

## Univerzitet u Sarajevu Elektrotehnički fakultet Odsjek za Automatiku i elektroniku

# DAE problem Rješavanje sistema sa 3 generatora i 9 čvorova uz Model solver

#### Jumna Alić, Demir Hasičić

Predmet: Strukture i režimi rada elektroenergetskih sistema Mentor: R. prof. dr. Izudin Džafić, dipl. ing. el.

## Sadržaj

1	Uvod	2
2	Opis problema2.1 DAE Model2.2 Model Solver	<b>3</b> 3
3	Sistem sa 3 mašine i 9 čvorova	4
4	Analiza tokova snaga sistema	9
5	Određivanje početnih uslova sistema	10
6	Simulacija sistema pomoću Model Solver-a	15
7	Analiza dobivenih signala	17
8	Zaključak	22

#### 1 Uvod

Dinamička analiza elektroenergetskih sistema predstavlja ključnu disciplinu u oblasti elektroenergetskog inženjeringa, koja ima za cilj razumijevanje i upravljanje dinamičkim ponašanjem elektroenergetskih mreža tokom vremenskih promjena. Ova analiza je od presudnog značaja za siguran, pouzdan i efikasan rad elektroenergetskih sistema.

Dinamička analiza obuhvata nekoliko ključnih aspekata, uključujući:

- Modeliranje komponenata Odnosi se na stvaranje matematičkih modela za generatore, prenosne linije i druge komponente elektroenergetskog sistema. Ti modeli opisuju dinamičko ponašanje komponenata tokom promjena u sistemu.
- Analizu stabilnosti Dinamička analiza uključuje studije stabilnosti koje procjenjuju kako će se sistem ponašati u slučaju poremećaja. To obuhvata analizu oscilacija i reakciju sistema na iznenadne promjene opterećenja ili gubitka komponenata..
- Reakcije na kratke spojeve Dinamička analiza uključuje analizu ponašanja sistema tokom kratkog spoja. To je važno jer kratki spojevi mogu uzrokovati velike strujne udare i ozbiljna oštećenja opreme.
- Integraciju obnovljivih izvora energije Sa sve većim uvođenjem obnovljivih izvora energije, dinamička analiza je ključna za integrisanje ovih izvora u postojeće elektroenergetske mreže.
- Planiranje i razvoj sistema Dinamička analiza igra ključnu ulogu u planiranju budućih elektroenergetskih sistema. Omogućava identifikaciju potreba za dodatnim kapacitetom, promjenama u mrežnoj topologiji i investicijama u infrastrukturu.

## 2 Opis problema

#### 2.1 DAE Model

Mnogi problemi koji se odnose na rad i kontrolu elektroenergetskih sistema zahtijevaju interaktivna rješenja velikih skupova jednačina koje predstavljaju komponente sistema.

DAE analize sistema (engl. Differential-Algebraic Equations) kombinuju diferencijalne i algebarske jednačine kako bi opisale ponašanje sistema koji uključuje komponente sa dinamičkim i statičkim karakteristikama.

Električni sistemi često se modeliraju pomoću DAE modela kako bi se simulirao njihov rad i analizirale performanse.

Diferencijalne jednačine predstavljaju dinamiku rotirajućih mašina(strojeva), a algebarske jednačine predstavljaju i mrežu povezivanja i statorske komponente.

DAE modeli mogu biti složeni jer kombiniraju ove dvije vrste jednačina, a često se susreću u simulacijama dinamičkih sistema gdje postoje ograničenja koja moraju biti zadovoljena. Rješenje DAE modela uključuje pronalaženje vrijednosti varijabli koje zadovoljavaju sve diferencijalne i algebarske jednačine istovremeno.

U nastavku će biti razmotrena primjena DAE modela kao tehnike u svrhu dinamičkog modeliranja i simulacije elektroenergetskog sistema sa više mašina.

Razmatrat će se tehnike simulacije za složeni elektroenergetski sistem sa više generatorskih mašina.

Cilj je sistematski izvesti matematički model ovog sistema u obliku diferencijalno-algebarskih jednačina.

#### 2.2 Model Solver

Za simulaciju elektroenergetskog sistema sa više mašina bit će korišten Model Solver.

Prije simulacije sistema potrebno je odrediti jednačine koje ga opisuju.

Određuju se jednačine za tokove snaga i za početne uslove sistema, te diferencijalne i algebarske jednačine koje opisuju analizirani sistem.

Napisane jednačine se onda kodiraju u .xml dokumentu, a nakon toga se pokreće Model solver koji služi za simulaciju.

Za rješavanje ovog problema postoje različiti algoritmi, ali najčešće korišteni su SI i PE metod

SI metod diferencijalne jednačine koje su navedene "algebrizira" tako što koristi ili implicitnu eulerovu metodu ili trapezoidalnu integraciju.

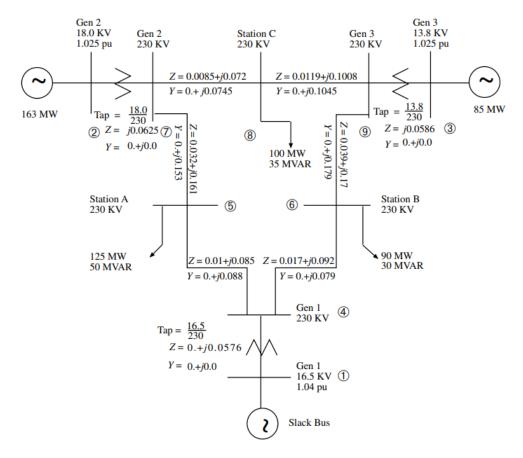
U ovom slučaju je korišten SI metod, koji koristi trapezoidalnu integraciju, koristeći Newton-ov metod u svakom time stepu te paralelno rješava algebarske i diferencijalne jednačine.

