

Introducción a la Programación

Algoritmos y Estructuras de Datos I

Primer cuatrimestre de 2024

Lógica proposicional

Habíamos visto...

Objetivo: Aprender a programar en lenguajes funcionales y en lenguajes imperativos.

Habíamos visto...

Objetivo: Aprender a programar en lenguajes funcionales y en lenguajes imperativos.

- ▶ Especificar problemas.
 - ▶ Describirlos en un lenguaje semiformal.
- ▶ Pensar algoritmos para resolver los problemas.
 - ▶ En esta materia nos concentramos en programas para tratamiento de secuencias principalmente.
- ▶ Empezar a razonar acerca de estos algoritmos y programas.
 - ▶ Veremos conceptos de testing.

Definición (Especificación) de un problema

```
problema nombre(parámetros) : tipo de dato del resultado{  
  requiere etiqueta { condiciones sobre los parámetros de entrada }  
  asegura etiqueta { condiciones sobre los parámetros de salida }  
}
```

- ▶ *nombre*: nombre que le damos al problema
 - ▶ será resuelto por una función con ese mismo nombre
- ▶ *parámetros*: lista de parámetros separada por comas, donde cada parámetro contiene:
 - ▶ Nombre del parámetro
 - ▶ Tipo de datos del parámetro
- ▶ *tipo de dato del resultado*: tipo de dato del resultado del problema (inicialmente especificaremos funciones)
 - ▶ En los asegura, podremos referenciar el valor devuelto con el nombre de *res*
- ▶ *etiquetas*: son nombres *opcionales* que nos servirán para nombrar declarativamente a las condiciones de los requiere o asegura.

Definición (Especificación) de un problema

► *Sobre los requiere*

- Describen todas las condiciones y posibles valores o casuísticas de los parámetros de entrada.
- Puede haber más de un requiere (recomendamos una condición por renglón). Se asume que valen todos juntos (es una conjunción).
- Evitar contradicciones (un requiere no debería contradecir a otro).

► *Sobre los asegura*

- Describen todas las condiciones y posibles valores o casuísticas de los parámetros de salida y entrada/salida en función de los parámetros de entrada.
- Puede haber más de un asegura (recomendamos una condición por renglón). Se asume que valen todos juntos (es una conjunción).
- Evitar contradicciones (un asegura no debería contradecir a otro).

Antes de continuar... hablemos de lógica proposicional

- ▶ Si bien no utilizaremos un lenguaje formal para especificar... ¿Es lo mismo decir...?
 - ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas
 - ▶ Si mañana llueve iré a comprar un paraguas
 - ▶ O mañana no llueve o no iré a comprar un paraguas
 - ▶ Compraré un paraguas por si mañana llueve
 - ▶ Si compro un paraguas, mañana llueve

El abogado del diablo



- ¿Inocente o culpable?
 - Su torso está desnudo... pero... ¿y sus pies?
 - ¿Realmente estaba en el pasillo y en el ascensor al mismo tiempo?

Lógica proposicional

- ▶ Es la lógica que habla sobre las proposiciones.

Lógica proposicional

- ▶ Es la lógica que habla sobre las proposiciones.
- ▶ Son oraciones que tienen un valor de verdad, Verdadero o Falso (aunque vamos a usar una variación).

Lógica proposicional

- ▶ Es la lógica que habla sobre las proposiciones.
- ▶ Son oraciones que tienen un valor de verdad, Verdadero o Falso (aunque vamos a usar una variación).
- ▶ Sirve para poder deducir el valor de verdad de una proposición, a partir de conocer el valor de otras.

Lógica proposicional - Sintaxis

► Símbolos:

True , False , \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow , (,)

Lógica proposicional - Sintaxis

- Símbolos:

True , False , \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow , (,)

- Variables proposicionales (infinitas)

p , q , r , ...

Lógica proposicional - Sintaxis

- ▶ Símbolos:

True , False , \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow , (,)

- ▶ Variables proposicionales (infinitas)

p , q , r , ...

- ▶ Fórmulas

1. True y False son fórmulas

Lógica proposicional - Sintaxis

- Símbolos:

True , False , \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow , (,)

- Variables proposicionales (infinitas)

p , q , r , ...

- Fórmulas

1. True y False son fórmulas
2. Cualquier variable proposicional es una fórmula

Lógica proposicional - Sintaxis

- Símbolos:

True , False , \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow , (,)

- Variables proposicionales (infinitas)

p , q , r , ...

- Fórmulas

1. True y False son fórmulas
2. Cualquier variable proposicional es una fórmula
3. Si A es una fórmula, $\neg A$ es una fórmula

Lógica proposicional - Sintaxis

- Símbolos:

True , False , \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow , (,)

- Variables proposicionales (infinitas)

p , q , r , ...

- Fórmulas

1. True y False son fórmulas
2. Cualquier variable proposicional es una fórmula
3. Si A es una fórmula, $\neg A$ es una fórmula
4. Si A_1, A_2, \dots, A_n son fórmulas, $(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n)$ es una fórmula

Lógica proposicional - Sintaxis

► Símbolos:

True , False , \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow , (,)

► Variables proposicionales (infinitas)

p , q , r , ...

► Fórmulas

1. True y False son fórmulas
2. Cualquier variable proposicional es una fórmula
3. Si A es una fórmula, $\neg A$ es una fórmula
4. Si A_1, A_2, \dots, A_n son fórmulas, $(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n)$ es una fórmula
5. Si A_1, A_2, \dots, A_n son fórmulas, $(A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n)$ es una fórmula

Lógica proposicional - Sintaxis

► Símbolos:

True , False , \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow , (,)

► Variables proposicionales (infinitas)

p , q , r , ...

► Fórmulas

1. True y False son fórmulas
2. Cualquier variable proposicional es una fórmula
3. Si A es una fórmula, $\neg A$ es una fórmula
4. Si A_1, A_2, \dots, A_n son fórmulas, $(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n)$ es una fórmula
5. Si A_1, A_2, \dots, A_n son fórmulas, $(A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n)$ es una fórmula
6. Si A y B son fórmulas, $(A \rightarrow B)$ es una fórmula

Lógica proposicional - Sintaxis

► Símbolos:

True , False , \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow , (,)

► Variables proposicionales (infinitas)

p , q , r , ...

► Fórmulas

1. True y False son fórmulas
2. Cualquier variable proposicional es una fórmula
3. Si A es una fórmula, $\neg A$ es una fórmula
4. Si A_1, A_2, \dots, A_n son fórmulas, $(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n)$ es una fórmula
5. Si A_1, A_2, \dots, A_n son fórmulas, $(A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n)$ es una fórmula
6. Si A y B son fórmulas, $(A \rightarrow B)$ es una fórmula
7. Si A y B son fórmulas, $(A \leftrightarrow B)$ es una fórmula

Ejemplos

¿Cuáles son fórmulas?

- ▶ $p \vee q$
- ▶ $(p \vee q)$
- ▶ $p \vee q \rightarrow r$
- ▶ $(p \vee q) \rightarrow r$
- ▶ $((p \vee q) \rightarrow r)$
- ▶ $(p \rightarrow q \rightarrow r)$

Ejemplos

¿Cuáles son fórmulas?

- ▶ $p \vee q$ no
- ▶ $(p \vee q)$ sí
- ▶ $p \vee q \rightarrow r$ no
- ▶ $(p \vee q) \rightarrow r$ no
- ▶ $((p \vee q) \rightarrow r)$ sí
- ▶ $(p \rightarrow q \rightarrow r)$ no

Semántica clásica

- ▶ Dos valores de verdad: “verdadero” (V) y “falso” (F).

Semántica clásica

- ▶ Dos valores de verdad: “verdadero” (V) y “falso” (F).
- ▶ Interpretación:
 - ▶ True siempre vale V.

Semántica clásica

- ▶ Dos valores de verdad: “verdadero” (V) y “falso” (F).
- ▶ Interpretación:
 - ▶ True siempre vale V.
 - ▶ False siempre vale F.

Semántica clásica

- ▶ Dos valores de verdad: “verdadero” (V) y “falso” (F).
- ▶ Interpretación:
 - ▶ True siempre vale V.
 - ▶ False siempre vale F.
 - ▶ \neg se interpreta como “no”, se llama **negación**.

Semántica clásica

- ▶ Dos valores de verdad: “verdadero” (V) y “falso” (F).
- ▶ Interpretación:
 - ▶ True siempre vale V.
 - ▶ False siempre vale F.
 - ▶ \neg se interpreta como “no”, se llama **negación**.
 - ▶ \wedge se interpreta como “y”, se llama **conjunción**.

