

# I: Introduction aux réseaux et à leur analyse

Formation Analyse des réseaux  
MIREs

# Outline

1 Premiers exemples et terminologie

2 Représentation des réseaux

3 Statistiques résumées simples

4 Covariables

# Données relationnelles



Les réseaux peuvent représenter des

- relations sociales (amitié, connaissance, professionnelles),
- échanges,
- inventaires,
- ...

Les réseaux peuvent être ou non bipartites : les interactions peuvent avoir lieu exclusivement entre des nœuds appartenant à deux groupes fonctionnels différents.

# Terminologie

Un réseau est constitué de :

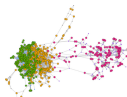
- nœuds / sommets qui représentent des individus / acteurs qui interagissent ou non,
- liens / arêtes / connexions qui représentent les interactions entre les paires de nœuds (dyad).

Un réseau peut être

- dirigé / orienté (e.g. échange),
- symétrique / non-dirigé (e.g. amitié),
- avec ou sans boucle.

Cette distinction a un sens uniquement pour les réseaux simples (pas bipartite).

# Données disponibles et but



## Données :

- Le réseau est fourni par :
  - une matrice d'adjacence (réseau simple) ou une matrice d'incidence (réseau bipartite),
  - une liste de dyades connectés (c'est-à-dire toutes les arêtes). Il est sous-entendu que les dyades non mentionnés ne sont pas connectées...
- des covariables additionnelles sur les nœuds ou sur les dyades.

## Buts :

- Révéler / décrire / modéliser la topologie du réseau.
- Découvrir des structures d'interactions particulières entre des sous-parties du réseau.
- Comprendre l'hétérogénéité du réseau.
- Pas d'inférer le réseau !

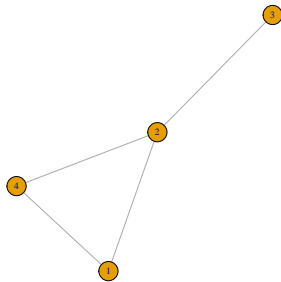
## Représentation du réseau

Matrice d'adjacence :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Liste d'arêtes (si  
dirigé attention à  
l'ordre...)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \\ 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$



- $n$  lignes et  $n$  colonnes,
- réseau non dirigé = matrice d'adjacence symétrique.

# Réseau bipartite

## Matrice d'incidence

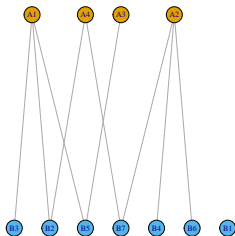
$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Liste d'arêtes :

$$\begin{pmatrix} A1 & B2 \\ A1 & B3 \\ A1 & B5 \\ A2 & B4 \\ A2 & B6 \\ A2 & B7 \\ A3 & B5 \\ A4 & B2 \\ A4 & B7 \end{pmatrix}$$

- n lignes et m colonnes, matrice rectangulaire.
- matrice d'adjacence correspondante  $(n + m) \times (n + m)$  :

$$\begin{pmatrix} 0 & X \\ X^T & 0 \end{pmatrix}$$



# Outline

1 Premiers exemples et terminologie

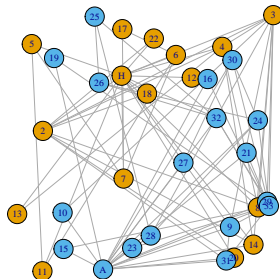
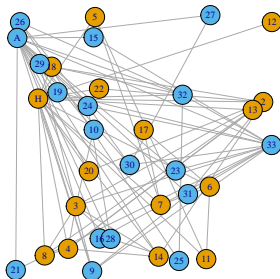
2 **Représentation des réseaux**

3 Statistiques résumées simples

4 Covariables

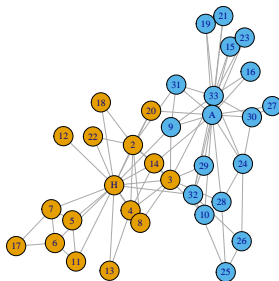
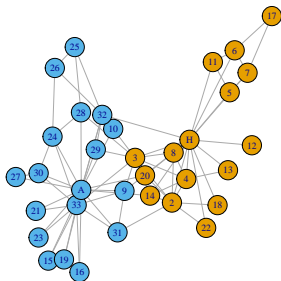


## Différentes représentations possibles : au hasard



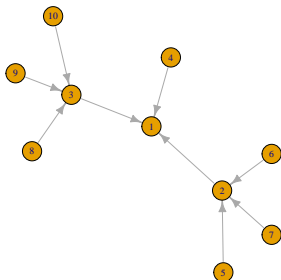
## Fruchterman–Reingold

Arêtes de longueurs à peu près égales et peu de croisement. Mais représentations différentes à chaque appel.

