重慶理工大學
CHONGQING UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

第四章

复杂电力系统潮流的计算机算法

概述

- 为什么要研究机算潮流

手算方法只能计算简单网络的潮流，对于实际的复杂电力系统，必须借助计算机才能快速、准确地获取。

- 如何进行机算潮流？

建立数学模型→设计解算算法→编写程序→上机调试

目 录

- **4.1 电力网络方程(模型)**
- **4.2 节点功率方程(模型)及其迭代解法(算法)**
- **4.3 牛拉法潮流计算(算法)**
- 本章小结

4.1 电力网络方程

- 电力网络方程

将网络的有关参数（包括结构参数和运行参数）及其相互关系归纳起来所组成的、可反映电力网络运行状态的一组数学方程。电力网络方程包括：节点电压方程、回路电流方程（自学）、割集电压方程（不常用）等。

电力系统潮流计算本质上是正弦稳态电路计算，一切求解正弦稳态电路的方法原则上均可用于求解电力系统潮流分布。但是，潮流计算有其特点—以功率平衡（而非电流平衡）作为建模基础。

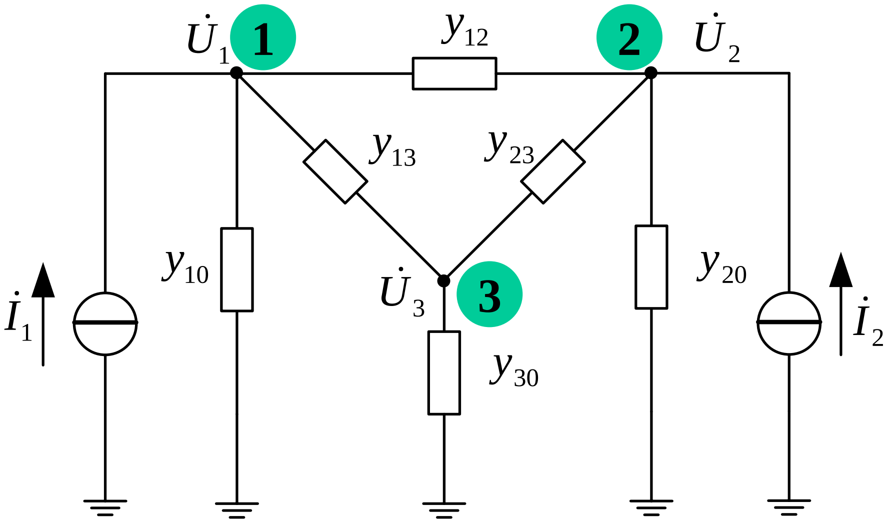
4.1 电力网络方程

- 节点电压方程
- 节点导纳矩阵的形成和修改

节点电压方程

- 节点电压方程的优点：
  - 电力系统的等值网络中有较多接地支路，独立的回路方程式数往往多于独立的节点电压方程式数；
  - 具有交叉跨接的非平面网络，建立独立节点电压方程式较建立独立回路电流方程式方便；
  - 建立节点电压方程式前，不必将并联支路合并以减少方程式数；
  - 网络结构或变压器变比改变时，改变方程式组的系数比较方便；
  - 实践证明采用节点电压方程有明显的优点。

节点电压方程



$$\dot{I}_1 = y_{10}\dot{U}_1 + y_{12}(\dot{U}_1 - \dot{U}_2) + y_{13}(\dot{U}_1 - \dot{U}_3)$$

$$\dot{I}_2 = y_{20}\dot{U}_2 + y_{12}(\dot{U}_2 - \dot{U}_1) + y_{23}(\dot{U}_2 - \dot{U}_3)$$

$$\dot{I}_3 = y_{30}\dot{U}_3 + y_{13}(\dot{U}_3 - \dot{U}_1) + y_{23}(\dot{U}_3 - \dot{U}_2) = 0$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{10}+y_{12}+y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{20}+y_{12}+y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{30}+y_{13}+y_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix}$$

节点电压方程

$$\Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix}$$

记为： $\mathbf{I}_B = \mathbf{Y}_B \mathbf{U}_B$

其中，

$\mathbf{I}_B$ 节点注入电流相量列向量

$\mathbf{U}_B$ 节点电压相量列向量

$\mathbf{Y}_B$ 节点导纳矩阵

节点电压方程

- ***n***节点系统

互导纳

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\\ \dot{I}_3\\ \vdots\\ \dot{I}_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & \cdots & Y_{1n}\\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & \cdots & Y_{2n}\\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & \cdots & Y_{3n}\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\\ Y_{n1} & Y_{n2} & Y_{n3} & \cdots & Y_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\\ \dot{U}_3\\ \vdots\\ \dot{U}_n\end{bmatrix}$$

自导纳

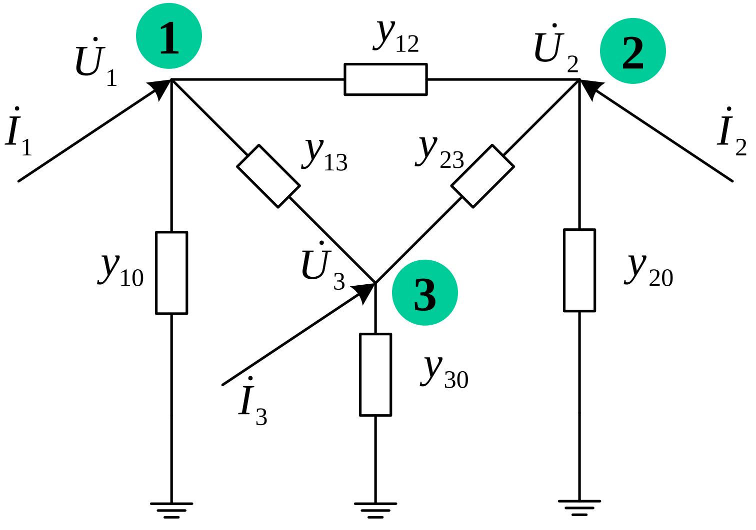
n —网络中的独立节点数

$$\dot{I}_i=Y_{i1}\dot{U}_1+Y_{i2}\dot{U}_2+\cdots+Y_{i(i-1)}\dot{U}_{i-1}+Y_{ii}\dot{U}_i+Y_{i(i+1)}\dot{U}_{i+1}+\cdots Y_{in}\dot{U}_n=\sum_{j=1}^{n}Y_{ij}\dot{U}_j$$

(*i*=1,2,…,*n*)

节点导纳矩阵Y_B的元素

- 基本定义：
  - 自导纳Y_{ii}（Y_B的对角元）= 与i节点直接相连的各支路导纳之和
  - 互导纳Y_{ij}（$i \neq j$，Y_B的非对角元）=直接连接于i、j节点之间的各支路导纳之和的相反数



例如，

$$Y_{11} = y_{10} + y_{12} + y_{13}$$

$$Y_{23} = -y_{23}$$

节点导纳矩阵Y_B的元素

- 物理意义：
  - 自导纳Y_{ii}

$$\dot{I}_i = \boxed{Y_{i1}\dot{U}_1 + Y_{i2}\dot{U}_2 + \cdots + Y_{i(i-1)}\dot{U}_{i-1}} + Y_{ii}\dot{U}_i + \boxed{Y_{i(i+1)}\dot{U}_{i+1} + \cdots Y_{in}\dot{U}_n}$$

$$\Rightarrow \quad Y_{ii} = \frac{\dot{I}_i}{\dot{U}_i} \quad (\dot{U}_j = 0, j \neq i)$$

