

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО  
Факультет Программной инженерии и компьютерных технологий  
Направление: Нейротехнологии и программная инженерия

Дисциплина: Вычислительная математика  
Лабораторная работа № 5  
“Модифицированный метод Эйлера”

Выполнил студент  
Рязанов Демид Витальевич  
Группа Р3221  
Преподаватель: Перл Ольга Вячеславовна

г. Санкт-Петербург  
2024

## Содержание

Описание метода.....	3
Блок-схема.....	4
Исходный код.....	6
Примеры работы.....	7
Вывод.....	9

## Описание метода

Метод предназначен для приближенного нахождения частных решений ДУ первого порядка  $y' = f(x; y)$ , соответствующих начальному условию  $f(x_0) = y_0$ . Метод основан на аппроксимации интегральной кривой ломаной линией.

Алгоритм:

1) Задать  $h$  – длину шага,  $\epsilon$  – максимальную разницу между предиктором и корректором,  $[a, b]$  – интервал,  $y_a$  – начальное условие  $f(a) = y_a$ .

2)  $x_0 = a$ ,  $y_0 = y_a$

3) Посчитать предиктор -  $\widetilde{y}_{i+1} = y_i + h * f(x_i, y_i)$ ,

и корректор –  $y_{i+1} = y_i + \frac{h * (f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, \widetilde{y}_{i+1}))}{2}$ , где  $x_{i+1} = x_i + h$

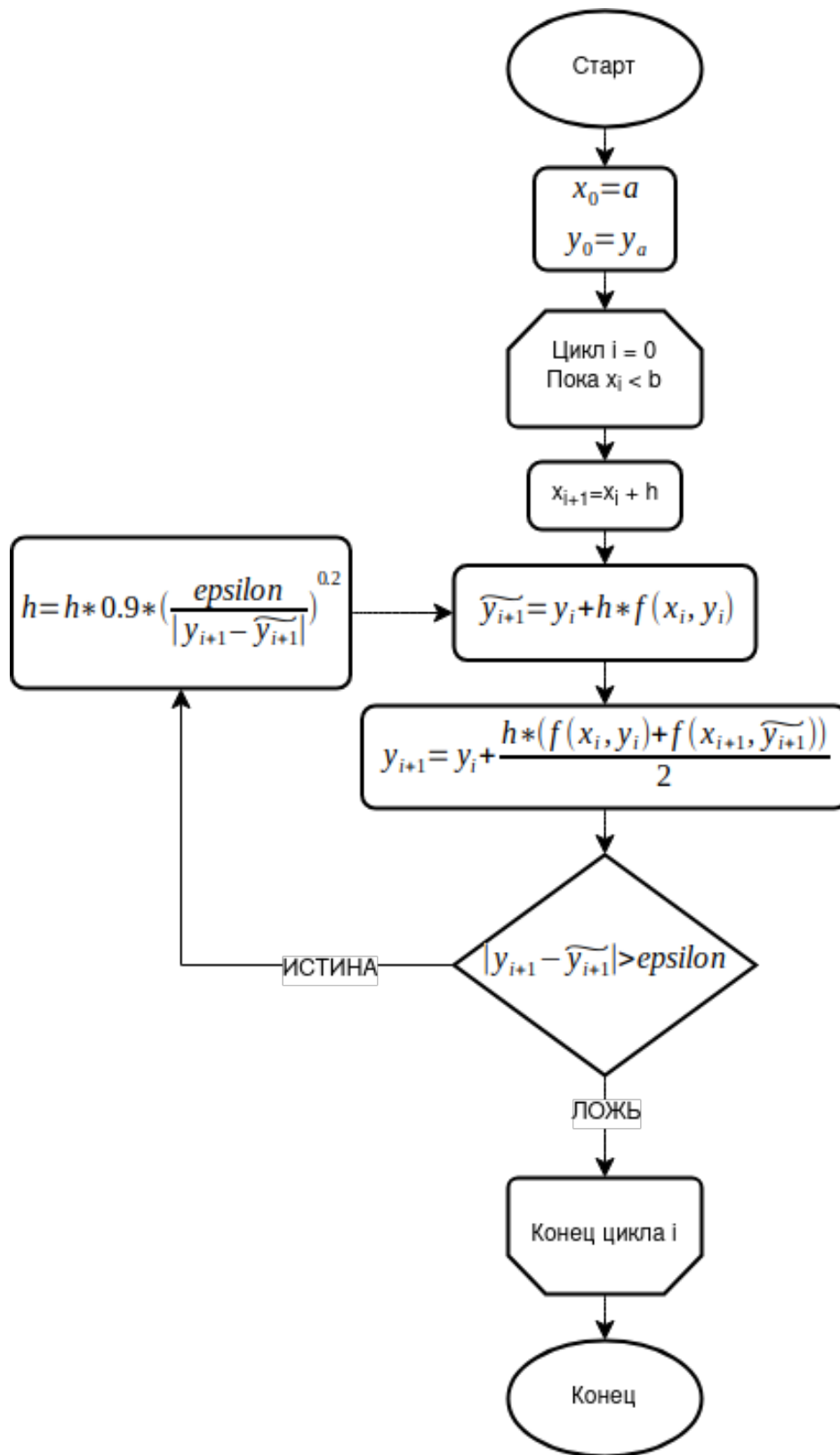
4) Если разница между ними больше  $\epsilon$ ,

то  $h = h * 0.9 * \left( \frac{\epsilon}{|y_{i+1} - \widetilde{y}_{i+1}|} \right)^{0.2}$ , вернуться к шагу 3

5) Пока  $x < b$  повторять шаги 2 – 4

6) Ответ  $y_b$

## Блок-схема



## Исходный код

```
def solveByEulerImproved(f, epsilon, a, y_a, b):  
    function = Result.get_function(f)  
    h = 0.1  
    x = a  
    y = y_a  
  
    while x < b:  
        prev_y = y + h * function(x, y)  
        corrected_y = y + h / 2 * (function(x, y) + function(x + h, prev_y))  
  
        if abs(prev_y - corrected_y) < epsilon:  
            y = corrected_y  
            x += h  
  
        h *= 0.9 * pow(epsilon / abs(prev_y - corrected_y), 0.2)  
  
        # корректировка h перед последней итерацией  
        if x + h > b:  
            h = b - x  
  
    return y
```

## Примеры работы

### Пример 1

Ввод	Вывод
1	3.5091371895483694
0.1	
1	
2	
3	

### Пример 2

Ввод	Вывод
3	469.0661413837314
0.01	
-1	
3	
4	

### Пример 3

Ввод	Вывод
4	2975.897708409303
0.0001	
-4	
4	
4	

#### Пример 4

Ввод	Вывод
3	3.0
0.01	
3	
3	
3	

#### Пример 5

Ввод	Вывод
2	762.2621319845667
0.0001	
2	
4	
5	

## Вывод

Модифицированный метод Эйлера является методом решения задачи Коши. Метод является модификацией простого метода Эйлера и относится к классу методов Рунге-Кутты. Является более точным по сравнению с обычным методом Эйлера, точность метода равна  $O^2(h)$ . Метод устойчив и подходит для решения “жестких систем” (нет резкого увеличения числа вычислений или погрешности, в зависимости от величины шага). В отличие от метода Адамса, модифицированный метод Эйлера использует для вычисления очередного значения только значение в предыдущей точке, что позволяет сэкономить память при вычислениях на компьютере. Алгоритмическая сложность метода линейная и зависит от длины интервала  $[a; b]$  и длины шага  $h$ .