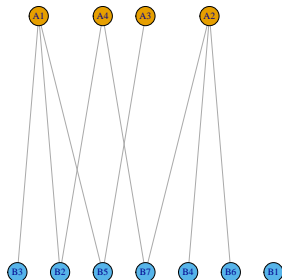


## Autres représentations

Graphe dirigé



Graphe bipartite



# Outline

- 1 Premiers exemples et terminologie
- 2 Représentation des réseaux
- 3 Statistiques résumées simples**
- 4 Covariables

## Quelques statistiques résumées simples

- Degrés, sortant ou entrant si dirigés :

$$\vec{D}_i = \sum_j x_{ij}$$

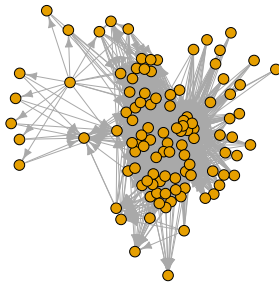
$$\overleftarrow{D}_j = \sum_i x_{ij}$$

- Nestedness : si les nœuds de plus petit degré se connectent aux nœuds de plus haut degré, [Rodríguez-Gironés & Santamaria \(2006\)](#)
- Centralité (betweenness) : pour un nœud, nombres de chemins les plus courts entre n'importe quelle paire de nœuds passant par ce nœud. [Freeman \(1979\)](#)
- Modularité : mesure pour une partition de sa tendance à favoriser l'intra-connexion par rapport à l'inter-connexion.  $\Rightarrow$  Recherche de la meilleure partition. [Clauset, Newman & Moore \(2004\)](#)

Critères à adapter aux

- réseaux dirigés,
- réseaux bipartites.

## Example Chilean food web

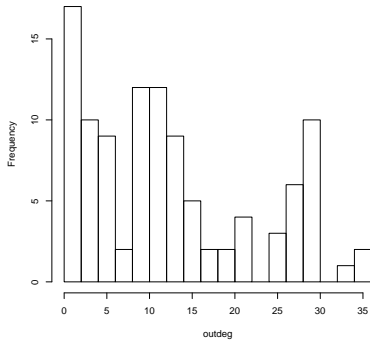


- $n = 106$  espèces / nœuds,
- densité : 12.1%.

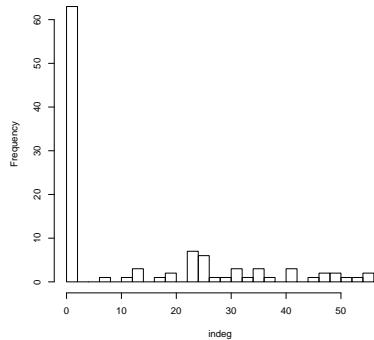
Kéfi, Miele, Wieters, Navarrete & Berlow (2016)

# Distribution des degrés

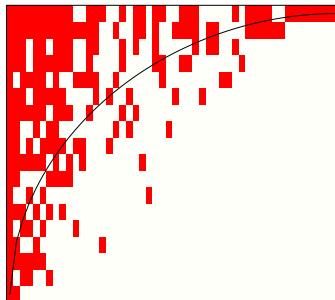
Histogram of outdeg



Histogram of indeg



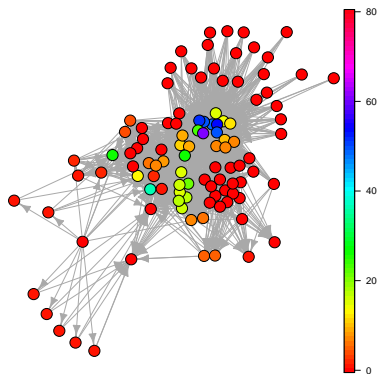
## Nestedness



- plus généralement sur les graphes bipartites,
- ce réseau est trouvé emboîté.

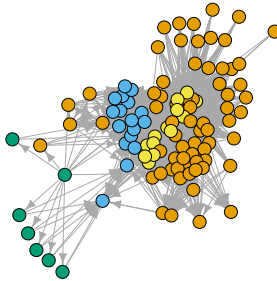


## Centralité (Betweenness)



Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
0.000	0.000	0.000	6.604	6.929	59.570

# Modularité



1	2	3	4
69	17	7	13

- modularité très faible.

# Outline

- 1 Premiers exemples et terminologie
- 2 Représentation des réseaux
- 3 Statistiques résumées simples
- 4 Covariables**

# Covariables

## ■ Nœuds

- catégorielle : ethnie, village...
- quantitative : âge, surface cultivée...

## ■ Dyad

- à partir des covariables sur les nœuds : différence d'âge, âge du donneur ou âge du receveur,
- distance géographique entre les exploitations.