Y_{ii} =节点 i 施加单位电压，其余节点接地，节点 i 的注入电流

  - 互导纳Y_{ij}

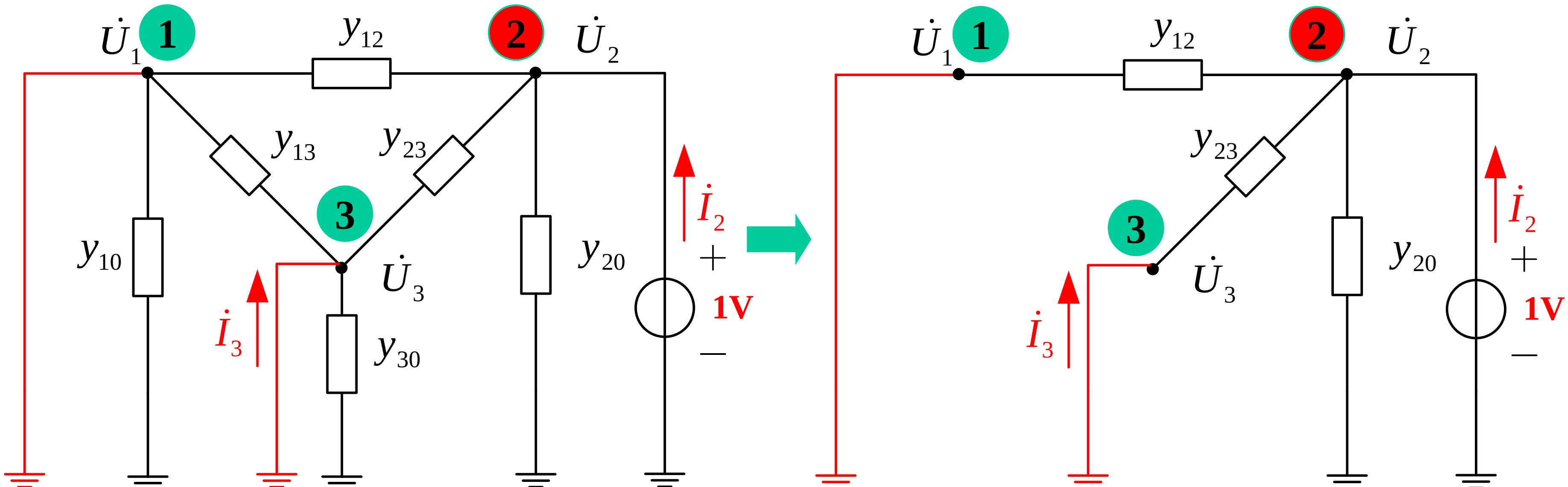
$$\dot{I}_j = \boxed{Y_{j1}\dot{U}_1 + Y_{j2}\dot{U}_2 + \cdots + Y_{j(i-1)}\dot{U}_{i-1}} + Y_{ji}\dot{U}_i + \boxed{Y_{j(i+1)}\dot{U}_{i+1} + \cdots Y_{jn}\dot{U}_n}$$

$$\Rightarrow \quad Y_{ji} = \frac{\dot{I}_j}{\dot{U}_i} \quad (\dot{U}_j = 0, j \neq i)$$

Y_{ji} =节点 i 施加单位电压，其余节点接地，节点 j 的注入电流

节点导纳矩阵Y_B的元素

- 物理意义（续）：



$$Y_{22}=\dot{I}_2\ {}_{(\dot{U}_1=\dot{U}_3=0,\dot{U}_2=1)}=(y_{20}+y_{23}+y_{12})*1$$

$$Y_{32}=\dot{I}_3\ {}_{(\dot{U}_1=\dot{U}_3=0,\dot{U}_2=1)}=(-y_{23})*1$$

节点导纳矩阵Y_B的特点

- n阶复数方阵，n为网络的独立节点数。
- 一般为对称方阵($Y_{ij}= Y_{ji}$)。
- 稀疏矩阵：当节点i和节点j之间不直接相连时，互导纳为**0**。
- 对角元所含的元素个数≥所在行（列）非对角元所含元素个数的总和，即互导纳元素都用于形成自导纳。

4.1 电力网络方程

- 节点电压方程
- 节点导纳矩阵的形成和修改

节点导纳矩阵Y_B的形成和修改

- Y_B的形成：给定网络，如何生成节点导纳矩阵
- 形成方法：根据自导纳和互导纳的基本定义直接生成
  - 自导纳Y_{ii} = 与i节点直接相连的各支路导纳之和
  - 互导纳Y_{ij} = 直接连接于i、j节点之间的各支路导纳之和的相反数

建议变压器支路采用以导纳表示的Π型模型。

节点导纳矩阵Y_B的形成和修改

- **Y_B的修改：** 当网络结构或参数发生变化，如何修改原Y_B以形成新Y_B
- 问题的提出：运行方式或网络参数的变化

（1）从原有网络节点 i 引出一条接地支路

（2）从原有网络中的节点 i 引出一条支路，同时增加一个节点 j

（3）在原网络节点i、j之间增加一条支路

（4）在原网络节点i、j之间切除一条支路

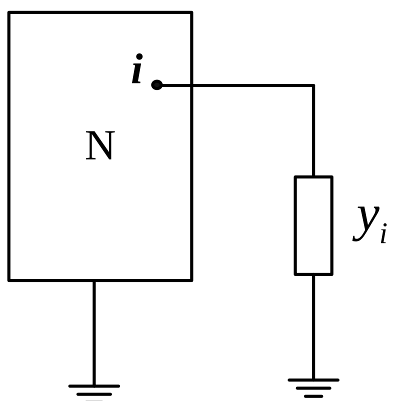
（5）原网络节点i、j之间的导纳由y_{ij}变为 y'_{ij}

（6）原网络节点i、j之间为变压器支路，变比由k变为 k'

节点导纳矩阵Y_B的修改

1 从原网络节点 i 引出一条接地支路

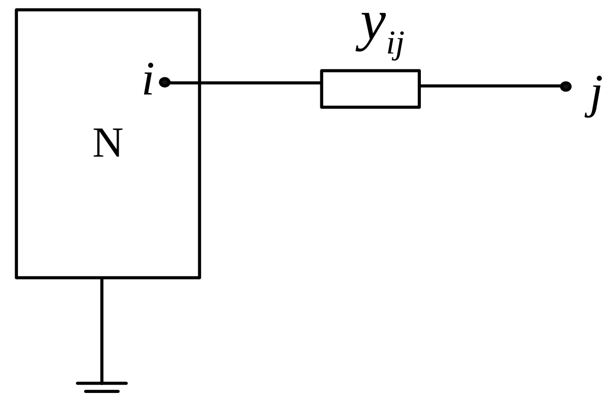
- 节点导纳矩阵阶数不变
- 只有节点i的自导纳发生变化，增量为 $\Delta Y_{ii} = y_i$



$$Y'_{ii} = Y_{ii} + \Delta Y_{ii} = Y_{ii} + y_i$$

节点导纳矩阵Y_B的修改

2 从原有网络中的节点i引出一条支路，同时增加一个节点 j



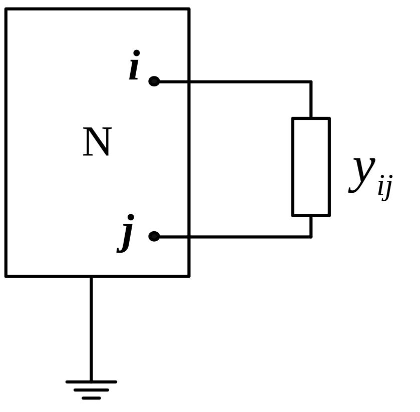
- 节点导纳矩阵增加一阶：$n \rightarrow n+1$
- j节点的自导纳: $Y'_{jj} = y_{ij}$
- i、j节点的互导纳: $Y'_{ij} = Y'_{ji} = -y_{ij}$
- 原i节点的自导纳的增量: $\Delta Y_{ii} = y_{ij}$
- j节点与其它节点的互导纳：$Y'_{kj} = 0 \quad (k \neq j, k \neq i)$

$$
\begin{bmatrix}
Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{n1} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
Y_{i1} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & Y_{ni} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn}
\end{bmatrix}
\Rightarrow
\begin{bmatrix}
Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{ni} & 0 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
Y_{i1} & \cdots & Y_{ii} + y_{ij} & \cdots & Y_{ni} & -y_{ij} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} & 0 \\
0 & \cdots & -y_{ij} & \cdots & 0 & y_{ij}
\end{bmatrix}
$$