## 3 Sistem sa 3 mašine i 9 čvorova

Sistem sa 9 čvorova i 3 mašine je model elektroenergetskog sistema koji se koristi za proučavanje i analizu ponašanja električnih mreža.

Ovaj sistem se koristi u akademskom okruženju, istraživanju i inženjeringu kako bi se bolje razumjele karakteristike i izazovi stvarnih elektroenergetskih sistema.

Sistem ima ukupno devet čvorova. Svaki čvor predstavlja tačku u elektroenergetskoj mreži na kojoj su povezane različite komponente, kao što su generatori, potrošači ili prijenosne linije. U ovom sistemu postoje tri električne mašine ili generatora. Ovi generatori proizvode električnu energiju i ključni su za održavanje ravnoteže u elektroenergetskom sistemu.



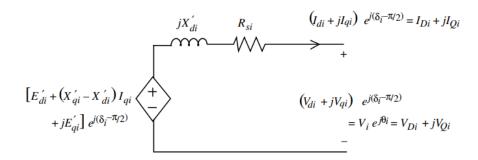
Slika 1: Šema sistema sa 3 mašine i 9 čvorova

Prilikom analize koristi se dvosmjerni model mašine bez zasićenja uz zanemarivanje statorskih i mrežnih tranzijenata.

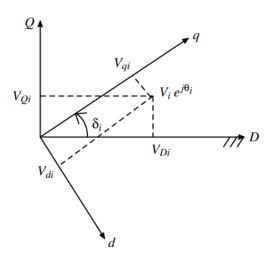
Dvosmjerni model je matematički model koji se koristi za opisivanje dinamičkog ponašanja mašina u elektroenergetskim sistemima. Ovaj model omogućava pojednostavljeno modeliranje elektromagnetskih i mehaničkih svojstava mašine, čime se olakšava analiza dinamike mašine u različitim uvjetima, uključujući promjene opterećenja i kontrolu.

Ovaj model koristi dvije koordinate - koordinatni sistem "d" koji se okreće zajedno s rotorom mašine njegovom ugaonom brzinom, i stacionarni koordinatni sistem "q".

Za analizu ovog sistema, odabrana referentna snaga MVA je 100. Frekvencija sistema je 60Hz. Na sljedećim slikama su prikazani dinamički krug dvosmjernog modela sinhrone mašine i grafički prikaz dq koordinatnog sistema.



Slika 2: Dinamički krug dvosmjernog modela sinhrone mašine



Slika 3: Grafički prikaz dq koordinatnog sistema

U tabelama su predstavljeni parametri sistema koji se analizira.

Parametri	$\mathbf{M}/C_1$	$\mathbf{M}/C_2$	$\mathbf{M}/C_3$
H (secs)	23.64	6.4	3.01
$X_d$ (pu)	0.146	0.8958	1.3125
$X_d'$ (pu)	0.0608	0.1198	0.1813
$X_q$ (pu)	0.0969	0.8645	1.2578
$X_q'$ (pu)	0.0969	0.1969	0.25
$T'_{do}$ (sec)	8.96	6.0	5.89
$T_{qo}^{\prime\prime}$ (sec)	0.31	0.535	0.6

**Tabela 1:** Podaci za mašine (generatore)

Parametri	<b>Eksitator 1</b>	Eksitator 2	Eksitator 3
$K_{A}$	20	20	20
$T_A$ (sec)	0.2	0.2	0.2
$K_E$	1.0	1.0	1.0
$T_E$ (sec)	0.314	0.314	0.314
$K_F$	0.063	0.063	0.063
$T_F$ (sec)	0.35	0.35	0.35

Tabela 2: Podaci za eksitatore

Parametar  $K_A$  označava pojačanje pojačala, a parametar  $T_A$  vremensku konstanta pojačala.

$$S_{Ei}(E_{fdi}) = 0.0039e^{1.555E_{fdi}} \quad i = 1, 2, 3$$
 (1)

Kako bi se riješio DAE problem ovakvog sistema potrebno je kombinovati rješavanje diferencijalnih i algebarskih jednačina te naći rješenje koje će zadovoljiti obe jednačine.

Dakle, za sistem sa 3 generatora i 9 čvorova imat ćemo 21 diferencijalnu jednačinu.

Zatim statorske algebarske jednačine, po 2 jednačine za svaki generator, odnosno u ovom slučaju 6 jednačina.

Nakon toga, kompleksne algebarske jednačine za snage na generatoru i na loadu, po dvije jednačine za aktivnu i reaktivnu snagu, u ovom slučaju 18 jedinačina.

Navedene jednačine su prikazane na sljedećim slikama, respektivno.