Semántica clásica

- ▶ Dos valores de verdad: “verdadero” (V) y “falso” (F).
- ▶ Interpretación:
 - ▶ True siempre vale V.
 - ▶ False siempre vale F.
 - ▶ \neg se interpreta como “no”, se llama **negación**.
 - ▶ \wedge se interpreta como “y”, se llama **conjunción**.
 - ▶ \vee se interpreta como “o” (no exclusivo), se llama **disyunción**.

Semántica clásica

- ▶ Dos valores de verdad: “verdadero” (V) y “falso” (F).
- ▶ Interpretación:
 - ▶ True siempre vale V.
 - ▶ False siempre vale F.
 - ▶ \neg se interpreta como “no”, se llama **negación**.
 - ▶ \wedge se interpreta como “y”, se llama **conjunción**.
 - ▶ \vee se interpreta como “o” (no exclusivo), se llama **disyunción**.
 - ▶ \rightarrow se interpreta como “si... entonces”, se llama **implicación**.

Semántica clásica

- ▶ Dos valores de verdad: “verdadero” (V) y “falso” (F).
- ▶ Interpretación:
 - ▶ True siempre vale V.
 - ▶ False siempre vale F.
 - ▶ \neg se interpreta como “no”, se llama **negación**.
 - ▶ \wedge se interpreta como “y”, se llama **conjunción**.
 - ▶ \vee se interpreta como “o” (no exclusivo), se llama **disyunción**.
 - ▶ \rightarrow se interpreta como “si... entonces”, se llama **implicación**.
 - ▶ \leftrightarrow se interpreta como “si y solo si”, se llama **doble implicación** o **equivalencia**.

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	
F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$(p \rightarrow q)$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$(p \rightarrow q)$
V	V	V
V	F	
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$(p \rightarrow q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$(p \rightarrow q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$(p \rightarrow q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$(p \rightarrow q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$(p \leftrightarrow q)$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$(p \rightarrow q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$(p \leftrightarrow q)$
V	V	V
V	F	
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$(p \rightarrow q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$(p \leftrightarrow q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	
F	F	

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$(p \rightarrow q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$(p \leftrightarrow q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Semántica clásica: tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, podemos calcular el valor de verdad de la fórmula.

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$(p \vee q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$(p \rightarrow q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$(p \leftrightarrow q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
1	1	1		
1	1	0		
1	0	1		
1	0	0		
0	1	1		
0	1	0		
0	0	1		
0	0	0		

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
1	1	1	1	
1	1	0	1	
1	0	1	0	
1	0	0	0	
0	1	1	0	
0	1	0	0	
0	0	1	0	
0	0	0	0	

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	1	0	0	1
0	0	1	0	1
0	0	0	0	1

Tautologías, contradicciones y contingencias

- Una fórmula es una **tautología** si siempre toma el valor V para valores definidos de sus variables proposicionales.

Tautologías, contradicciones y contingencias

- Una fórmula es una **tautología** si siempre toma el valor V para valores definidos de sus variables proposicionales.

Por ejemplo, $((p \wedge q) \rightarrow p)$ es tautología:

Tautologías, contradicciones y contingencias

- Una fórmula es una **tautología** si siempre toma el valor V para valores definidos de sus variables proposicionales.

Por ejemplo, $((p \wedge q) \rightarrow p)$ es tautología:

p	q	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow p)$
V	V	V	
V	F	F	
F	V	F	
F	F	F	

Tautologías, contradicciones y contingencias

- Una fórmula es una **tautología** si siempre toma el valor V para valores definidos de sus variables proposicionales.

Por ejemplo, $((p \wedge q) \rightarrow p)$ es tautología:

p	q	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow p)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Tautologías, contradicciones y contingencias

- Una fórmula es una **tautología** si siempre toma el valor V para valores definidos de sus variables proposicionales.

Por ejemplo, $((p \wedge q) \rightarrow p)$ es tautología:

p	q	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow p)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

- Una fórmula es una **contradicción** si siempre toma el valor F para valores definidos de sus variables proposicionales.

Tautologías, contradicciones y contingencias

- Una fórmula es una **tautología** si siempre toma el valor V para valores definidos de sus variables proposicionales.

Por ejemplo, $((p \wedge q) \rightarrow p)$ es tautología:

p	q	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow p)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

- Una fórmula es una **contradicción** si siempre toma el valor F para valores definidos de sus variables proposicionales.

Por ejemplo, $(p \wedge \neg p)$ es contradicción:

p	$\neg p$	$(p \wedge \neg p)$
V	F	
F	V	

Tautologías, contradicciones y contingencias

- Una fórmula es una **tautología** si siempre toma el valor V para valores definidos de sus variables proposicionales.

Por ejemplo, $((p \wedge q) \rightarrow p)$ es tautología:

p	q	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow p)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

- Una fórmula es una **contradicción** si siempre toma el valor F para valores definidos de sus variables proposicionales.

Por ejemplo, $(p \wedge \neg p)$ es contradicción:

p	$\neg p$	$(p \wedge \neg p)$
V	F	F
F	V	F

Tautologías, contradicciones y contingencias

- Una fórmula es una **tautología** si siempre toma el valor V para valores definidos de sus variables proposicionales.

Por ejemplo, $((p \wedge q) \rightarrow p)$ es tautología:

p	q	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow p)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

- Una fórmula es una **contradicción** si siempre toma el valor F para valores definidos de sus variables proposicionales.

Por ejemplo, $(p \wedge \neg p)$ es contradicción:

p	$\neg p$	$(p \wedge \neg p)$
V	F	F
F	V	F

- Una fórmula es una **contingencia** cuando no es ni tautología ni contradicción.

Equivalencias entre fórmulas

- ▶ Dos fórmulas A y B son **equivalentes** (y se escribe $A \equiv B$) si y sólo si, $A \leftrightarrow B$ es una tautología.
- ▶ **Teorema.** Las siguientes fórmulas son tautologías.

Equivalencias entre fórmulas

- ▶ Dos fórmulas A y B son **equivalentes** (y se escribe $A \equiv B$) si y sólo si, $A \leftrightarrow B$ es una tautología.
- ▶ **Teorema.** Las siguientes fórmulas son tautologías.

1. Doble negación
 $(\neg\neg p \leftrightarrow p)$

Equivalencias entre fórmulas

- ▶ Dos fórmulas A y B son **equivalentes** (y se escribe $A \equiv B$) si y sólo si, $A \leftrightarrow B$ es una tautología.
- ▶ **Teorema.** Las siguientes fórmulas son tautologías.

1. Doble negación

$$(\neg\neg p \leftrightarrow p)$$

2. Idempotencia

$$((p \wedge p) \leftrightarrow p)$$

$$((p \vee p) \leftrightarrow p)$$

Equivalencias entre fórmulas

- ▶ Dos fórmulas A y B son **equivalentes** (y se escribe $A \equiv B$) si y sólo si, $A \leftrightarrow B$ es una tautología.
- ▶ **Teorema.** Las siguientes fórmulas son tautologías.

1. Doble negación

$$(\neg\neg p \leftrightarrow p)$$

2. Idempotencia

$$((p \wedge p) \leftrightarrow p)$$

$$((p \vee p) \leftrightarrow p)$$

3. Asociatividad

$$(((p \wedge q) \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r)))$$

$$(((p \vee q) \vee r) \leftrightarrow (p \vee (q \vee r)))$$

Equivalencias entre fórmulas

- ▶ Dos fórmulas A y B son **equivalentes** (y se escribe $A \equiv B$) si y sólo si, $A \leftrightarrow B$ es una tautología.
- ▶ **Teorema.** Las siguientes fórmulas son tautologías.

1. Doble negación

$$(\neg\neg p \leftrightarrow p)$$

$$((p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p))$$

$$((p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p))$$

2. Idempotencia

$$((p \wedge p) \leftrightarrow p)$$

$$((p \vee p) \leftrightarrow p)$$

3. Asociatividad

$$(((p \wedge q) \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r)))$$

$$(((p \vee q) \vee r) \leftrightarrow (p \vee (q \vee r)))$$

4. Conmutatividad

Equivalencias entre fórmulas

- ▶ Dos fórmulas A y B son **equivalentes** (y se escribe $A \equiv B$) si y sólo si, $A \leftrightarrow B$ es una tautología.
- ▶ **Teorema.** Las siguientes fórmulas son tautologías.