节点导纳矩阵Y_B的修改

3 在原网络节点i、j之间增加一条支路

- 节点导纳矩阵阶数不变
- i、j节点的自导纳的增量 $\Delta Y_{ii}=\Delta Y_{jj}=y_{ij}$
- i、j节点间互导纳的增量 $\Delta Y_{ij}=\Delta Y_{ji}=-y_{ij}$



4 在原网络节点i、j之间切除一条导纳为y_{ij}的支路

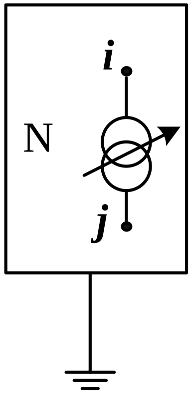
- 相当于增加一条阻抗-y_{ij}的支路
- 节点导纳矩阵阶数不变
- i、j节点的自导纳的增量 $\Delta Y_{ii}=\Delta Y_{jj}=-y_{ij}$
- i、j节点间互导纳的增量 $\Delta Y_{ij}=\Delta Y_{ji}=y_{ij}$

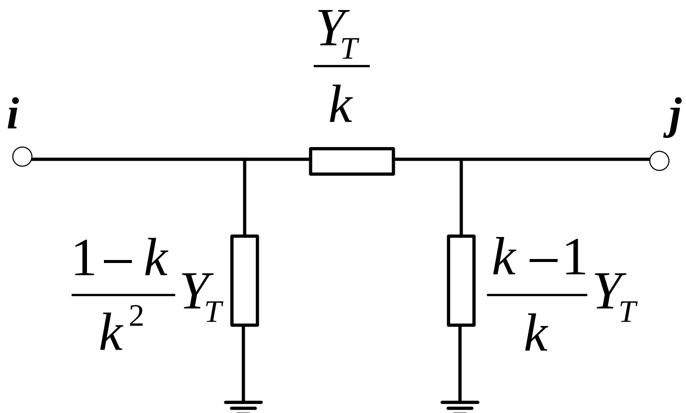
节点导纳矩阵Y_B的修改

5 原网络节点i、j之间的导纳由$y_{ij} \to y'_{ij}$

- 相当于先切除导纳为 y_{ij} 的支路，再增加一条导纳为 y'_{ij} 支路
- i、j节点的自导纳的增量 $\Delta Y_{ii} = \Delta Y_{jj} = -y_{ij} + y'_{ij}$
- i、j节点间互导纳的增量 $\Delta Y_{ij} = \Delta Y_{ji} = y_{ij} - y'_{ij}$

6 原网络节点i、j之间变压器的变比由 $k \to k'$

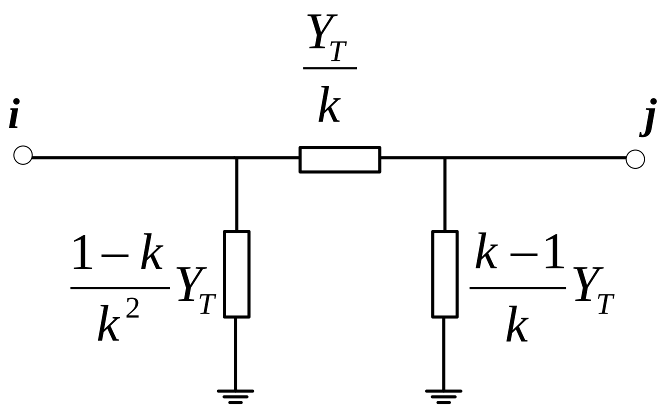




节点导纳矩阵Y_B的修改

❻ 原网络节点i、j之间变压器的变比由 $k \to k'$

原网络：
$$Y_{ii} = \frac{1-k}{k^2}Y_T + \frac{Y_T}{k} = \frac{Y_T}{k^2}$$
$$Y_{jj} = \frac{k-1}{k}Y_T + \frac{Y_T}{k} = Y_T$$
$$Y_{ij} = -\frac{Y_T}{k}$$

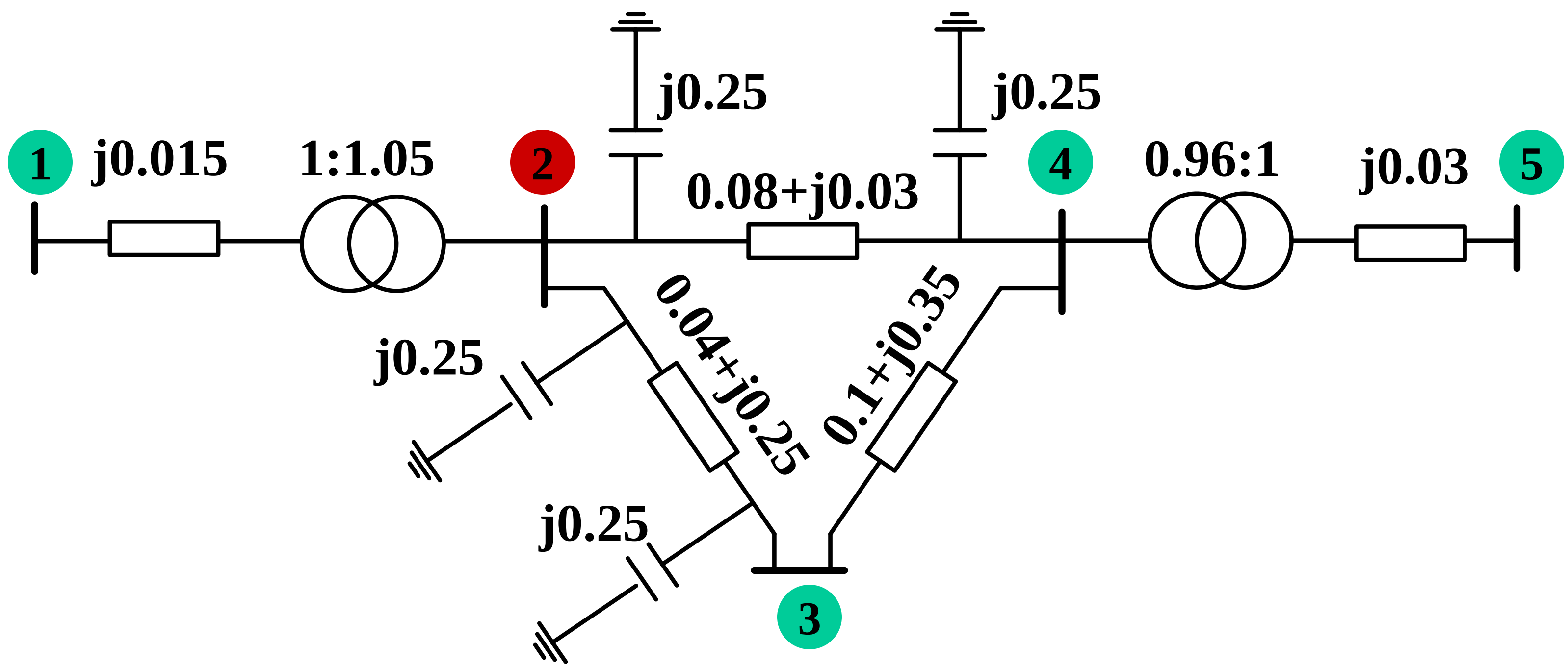


新网络：$Y'_{ii} = \frac{Y_T}{k'^2}$，$Y'_{jj} = Y_T$，$Y'_{ij} = -\frac{Y_T}{k'}$

$$\begin{cases} \Delta Y_{ii} = \frac{Y_T}{k'^2} - \frac{Y_T}{k^2} = \left(\frac{1}{k'^2} - \frac{1}{k^2}\right)Y_T \\ \boxed{\Delta Y_{jj} = 0} \\ \Delta Y_{ij} = -\frac{Y_T}{k'} - \left(-\frac{Y_T}{k}\right) = -\left(\frac{1}{k'} - \frac{1}{k}\right)Y_T \end{cases}$$