#### 1. Differential Equations

$$T'_{doi} \frac{dE'_{qi}}{dt} = -E'_{qi} - (X_{di} - X'_{di})I_{di} + E_{fdi} \quad i = 1, \dots, m$$
 (7.1)

$$T'_{qoi} \frac{dE'_{di}}{dt} = -E'_{di} + (X_{qi} - X'_{qi})I_{qi} \qquad i = 1, \dots, m$$
 (7.2)

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_s \quad i = 1, \dots, m \tag{7.3}$$

$$\frac{2H_i}{\omega_s} \frac{d\omega_i}{dt} = T_{Mi} - E'_{di}I_{di} - E'_{qi}I_{qi} - (X'_{qi} - X'_{di})I_{di}I_{qi} - D_i(\omega_i - \omega_s) \quad i = 1, \dots, m$$
(7.4)

$$T_{Ei} \frac{dE_{fdi}}{dt} = -(K_{Ei} + S_{Ei}(E_{fdi}))E_{fdi} + V_{Ri} \ i = 1, \dots, m$$
 (7.5)

$$T_{Fi} \frac{dR_{fi}}{dt} = -R_{fi} + \frac{K_{Fi}}{T_{Fi}} E_{fdi} \qquad i = 1, \dots, m$$
 (7.6)

$$T_{Ai} \frac{dV_{Ri}}{dt} = -V_{Ri} + K_{Ai}R_{fi} - \frac{K_{Ai}K_{Fi}}{T_{Fi}}E_{fdi} + K_{Ai}(V_{refi} - V_i)$$

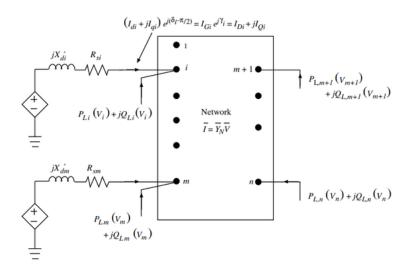
$$i = 1, \dots, m.$$
(7.7)

Slika 4: Diferencijalne jednačine sistema

#### (a) Stator algebraic equations

$$0 = V_{i}e^{j\theta_{i}} + (R_{si} + jX'_{di})(I_{di} + jI_{qi})e^{j(\delta_{i} - \frac{\pi}{2})}$$
$$-[E'_{di} + (X'_{qi} - X'_{di})I_{qi} + jE'_{qi}]e^{j(\delta_{i} - \frac{\pi}{2})}$$
$$i = 1, \dots, m.$$
(7.8)

Slika 5: Statorske algebarske jednačine



Slika 6: Jednačine mreže

#### Generator Buses

$$V_{i}e^{j\theta_{i}}(I_{di} - jI_{qi})e^{-j(\delta_{i} - \frac{\pi}{2})} + P_{Li}(V_{i}) + jQ_{Li}(V_{i}) = \sum_{k=1}^{n} V_{i}V_{k}Y_{ik}e^{j(\theta_{i} - \theta_{k} - \alpha_{ik})}$$

$$i = 1, \dots, m$$
(7.9)

Slika 7: Algebarske jednačine za snage na generatoru

#### Load Buses

$$P_{Li}(V_i) + jQ_{Li}(V_i) = \sum_{k=1}^{n} V_i V_k Y_{ik} e^{j(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})} \ i = m+1, \dots, n. \quad (7.10)$$

Slika 8: Algebarske jednačine za snage na loadu

Vidimo da na kraju imamo ukupno 45 jednačina, koje trebaju biti riješene. Ukoliko sa *x* označimo vektor stanja, imat ćemo:

$$x = [E'_{qi}, E'_{d1}, \delta_i, \omega_i, Efd_i, Rf_i, Vr_i]^T$$

Zatim, vektor izlaza y će biti:

$$y = [Id - q^T, V^T, \theta_i^T]$$

Gdje su:

$$Id - q = [Id_1, Iq_1, \dots, Id_m, Iq_m]^T$$

$$V = [V_1, V_2, V_3, \dots, V_n]^T$$

$$\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$$

U konačnici, sve ove jednačine možemo zapisati kao sistem diferencijalnih i algebarskih jednačina:

$$\dot{x} = f(x, y, u)$$

$$g(x,y) = 0$$

Gdje je vektor *u*:

$$u = [u_1, u_2, u_3, \dots, u_m]^T$$

A  $u_i$  je:

$$u_i = [\boldsymbol{\omega}_{\scriptscriptstyle S}, Tm_i]^T$$

## 4 Analiza tokova snaga sistema

Analiza tokova snaga je postupak koji se koristi u elektroenergetskim sistemima kako bi se proučili i razumjeli tokovi električne energije. Ova analiza omogućava inženjerima da bolje razumiju kako se električna energija distribuira kroz mrežu i kako se ponaša u različitim uvjetima

Jedan od bitnih dijelova analize tokova snaga je analiza raspodjele opterećenja (Load Flow Analysis). Ovaj dio analize proučava kako se električna energija raspoređuje kroz mrežu pod određenim uslovima opterećenja i napona.

Cilj je osigurati stabilnost napona i minimalne gubitke energije.

Napisane jednačine za tokove snaga i kodirane u .xml file-u date su na sljedećoj slici. Također, izračunate su i snage na generatorima i load snage.

Slika 9: Jednačine za tokove snaga u .xml-u

Snage na svim mašinama, se računaju pomoću formula predstavljenih u (7.9) i (7.10), te su prikazane u sljedećem isječku koda :

Slika 10: Jednačine za snagu na generatorima u .xml-u

 $V_1$  je vrijednost napona na čvoru i, a  $\theta_i$  je fazni ugao napona čvoru i. Parametri  $G_{ij}$  i  $B_{ij}$  predstavljaju realni i imaginarni dio admitanse između čvorova i i j, respektivno.

Rezultati proračuna tokova snaga su prikazani u sljedećoj tabeli. Dobiveni rezutati se koriste prilikom određivanja početnih uslova sistema.

