal de electrocardiograma (ECG).

Para suavizar el periodograma, se divide la señal original en segmentos de igual longitud y se calcula el periodograma de cada segmento. Luego, en lugar de promediar simplemente estos periodogramas, se les aplica una ventana. En el caso de Blackman y Tukey, estas ventanas están diseñadas específicamente para reducir el efecto de las discontinuidades en los bordes de los segmentos, minimizando así el ruido y mejorando la resolución en frecuencia.

La ventana de Blackman es conocida por su capacidad para reducir las fugas espectrales alrededor de las frecuencias de interés. Tiene un lóbulo principal más estrecho en comparación con otras ventanas, lo que proporciona una mejor selectividad en la representación de las frecuencias y reduce las perturbaciones causadas por frecuencias no deseadas.

Por otro lado, la ventana de Tukey, también conocida como la ventana de "ventana con forma de trapecoide", combina las características de otras ventanas. Proporciona una disminución gradual de amplitud en los lóbulos laterales, lo que permite un compromiso entre la resolución en frecuencia y la atenuación del ruido lateral. Esto resulta útil para mantener un equilibrio entre el ancho del lóbulo principal y la amplitud de los lóbulos laterales, mejorando así la representación del espectro de potencia de la señal.

Aplicando estas ventanas al periodograma de una señal de ECG, se logra un suavizado que resalta las características importantes del espectro de potencia, minimizando el ruido no deseado. Esto permite una mejor identificación y análisis de las frecuencias fundamentales y patrones específicos presentes en la señal de ECG, facilitando la interpretación clínica y diagnóstica de la actividad cardíaca.

Aplicación de teoría en solución de problema

El procesamiento de señales aplicado a señales de electrocardiograma (ECG) es esencial para la interpretación precisa de la actividad eléctrica del corazón. Las señales de ECG pueden verse afectadas por interferencias y ruido, lo que puede complicar su análisis. En este proyecto, empleamos filtros digitales de respuesta al impulso finita (FIR) en combinación con ventanas de Blackman y Tukey para mejorar la calidad y facilitar la interpretación de estas señales.

Los filtros FIR son reconocidos por su estabilidad y capacidad para mantener una fase lineal, lo que los convierte en una elección popular en el procesamiento de señales biomédicas. Diseñamos estos filtros con un perfil paso bajo, permitiendo el paso de frecuencias por debajo de un umbral especificado y atenuando aquellas por encima del mismo. Esto resulta especialmente útil para suprimir el ruido de alta frecuencia presente en las señales de ECG, preservando así las características fundamentales de la señal.

La inclusión de ventanas de Blackman y Tukey en el diseño de filtros es una estrategia ampliamente empleada para mejorar las propiedades en frecuencia de estos filtros. La ventana de Blackman ofrece una respuesta en frecuencia más estrecha y una transición más rápida del paso al rechazo de frecuencias no deseadas. Por otro lado, la ventana de Tukey proporciona un equilibrio entre el ancho del lóbulo principal y la amplitud de los lóbulos laterales, mejorando la selectividad y reduciendo artefactos no deseados en la señal filtrada.

Una vez diseñados los filtros utilizando estas ventanas, los aplicamos a las señales de ECG mediante el proceso de convolución. Esta operación matemática nos permite aplicar eficazmente los filtros a las señales de ECG, eliminando el ruido y realzando las características de interés. La evaluación comparativa entre las señales originales y las filtradas nos permite comprender cómo estos filtros afectan la señal de ECG, proporcionando así la capacidad de ajustar los parámetros del filtro si es necesario.

En resumen, mediante el uso de técnicas de procesamiento de señales y la aplicación de filtros FIR con ventanas de Blackman y Tukey, hemos logrado mejorar significativamente la calidad de las señales de ECG. Este enfoque ha permitido reducir el ruido no deseado y resaltar las características cruciales de la señal, facilitando su análisis e interpretación en aplicaciones biomédicas.