节点导纳矩阵算例

- 例：图示为一简单电力网络，试计算其节点导纳矩阵。图中串联支路为阻抗参数，接地支路为导纳参数。

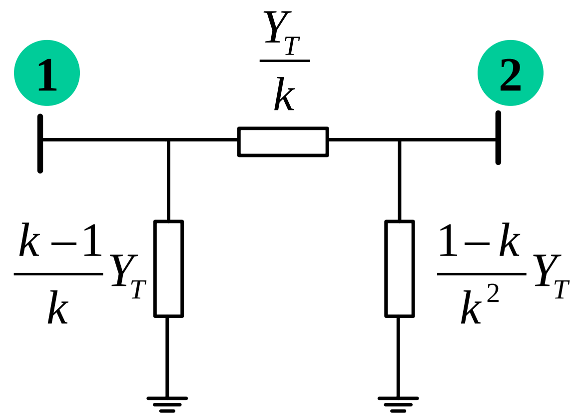


节点导纳矩阵算例

- **解：** 以2节点为例。

  1、2节点之间的变压器支路：

  2节点的自导纳：



$$Y_{22} = y_{20} + y_{23} + y_{24} + \frac{Y_T}{k^2}$$

$$= \left(j0.25 + j0.25 \right) + \frac{1}{0.04 + j0.25} + \frac{1}{0.08 + j0.3} + \frac{1}{1.05^2 \times j0.015}$$

$$= j0.5 + \left(0.624025 - j3.900156\right) + \left(0.829876 - j3.112033\right) - \frac{j66.666667}{1.05^2}$$

$$= 1.453901 - j66.980821$$

目 录

第二节 节点功率方程及其迭代解法

- 节点功率方程和节点分类
  - 节点功率方程的形成
  - 节点功率方程的变量
  - 节点的分类
- 节点功率方程的迭代解法原理
  - 牛顿一拉夫逊（Newton-Raphson）法：N-R法
    - 一元非线性方程的求解
    - 多元非线性方程组的求解

节点功率方程的形成

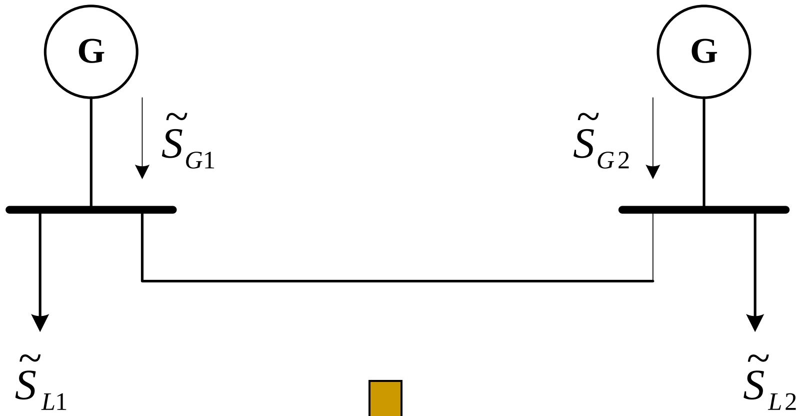
$$\boldsymbol{I}_B = \boldsymbol{Y}_B \boldsymbol{U}_B \quad \text{或} \quad \boldsymbol{I}_B = \frac{1}{\sqrt{3}} \boldsymbol{Y}_B \boldsymbol{U}_B$$

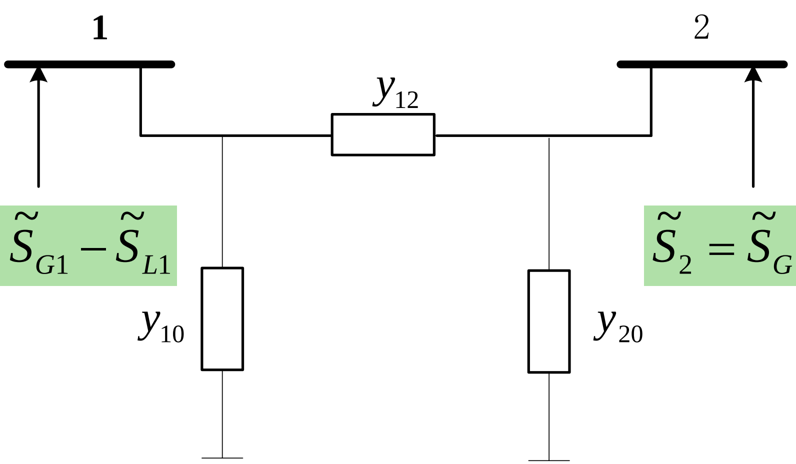
节点电压方程
（线性方程）

$$\left(\frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{U}}\right)_B^* = \boldsymbol{Y}_B \boldsymbol{U}_B$$

节点注入功率-电压方程
（非线性方程，
简称：节点功率方程）

节点功率方程的形成





$$\tilde{S}_1 = \tilde{S}_{G1} - \tilde{S}_{L1}$$

$$\tilde{S}_2 = \tilde{S}_{G2} - \tilde{S}_{L2}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{S}_1 = \sqrt{3} \dot{U}_1 \overset{*}{I}_1 \qquad \tilde{S}_2 = \sqrt{3} \dot{U}_2 \overset{*}{I}_2$$

$$\begin{bmatrix} \left(\dfrac{S_1}{U_1} \right)^* \\ \left(\dfrac{S_2}{U_2} \right)^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

节点功率方程的形成

$$\begin{bmatrix} \left(\dfrac{S_1}{U_1}\right)^* \\ \left(\dfrac{S_2}{U_2}\right)^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{S}_1 = P_1 + jQ_1 = \dot{U}_1 \left(\overset{*}{Y}_{11} \overset{*}{U}_1 + \overset{*}{Y}_{12} \overset{*}{U}_2 \right) \\ \tilde{S}_2 = P_2 + jQ_2 = \dot{U}_2 \left(\overset{*}{Y}_{21} \overset{*}{U}_1 + \overset{*}{Y}_{22} \overset{*}{U}_2 \right) \end{cases}$$

推广到n节点网络：n个复数方程，2n个实数方程

$$\tilde{S}_i = \tilde{S}_{Gi} - \tilde{S}_{Li} = P_i + jQ_i = \dot{U}_i \left(\overset{*}{Y}_{i1} \overset{*}{U}_1 + \overset{*}{Y}_{i2} \overset{*}{U}_2 + \cdots + \overset{*}{Y}_{in} \overset{*}{U}_n \right) = \dot{U}_i \sum_{j=1}^{n} \left(\overset{*}{Y}_{ij} \overset{*}{U}_j \right)$$

$(i=1，2，\ldots n)$

平衡节点

节点功率方程中的变量

$$\tilde{S}_i = \tilde{S}_{Gi} - \tilde{S}_{Li} = P_i + jQ_i = \dot{U}_i \left(\overset{*}{Y}_{i1} \overset{*}{U}_1 + \overset{*}{Y}_{i2} \overset{*}{U}_2 + \cdots + \overset{*}{Y}_{in} \overset{*}{U}_n \right) = \dot{U}_i \sum_{j=1}^{n} \left(\overset{*}{Y}_{ij} \overset{*}{U}_j \right)$$