Broj	Čvor	Volt(pu)	P_g(pu)	Q_g(pu)	-P_L(pu)	-Q_L(pu)
1	(swing)	1.04	0.716	0.27	-	-
2	(P-V)	1.025∠9.3°	1.63	0.067	-	_
3	(P-V)	1.025 ∠4.7°	0.85	-0.109	-	_
4	(P-V)	$1.026 \angle -2.2^{\circ}$	_	-	-	_
5	(")	$0.996 \angle -4.0^{\circ}$	_	-	1.25	0.5
6	(")	$1.013 \angle -3.7^{\circ}$	_	-	0.9	0.3
7	(")	1.026 ∠3.7°	_	_	-	_
8	(")	1.016 ∠0.7°	_	-	1.00	0.35
9	(")	1.032 ∠2.0°	-	-	-	-

**Tabela 3:** Rezultati tokova snaga za WECC sistem sa 3 mašine i 9 čvorova

## 5 Određivanje početnih uslova sistema

Početni uslovi u analizi sistema predstavljaju vrijednosti i stanja ključnih varijabli ili komponenata sistema u trenutku početka analize ili simulacije. Oni su od suštinskog značaja jer definiraju početno stanje sistema prije nego što bilo kakve vanjske promjene ili događaji utječu na njegovo ponašanje.

U nastavku su date jednačine pomoću kojih se određuju početni uslovi za sistem sa 3 mašine i 9 čvorova.

Za određivanje početnih uslova ovog sistema korišteni su rezultati dobiveni prilikom proračuna tokova snaga.

Prvi korak prilikom računanja početnih uslova najčešće je proračun struje generatora  $I_G$ . Vrijedi sljedeća jednačina

$$\overline{IG} = \frac{P_{GI} - jQ_{GI}}{\overline{V}^*} \tag{2}$$

Pošto vrijedi

$$P_{G_i} = P_i - P_{Li}$$
 i  $Q_{Gi} = Qi - Q_{Li}$ 

gdje je  $P_{Li}$  neto ubačena stvarna snaga na čvorovima,  $P_{Li}$  i  $Q_{Li}$  snage load-a, a  $P_{GI}$  i  $Q_{GI}$  snage generatora na čvoru i, dobiva se sljedeća jednačina za struju  $I_G$ .

$$I_{Gi}e^{j\gamma_i} = \frac{(P_i - P_{Li}) - j(Q_i - Q_{Li})}{V_i e^{-j\theta_i}}$$
(3)

U stacionarnom stanju, svi izvodi u diferencijalnim jednačinama (7.1) - (7.7) su nula.

Prvi korak je izračunavanje uglova rotora  $\delta_i$  na svim mašinama. Koristimo kompleksnu statorsku algebarsku jednačinu (7.8) i algebarsku jednačinu dobivenu iz (7.2) postavljanjem  $E'_{di} = 0$ .

$$E'_{di} = (X_{qi} - X'_{qi})I_{qi}, \quad i = 1, \dots, m$$
 (4)

Drugi korak prilikom računanja početnih uslova je proračun ugla rotora mašine  $\delta_i$ .

$$\delta_{i} = Angle \ of(V_{i}e^{j\theta_{i}} + (R_{si} + jX_{qi})I_{Gi}e^{j\gamma_{i}})$$

$$= Angle \ of((1.04\angle 0^{\circ} + j0.0969)(0.736\angle -20.66^{\circ}))$$

$$= 3.58^{\circ}$$
(5)

Treći korak je računanje komponenata struje  $I_{Gi}$  i napona  $V_{Gi}$ 

$$I_{di} + jI_{qi} = I_{Gi}e^{j\gamma_i}e^{-j(\delta_i - \pi/2)} \quad i = 1, ..., m$$

$$V_{di} + jV_{qi} = Vie^{j\theta_i}e^{-j(\delta_i - \pi/2)} \quad i = 1, ..., m$$
(6)

Sljedeći koraci su određivanje napona  $E'_{di}$  i  $E'_{di}$ .

$$E'_{di} = V_{di} + R_{si}I_{di} + X'_{qi}I_{qi} \quad i = 1, ..., m$$
  

$$E'_{qi} = V_{qi} + R_{si}I_{qi} + X'_{di}I_{di} \quad i = 1, ..., m$$
(7)

Nakon toga, određuje se poljski napon  $E_{fdi}$  iz jednačine (7.1).

$$E_{fdi} = E'_{ai} + (X_{di} - X'_{di})I_{di} \quad i = 1, ..., m$$
 (8)

Nakon toga, mogu se izračunati  $V_{Ri}$ ,  $R_{fi}$  i  $V_{refi}$  iz jednačina (7.5)-(7.7)(nakon što se stavi da su izvodi jednaki 0).

$$V_{Ri} = (K_{Ei} + S_{Ei}(E_{fdi}))E_{fdi} \quad i = 1, ..., m$$

$$R_{fi} = \frac{K_{Fi}}{T1_{Fi}}E_{fdi} \quad i = 1, ..., m$$

$$V_{refi} = V_i + \frac{V_{Ri}}{k_{Ai}} \quad i = 1, ..., m$$

$$T_{Mi} = E'_{di}I_{di} + E'_{qi}I_{qi} + (X'_{ai} - X'_{di})I_{di}I_{qi} \quad i = 1, ..., m$$
(9)

U nastavku su određeni početni uslovi za analizirani sistem.

Struja generatora  $I_{G1}$  zavisi od snaga generatora  $P_{G1}$  i  $Q_{G1}$  i napona na čvoru. Ovo je struja koja teče kroz rotorski namotaj generatora, odnosno struja koja se generira unutar generatora. Ona predstavlja struju koja pokreće elektromehaničke procese unutar generatora, a njena vrijednost se određuje sljedećom jednačinom:

$$I_{G1}e^{j\gamma_1} = \frac{P_{G1} - jQG1}{\overline{V}^*} = \frac{0.716 - j0.27}{1.04 \angle 0^\circ} = 0.736 \angle -20.66^\circ$$
 (10)

Ugao rotora mašine  $\delta_1$  određuje se na sljedeći način:

$$\delta_{1}(0) = Angle \ of(V_{1}e^{j\theta_{1}} + (R_{s1} + jX_{q1})I_{G1}e^{j\gamma_{1}})$$

$$= Angle \ of((1.04\angle 0^{\circ} + j0.0969)(0.736\angle -20.66^{\circ}))$$

$$= 3.58^{\circ}$$
(11)

Id je direktna komponenta struje  $I_G$ . Ovo je komponenta struje koja je u dq koordinatnom sistemu usmjerena prema osovini rotora (osovina rotora je referentna osa za uglove  $\delta$ ).