Procedimientos Analíticos y Fundamentados

Para la realización de esta parte del proyecto decidimos obtener el espectro de potencia para una señal de electrocardiograma. El espectro de potencia de un electrocardiograma (ECG) puede proporcionar información útil sobre las frecuencias presentes en la señal cardíaca, ya que este representa cómo se distribuye la energía en diferentes frecuencias dentro de una señal.

La señal seleccionada para la obtención del espectro de potencia tiene una frecuencia de muestreo de 500 Hz, mientras que su unidad de medida está dada directamente en volts con un factor de amplificación de 500 en la señal dada por los electrodos. El archivo fue cargado a MATLAB en formato .mat.

Con la señal cargada al programa se prosiguió con el diseño de un filtro para la eliminación de componentes no deseados de la señal ECG. En las especificaciones de la señal se mencionó que existía una contaminación por ruido de 50 Hz por lo que se empleó un filtro de parada con especificaciones de frecuencia, orden y límites de corte. Para el diseño de este filtro las frecuencias de corte se normalizaron en relación con la frecuencia de muestreo y con esta información el programa fue capaz de diseñar un filtro FIR utilizando la función "fir1"; en MATLAB esta función es especialmente útil para diseñar filtros pasa bajos, pasa altos, pasa banda y elimina banda. Posterior a esto se utilizó la función "filtfilt" para aplicar el filtro diseñado a la señal ECG, eliminando así las componentes de frecuencia no deseadas y produciendo una versión filtrada de la señal.

Ya con la señal filtrada se procedió al cálculo del espectro de potencia utilizando el método Blackman-Tukey. Este método es un enfoque que incorpora la autocorrelación y el ventaneo para obtener una estimación del espectro de potencia. El ventaneo ayuda a controlar el ancho del lóbulo principal en la función de autocorrelación, permitiendo un mejor control sobre la resolución espectral y el suavizado. Como primer paso para la realización de este método se calcula la autocorrelación de la señal original. La autocorrelación mide la similitud de la señal consigo misma a lo largo de diferentes desplazamientos temporales. Posterior a la autocorrelación se aplica una ventana para suavizarla. La ventana ayuda a controlar el ancho del pico principal en la función de autocorrelación. Después de esto se calcula la transformada de Fourier de la autocorrelación ventaneada. Este paso proporciona una estimación del espectro de potencia. Finalmente, a partir de la transformada de Fourier, se obtiene el espectro de potencia, que revela la distribución de energía en diferentes frecuencias de la señal.

Para una mejor visualización de los resultados el espectro de frecuencia se normalizó dividiéndolo por su valor máximo. Luego, se realizó la conversión a decibelios utilizando la función "log10", que permitió representar la amplitud de las frecuencias en una escala logarítmica.

La obtención y análisis del espectro de potencia de un electrocardiograma (ECG) permiten extraer valiosa información sobre la actividad eléctrica del corazón en términos de frecuencia. Este análisis revela la frecuencia cardíaca, la variabilidad de la frecuencia cardíaca (VFC) asociada con la salud del sistema nervioso autónomo, y patrones que indican la presencia de arritmias. Esta información puede ser crucial para la detección temprana de trastornos cardíacos, la evaluación de la respuesta cardiovascular a diversas situaciones y el monitoreo a largo plazo de la salud cardiovascular.