- 网络的结构参数：Y_{ij}
- 每个节点4个运行变量：$P_i = P_{Gi} - P_{Li}$，$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li}$，U_i，δ_i

n节点系统有$2n$个实数方程，因此通常每个节点有2个变量已知。

- 变量分类：

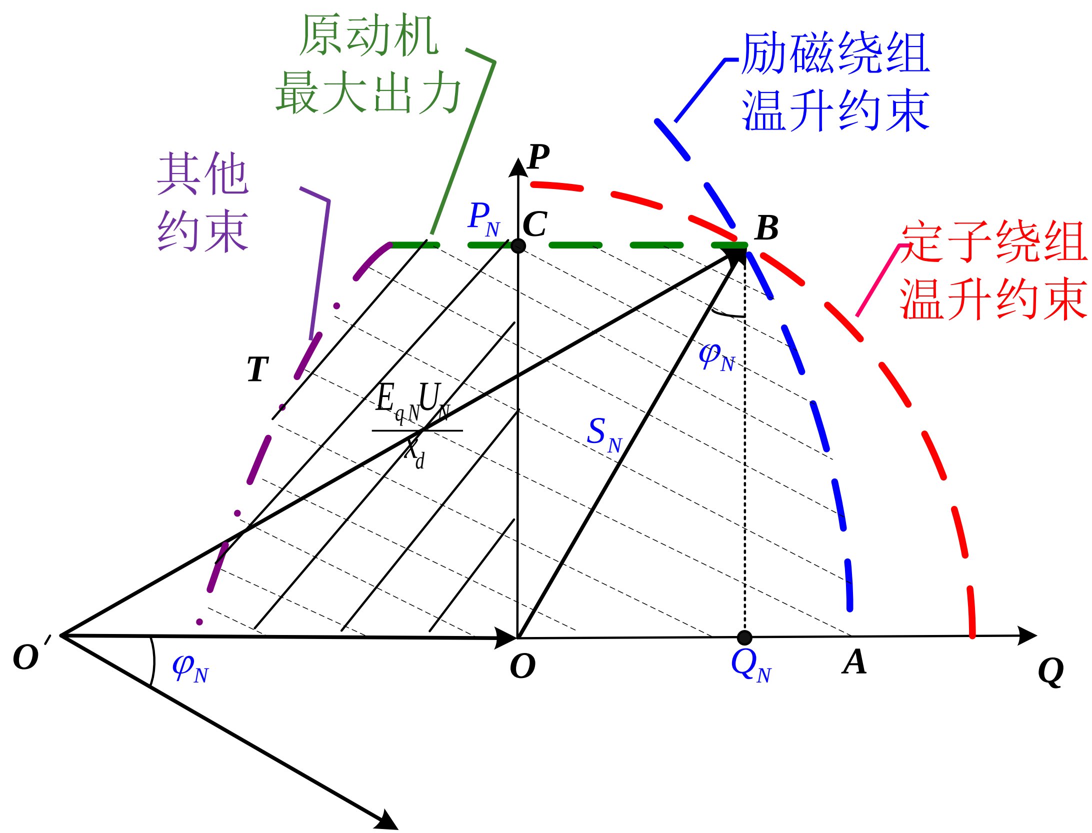
扰动变量(不可控变量)*d*	负荷功率 P_{Li}，Q_{Li}
控制变量*u*	发电机功率 P_{Gi}，Q_{Gi}
状态变量*x*	节点电压 U_i，δ_i

节点功率方程中的变量

变量的约束条件

负荷功率P_L、Q_L	无约束	
发电机功率P_G、Q_G	$P_{Gimin} \le P_{Gi} \le P_{Gimax}$ $Q_{Gimin} \le Q_{Gi} \le Q_{Gimax}$	发电机运行限额
节点电压U、δ	$U_{imin} \le U_i \le U_{imax}$	电压质量要求
	$\lvert\delta_i-\delta_j\rvert \le \lvert\delta_i-\delta_j\rvert_{max}$	稳定性要求

发电机的运行限额(隐极机)



节点的分类

根据节点给定（已知）变量进行分类

类型	给定变量	待求变量	说明
PQ	$P(P_G、P_L)$ $Q(Q_G、Q_L)$	$U、\delta$	给定有功和无功出力的发电厂母线、负荷节点、无其它电源的变电所母线。大多数节点为**PQ**节点。
PV	$P(P_G、P_L)$ U Q_L	$Q_G、\delta$	有无功储备的发电厂母线、有可调无功电源的变电站母线、有无功补偿设备的负荷节点。PV节点较少，也可能没有。
平衡节点（$V\delta$节点）	$U、\delta$ $P_L、Q_L$	$P_G、Q_G$	容量足够大的发电厂（如调频电厂）的母线，用于平衡系统的功率，提供全网电压的相位参考点。通常只设一个平衡节点。

设置平衡节点的必要性

- 系统的功率损耗在潮流计算完成之前是未知的，即功率损耗是状态变量的函数。必须设置至少一个节点来平衡全网的功率损耗。

$$P_1 + jQ_1 \quad \Delta P + j\Delta Q = (P_1 - P_2) + j(Q_1 - Q_2) \quad P_2 + jQ_2$$

$$\Delta P + j\Delta Q = f(\dot{U}_1, \dot{U}_2)$$

- 功率方程中节点相位是以相对相位（相位差）的形式出现的，要计算节点电压的绝对相位，必须有一个相位参考节点。

手算潮流第三种情况，首末端节点类型?

第二节 节点功率方程及其迭代解法

- 节点功率方程和节点分类
  - 节点功率方程的形成
  - 节点功率方程的变量
  - 节点的分类
- 节点功率方程的迭代解法原理
  - 牛顿—拉夫逊（Newton-Raphson）法：N-R法
    - 一元非线性方程的求解
    - 多元非线性方程组的求解

第二节 节点功率方程及其迭代解法

- 高斯-塞德尔法由于其简单而在早期的潮流计算程序中得以采用，但后来被牛顿型算法所取代。目前这种方法多与牛顿型算法配合使用，以补后者的不足。鉴于它已不再广泛用于计算潮流，故本课将不再介绍这一算法。
- 牛顿一拉夫逊（Newton-Raphson）法：N-R法

一元非线性方程 $f(x)=0$ 的求解

设初解$x^{(0)}$，真解$x^{*}=x^{(0)}+\Delta x^{(0)}$，则有：$f(x^{*})=f(x^{(0)}+\Delta x^{(0)})=0$

用Taylor级数展开：

$$f(x^{(0)}+\Delta x^{(0)})=f(x^{(0)})+f'(x^{(0)})\Delta x^{(0)}\boxed{+\cdots+\frac{1}{n!}f^{(n)}(x^{(0)})(\Delta x^{(0)})^{n}+\cdots}=0$$

忽略高阶项

修正方程(线性)

$$f(x^{(0)})+f'(x^{(0)})\Delta x^{(0)}\approx 0$$

修正量

$$\Delta x^{(0)}\approx-\frac{f(x^{(0)})}{f'(x^{(0)})}$$

修正初解

新解

$$x^{(1)}=x^{(0)}+\Delta x^{(0)}$$

一元非线性方程 $f(x)=0$ 的求解

- $f(x)=0$ 的*N-R*求解步骤：

1 设定初解：$x^{(0)}$

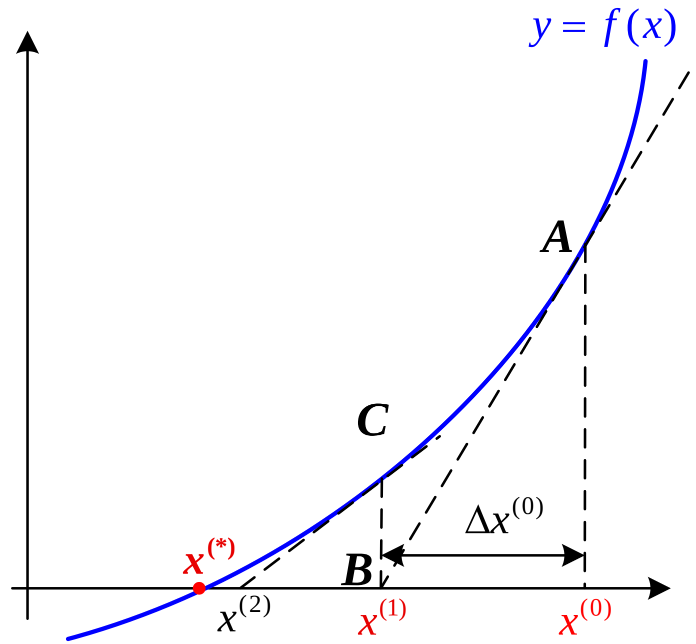
2 解修正方程，求解修正量：$f(x^{(k)})=-f'(x^{(k)})\Delta x^{(k)}$