1. Doble negación

$$(\neg\neg p \leftrightarrow p)$$

2. Idempotencia

$$((p \wedge p) \leftrightarrow p)$$

$$((p \vee p) \leftrightarrow p)$$

3. Asociatividad

$$(((p \wedge q) \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r)))$$

$$(((p \vee q) \vee r) \leftrightarrow (p \vee (q \vee r)))$$

4. Conmutatividad

$$((p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p))$$

$$((p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p))$$

5. Distributividad

$$((p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow$$

$$((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$$

$$((p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow$$

$$((p \vee q) \wedge (p \vee r)))$$

Equivalencias entre fórmulas

- ▶ Dos fórmulas A y B son **equivalentes** (y se escribe $A \equiv B$) si y sólo si, $A \leftrightarrow B$ es una tautología.
- ▶ **Teorema.** Las siguientes fórmulas son tautologías.

1. Doble negación

$$(\neg\neg p \leftrightarrow p)$$

2. Idempotencia

$$((p \wedge p) \leftrightarrow p)$$

$$((p \vee p) \leftrightarrow p)$$

3. Asociatividad

$$(((p \wedge q) \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r)))$$

$$(((p \vee q) \vee r) \leftrightarrow (p \vee (q \vee r)))$$

4. Conmutatividad

$$((p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p))$$

$$((p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p))$$

5. Distributividad

$$((p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow$$

$$((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$$

$$((p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow$$

$$((p \vee q) \wedge (p \vee r)))$$

6. Reglas de De Morgan

$$(\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q))$$

$$(\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q))$$

Relación de fuerza

- Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,
 1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ?

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,
 1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,
 1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí
 2. ¿ $(p \vee q)$ es más fuerte que p ?

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,
 1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí
 2. ¿ $(p \vee q)$ es más fuerte que p ? No

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,
 1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí
 2. ¿ $(p \vee q)$ es más fuerte que p ? No
 3. ¿ p es más fuerte que $(q \rightarrow p)$?

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,
 1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí
 2. ¿ $(p \vee q)$ es más fuerte que p ? No
 3. ¿ p es más fuerte que $(q \rightarrow p)$? Sí

Pero notemos que si q está indefinido y p es verdadero entonces $(q \rightarrow p)$ está indefinido.

 4. ¿ p es más fuerte que q ?

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,
 1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí
 2. ¿ $(p \vee q)$ es más fuerte que p ? No
 3. ¿ p es más fuerte que $(q \rightarrow p)$? Sí
 Pero notemos que si q está indefinido y p es verdadero entonces $(q \rightarrow p)$ está indefinido.
 4. ¿ p es más fuerte que q ? No

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,

1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí
2. ¿ $(p \vee q)$ es más fuerte que p ? No
3. ¿ p es más fuerte que $(q \rightarrow p)$? Sí

Pero notemos que si q está indefinido y p es verdadero entonces $(q \rightarrow p)$ está indefinido.

4. ¿ p es más fuerte que q ? No
5. ¿ p es más fuerte que p ?

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,

1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí
2. ¿ $(p \vee q)$ es más fuerte que p ? No
3. ¿ p es más fuerte que $(q \rightarrow p)$? Sí

Pero notemos que si q está indefinido y p es verdadero entonces $(q \rightarrow p)$ está indefinido.

4. ¿ p es más fuerte que q ? No
5. ¿ p es más fuerte que p ? Sí

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,

1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí
2. ¿ $(p \vee q)$ es más fuerte que p ? No
3. ¿ p es más fuerte que $(q \rightarrow p)$? Sí

Pero notemos que si q está indefinido y p es verdadero entonces $(q \rightarrow p)$ está indefinido.

4. ¿ p es más fuerte que q ? No
5. ¿ p es más fuerte que p ? Sí
6. ¿hay una fórmula más fuerte que todas?

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,

1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí
2. ¿ $(p \vee q)$ es más fuerte que p ? No
3. ¿ p es más fuerte que $(q \rightarrow p)$? Sí

Pero notemos que si q está indefinido y p es verdadero entonces $(q \rightarrow p)$ está indefinido.

4. ¿ p es más fuerte que q ? No
5. ¿ p es más fuerte que p ? Sí
6. ¿hay una fórmula más fuerte que todas? Sí, False

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,

1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí
2. ¿ $(p \vee q)$ es más fuerte que p ? No
3. ¿ p es más fuerte que $(q \rightarrow p)$? Sí

Pero notemos que si q está indefinido y p es verdadero entonces $(q \rightarrow p)$ está indefinido.

4. ¿ p es más fuerte que q ? No
5. ¿ p es más fuerte que p ? Sí
6. ¿hay una fórmula más fuerte que todas? Sí, False
7. ¿hay una fórmula más débil que todas?

Relación de fuerza

- ▶ Decimos que A es más fuerte que B cuando $(A \rightarrow B)$ es tautología.
- ▶ También decimos que A fuerza a B o que B es más débil que A .
- ▶ Por ejemplo,

1. ¿ $(p \wedge q)$ es más fuerte que p ? Sí
2. ¿ $(p \vee q)$ es más fuerte que p ? No
3. ¿ p es más fuerte que $(q \rightarrow p)$? Sí

Pero notemos que si q está indefinido y p es verdadero entonces $(q \rightarrow p)$ está indefinido.

4. ¿ p es más fuerte que q ? No
5. ¿ p es más fuerte que p ? Sí
6. ¿hay una fórmula más fuerte que todas? Sí, False
7. ¿hay una fórmula más débil que todas? Sí, True

Expresión bien definida

- ▶ Toda expresión está **bien definida** si todas las proposiciones valen T o F .
- ▶ Sin embargo, existe la posibilidad de que haya expresiones que no estén bien definidas.
 - ▶ Por ejemplo, la expresión $x/y = 5$ no está bien definida si $y = 0$.
- ▶ Por esta razón, necesitamos una lógica que nos permita decir que está bien definida la siguiente expresión
 - ▶ $y = 0 \vee x/y = 5$
- ▶ Para esto, introducimos **tres** valores de verdad:
 1. verdadero (V)
 2. falso (F)
 3. indefinido (\perp)

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

- ▶ los términos se evalúan de izquierda a derecha,

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

- ▶ los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- ▶ la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

- ▶ los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- ▶ la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos \wedge_L (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), \vee_L (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

- ▶ los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- ▶ la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos \wedge_L (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), \vee_L (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F
V	\perp	
F	\perp	
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

- ▶ los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- ▶ la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos \wedge_L (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), \vee_L (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F
V	\perp	
F	\perp	
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

p	q	$(p \vee_L q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F
V	\perp	
F	\perp	
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

- ▶ los términos se **evalúan de izquierda a derecha**,
- ▶ la **evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad**, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos \wedge_L (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), \vee_L (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F
V	\perp	\perp
F	\perp	
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

p	q	$(p \vee_L q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F
V	\perp	
F	\perp	
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

- ▶ los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- ▶ la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos \wedge_L (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), \vee_L (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F
V	\perp	\perp
F	\perp	F
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

p	q	$(p \vee_L q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F
V	\perp	
F	\perp	
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

- ▶ los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- ▶ la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos \wedge_L (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), \vee_L (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F
V	\perp	\perp
F	\perp	F
\perp	V	\perp
\perp	F	\perp
\perp	\perp	\perp

p	q	$(p \vee_L q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F
V	\perp	
F	\perp	
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

- ▶ los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- ▶ la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos \wedge_L (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), \vee_L (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F
V	\perp	\perp
F	\perp	F
\perp	V	\perp
\perp	F	\perp
\perp	\perp	\perp

p	q	$(p \vee_L q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F
V	\perp	V
F	\perp	
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

- ▶ los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- ▶ la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos \wedge_L (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), \vee_L (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F
V	\perp	\perp
F	\perp	F
\perp	V	\perp
\perp	F	\perp
\perp	\perp	\perp

p	q	$(p \vee_L q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F
V	\perp	V
F	\perp	\perp
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama **secuencial** porque ...