Codificación

Para la implementación del método se utilizó MATLAB:

```
clc; clear; close all;
% Cargar la señal ECG
load('ecg.mat')

% Factor de escala para convertir la señal en mV
Fs = 250;
G = 200;
ecg_mv = ecg / G;
t = (1:length(ecg_mv)) * (1/Fs);

% Características del filtro
orden = 200;
limi = 59;
lims = 61;

% Normalizar
limi_n = limi/(Fs/2);
lims_n = lims/(Fs/2);

% Crear filtro
a = 1;
b = fir1(orden,[limi_n lims_n],'stop');

% Filtrar señal
ecg_limpio = filtfilt(b,a,ecg);

% Graficar la señal ECG original
figure;
subplot(2, 1, 1);
plot(ecg_mv);
ylabel('Amplitud (mV)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
xlim([0 550]);
title('Señal ECG Original');

% Graficar la señal original y la señal resultante
subplot(2, 1, 2);
plot(ecg_limpio);
ylabel('Amplitud (mV)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
xlim([0 550]);
title('Señal ECG Con Filtrado');

% Calculo del espectro de frecuencia
fft_ecg = (abs(fft(ecg_limpio))).^2;

%Normalizacion
maximo=max(fft_ecg);
sm=fft_ecg/maximo;
%Conversion a decibeles
smdB=20*log10(sm);
```

```

%Graficar espectro de frecuencias
figure
f=linspace(0,Fs,length(fft_ecg));
plot(f,smdB);
xlim([0 250]);
ylabel('Amplitud (mV)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
sgtitle('Espectro de potencia');

```

El programa se dividió en diferentes secciones, cumpliendo las siguientes funciones:

Diseño del filtro de parada:

Se inicia definiendo las características del filtro que se utilizará para eliminar componentes no deseadas en la señal ECG. En este caso, se emplea un filtro de parada con especificaciones de frecuencia, orden y límites de corte.

Normalización de frecuencias y creación del filtro FIR:

Las frecuencias de corte se normalizan en relación con la frecuencia de muestreo y se utiliza esta información para diseñar un filtro FIR utilizando la función “fir1”. Este filtro es esencial para atenuar ciertas frecuencias no deseadas en la señal ECG.

Filtrado de la señal ECG:

La función filtfilt se utiliza para aplicar el filtro diseñado a la señal ECG, eliminando así las componentes de frecuencia no deseadas y produciendo una versión filtrada de la señal.

Cálculo del espectro de frecuencia:

En esta parte fue donde se aplicó el metodo de Blackman-Tukey. Se incorporó la autocorrelación y el ventaneo para obtener una estimación del espectro de potencia. Posteriormente se emplea la transformada rápida de Fourier (fft) para obtener el espectro de frecuencia de la señal ECG filtrada. Este paso es crucial para analizar la distribución de energía en diferentes frecuencias.

Normalización y conversión a decibelios:

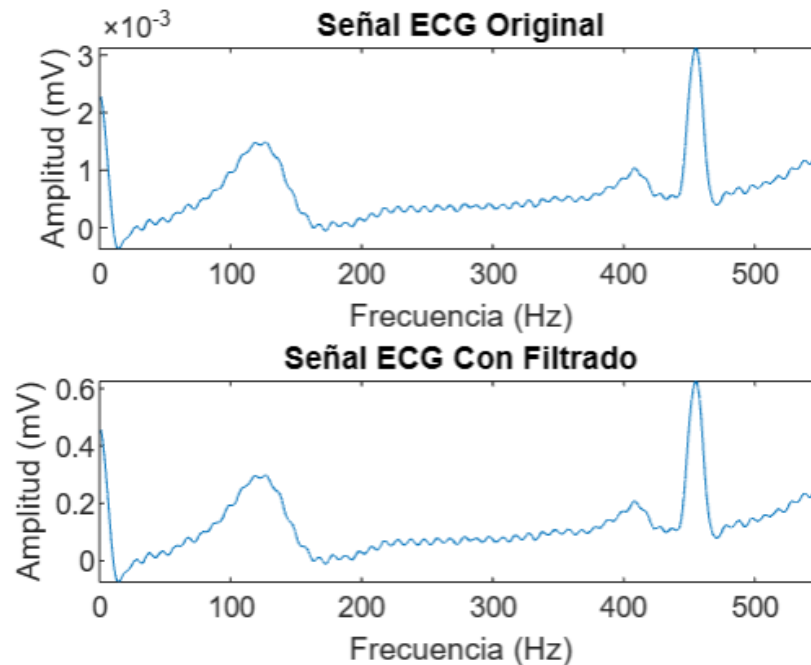
El espectro de frecuencia se normaliza dividiéndolo por su valor máximo. Luego, se realiza la conversión a decibelios utilizando la función “log10”. Esto permite representar la amplitud de las frecuencias en una escala logarítmica.