3 修正初解：$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)}$

4 收敛判据：$\left|\Delta x^{(k)}\right| < \varepsilon$

若不满足则转第2步。

- *N-R*的几何意义：



多元非线性方程组的求解

- 设非线性方程组：$\begin{cases} f_1(x_1,x_2,\dots x_n) = y_1 \\ f_2(x_1,x_2,\dots x_n) = y_2 \\ \dots \\ f_n(x_1,x_2,\dots x_n) = y_\mathrm{n} \end{cases}$
- 设初解：$x_1^{(0)}$， $x_2^{(0)}$， …， $x_n^{(0)}$
- 真解：$x_1^{(0)}+\Delta x_1^{(0)}$， $x_2^{(0)}+\Delta x_2^{(0)}$， …， $x_n^{(0)}+\Delta x_n^{(0)}$
- 考察 f_1，有：

$$f_1(x_1^{(0)}+\Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)}+\Delta x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}+\Delta x_n^{(0)}) = y_1$$

多元非线性方程组的求解

$$f_1(x_1^{(0)}+\Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)}+\Delta x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}+\Delta x_n^{(0)}) = y_1$$

Taylor展开，忽略高阶项

$$f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\cdots x_n^{(0)}) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\Big|_0 \Delta x_1^{(0)} + \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\Big|_0 \Delta x_2^{(0)} + \cdots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\Big|_0 \Delta x_n^{(0)} = y_1$$

$$f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\cdots x_n^{(0)}) - y_1 = -\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\Big|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\cdots x_n^{(0)}) - y_1 \\ f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\cdots x_n^{(0)}) - y_2 \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\cdots x_n^{(0)}) - y_n \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\Big|_0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}\Big|_0 \\ & & \cdots & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}\Big|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(4-33)}$$

多元非线性方程组的求解

- 记：

不平衡量
(或误差向量)

$$\Delta\mathbf{F}=\begin{bmatrix} f_1(x_1^{(0)},x_2^{(0)}\cdots x_n^{(0)})-y_1 \\ f_2(x_1^{(0)},x_2^{(0)}\cdots x_n^{(0)})-y_2 \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(0)},x_2^{(0)}\cdots x_n^{(0)})-y_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta f_1 \\ \Delta f_2 \\ \vdots \\ \Delta f_n\end{bmatrix} \qquad \Delta\mathbf{X}=\begin{bmatrix}\Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)}\end{bmatrix}$$

修正量

$$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\Big|_0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}\Big|_0 \\ & & \cdots & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}\Big|_0 \end{bmatrix}$$

雅可比
(Jacobian)矩阵

- 则有：$\Delta\boldsymbol{F}=-\boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{X}$

修正方程组（线性）

多元非线性方程组的求解

- 多元方程组的N-R求解步骤：

1. 设初解向量$X^{(0)}=[x_1^{(0)}, x_2^{(0)},\ldots, x_n^{(0)}]'$
2. 计算不平衡量

$$\Delta F^{(0)}=[\Delta f_1(X^{(0)}),\Delta f_2(X^{(0)}),\ldots,\Delta f_n(X^{(0)})]'$$

3. 计算Jacobian矩阵$J^{(0)}$
4. 由修正方程$\Delta F^{(0)}=-J^{(0)}\Delta X^{(0)}$求解修正量$\Delta X^{(0)}$
5. 更新解向量：$X^{(1)}=X^{(0)}+\Delta X^{(0)}$
6. 判断收敛：$\max\left|\Delta x_i\right|<\varepsilon$?

   若不满足则转第2步

多元非线性方程组的求解算例

- **例**： 用***N-R***法解方程组 $\begin{cases} x_1^2 + 2x_2 = 5 \\ x_1 - x_2^2 + x_2 = 0 \end{cases}$

- **解**：令 $\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2 \\ f_2(x_1, x_2) = x_1 - x_2^2 + x_2 \end{cases}$

  不平衡量 $\Delta F = \begin{bmatrix} x_1^2 + 2x_2 - 5 \\ x_1 - x_2^2 + x_2 - 0 \end{bmatrix}_{(x_1, x_2)}$

- Jacobian矩阵：$J = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{(x_1, x_2)} = \begin{bmatrix} 2x_1 & 2 \\ 1 & -2x_2 + 1 \end{bmatrix}_{(x_1, x_2)}$

多元非线性方程组的求解算例

设初解：$x_1^{(0)} = 1$，$x_2^{(0)} = 2$

- **第1次迭代：**

$$\Delta F^{(0)} = \begin{bmatrix} \Delta f_1^{(0)} \\ \Delta f_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^2 + 2x_2 - 5 \\ x_1 - x_2^2 + x_2 - 0 \end{bmatrix}_{X=(1,2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$J^{(0)} = \begin{bmatrix} 2x_1 & 2 \\ 1 & -2x_2 + 1 \end{bmatrix}_{X=(1,2)} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

修正方程组：$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix}$

解得：$\begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 \\ -0.25 \end{bmatrix}$

新解：$\begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.25 \\ 1.75 \end{bmatrix}$

多元非线性方程组的求解算例

- 第2次迭代：

$$\Delta F^{(1)}=\begin{bmatrix}\Delta f_1^{(1)}\\ \Delta f_2^{(1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1^2+2x_2-5\\ x_1-x_2^2+x_2-0\end{bmatrix}_{X=(1.25,1.75)}=\begin{bmatrix}0.0625\\ -0.0625\end{bmatrix}$$

$$J^{(1)}=\begin{bmatrix}2x_1 & 2\\ 1 & -2x_2+1\end{bmatrix}_{X=(1.25,1.75)}=\begin{bmatrix}2.5 & 2\\ 1 & -2.5\end{bmatrix}$$

修正方程组：$\begin{bmatrix}0.0625\\ -0.0625\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}2.5 & 2\\ 1 & -2.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta x_1^{(1)}\\ \Delta x_2^{(1)}\end{bmatrix}$

解得：$\begin{bmatrix}\Delta x_1^{(0)}\\ \Delta x_2^{(0)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.0038\\ -0.0265\end{bmatrix}$

新解：$\begin{bmatrix}x_1^{(2)}\\ x_2^{(2)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1^{(1)}+\Delta x_1^{(1)}\\ x_2^{(1)}+\Delta x_2^{(1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.2462\\ 1.7235\end{bmatrix}$

多元非线性方程组的求解算例

- 第3次迭代：

$$\Delta F^{(2)} = \begin{bmatrix} \Delta f_1^{(2)} \\ \Delta f_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.444 \times 10^{-5} \\ -7.523 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

……

多元非线性方程组的求解算例

迭代过程

No.	x	Δf	J	Δx
1	$\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2 & 2\\1 & -3\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.25\\-0.25\end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix}1.25\\1.75\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-0.0625\\0.0625\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2.5 & 2\\1 & -2.5\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-0.0038\\-0.025\end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix}1.2462\\1.7235\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-0.0000143\\0.0007031\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2.4929 & 2\\1 & -2.4470\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.0001693\\-0.0002181\end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix}1.2464\\1.7233\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-0.0000000\\0.0000000\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2.4928 & 2\\1 & -2.4465\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.0000000\\-0.0000000\end{bmatrix}$