Iq je kvadratna komponenta struje  $I_{G1}$ . Ovo je komponenta struje koja je u dq koordinatnom sistemu usmjerena okomito na osovinu rotora.

Vd i Vq predstavljaju direktnu i kvadratnu komponentu napona generatora(mašine). Njihov proračun je dat u nastavku:

$$I_{d1} + I_{q1} = I_{G1}e^{j\gamma_{1}}e^{-j(\delta_{1} - \pi/2)}$$

$$= (0.736\angle - 20.66^{\circ})(1\angle 86.42^{\circ})$$

$$= 0.302 + j0.671$$

$$I_{d1} = 0.302 \quad I_{q1} = 0.671$$

$$V_{d1} + jq1 = V1e^{j\theta_{1}}e^{-j(\delta_{1} - \pi/2)}$$

$$= (1.04\angle 0^{\circ})(1\angle 86.42^{\circ})$$

$$= 0.065 + j1.038$$

$$V_{d1} = 0.065 \quad V_{q1} = 1.038$$

$$(12)$$

Napon  $E'_{d1}$  zavisi od reaktanse  $X_{q1}$  i  $X'_{q1}$  i kvadratne komponente struje  $I_{G1}$ , a predstavlja direktnu komponentu napona na rotoru za mašinu 1.  $E'_{q1}$  je kvadratna koponenta na rotoru za mašinu 1.

Određuju se na sljedeći način:

$$E'_{d1} = (X_{q1} - X'_{q1})I_{q1}$$

$$= (0.0969 - 0.0969)(0.671)$$

$$= 0$$
(13)

$$E'_{q1} = V_{q1} + R_{s1}I_{q1} + X'_{d1}I_{d1}$$

$$= 1.038 + 0 + (0.0608)(0.302)$$

$$= 1.056$$
(14)

 $E_{fd}$  je je napon uzbude (scaled field voltage). Kada se postavi na vrijednost od 1.0 pu (per unit), to znači da je napon uzbude jediničan, odnosno jednak nominalnom naponu u otvorenom spoju (eng. "open-circuit terminal voltage"). Efd predstavlja napon primijenjen na poljsko namotavanje sinhronog generatora ili motora.

$$E_{fd1} = E'_{q1} + (X_{d1} - X'_{d1})I_{d1}$$

$$= 1.056 + (0.146 - 0.0608)(0.302)$$

$$= 1.082$$
(15)

Napon  $V_R$  obično predstavlja skalirani izlaz pojačavača i primjenjuje se na poljsko namotavanje posebno ekscitiranog glavnog eksitatora.

Od napona  $V_R$  i napona na čvoru V zavisi referentni napon  $V_{ref}$ .

 $T_M$  je mehanički obrtni moment (ili moment sile) koji se primjenjuje na osovinu.

$$V_{R1} = (K_{E1} + 0.0039)e^{1.555E_{fd1}}$$

$$= (1.021)(1.082) = 1.105$$

$$R_{f1} = \frac{K_{F1}}{T1_{F1}}E_{fd1} = \frac{0.063}{0.35}1.082 = 0.195$$

$$V_{ref1} = V_1 + \frac{V_{R1}}{k_{A1}} = 1.04 + \frac{1.105}{20} = 1.095$$

$$T_{M1} = E'_{d1}I_{d1} + E'_{q1}I_{q1} + (X'_{q1} - X'_{d1})I_{d1}I_{q1}$$

$$= (0)(0.302) + (1.056)(0.671) + (0.0969 - 0.0608)(0.302)(0.671)$$

$$= 0.716$$

Analognim postupkom se izračunaju vrijednosti za mašine 2 i 3 i dobiju se vrijednost:

$$\delta_2 = 61.1^{\circ}$$
  $\delta_3 = 54.2^{\circ}$ 
 $I_{d2} = 1.29$   $I_{d3} = 0.562$ 
 $I_{q2} = 0.931$   $I_{q3} = 0.619$ 
 $V_{d2} = 0.805$   $V_{d3} = 0.779$ 
 $V_{q2} = 0.634$   $V_{q3} = 0.666$ 
 $E'_{d2} = 0.622$   $E'_{d3} = 0.624$ 
 $E'_{q2} = 0.788$   $E'_{q3} = 0.768$ 
 $E_{fd2} = 1.789$   $E_{fd3} = 1.403$ 
 $R_{f2} = 0.322$   $R_{f3} = 0.252$ 
 $V_{R2} = 1.902$   $V_{R3} = 1.453$ 
 $V_{ref2} = 1.12$   $V_{ref3} = 1.09$ 
 $T_{M2} = 1.63$   $T_{M3} = 0.85$ 