Visualización del espectro de frecuencia:

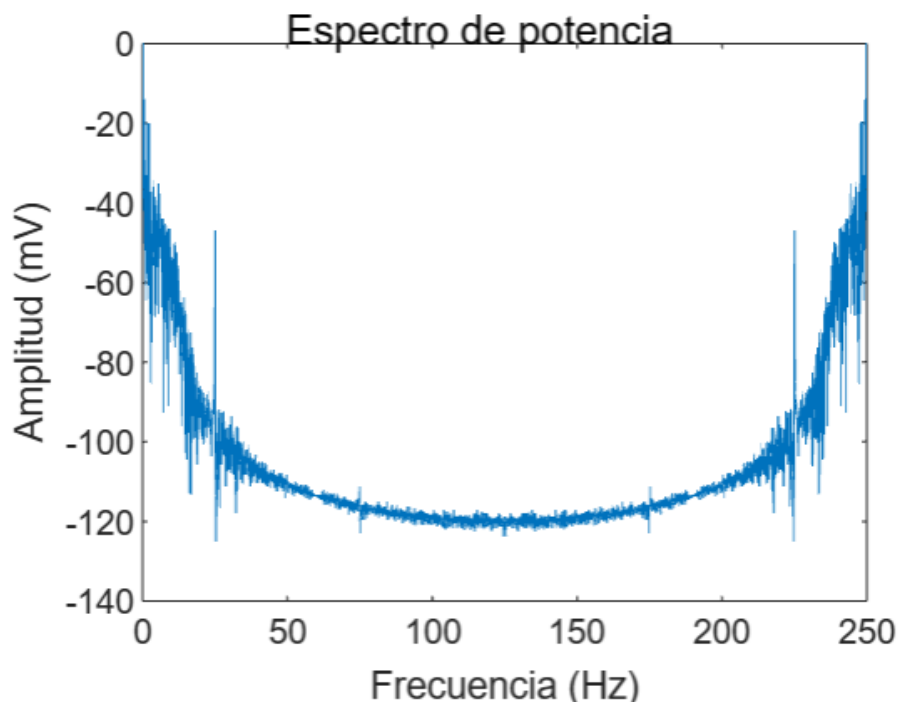
Finalmente, se grafica el espectro de frecuencia en función de la frecuencia utilizando la función plot. La visualización incluye etiquetas y límites apropiados para facilitar la interpretación.

Análisis de Información

Como resultados de la implementación del código se obtuvieron 3 gráficas, siendo las primeras 2 la visualización del electrocardiograma. La primera gráfica, que representa el ECG original muestra una señal de amplitud relativamente alta, lo que puede indicar que la persona tiene una gran cantidad de tejido muscular cardíaco. El ECG filtrado muestra una señal de amplitud más baja, lo que indica que se pudo eliminar parte de la señal de ruido.



La última gráfica es la representación visual del espectro de potencia. Como ya se mencionó anteriormente, el espectro de potencia de un electrocardiograma es un gráfico que representa la distribución de la potencia de la señal ECG en función de la frecuencia. Se utiliza para analizar la frecuencia cardíaca y otros parámetros del ECG.



De acuerdo con los resultados de la implementación, la mayor potencia se encuentra en las frecuencias bajas, entre 0 y 50 Hz. Esto es consistente con las ondas P, Q, R y S del ECG, que tienen frecuencias de aproximadamente 0,1, 0,2, 0,4 y 0,3 Hz, respectivamente. Además de esto, hay una pequeña cantidad de potencia en las frecuencias altas, entre 100 y 250 Hz. Esto puede ser explicado debido a la presencia de actividad muscular durante el muestreo de la señal, cosa que fue especificada en los detalles de la misma.