- ▶ los términos se **evalúan de izquierda a derecha**,
- ▶ la **evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad**, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos \wedge_L (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), \vee_L (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F
V	\perp	\perp
F	\perp	F
\perp	V	\perp
\perp	F	\perp
\perp	\perp	\perp

p	q	$(p \vee_L q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F
V	\perp	V
F	\perp	\perp
\perp	V	\perp
\perp	F	\perp
\perp	\perp	\perp

Semántica trivaluada (secuencial)

¿Cuál es la tabla de verdad de \rightarrow_L ?

p	q	$(p \rightarrow_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V
V	\perp	
F	\perp	
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

Semántica trivaluada (secuencial)

¿Cuál es la tabla de verdad de \rightarrow_L ?

p	q	$(p \rightarrow_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V
V	\perp	\perp
F	\perp	
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

Semántica trivaluada (secuencial)

¿Cuál es la tabla de verdad de \rightarrow_L ?

p	q	$(p \rightarrow_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V
V	\perp	\perp
F	\perp	V
\perp	V	
\perp	F	
\perp	\perp	

Semántica trivaluada (secuencial)

¿Cuál es la tabla de verdad de \rightarrow_L ?

p	q	$(p \rightarrow_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V
V	\perp	\perp
F	\perp	V
\perp	V	\perp
\perp	F	\perp
\perp	\perp	\perp

Entonces...

Lógica proposicional y lógica trivaluada

- **Convención:** Dado que nuestros tipos de datos siempre tendrán como valor posible el indefinido o \perp , en general, asumiremos que estamos utilizando la lógica **trivaluada** por default.

Entonces...

Lógica proposicional y lógica trivaluada

- ▶ **Convención:** Dado que nuestros tipos de datos siempre tendrán como valor posible el indefinido o \perp , en general, asumiremos que estamos utilizando la lógica **trivaluada** por default.
- ▶ Es decir, salvo en los casos dónde se indique lo contrario:
 - ▶ \wedge podrá ser interpretado como \wedge_L directamente
 - ▶ y así con todos los operadores vistos.

Entonces... hablando de lógica proposicional

- ▶ ¿Es lo mismo decir...?
 - ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas
 - ▶ Si mañana llueve iré a comprar un paraguas
 - ▶ O mañana no llueve o no iré a comprar un paraguas
 - ▶ Compraré un paraguas por si mañana llueve
 - ▶ Si compro un paraguas, mañana llueve

Entonces... hablando de lógica proposicional

- ▶ Si llamamos:
 - ▶ a = Mañana llueve
 - ▶ b = Iré a comprar un paraguas
- ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas

Entonces... hablando de lógica proposicional

- ▶ Si llamamos:
 - ▶ a = Mañana llueve
 - ▶ b = Iré a comprar un paraguas
- ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \wedge b$

Entonces... hablando de lógica proposicional

- ▶ Si llamamos:
 - ▶ a = Mañana llueve
 - ▶ b = Iré a comprar un paraguas
- ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \wedge b$
- ▶ Si mañana llueve iré a comprar un paraguas

Entonces... hablando de lógica proposicional

- ▶ Si llamamos:
 - ▶ a = Mañana llueve
 - ▶ b = Iré a comprar un paraguas
- ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \wedge b$
- ▶ Si mañana llueve iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \rightarrow b$

Entonces... hablando de lógica proposicional

- ▶ Si llamamos:
 - ▶ a = Mañana llueve
 - ▶ b = Iré a comprar un paraguas
- ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \wedge b$
- ▶ Si mañana llueve iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \rightarrow b$
- ▶ O mañana no llueve o no iré a comprar un paraguas

Entonces... hablando de lógica proposicional

- ▶ Si llamamos:
 - ▶ a = Mañana llueve
 - ▶ b = Iré a comprar un paraguas
- ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \wedge b$
- ▶ Si mañana llueve iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \rightarrow b$
- ▶ O mañana no llueve o no iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $\neg a \vee \neg b$

Entonces... hablando de lógica proposicional

- ▶ Si llamamos:
 - ▶ a = Mañana llueve
 - ▶ b = Iré a comprar un paraguas
- ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \wedge b$
- ▶ Si mañana llueve iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \rightarrow b$
- ▶ O mañana no llueve o no iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $\neg a \vee \neg b$
- ▶ Compraré un paraguas por si mañana llueve

Entonces... hablando de lógica proposicional

- ▶ Si llamamos:
 - ▶ a = Mañana llueve
 - ▶ b = Iré a comprar un paraguas
- ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \wedge b$
- ▶ Si mañana llueve iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \rightarrow b$
- ▶ O mañana no llueve o no iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $\neg a \vee \neg b$
- ▶ Compraré un paraguas por si mañana llueve
 - ▶ ¡A veces es difícil desambiguar!
 - ▶ Por si mañana llueve es una nueva proposición

Entonces... hablando de lógica proposicional

- ▶ Si llamamos:
 - ▶ a = Mañana llueve
 - ▶ b = Iré a comprar un paraguas
- ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \wedge b$
- ▶ Si mañana llueve iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \rightarrow b$
- ▶ O mañana no llueve o no iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $\neg a \vee \neg b$
- ▶ Compraré un paraguas por si mañana llueve
 - ▶ ¡A veces es difícil desambiguar!
 - ▶ Por si mañana llueve es una nueva proposición
- ▶ Si compro un paraguas, mañana llueve

Entonces... hablando de lógica proposicional

- ▶ Si llamamos:
 - ▶ a = Mañana llueve
 - ▶ b = Iré a comprar un paraguas
- ▶ Mañana llueve e iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \wedge b$
- ▶ Si mañana llueve iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $a \rightarrow b$
- ▶ O mañana no llueve o no iré a comprar un paraguas
Lo podríamos modelar como: $\neg a \vee \neg b$
- ▶ Compraré un paraguas por si mañana llueve
 - ▶ ¡A veces es difícil desambiguar!
 - ▶ Por si mañana llueve es una nueva proposición
- ▶ Si compro un paraguas, mañana llueve
Lo podríamos modelar como: $b \rightarrow a$

Práctica 1: Ejercicio 4

Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) $(\neg a \vee b)$

b) $(c \vee (y \wedge x) \vee b)$

cuando el valor de verdad de a , b y c es *verdadero*, mientras que el de x e y es *falso*.

Práctica 1: Ejercicio 5

Determinar, utilizando tablas de verdad, si las siguientes fórmulas son tautologías, contradicciones o contingencias.

b) $(p \wedge \neg p)$

d) $((p \vee q) \rightarrow p)$

i) $((p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. *True*, *False*

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. *True*, *False* *False*

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. *True*, *False* *False*
2. $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. *True*, *False* *False*

2. $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$

$$\alpha = (p \wedge q)$$

$$\beta = (p \vee q)$$

p	q	α	β	$\alpha \rightarrow \beta$	$\beta \rightarrow \alpha$
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. *True*, *False* *False*

2. $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$ $(p \wedge q)$

$$\alpha = (p \wedge q)$$

$$\beta = (p \vee q)$$

p	q	α	β	$\alpha \rightarrow \beta$	$\beta \rightarrow \alpha$
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. *True*, *False* *False*
2. $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$ $(p \wedge q)$
3. *True*, *True*

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. *True*, *False* *False*
2. $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$ $(p \wedge q)$
3. *True*, *True* *True*

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. *True*, *False* *False*
2. $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$ $(p \wedge q)$
3. *True*, *True* *True*
4. p , $(p \wedge q)$

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. *True*, *False* *False*

2. $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$ $(p \wedge q)$

3. *True*, *True* *True*

4. p , $(p \wedge q)$

$$\alpha = (p \wedge q)$$

p	q	α	$\alpha \rightarrow p$	$p \rightarrow \alpha$
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. *True*, *False* *False*

2. $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$ $(p \wedge q)$

3. *True*, *True* *True*

4. p , $(p \wedge q)$ $(p \wedge q)$

$$\alpha = (p \wedge q)$$

p	q	α	$\alpha \rightarrow p$	$p \rightarrow \alpha$
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. $\text{True}, \text{False}$ False
2. $(p \wedge q), (p \vee q)$ $(p \wedge q)$
3. True, True True
4. $p, (p \wedge q)$ $(p \wedge q)$
7. p, q

Práctica 1: Ejercicio 6

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

1. $\text{True}, \text{False}$ *False*
2. $(p \wedge q), (p \vee q)$ *$(p \wedge q)$*
3. True, True *True*
4. $p, (p \wedge q)$ *$(p \wedge q)$*
7. p, q *Ninguna es más fuerte*

Práctica 1: Ejercicio 7

Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

2.
 - ▶ $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
 - ▶ $(\neg p \rightarrow (q \wedge r))$