Jednačine za određivanje početnih uslova napsane u .xml-u date su na sljedećim slikama.

```
<Eq fx="Ig1 = sqrt((Pg1^2+Qg1^2)/v_1^2)"/>
<Eq fx="Ig2 = sqrt((Pg3^2+Qg2^2)/v_2^2)"/>
<Eq fx="Ig3 = sqrt((Pg3^2+Qg2^2)/v_2^2)"/>
<Eq fx="Ig3 = sqrt((Pg3^2+Qg2^2)/v_2^2)"/>
<Eq fx="gama_1 = atg2(Pg1,-Qg1)+theta_1"/>
<Eq fx="gama_2 = atg2(Pg2,-Qg2)+theta_2"/>
<Eq fx="gama_3 = atg2(Pg3,-Qg3)+theta_3"/>
<Eq fx="delta_1 = atg2(v_1*cos(theta_1)+sqrt(Rs1^2+Xq1^2)*sqrt((Pg1^2+Qg1^2)/v_1^2)*cos(Arkus1+gama_1),v_1*sin(theta_1)
+sqrt(Rs1^2+Xq1^2)*sqrt((Pg1^2+Qg1^2)/v_1^2)*sin(Arkus1+gama_1))"/>
<Eq fx="delta_2 = atg2(v_2*cos(theta_2)+sqrt(Rs2^2+Xq2^2)*sqrt((Pg2^2+Qg2^2)/v_2^2)*cos(Arkus2+gama_2),v_2*sin(theta_2)
+sqrt(Rs2^2+Xq2^2)*sqrt((Pg2^2+Qg2^2)/v_2^2)*sin(Arkus2+gama_2))"/>
<Eq fx="delta_3 = atg2(v_3*cos(theta_3)+sqrt(Rs3^2+Xq3^2)*sqrt((Pg3^2+Qg2^2)/v_3^2)*cos(Arkus3+gama_3),v_3*sin(theta_3)
+sqrt(Rs3^2+Xq3^2)*sqrt((Pg3^2+Qg3^2)/v_3^2)*sin(Arkus3+gama_3))"/>
<Eq fx="Id1 = Ig1*cos(gama_1-delta_1+pi/2)"/>
<Eq fx="Id2 = Ig2*cos(gama_2-delta_1+pi/2)"/>
<Eq fx="Id2 = Ig2*sin(gama_2-delta_3+pi/2)"/>
<Eq fx="Iq2 = Ig2*sin(gama_2-delta_3+pi/2)"/>
<Eq fx="Iq3 = Ig3*sin(gama_3-delta_3+pi/2)"/>
<Eq fx="Iq3 = Ig3*sin(gama_3-delta_3+pi/2)"/>
<Eq fx="Ed1_p = (Xq1-Xq1_p)*Iq1"/>
<Eq fx="Ed2_p = (Xq2-Xq2_p)*Iq2"/>
<Eq fx="Ed3_p = (Xq3-Xq3_p)*Iq3"/>
<Eq fx="Ed4_p = vq3+Rs3*Iq1+Xd1_p*Id1"/>
<Eq fx="Ed2_p = vq2+Rs2*Iq2+Xd2_p*Id2"/>
<Eq fx="Ed2_p = vq3+Rs3*Iq1+Xd1_p*Id1"/>
<Eq fx="Eq2_p = vq3+Rs3*Iq1+Xd1_p*Id1"/>
<Eq fx="Eq2_p = vq3+Rs3*Iq1+Xd1_p*Id1"/>
<Eq fx="Eq2_p = vq3+Rs3*Iq3+Xd3_p*Id3"/>
```

Slika 11: Jednačine za određivanje početnih uslova

```
<Eq fx="Efd1 = Eq1_p+(Xd1-Xd1_p)*Id1"/>
\langle Eq fx = "Efd2 = Eq2_p + (Xd2 - Xd2_p)*Id2"/>
<Eq fx="Efd3 = Eq3_p+(Xd3-Xd3_p)*Id3"/>
<Eq fx="vr1 = (Ke1+0.0039*e^(1.555*Efd1))*Efd1"/>
<Eq fx="vr2 = (Ke2+0.0039*e^(1.555*Efd2))*Efd2"/>
<Eq fx="vr3 = (Ke3+0.0039*e^(1.555*Efd3))*Efd3"/>
<Eq fx="Rf1 = Kf1/Tf1*Efd1"/>
<Eq fx="Rf2 = Kf2/Tf2*Efd2"/>
<Eq fx="Rf3 = Kf3/Tf3*Efd3"/>
<Eq fx="vref1 = v_1 + vr1/Ka1"/>
<Eq fx="vd1 = v_1*cos(theta_1-delta_1+pi/2)"/>
<Eq fx="vd2 = v_2*cos(theta_2-delta_2+pi/2)"/>
<Eq fx="vd3 = v_3*cos(theta_3-delta_3+pi/2)"/>
<Eq fx="vq1 = v_1*sin(theta_1-delta_1+pi/2)"/>
<Eq fx="vq2 = v_2*sin(theta_2-delta_2+pi/2)"/>
<Eq fx="vq3 = v_3*sin(theta_3-delta_3+pi/2)"/>
<Eq fx="Tm1 = Ed1_p*Id1+Eq1_p*Iq1+(Xq1_p-Xd1_p)*Id1*Iq1"/>
\langle Eq fx="Tm2 = Ed2_p*Id2+Eq2_p*Iq2+(Xq2_p-Xd2_p)*Id2*Iq2"/>
<Eq fx="Tm3 = Ed3_p*Id3+Eq3_p*Iq3+(Xq3_p-Xd3_p)*Id3*Iq3"/>
```

Slika 12: Jednačine za određivanje početnih uslova

Početni uslovi su računati u inicijalnom podmodelu, koji koristi Newton-Rhapson metod kako bi došao do rješenja, nakon toga su te vrijednosti poslane u parent problem, kako bi se koristile u ostatku simulacije.