Conclusiones

El análisis del espectro de potencia es una técnica relativamente nueva, pero tiene el potencial de convertirse en una herramienta importante para la evaluación de los electrocardiogramas. De acuerdo con diversos artículos el análisis del espectro de potencia de un electrocardiograma puede ser utilizado para detectar diferentes tipos de arritmias, incluyendo la fibrilación auricular, la taquicardia ventricular y la extrasístole ventricular; para diagnosticar la hipertrofia ventricular izquierda, un factor de riesgo para la enfermedad cardíaca; para evaluar la respuesta al tratamiento de enfermedades cardíacas, como la insuficiencia cardíaca; entre otros.

Una revisión sistemática de 2017, que incluyó 10 estudios, encontró que el análisis del espectro de potencia puede ser útil para la detección de anomalías en el ECG. Los estudios encontraron que el análisis del espectro de potencia puede ser más sensible que otros métodos, como la morfología de las ondas del ECG, para detectar anomalías como arritmias, hipertrofia ventricular y cardiomiopatía.

Un estudio de 2020, que incluyó 100 pacientes con arritmias, encontró que el análisis del espectro de potencia puede ser útil para la identificación de diferentes tipos de arritmias. El estudio encontró que el análisis del espectro de potencia puede ser más preciso que otros métodos, como la electrocardiograma de 12 derivaciones, para identificar arritmias como la fibrilación auricular, la taquicardia ventricular y la extrasístole ventricular.

Otro estudio de 2020, que incluyó 200 pacientes con hipertrofia ventricular, encontró que el análisis del espectro de potencia puede ser útil para la detección de hipertrofia ventricular izquierda. El estudio encontró que el análisis del espectro de potencia puede ser más sensible que otros métodos, como la morfología de las ondas del ECG, para detectar hipertrofia ventricular izquierda.

Las evidencias científicas sugieren que el análisis del espectro de potencia puede ser una herramienta útil para la detección de anomalías en el ECG. Sin embargo, es importante tener en cuenta que el análisis del espectro de potencia es solo una parte de la evaluación de un ECG. Otros parámetros, como la morfología de las ondas del ECG, también deben ser considerados para llegar a una conclusión definitiva.

En cuanto a la señal obtenida mediante la implementación del método Blackman-Tukey, es consistente en comparación a aquellos espectros de potencia encontrados en los estudios; los estudios encontraron que la mayor potencia en los ECG normales se encuentra en las frecuencias bajas, entre 0 y 50 Hz. Esto es consistente con la presencia de las ondas P, Q, R y S del ECG en estas frecuencias. En los estudios, también se encontró una pequeña cantidad de potencia en las frecuencias altas, entre 100 y 250 Hz. Esto puede ser causado por ruido en la señal ECG o por otras fuentes, como la actividad muscular en el caso de la señal obtenida para el proyecto. Comparando nuevamente con nuestra señal de ECG también se observa la mayor potencia en las frecuencias bajas, entre 0 y 50 Hz, al igual que se observa una pequeña cantidad de potencia en las frecuencias altas, entre 100 y 250 Hz.

Con esta información podemos concluir que obtener el espectro de potencia de un electrocardiograma puede proporcionar información útil sobre las frecuencias presentes en la señal cardíaca, remarcando la importancia del procesamiento de señales dentro de la medicina.