目 录

- **4.1** 电力网络方程
- **4.2** 节点功率方程及其迭代解法
- **4.3 牛拉法潮流计算（实数节点功率方程）**
- 本章小结

第三节 牛拉法潮流计算

- 实数节点功率方程组与修正方程组
  - 已知变量和求解变量
  - 实数节点功率方程组
  - *n*节点网络的功率方程组
  - 修正方程组
- **N-R**法计算潮流的基本步骤
- **N-R**法潮流计算算例

已知变量和求解变量

- 对于 n节点系统

节点	数目	编号	已知	待求
平衡节点	1	s	U，δ	P，Q
PQ节点	m-1	1, 2, …, m（含s）	P，Q	U，δ
PV节点	n-m	m+1, …, n	P，U	δ，Q

•第一求解对象是各节点电压，即未知的状态变量；
•共2(m-1)+(n-m)=n+m-2个未知状态变量，则需n+m-2个独立方程。

实数节点功率方程组（极坐标形式）

- **节点i的实数节点功率方程**

节点i复数形式节点功率方程：

$$\tilde{S}_i = P_i + jQ_i = \dot{U}_i \sum_{j=1}^{n} \left(\overset{*}{Y}_{ij} \overset{*}{U}_j \right)$$

令$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$，$\dot{U}_i = U_i e^{j\delta_i}$，$\dot{U}_j = U_j e^{j\delta_j}$

极坐标形式

$$\tilde{S}_i = U_i e^{j\delta_i} \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} - jB_{ij}) U_j e^{-j\delta_j}$$

$$\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$$

$$\tilde{S}_i = U_i \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} - jB_{ij}) U_j e^{j\delta_{ij}}$$

$$e^{j\delta_{ij}} = \cos\delta_{ij} + j\sin\delta_{ij}$$

$$\tilde{S}_i = U_i \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} - jB_{ij}) U_j (\cos\delta_{ij} + j\sin\delta_{ij})$$

实数节点功率方程组

- 节点*i*的实数节点功率方程

$$\tilde{S}_i = P_i + jQ_i = U_i \sum_{j=1}^{n} \left(G_{ij} - jB_{ij}\right) U_j \left(\cos\delta_{ij} + j\sin\delta_{ij}\right)$$

实、虚部分开

$$\begin{cases} P_i = U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}\right) \\ Q_i = U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}\right) \end{cases}$$

用上标s表示已知的节点注入功率

已知节点注入功率（常数）

$$\begin{cases} P_i^s = \underbrace{U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}\right)}_{P_i(\mathbf{U},\boldsymbol{\delta})} \\ Q_i^s = \underbrace{U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}\right)}_{Q_i(\mathbf{U},\boldsymbol{\delta})} \end{cases}$$

节点注入功率函数（简：连加式函数）

实数节点功率方程组

- 节点*i*的实数节点功率方程

已知节点注入功率（常数）

$$\begin{cases} P_i^s = U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij} \right) \\ Q_i^s = U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij} \right) \end{cases}$$

$P_i(\mathbf{U},\boldsymbol{\delta})$

$Q_i(\mathbf{U},\boldsymbol{\delta})$

节点注入功率函数（简：连加式函数）

有功不平衡量函数

$$\Delta P_i(\mathbf{U},\boldsymbol{\delta}) = P_i^s - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij} \right) = 0$$

$$\Delta Q_i(\mathbf{U},\boldsymbol{\delta}) = Q_i^s - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij} \right) = 0$$

无功不平衡量函数

实数节点功率方程组

- ***n*节点网络的实数功率方程组**

PQ节点 (m-1个)

$$\begin{cases} P_1^s - U_1 \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{1j} \cos \delta_{1j} + B_{1j} \sin \delta_{1j} \right) = 0 \\ Q_1^s - U_1 \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{1j} \sin \delta_{1j} - B_{1j} \cos \delta_{1j} \right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_2^s - U_2 \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{2j} \cos \delta_{2j} + B_{2j} \sin \delta_{2j} \right) = 0 \\ Q_2^s - U_2 \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{2j} \sin \delta_{2j} - B_{2j} \cos \delta_{2j} \right) = 0 \end{cases}$$

……

共2(*m*-1)个方程

PV节点 (n-m个)

$$P_{m+1}{}^s - U_{m+1} \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{(m+1)j} \cos \delta_{(m+1)j} + B_{(m+1)j} \sin \delta_{(m+1)j} \right) = 0$$

$$P_{m+2}{}^s - U_{m+2} \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{(m+2)j} \cos \delta_{(m+2)j} + B_{(m+2)j} \sin \delta_{(m+2)j} \right) = 0$$

……

共*n*-*m*个方程

共计：**2(*m*-1)+(*n*-*m*)=*n*+*m*-2**个方程

变量

修正方程组

- 实数功率方程组的修正方程组

令
$$\begin{cases} F_{Pi}=\Delta P_i=P_i^s-U_i\sum_{j=1}^{n}U_j(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij})=0 \\ F_{Qi}=\Delta Q_i=Q_i^s-U_i\sum_{j=1}^{n}U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij})=0 \end{cases}$$

类比 $y=f(x)$

修正方程 $\Delta\mathbf{F}=\mathbf{J}\Delta\mathbf{X}$

$$\begin{bmatrix}\Delta\mathbf{P}\\ \Delta\mathbf{Q}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\boldsymbol{\delta}} & \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\mathbf{U}}\\ \frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial\boldsymbol{\delta}} & \frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial\mathbf{U}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{\delta}\\ \Delta\mathbf{U}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\boldsymbol{\delta}} & \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\mathbf{U}}\mathbf{U}\\ \frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial\boldsymbol{\delta}} & \frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial\mathbf{U}}\mathbf{U}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{\delta}\\ \Delta\mathbf{U}/\mathbf{U}\end{bmatrix}$$

修正方程组

- n节点网络节点功率方程组的修正方程组

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta P_{m+1} \\ \Delta P_{m+2} \\ \vdots \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{m+1}} & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{m+1}} & \cdots \\
\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_{m+1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_n} & \cdots \\
\frac{\partial P_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{m+1}} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{m+1}} & \cdots \\
\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_{m+1}} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_{m+1}} & \cdots \\
 & & & & \cdots & & & \\
\frac{\partial P_{m+1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_{m+1}}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial P_{m+1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_{m+1}}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial P_{m+1}}{\partial \delta_{m+1}} & \frac{\partial P_{m+1}}{\partial \delta_{m+2}} & \cdots \\
\frac{\partial P_{m+2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial \Delta P_{m+2}}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial P_{m+2}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_{m+2}}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial P_{m+2}}{\partial \delta_{m+1}} & \frac{\partial P_{m+2}}{\partial \delta_{m+2}} & \cdots \\
 & & & & \cdots & & &
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta U_1 / U_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \Delta U_2 / U_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_{m+1} \\ \Delta \delta_{m+2} \\ \vdots \end{bmatrix}
$$

PQ节点

PV节点

(*n*+*m*-2)×1 **(*n*+*m*-2)× (*n*+*m*-2)** **(*n*+*m*-2)×1**

Jacobian矩阵的计算

- **Jacobian矩阵的元素分四类：**

$$H_{ij}=\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \qquad N_{ij}=\frac{\partial P_i}{\partial U_j}U_j$$

$$J_{ij}=\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \qquad L_{ij}=\frac{\partial Q_i}{\partial U_j}U_j$$

注意：每一元素仅为一个指定节点（i）的注入功率函数（连加式）$P_i(U,\delta)$或$Q_i(U,\delta)$对另一个指定节点（j）的电压U_j或δ_j 的偏导数。