Práctica 1: Ejercicio 7

Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

2. ▶ $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
 ▶ $(\neg p \rightarrow (q \wedge r))$

$$(\neg p \rightarrow (q \wedge r))$$

Práctica 1: Ejercicio 7

Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

2. ▶ $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
 ▶ $(\neg p \rightarrow (q \wedge r))$

$$(\neg p \rightarrow (q \wedge r))$$

↓ Reemplazo implicación

$$(p \vee (q \wedge r))$$

Práctica 1: Ejercicio 7

Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

2. ▶ $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
 ▶ $(\neg p \rightarrow (q \wedge r))$

$$(\neg p \rightarrow (q \wedge r))$$

↓ Reemplazo implicación

$$(p \vee (q \wedge r))$$

↓ Distributiva

$$((p \vee q) \wedge (p \vee r))$$

Práctica 1: Ejercicio 7

Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

6. ▶ $\neg(p \wedge (q \wedge s))$
 ▶ $(s \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$

Práctica 1: Ejercicio 7

Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

6. ▶ $\neg(p \wedge (q \wedge s))$
 ▶ $(s \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$

$$\neg(p \wedge (q \wedge s))$$

Práctica 1: Ejercicio 7

Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

6. ▶ $\neg(p \wedge (q \wedge s))$
 ▶ $(s \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$

$$\neg(p \wedge (q \wedge s))$$

↓ De Morgan

$$(\neg p \vee \neg(q \wedge s))$$

Práctica 1: Ejercicio 7

Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

6. ▶ $\neg(p \wedge (q \wedge s))$
 ▶ $(s \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$

$$\neg(p \wedge (q \wedge s))$$

↓ De Morgan

$$(\neg p \vee \neg(q \wedge s))$$

↓ De Morgan

$$(\neg p \vee \neg q \vee \neg s)$$

Práctica 1: Ejercicio 7

Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

6. ▶ $\neg(p \wedge (q \wedge s))$
 ▶ $(s \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$

$$\neg(p \wedge (q \wedge s))$$

↓ De Morgan

$$(\neg p \vee \neg(q \wedge s))$$

↓ De Morgan

$$(\neg p \vee \neg q \vee \neg s)$$

↓ Conmutativa

$$(\neg s \vee \neg p \vee \neg q)$$

Práctica 1: Ejercicio 7

Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

6. ▶ $\neg(p \wedge (q \wedge s))$
 ▶ $(s \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$

$$\neg(p \wedge (q \wedge s))$$

↓ De Morgan

$$(\neg p \vee \neg(q \wedge s))$$

↓ De Morgan

$$(\neg p \vee \neg q \vee \neg s)$$

↓ Conmutativa

$$(\neg s \vee \neg p \vee \neg q)$$

↓ Reemplazo implicación

$$(s \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$$

Práctica 1: Ejercicio 12

Sean las variables proposicionales f , e y m con los siguientes significados:

- ▶ $f \equiv$ “es fin de semana”
- ▶ $e \equiv$ “Juan estudia”
- ▶ $m \equiv$ “Juan escucha música”

Escribir usando lógica proposicional las siguientes oraciones:

1. “Si es fin de semana, Juan estudia o escucha música, pero no ambas cosas”

Práctica 1: Ejercicio 12

Sean las variables proposicionales f , e y m con los siguientes significados:

- ▶ $f \equiv$ "es fin de semana"
- ▶ $e \equiv$ "Juan estudia"
- ▶ $m \equiv$ "Juan escucha música"

Escribir usando lógica proposicional las siguientes oraciones:

1. "Si es fin de semana, Juan estudia o escucha música, pero no ambas cosas" $f \rightarrow ((e \vee m) \wedge \neg(e \wedge m))$

Práctica 1: Ejercicio 12

Sean las variables proposicionales f , e y m con los siguientes significados:

- ▶ $f \equiv$ "es fin de semana"
- ▶ $e \equiv$ "Juan estudia"
- ▶ $m \equiv$ "Juan escucha música"

Escribir usando lógica proposicional las siguientes oraciones:

1. "Si es fin de semana, Juan estudia o escucha música, pero no ambas cosas" $f \rightarrow ((e \vee m) \wedge \neg(e \wedge m))$
2. "Si no es fin de semana entonces Juan no estudia"

Práctica 1: Ejercicio 12

Sean las variables proposicionales f , e y m con los siguientes significados:

- ▶ $f \equiv$ “es fin de semana”
- ▶ $e \equiv$ “Juan estudia”
- ▶ $m \equiv$ “Juan escucha música”

Escribir usando lógica proposicional las siguientes oraciones:

1. “Si es fin de semana, Juan estudia o escucha música, pero no ambas cosas” $f \rightarrow ((e \vee m) \wedge \neg(e \wedge m))$
2. “Si no es fin de semana entonces Juan no estudia” $\neg f \rightarrow \neg e$

Práctica 1: Ejercicio 12

Sean las variables proposicionales f , e y m con los siguientes significados:

- ▶ $f \equiv$ "es fin de semana"
- ▶ $e \equiv$ "Juan estudia"
- ▶ $m \equiv$ "Juan escucha música"

Escribir usando lógica proposicional las siguientes oraciones:

1. "Si es fin de semana, Juan estudia o escucha música, pero no ambas cosas" $f \rightarrow ((e \vee m) \wedge \neg(e \wedge m))$
2. "Si no es fin de semana entonces Juan no estudia" $\neg f \rightarrow \neg e$
3. "Cuando Juan estudia los fines de semana, lo hace escuchando música"

Práctica 1: Ejercicio 12

Sean las variables proposicionales f , e y m con los siguientes significados:

- ▶ $f \equiv$ "es fin de semana"
- ▶ $e \equiv$ "Juan estudia"
- ▶ $m \equiv$ "Juan escucha música"

Escribir usando lógica proposicional las siguientes oraciones:

1. "Si es fin de semana, Juan estudia o escucha música, pero no ambas cosas" $f \rightarrow ((e \vee m) \wedge \neg(e \wedge m))$
2. "Si no es fin de semana entonces Juan no estudia" $\neg f \rightarrow \neg e$
3. "Cuando Juan estudia los fines de semana, lo hace escuchando música" $(f \wedge e) \rightarrow m$

Práctica 1: Ejercicio 19

Determinar los valores de verdad de las siguientes proposiciones cuando el valor de verdad de b y c es *verdadero*, el de a es *falso* y el de x e y es *indefinido*:

a) $(\neg x \vee_L b)$

c) $\neg(c \vee y)$

g) $(\neg c \wedge_L \neg y)$

Práctica 1: Ejercicio 20

Determinar los valores de las siguientes fórmulas de Lógica Ternaria cuando el valor de verdad de p es *verdadero*, el de q es *falso* y el de r es *indefinido*:

a) $((9 \leq 9) \wedge p)$

d) $((3 > 9) \vee (r \wedge (q \wedge p)))$

i) $(p \wedge ((5 - 7 + 3 = 0) \leftrightarrow (2^2 - 1 > 3)))$

Práctica 1: Ejercicio 21

Sean p , q y r tres variables de las que se sabe que:

- ▶ p y q nunca están indefinidas,
- ▶ r se define sii q es verdadera

Proponer, para cada ítem, una fórmula que nunca se indefina, utilizando siempre las tres variables. Cada fórmula debe ser verdadera si y solo si se cumple que:

- b) Ninguna es verdadera.
- d) Sólo p y q son verdaderas.

Presentemos nuestro lenguaje de especificación

Problemas y Especificaciones

Inicialmente los problemas resolveremos con una computadora serán planteados como funciones. Es decir:

- ▶ Dados ciertos datos de entrada, obtendremos un resultado
- ▶ Más adelante en la materia, extenderemos el tipo de problemas que podemos resolver...

Definición (Especificación) de un problema

problema *nombre*(*parámetros*) : tipo de dato del resultado {
 requiere *etiqueta*: { condiciones sobre los parámetros de entrada }
 asegura *etiqueta*: { condiciones sobre los parámetros de salida }
}

- ▶ *nombre*: nombre que le damos al problema
 - ▶ será resuelto por una función con ese mismo nombre
- ▶ *parámetros*: lista de parámetros separada por comas, donde cada parámetro contiene:
 - ▶ Nombre del parámetro
 - ▶ Tipo de datos del parámetro
- ▶ *tipo de dato del resultado*: tipo de dato del resultado del problema (inicialmente especificaremos funciones)
 - ▶ En los asegura, podremos referenciar el valor devuelto con el nombre de **res**
- ▶ *etiquetas*: son nombres **opcionales** que nos servirán para nombrar declarativamente a las condiciones de los requiere o asegura.