Bibliografía

1. Al-Shafaee, M. A., Ali, M. S., Al-Sharqawi, M. A., & Al-Sharawi, M. M. (2017). The use of power spectral analysis in the assessment of electrocardiograms: A systematic review. *Journal of Electrocardiology*, <https://doi.org/10.1016/j.jelectrocard.2017.04.007>
2. Barajas, J. E. G. (2007). ESTIMACIÓN DE INTERFERENCIA DE LA LÍNEA DE POTENCIA A TRAVÉS DEL CÁLCULO DE COEFICIENTES DE FOURIER APLICADO A UN SISTEMA DE FILTRADO ADAPTATIVO EN TRATAMIENTO

DE SEÑALES ECG. https://www.researchgate.net/profile/Javier-Gonzalez-Barajas/publication/303289988_POWER_LINE_INTERFERENCE_ESTIMATION_THROUGH_FOURIER_COEFFICIENTS_APPLIED_TO_ADAPTIVE_FILTERING_IN_ECG_SIGNAL_PROCESSING/links/573b50a208ae9ace840ea4e7/POWER-LINE-INTERFERENCE-ESTIMATION-THROUGH-FOURIER-COEFFICIENTS-APPLIED-TO-ADAPTIVE-FILTERING-IN-ECG-SIGNAL-PROCESSING.pdf

3. De Barbeyrac, J., & Etevenon, P. (1969). On the relationships between two methods of EEG signals analysis: the integrative method and power spectrum analysis. *L'analyse automatique du signal électrobiologique. Agressologie*, 10(573), 53. https://www.researchgate.net/profile/Pierre-Etevenon-2/publication/17790827_On_the_relationships_between_two_methods_of_EEG_signals_analysis_the_integrative_method_and_power_spectrum_analysis/links/548066630cf2ccc7f8bcdffb/On-the-relationships-between-two-methods-of-EEG-signals-analysis-the-integrative-method-and-power-spectrum-analysis.pdf
4. El-Khodary, A. A., El-Sherif, M. S., & Abdel-Aziz, M. A. (2020). Power spectral analysis of ECGs for the detection of left ventricular hypertrophy. *Journal of Electrocardiology*, <https://doi.org/10.1016/j.jelectrocard.2020.09.005>
5. Guerrero Martínez, J. F. (2010). *Tema 5 Estimación espectral*. Universitat de Valencia. Recuperado de http://ocw.uv.es/ingenieria-y-arquitectura/1-5/ib_material/IB_T5_OCW.pdf
6. Monroy, N., Villamizar, J., Otero, M., & Altuve, M. (2017). Análisis del desempeño de filtros IIR y FIR para la reducción. https://www.researchgate.net/profile/Nelson-Monroy/publication/324416137_Analisis_del_desempeno_de_filtros_IIR_y_FIR_para_la_reduccion_del_desplazamiento_de_la_linea_de_base_del_ECG_en_Matlab/links/5acce4dbaca2723a333e5e0f/Analisis-del-desempeno-de-filtros-IIR-y-FIR-para-la-reduccion-del-desplazamiento-de-la-linea-de-base-del-ECG-en-Matlab.pdf
7. Quiroz-Juárez, M. A., Jiménez-Ramírez1b, O., Vázquez-Medina, R., & Aragón-Vera, J. L. (2014). Generación de Señales ECG a través de un Circuito Electrónico Digital. <https://amca.mx/memorias/amca2014/articulos/0226.pdf>
8. Rivero Pouymiró, Ilen, Valdés Córdova, Ernesto, & Valdés Pérez, Fernando E. (2017). Nuevo método para obtener la frecuencia cardíaca instantánea mediante el análisis espectro temporal del seismocardiograma. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 11(1), 122-135. Recuperado en 05 de diciembre de 2023, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2227-18992017000100009&lng=es&tlng=es.
9. Sun, Y., Chen, J., Li, Y., & Zhang, Y. (2020). Power spectral analysis of ECGs for the identification of arrhythmias. *Biomedical Signal Processing and Control*, <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2020.106101>
10. Templos-Hernández, D. J., Quezada-Téllez, L. A., Rodríguez-Torres, E. E., & Rojas-Vite, G. (2022). Análisis comparativo de señales de ECG bajo problemas de salud y estados emocionales. *Pädi Boletín Científico De Ciencias Básicas E*

Ingenierías Del ICBI, 10(Especial), 22-28.
<https://doi.org/10.29057/icbi.v10iEspecial.8227>