## 6 Simulacija sistema pomoću Model Solver-a

Nakon što su izračunati početni uslovi, potrebno je objediniti rješenje diferencijalnih jednačina, te rješenje algebarskih jednačina, kako bismo zadovoljili ranije navedenu relaciju  $\dot{x} = f(x,y,u)$  i g(x,y)=0. Dio koda koji je zadužen za rješavanje diferencijalnih jednačina (7.1)-(7.7) i dio koda za rješavanje algebarskih jednačina prikazani su na slikama 13, 14 i 15, respektivno.

Slika 13: Diferencijalne jednačine

Slika 14: Algebarske jednačine

```
*Eq fx="v_4"2x6_u_u+v_1=v_u+(6_u_u+cos(theta_u+theta_u)+8_u_u+sin(theta_u+theta_u))+v_u+v_5=(6_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u))+v_u+v_s+(6_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u))+v_u+v_s+(6_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_u+theta_u)+8_u_s+sin(theta_
```

Slika 15: Algebarske jednačine

Pokretanjem koda u modelSolveru, u tekstualnom fajlu Res.txt, dobit će se rješenje ovog sistema, koje se onda plota pomoću python skripti, kako bi se vidjela vizuelna reprezentacija rješenja.

Pokretanje programa u Model Solver-u prikazano je na sljedećoj slici.

Slika 16: Prikaz pokretanja Model Solvera

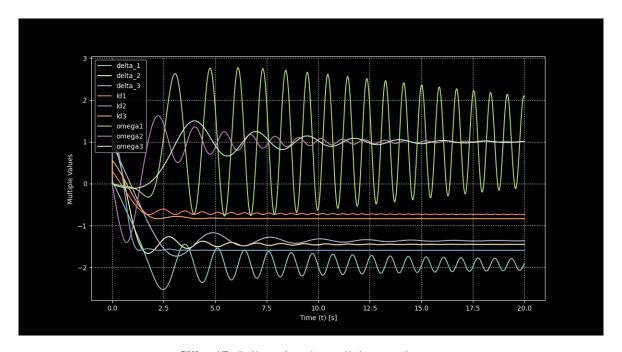
## 7 Analiza dobivenih signala

Za prikaz (plotovanje) signala, korištena je Python skripta.

Za iscrtavanje potrebnih grafika, modifikovana je python skripta plotSol.py tako da iscrtava vrijednosti koje su naznačene na graficima 17, 18 i 21.

Zbog činjenice da je ovaj sistem sa 3 mašine i 9 čvorova dosta složen, te konačni grafik ima mnogo varijabli, pa u svrhu bolje razlučivosti odlučeno je predstaviti grafike određenih varijabli pod različitim uslovima.

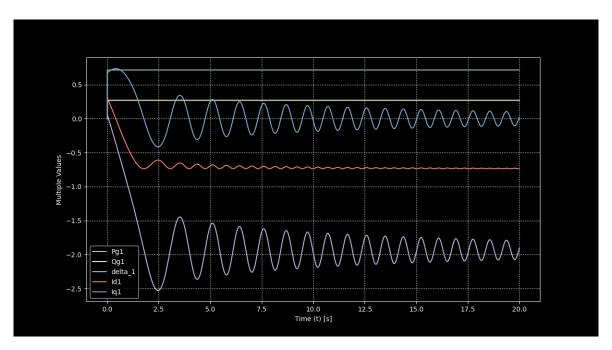
Na sljedećoj slici je prikazan način promjene ugaone brzine rotora sve 3 mašine kroz vrijeme, u ovom slučaju na periodu od 20 sekundi, te promjene uglova rotora mašine, kao i Id i Ig komponente. Vidimo da će ove brzine naposljetku konvergirati ka određenoj vrijednosti.



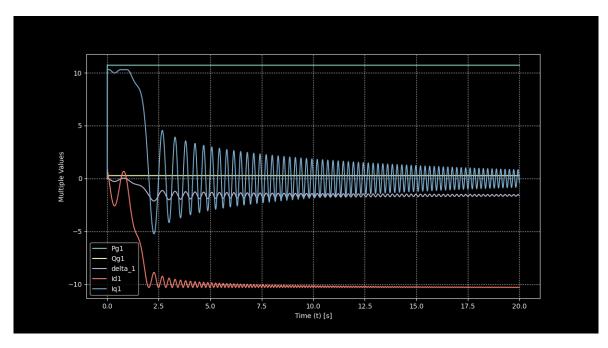
Slika 17: Prikaz signala analiziranog sistema

Slika 18 prikazuje signale aktivne i reaktivne snage na generatoru 1, zajedno sa strujama generatora, te uglom rotora  $\delta_1$ .

Na slici 19 je napravljena modifikacija gdje se na generatoru povećala snaga za 10 p.u, a na slici 20 se smanjila za 10 p.u.

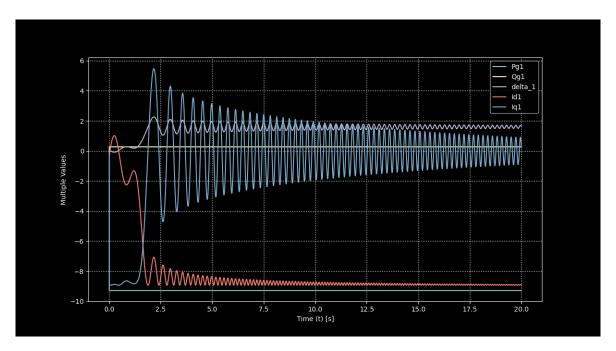


Slika 18: Prikaz signala analiziranog sistema



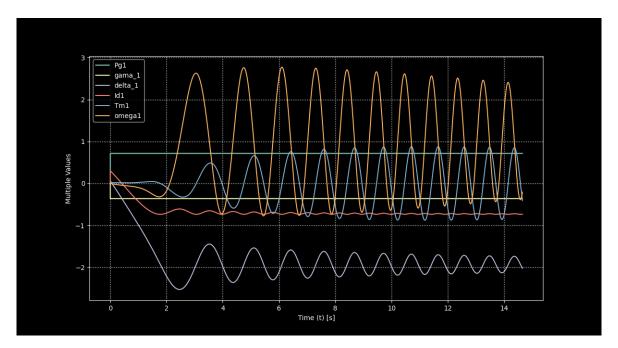
Slika 19: Prikaz signala analiziranog sistema