Definición (Especificación) de un problema

► *Sobre los requiere*

- Describen todas las condiciones y posibles valores o casuísticas de los parámetros de entrada.
- Puede haber más de un requiere (recomendamos una condición por renglón). Se asume que valen todos juntos (es una conjunción).
- Evitar contradicciones (un requiere no debería contradecir a otro).

► *Sobre los asegura*

- Describen todas las condiciones y posibles valores o casuísticas de los parámetros de salida y entrada/salida en función de los parámetros de entrada.
- Puede haber más de un asegura (recomendamos una condición por renglón). Se asume que valen todos juntos (es una conjunción).
- Evitar contradicciones (un asegura no debería contradecir a otro).

¿Cómo contradicciones?

```
problema soyContradictorio( $x : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$ {  
  requiere esMayor:  $\{x > 0\}$   
  requiere esMenor:  $\{x < 0\}$   
  asegura esElSiguiente:  $\{res + 1 = x\}$   
  asegura esElAnterior:  $\{res - 1 = x\}$   
}
```

Ejemplos

problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {

Ejemplos

problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {
 requiere: $\{x \geq 0\}$ }

Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere:  $\{x \geq 0\}$   
  asegura:  $\{res * res = x \wedge res \geq 0\}$   
}
```

Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere:  $\{x \geq 0\}$   
  asegura:  $\{res * res = x \wedge res \geq 0\}$   
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {
```

Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere:  $\{x \geq 0\}$   
  asegura:  $\{res * res = x \wedge res \geq 0\}$   
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$ 
```

Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere:  $\{x \geq 0\}$   
  asegura:  $\{res * res = x \wedge res \geq 0\}$   
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$   
  asegura:  $\{res = x + y\}$   
}
```


Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere:  $\{x \geq 0\}$   
  asegura:  $\{res * res = x \wedge res \geq 0\}$   
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$   
  asegura:  $\{res = x + y\}$   
}
```

```
problema restar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {
```

Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere:  $\{x \geq 0\}$   
  asegura:  $\{res * res = x \wedge res \geq 0\}$   
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$   
  asegura:  $\{res = x + y\}$   
}
```

```
problema restar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$ 
```

Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere:  $\{x \geq 0\}$   
  asegura:  $\{res * res = x \wedge res \geq 0\}$   
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$   
  asegura:  $\{res = x + y\}$   
}
```

```
problema restar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$   
  asegura:  $\{res = x - y\}$   
}
```

Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere:  $\{x \geq 0\}$   
  asegura:  $\{res * res = x \wedge res \geq 0\}$   
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$   
  asegura:  $\{res = x + y\}$   
}
```

```
problema restar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$   
  asegura:  $\{res = x - y\}$   
}
```

```
problema cualquieramayor( $x : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {
```

Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere:  $\{x \geq 0\}$   
  asegura:  $\{res * res = x \wedge res \geq 0\}$   
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$   
  asegura:  $\{res = x + y\}$   
}
```

```
problema restar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$   
  asegura:  $\{res = x - y\}$   
}
```

```
problema cualquieramayor( $x : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere:  $\{True\}$ 
```

Ejemplos

problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {
 requiere: $\{x \geq 0\}$
 asegura: $\{res * res = x \wedge res \geq 0\}$
}

problema *sumar*($x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {
 requiere: $\{True\}$
 asegura: $\{res = x + y\}$
}

problema *restar*($x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {
 requiere: $\{True\}$
 asegura: $\{res = x - y\}$
}

problema *cualquieramayor*($x : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {
 requiere: $\{True\}$
 asegura: $\{res > x\}$
}

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {
 requiere: { x debe ser mayor o igual que 0}}

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {
 requiere: { x debe ser mayor o igual que 0}
 asegura: { res debe ser mayor o igual que 0}}

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere: { $x$  debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res elevado al cuadrado será  $x$ }  
}
```

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere: { $x$  debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res elevado al cuadrado será  $x$ }  
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {
```

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere: { $x$  debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res elevado al cuadrado será  $x$ }  
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere: {—}  
}
```

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere: { $x$  debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res elevado al cuadrado será  $x$ }  
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere: {—}  
  asegura: {res es la suma de  $x$  e  $y$ }  
}
```

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere: { $x$  debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res elevado al cuadrado será  $x$ }  
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere: {—}  
  asegura: {res es la suma de  $x$  e  $y$ }  
}
```

```
problema restar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {
```

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere: { $x$  debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res elevado al cuadrado será  $x$ }  
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere: {—}  
  asegura: {res es la suma de  $x$  e  $y$ }  
}
```

```
problema restar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere: {Siempre cumplen}
```

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

```
problema raizCuadrada( $x : \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
  requiere: { $x$  debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res debe ser mayor o igual que 0}  
  asegura: {res elevado al cuadrado será  $x$ }  
}
```

```
problema sumar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere: {—}  
  asegura: {res es la suma de  $x$  e  $y$ }  
}
```

```
problema restar( $x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere: {Siempre cumplen}  
  asegura: {res es la resta de  $x$  menos  $y$ }  
}
```


¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {
 requiere: { x debe ser mayor o igual que 0}
 asegura: {*res* debe ser mayor o igual que 0}
 asegura: {*res* elevado al cuadrado será x }
}

problema *sumar*($x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {
 requiere: {—}
 asegura: {*res* es la suma de x e y }
}

problema *restar*($x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {
 requiere: {Siempre cumplen}
 asegura: {*res* es la resta de x menos y }
}

problema *cualquieramayor*($x : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {
 requiere: { x debe ser mayor o igual que 0}
 asegura: {*res* debe ser mayor o igual que 0}
 asegura: {*res* elevado al cuadrado será x }
}

problema *sumar*($x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {
 requiere: {—}
 asegura: {*res* es la suma de x e y }
}

problema *restar*($x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {
 requiere: {Siempre cumplen}
 asegura: {*res* es la resta de x menos y }
}

problema *cualquieramayor*($x : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {
 requiere: {Vale para cualquier valor posible de x }

¿Por qué nuestro lenguaje será semiformal?: Ejemplos

problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {
 requiere: { x debe ser mayor o igual que 0}
 asegura: {*res* debe ser mayor o igual que 0}
 asegura: {*res* elevado al cuadrado será x }
}

problema *sumar*($x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {
 requiere: {—}
 asegura: {*res* es la suma de x e y }
}

problema *restar*($x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {
 requiere: {Siempre cumplen}
 asegura: {*res* es la resta de x menos y }
}

problema *cualquieramayor*($x : \mathbb{Z}$) : \mathbb{Z} {
 requiere: {Vale para cualquier valor posible de x }
 asegura: {*res* debe tener cualquier valor mayor a x }
}

El contrato

- **Contrato:** *El programador escribe un programa P tal que si el usuario suministra datos que hacen verdadera la precondition, entonces P termina en una cantidad finita de pasos retornando un valor que hace verdadera la postcondición.*

El contrato

- ▶ **Contrato:** *El programador escribe un programa P tal que si el usuario suministra datos que hacen verdadera la precondition, entonces P termina en una cantidad finita de pasos retornando un valor que hace verdadera la postcondición.*
- ▶ El programa P es **correcto** para la especificación dada por la precondition y la postcondición exactamente cuando se cumple el contrato.

El contrato

- ▶ **Contrato:** *El programador escribe un programa P tal que si el usuario suministra datos que hacen verdadera la precondition, entonces P termina en una cantidad finita de pasos retornando un valor que hace verdadera la postcondición.*
- ▶ El programa P es **correcto** para la especificación dada por la precondition y la postcondición exactamente cuando se cumple el contrato.
- ▶ Si el usuario no cumple la precondition y P se cuelga o no cumple la poscondición...
 - ▶ ¿El usuario tiene derecho a quejarse?
 - ▶ ¿Se cumple el contrato?

El contrato

- ▶ **Contrato:** *El programador escribe un programa P tal que si el usuario suministra datos que hacen verdadera la precondición, entonces P termina en una cantidad finita de pasos retornando un valor que hace verdadera la postcondición.*
- ▶ El programa P es **correcto** para la especificación dada por la precondición y la postcondición exactamente cuando se cumple el contrato.
- ▶ Si el usuario no cumple la precondición y P se cuelga o no cumple la poscondición...
 - ▶ ¿El usuario tiene derecho a quejarse?
 - ▶ ¿Se cumple el contrato?
- ▶ Si el usuario cumple la precondición y P se cuelga o no cumple la poscondición...
 - ▶ ¿El usuario tiene derecho a quejarse?
 - ▶ ¿Se cumple el contrato?

Interpretando una especificación

► problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {

Interpretando una especificación

- ▶ problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {
 requiere: { x debe ser mayor o igual que 0}}

Interpretando una especificación

- problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {
 requiere: { x debe ser mayor o igual que 0}
 asegura: { res debe ser mayor o igual que 0}}

Interpretando una especificación

- problema *raizCuadrada*($x : \mathbb{R}$) : \mathbb{R} {
 requiere: { x debe ser mayor o igual que 0}
 asegura: {*res* debe ser mayor o igual que 0}
 asegura: {*res* elevado al cuadrado será x }
}

Interpretando una especificación

- ▶ problema $raizCuadrada(x : \mathbb{R}) : \mathbb{R} \{$
 - requiere: $\{x \text{ debe ser mayor o igual que } 0\}$
 - asegura: $\{res \text{ debe ser mayor o igual que } 0\}$
 - asegura: $\{res \text{ elevado al cuadrado será } x\}$ $\}$
- ▶ ¿Qué significa esta especificación?

Interpretando una especificación

- ▶ problema $raizCuadrada(x : \mathbb{R}) : \mathbb{R} \{$
 - requiere: $\{x \text{ debe ser mayor o igual que } 0\}$
 - asegura: $\{res \text{ debe ser mayor o igual que } 0\}$
 - asegura: $\{res \text{ elevado al cuadrado será } x\}$ $\}$
- ▶ ¿Qué significa esta especificación?
- ▶ Se especifica que si el programa `raizCuadrada` se comienza a ejecutar en un estado que cumple $x \geq 0$, entonces el programa **termina** y el estado final cumple $res * res = x$ y $res \geq 0$.

Otro ejemplo

Dados dos enteros **dividendo** y **divisor**, obtener el cociente entero entre ellos.

Otro ejemplo

Dados dos enteros **dividendo** y **divisor**, obtener el cociente entero entre ellos.

```
problema cociente(dividendo :  $\mathbb{Z}$ , divisor :  $\mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
  requiere: {divisor > 0}  
  asegura: {res * divisor ≤ dividendo}  
  asegura: {(res + 1) * divisor > dividendo}  
}
```

Otro ejemplo

Dados dos enteros **dividendo** y **divisor**, obtener el cociente entero entre ellos.

problema *cociente*(*dividendo* : \mathbb{Z} , *divisor* : \mathbb{Z}) : \mathbb{Z} {
 requiere: {*divisor* > 0}
 asegura: {*res* * *divisor* ≤ *dividendo*}
 asegura: {(*res* + 1) * *divisor* > *dividendo*}
}

Qué sucede si ejecutamos con ...

- *dividendo* = 1 y *divisor* = 0?

Otro ejemplo

Dados dos enteros **dividendo** y **divisor**, obtener el cociente entero entre ellos.

problema *cociente*(*dividendo* : \mathbb{Z} , *divisor* : \mathbb{Z}) : \mathbb{Z} {
 requiere: {*divisor* > 0}
 asegura: {*res* * *divisor* ≤ *dividendo*}
 asegura: {(*res* + 1) * *divisor* > *dividendo*}
}

Qué sucede si ejecutamos con ...

- ▶ *dividendo* = 1 y *divisor* = 0?
- ▶ *dividendo* = -4 y *divisor* = -2, y obtenemos *res* = 2?

Otro ejemplo

Dados dos enteros **dividendo** y **divisor**, obtener el cociente entero entre ellos.

problema *cociente*(*dividendo* : \mathbb{Z} , *divisor* : \mathbb{Z}) : \mathbb{Z} {
 requiere: {*divisor* > 0}
 asegura: {*res* * *divisor* ≤ *dividendo*}
 asegura: {(*res* + 1) * *divisor* > *dividendo*}
}

Qué sucede si ejecutamos con ...

- ▶ *dividendo* = 1 y *divisor* = 0?
- ▶ *dividendo* = -4 y *divisor* = -2, y obtenemos *res* = 2?
- ▶ *dividendo* = -4 y *divisor* = -2, y obtenemos *res* = 0?

Otro ejemplo

Dados dos enteros **dividendo** y **divisor**, obtener el cociente entero entre ellos.

problema *cociente*(*dividendo* : \mathbb{Z} , *divisor* : \mathbb{Z}) : \mathbb{Z} {
 requiere: {*divisor* > 0}
 asegura: {*res* * *divisor* ≤ *dividendo*}
 asegura: {(*res* + 1) * *divisor* > *dividendo*}
}

Qué sucede si ejecutamos con ...

- ▶ *dividendo* = 1 y *divisor* = 0?
- ▶ *dividendo* = -4 y *divisor* = -2, y obtenemos *res* = 2?
- ▶ *dividendo* = -4 y *divisor* = -2, y obtenemos *res* = 0?
- ▶ *dividendo* = 4 y *divisor* = -2, y el programa no termina?

Tipos de datos

- Un **tipo de datos** es un **conjunto de valores** (el conjunto base del tipo) provisto de una serie de **operaciones** que involucran a esos valores.

Tipos de datos

- ▶ Un **tipo de datos** es un **conjunto de valores** (el conjunto base del tipo) provisto de una serie de **operaciones** que involucran a esos valores.
- ▶ Para hablar de un elemento de un tipo T en nuestro lenguaje, escribimos un **término** o **expresión**

Tipos de datos

- ▶ Un **tipo de datos** es un **conjunto de valores** (el conjunto base del tipo) provisto de una serie de **operaciones** que involucran a esos valores.
- ▶ Para hablar de un elemento de un tipo T en nuestro lenguaje, escribimos un **término** o **expresión**
 - ▶ Variable de tipo T

Tipos de datos

- ▶ Un **tipo de datos** es un **conjunto de valores** (el conjunto base del tipo) provisto de una serie de **operaciones** que involucran a esos valores.
- ▶ Para hablar de un elemento de un tipo T en nuestro lenguaje, escribimos un **término** o **expresión**
 - ▶ Variable de tipo T (ejemplos: x , y , z , etc)
 - ▶ Constante de tipo T

Tipos de datos

- ▶ Un **tipo de datos** es un **conjunto de valores** (el conjunto base del tipo) provisto de una serie de **operaciones** que involucran a esos valores.
- ▶ Para hablar de un elemento de un tipo T en nuestro lenguaje, escribimos un **término** o **expresión**
 - ▶ Variable de tipo T (ejemplos: x , y , z , etc)
 - ▶ Constante de tipo T (ejemplos: 1 , -1 , $\frac{1}{5}$, $'a'$, etc)
 - ▶ Función (operación) aplicada a otros términos (del tipo T o de otro tipo)

Tipos de datos

- ▶ Un **tipo de datos** es un **conjunto de valores** (el conjunto base del tipo) provisto de una serie de **operaciones** que involucran a esos valores.
- ▶ Para hablar de un elemento de un tipo T en nuestro lenguaje, escribimos un **término** o **expresión**
 - ▶ Variable de tipo T (ejemplos: x , y , z , etc)
 - ▶ Constante de tipo T (ejemplos: 1 , -1 , $\frac{1}{5}$, 'a', etc)
 - ▶ Función (operación) aplicada a otros términos (del tipo T o de otro tipo)
- ▶ Todos los tipos tienen un elemento distinguido: \perp o Indef

Tipos de datos de nuestro lenguaje de especificación

► Básicos

- Enteros (\mathbb{Z})
- Reales (\mathbb{R})
- Booleanos (Bool)
- Caracteres (Char)

► Enumerados

► Uplas

► Secuencias

Tipo \mathbb{Z} (números enteros)

- ▶ Su **conjunto base** son los números enteros.

Tipo \mathbb{Z} (números enteros)

- ▶ Su **conjunto base** son los números enteros.
- ▶ Constantes: 0 ; 1 ; -1 ; 2 ; -2 ; ...

Tipo \mathbb{Z} (números enteros)

- ▶ Su **conjunto base** son los números enteros.
- ▶ Constantes: 0 ; 1 ; -1 ; 2 ; -2 ; ...
- ▶ Operaciones aritméticas:
 - ▶ $a + b$ (suma); $a - b$ (resta); $\text{abs}(a)$ (valor absoluto)
 - ▶ $a * b$ (multiplicación); $a \text{ div } b$ (división entera);
 - ▶ $a \bmod b$ (resto de dividir a por b), a^b o $\text{pot}(a,b)$ (potencia)
 - ▶ a / b (división, da un valor de \mathbb{R})

Tipo \mathbb{Z} (números enteros)

- ▶ Su conjunto base son los números enteros.
- ▶ Constantes: 0 ; 1 ; -1 ; 2 ; -2 ; ...
- ▶ Operaciones aritméticas:
 - ▶ $a + b$ (suma); $a - b$ (resta); $\text{abs}(a)$ (valor absoluto)
 - ▶ $a * b$ (multiplicación); $a \text{ div } b$ (división entera);
 - ▶ $a \bmod b$ (resto de dividir a por b), a^b o $\text{pot}(a,b)$ (potencia)
 - ▶ a / b (división, da un valor de \mathbb{R})
- ▶ Fórmulas que comparan términos de tipo \mathbb{Z} :
 - ▶ $a < b$ (menor)
 - ▶ $a \leq b$ o $a \leq b$ (menor o igual)
 - ▶ $a > b$ (mayor)
 - ▶ $a \geq b$ o $a \geq b$ (mayor o igual)
 - ▶ $a = b$ (iguales)
 - ▶ $a \neq b$ (distintos)

Tipo \mathbb{R} (números reales)

- Su conjunto base son los números reales.

Tipo \mathbb{R} (números reales)

- ▶ Su conjunto base son los números reales.
- ▶ Constantes: 0 ; 1 ; -7 ; 81 ; $7,4552$; $\pi \dots$

Tipo \mathbb{R} (números reales)

- ▶ Su conjunto base son los números reales.
- ▶ Constantes: 0 ; 1 ; -7 ; 81 ; $7,4552$; $\pi \dots$
- ▶ Operaciones aritméticas:
 - ▶ Suma, resta y producto (pero no div y mod)
 - ▶ a/b (división)
 - ▶ $\log_b(a)$ (logaritmo)
 - ▶ Funciones trigonométricas

Tipo \mathbb{R} (números reales)

- ▶ Su conjunto base son los números reales.
- ▶ Constantes: 0 ; 1 ; -7 ; 81 ; 7,4552 ; $\pi \dots$
- ▶ Operaciones aritméticas:
 - ▶ Suma, resta y producto (pero no div y mod)
 - ▶ a/b (división)
 - ▶ $\log_b(a)$ (logaritmo)
 - ▶ Funciones trigonométricas
- ▶ Fórmulas que comparan términos de tipo \mathbb{R} :
 - ▶ $a < b$ (menor)
 - ▶ $a \leq b$ o $a \leq b$ (menor o igual)
 - ▶ $a > b$ (mayor)
 - ▶ $a \geq b$ o $a \geq b$ (mayor o igual)
 - ▶ $a = b$ (iguales)
 - ▶ $a \neq b$ (distintos)

Tipo Bool (valor de verdad)

- ▶ Su conjunto base es $\mathbb{B} = \{\mathbf{true}, \mathbf{false}\}$.
- ▶ Conectivos lógicos: `!`, `&&`, `||`, con la semántica bi-valuada estándar.

Tipo Bool (valor de verdad)

- ▶ Su conjunto base es $\mathbb{B} = \{\mathbf{true}, \mathbf{false}\}$.
- ▶ Conectivos lógicos: $!$, $\&\&$, $||$, con la semántica bi-valuada estándar.
- ▶ Fórmulas que comparan términos de tipo Bool:
 - ▶ $a = b$
 - ▶ $a \neq b$ (se puese escribir $a != b$)

Tipo Char (caracteres)

- ▶ Sus elementos son las letras, dígitos y símbolos.

Tipo Char (caracteres)

- ▶ Sus elementos son las letras, dígitos y símbolos.
- ▶ Constantes: `'a'`, `'b'`, `'c'`, ..., `'z'`, ..., `'A'`, `'B'`, `'C'`, ..., `'Z'`, ..., `'0'`, `'1'`, `'2'`, ..., `'9'` (en el orden dado por el estándar ASCII).

Tipo Char (caracteres)

- ▶ Sus elementos son las letras, dígitos y símbolos.
- ▶ Constantes: `'a'`, `'b'`, `'c'`, ..., `'z'`, ..., `'A'`, `'B'`, `'C'`, ..., `'Z'`, ..., `'0'`, `'1'`, `'2'`, ..., `'9'` (en el orden dado por el estándar ASCII).
- ▶ Función `ord`, que numera los caracteres, con las siguientes propiedades:
 - ▶ $\text{ord}('a') + 1 = \text{ord}('b')$
 - ▶ $\text{ord}('A') + 1 = \text{ord}('B')$
 - ▶ $\text{ord}('1') + 1 = \text{ord}('2')$

Tipo Char (caracteres)

- ▶ Sus elementos son las letras, dígitos y símbolos.
- ▶ Constantes: `'a'`, `'b'`, `'c'`, ..., `'z'`, ..., `'A'`, `'B'`, `'C'`, ..., `'Z'`, ..., `'0'`, `'1'`, `'2'`, ..., `'9'` (en el orden dado por el estándar ASCII).
- ▶ Función `ord`, que numera los caracteres, con las siguientes propiedades:
 - ▶ $\text{ord}('a') + 1 = \text{ord}('b')$
 - ▶ $\text{ord}('A') + 1 = \text{ord}('B')$
 - ▶ $\text{ord}('1') + 1 = \text{ord}('2')$
- ▶ Función `char`, de modo tal que si `c` es cualquier char entonces $\text{char}(\text{ord}(c)) = c$.

Tipo Char (caracteres)

- ▶ Sus elementos son las letras, dígitos y símbolos.
- ▶ Constantes: 'a', 'b', 'c', ..., 'z', ..., 'A', 'B', 'C', ..., 'Z', ..., '0', '1', '2', ..., '9' (en el orden dado por el estándar ASCII).
- ▶ Función ord, que numera los caracteres, con las siguientes propiedades:
 - ▶ $\text{ord}('a') + 1 = \text{ord}('b')$
 - ▶ $\text{ord}('A') + 1 = \text{ord}('B')$
 - ▶ $\text{ord}('1') + 1 = \text{ord}('2')$
- ▶ Función char, de modo tal que si c es cualquier char entonces $\text{char}(\text{ord}(c)) = c$.
- ▶ Las comparaciones entre caracteres son comparaciones entre sus órdenes, de modo tal que $a < b$ es equivalente a $\text{ord}(a) < \text{ord}(b)$.

Tipos enumerados

- Cantidad finita de elementos.
Cada uno, denotado por una constante.

enum Nombre { constantes }

Tipos enumerados

- ▶ Cantidad finita de elementos.
Cada uno, denotado por una constante.

enum Nombre { constantes }

- ▶ *Nombre* (del tipo): tiene que ser nuevo.
- ▶ *Constantes*: nombres nuevos separados por comas.
- ▶ Convención: todos en mayúsculas.

Tipos enumerados

- ▶ Cantidad finita de elementos.
Cada uno, denotado por una constante.