Dakle vidimo sa slike da će se povećavanjem snage na generatoru 1 struje  $Id_1$  i  $I_{q1}$  također smanjiti, kao i ugao  $\delta_1$ , ali će se brže mijenjati.



Slika 20: Prikaz signala analiziranog sistema

Na slici 20 vidi se da se smanjivanjem snage na generatoru 1 struja  $I_{q1}$  također smanjiti i brže približavati svojoj konačnoj vrijednosti, dok će ugao  $\delta_1$ , porasti i brže se mijenjati. Na slici 21 prikazana je vrijednost  $T_{M1}$ , kao i signal aktivne snage na generatoru 1, te odgovarajuće struje. Tu se može uočiti da ako je snaga na generatoru  $P_{g1}$  nepromijenjena,  $T_{M1}$  počinje da oscilira između vrijednosti bliskih -1 i 1.

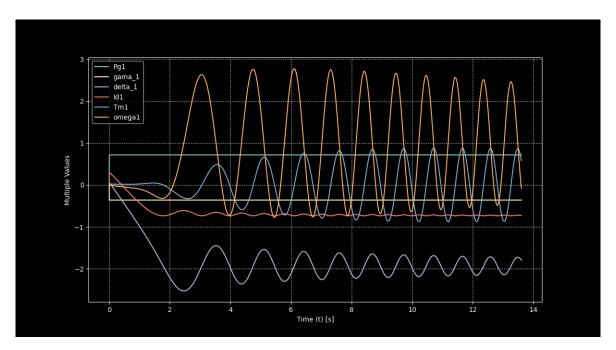


Slika 21: Prikaz signala analiziranog sistema

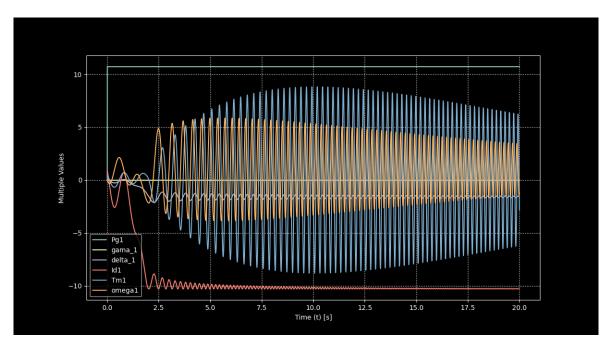
Na slici 22 snaga na generatoru 1 je povećana za 10 p.u., te vidimo kako će se i  $T_{M1}$  povećavati, te u određenim trenucima oscilirati između vrijednosti -8 i 8.

Uz  $T_{M1}$  će se povećavati i kružna frekvencija  $\omega$ . Na slikama 21 i 22 se ne vidi u koju tačku  $T_{M1}$  konvergira i da li ikako konvergira. Međutim na zadnje dvije slike se može vidjeti kako  $T_{M1}$ 

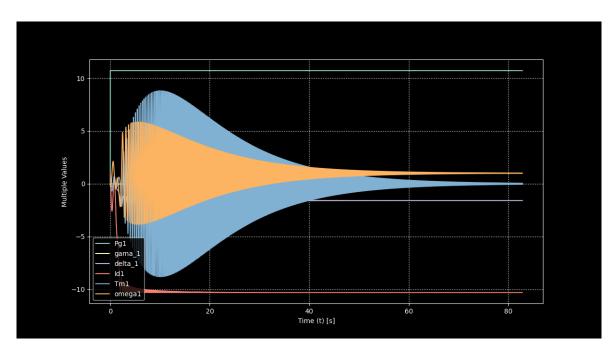
konvergira ka vrijednosti približnoj 0, dok  $\omega$  konvergira ka vrijednosti 1, što su im i početni uslovi.



Slika 22: Prikaz signala analiziranog sistema



Slika 23: Prikaz signala analiziranog sistema



Slika 24: Prikaz signala analiziranog sistema

## 8 Zaključak

Kao što je već navedeno, razumijevanje elektroenergetskih sistema, s posebnim naglaskom na pouzdanost i učinkovitost električnih mreža, veoma je važno.

Ovi sistemi se neprestano razvijaju i zahtijevaju napredne analize kako bi se osigurala njihova stabilnost i sigurnost.

Za analizu elektroenergetskih sistema koriste se matematički modeli kako bi se simuliralo ponašanje elektroenergetskih mreža, a s ciljem boljeg razumijevanja stvarnih sistema.

Ovdje je obrađen matematički model sistema sa 3 generatora i 9 čvorova. Napravljeno je modeliranje sistema pomoću potrebnih diferencijalnih i algebarskih jednačina, nakon čega je izvršena simulacija sistema, a nakon toga i analiza signala sistema.

Napravljena je analiza tokova snaga u sistemu, proračun početnih uslova sistema te proračun skupa diferencijalnih i algebarskih jednačina.

Ovakva analiza je ključna za inženjere kako bi osigurali stabilnost i pouzdanost snabdijevanja električnom energijom.