```
enum Nombre { constantes }
```

- ▶ *Nombre* (del tipo): tiene que ser nuevo.
- ▶ *Constantes*: nombres nuevos separados por comas.
- ▶ *Convención*: todos en mayúsculas.
- ▶ `ord(a)` da la posición del elemento en la definición (empezando de 0).
- ▶ *Inversa*: se usa el nombre del tipo funciona como inversa de `ord`.

Ejemplo de tipo enumerado

Definimos el tipo Día así:

```
enum Día {  
    LUN, MAR, MIER, JUE, VIE, SAB, DOM  
}
```

Valen:

► `ord(LUN) =`

Ejemplo de tipo enumerado

Definimos el tipo Día así:

```
enum Día {  
    LUN, MAR, MIER, JUE, VIE, SAB, DOM  
}
```

Valen:

- ▶ $\text{ord}(\text{LUN}) = 0$
- ▶ $\text{Día}(2) =$

Ejemplo de tipo enumerado

Definimos el tipo Día así:

```
enum Día {  
    LUN, MAR, MIER, JUE, VIE, SAB, DOM  
}
```

Valen:

- ▶ $\text{ord}(\text{LUN}) = 0$
- ▶ $\text{Día}(2) = \text{MIE}$
- ▶ $\text{JUE} <$

Ejemplo de tipo enumerado

Definimos el tipo Día así:

```
enum Día {  
    LUN, MAR, MIER, JUE, VIE, SAB, DOM  
}
```

Valen:

- ▶ $\text{ord}(\text{LUN}) = 0$
- ▶ $\text{Día}(2) = \text{MIE}$
- ▶ $\text{JUE} < \text{VIE}$