Jacobian矩阵的计算

$$
J = \left[\begin{array}{cccc:ccc}
H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & \cdots & H_{1(m+1)} & H_{1(m+2)} & \cdots \\
J_{11} & L_{11} & J_{12} & L_{12} & \cdots & J_{1(m+1)} & J_{1(m+2)} & \cdots \\
H_{21} & N_{21} & H_{22} & N_{22} & \cdots & H_{2(m+1)} & H_{2(m+2)} & \cdots \\
J_{21} & L_{21} & J_{22} & L_{22} & \cdots & J_{2(m+1)} & J_{2(m+2)} & \cdots \\
 & & & & \cdots & & & \\
\hdashline
H_{(m+1)1} & N_{(m+1)1} & H_{(m+1)2} & N_{(m+1)2} & \cdots & \boxed{H_{(m+1)(m+1)}} & H_{(m+1)(m+2)} & \cdots \\
H_{(m+2)1} & N_{(m+2)1} & H_{(m+2)2} & N_{(m+2)2} & \cdots & H_{(m+2)(m+1)} & \boxed{H_{(m+2)(m+2)}} & \cdots \\
 & & & & \cdots & & &
\end{array}\right]
$$

Jacobian矩阵的计算

- 三角函数导数

对δ_j求偏导，仅δ_j为变量

$$\frac{\partial\cos\delta_{ij}}{\partial\delta_j}=\frac{\partial\cos(\delta_i-\delta_j)}{\partial(\delta_i-\delta_j)}\frac{\partial(\delta_i-\delta_j)}{\partial\delta_j}=\frac{\partial\cos(\delta_i-\delta_j)}{-\partial(\delta_i-\delta_j)}=\sin\delta_{ij}$$

同理：

$$\frac{\partial\sin\delta_{ij}}{\partial\delta_j}=-\cos\delta_{ij},\quad\frac{\partial\cos\delta_{ij}}{\partial\delta_i}=-\sin\delta_{ij},\quad\frac{\partial\sin\delta_{ij}}{\partial\delta_i}=\cos\delta_{ij}$$

Jacobian矩阵的计算

- 非对角元的计算：$H_{ij}=\dfrac{\partial P_i}{\partial \delta_j}$　$N_{ij}=\dfrac{\partial P_i}{\partial U_j}U_j$　$(i \neq j)$

$$P_i = U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}\right)$$

连加式中仅有某个$\delta_{ij}=\delta_i-\delta_j$或$U_j$是变量

$$H_{ij}=\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}=U_iU_j(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij}) \quad \textbf{(4-49a-1)}$$

$$N_{ij}=\frac{\partial P_i}{\partial U_j}U_j=U_iU_j(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij}) \quad \textbf{(4-49b-1)}$$

Jacobian矩阵的计算

- 非对角元的计算： $J_{ij}=\dfrac{\partial Q_i}{\partial \delta_j}$ $L_{ij}=\dfrac{\partial Q_i}{\partial U_j}U_j$ （$i\neq j$）

$$Q_i=U_i\sum_{j=1}^{n}U_j\left(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij}\right)$$

连加式中仅有某个$\delta_{ij}=\delta_i-\delta_j$或$U_j$是变量

$$J_{ij}=\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j}=-U_iU_j(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij})$$

(4-49a-2)

$$L_{ij}=\frac{\partial Q_i}{\partial U_j}U_j=U_iU_j(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij})$$

(4-49b-2)

Jacobian矩阵的计算

- 雅克比矩阵H_{12}怎样计算?

$$P_1 = U_1 \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij} \right)$$

$$= U_1 \Big[U_1 \left(G_{11} \cos \delta_{11} + B_{11} \sin \delta_{11} \right) + U_2 \left(G_{12} \cos \delta_{12} + B_{12} \sin \delta_{12} \right) +$$

$$+ U_3 \left(G_{13} \cos \delta_{13} + B_{13} \sin \delta_{13} \right) + \ldots \Big]$$

$$H_{12} = \frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} = U_1 U_2 (G_{12} \sin \delta_{12} - B_{12} \cos \delta_{12})$$

Jacobian矩阵的计算

- 对角元的计算：$H_{ii}=\dfrac{\partial P_i}{\partial \delta_i}$ $N_{ii}=\dfrac{\partial P_i}{\partial U_i}U_i$

$$P_i=U_i\sum_{j=1}^{n}U_j\left(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij}\right)$$

$$=U_i\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij})+U_i^2G_{ii}$$

所有$\delta_{ij}=\delta_i-\delta_j$或$U_i$都是变量

$$H_{ii}=\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i}=-U_i\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij})$$

(4-49c-1)

$$N_{ii}=\frac{\partial P_i}{\partial U_i}U_i=U_i\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij})+2U_i^2G_{ii}$$

(4-49d-1)

Jacobian矩阵的计算

- 对角元的计算： $J_{ii}=\dfrac{\partial Q_i}{\partial \delta_i}$ $L_{ii}=\dfrac{\partial Q_i}{\partial U_i}U_i$

$$Q_i=U_i\sum_{j=1}^{n}U_j\left(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij}\right)$$

$$=U_i\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij})-U_i^2B_{ii}$$

所有$\delta_{ij}=\delta_i-\delta_j$或$U_i$都是变量

$$J_{ii}=\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i}=U_i\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij})$$ (4-49c-2)

$$L_{ii}=\frac{\partial Q_i}{\partial U_i}U_i=U_i\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij})-2U_i^2B_{ii}$$

(4-49d-2)

Jacobian矩阵的计算

- 雅克比矩阵H_{11}怎样计算?

$$P_1 = U_1 \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij} \right)$$

$$= U_1 \left[U_1 \left(G_{11} \cos \delta_{11} + B_{11} \sin \delta_{11} \right) + U_2 \left(G_{12} \cos \delta_{12} + B_{12} \sin \delta_{12} \right) + \right.$$

$$\left. + U_3 \left(G_{13} \cos \delta_{13} + B_{13} \sin \delta_{13} \right) + \ldots \right]$$

$$H_{11} = \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} = U_1 \left[U_2 \left(-G_{12} \sin \delta_{12} + B_{12} \cos \delta_{12} \right) \right.$$

$$\left. + U_3 \left(-G_{13} \sin \delta_{13} + B_{13} \cos \delta_{13} \right) + \ldots \right]$$

$$= -U_1 \sum_{j=2}^{n} U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})$$

Jacobian矩阵的特点

- Jacobian矩阵的特点：
  - n节点网络，若平衡节点1个，PQ节点m-1个，PV节点n-m个，则雅可比矩阵为$n+m-2$阶非奇异方阵。
  - Jacobian矩阵的元素是节点电压δ_i, U_i的函数。
  - 非对称矩阵。
  - 稀疏矩阵。
  - 按节点顺序组织的分块Jacobian矩阵与节点导纳矩阵Y_B具有相同的稀疏结构。

Jacobian矩阵的特点

$$
\mathbf{J}=\left[\begin{array}{cc|cc|c|cc|cc|c}
\frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{m+1}} & 0 & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{m+1}} & 0 & \cdots \\
\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_{m+1}} & 0 & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_n} & 0 & \cdots \\
\hline
\frac{\partial P_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{m+1}} & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{m+1}} & 0 & \cdots \\
\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_{m+1}} & 0 & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_{m+1}} & 0 & \cdots \\
\hline
 & & & & \cdots & & & & & \\
\hline
\frac{\partial P_{m+1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_{m+1}}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial P_{m+1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_{m+1}}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial P_{m+1}}{\partial \delta_{m+1}} & 0 & \frac{\partial P_{m+1}}{\partial \delta_{m+2}} & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
\hline
\frac{\partial P_{m+2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial \Delta P_{m+2}}{\partial U_1}U_1 & \frac{\partial P_{m+2}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_{m+2}}{\partial U_2}U_2 & \cdots & \frac{\partial P_{m+2}}{\partial \delta_{m+1}} & 0 & \frac{\partial P_{m+2}}{\partial \delta_{m+2}} & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
\hline
 & & & & \cdots & & & & &
\end{array}\right]
$$

第三节 牛拉法潮流计算

- 实数节点功率方程组与修正方程组
  - 已知变量和求解变量
  - 实数节点功率方程组
  - n节点网络的功率方程组
  - 修正方程组
- N-R法计算潮流的基本步骤
- **N-R**法潮流计算算例

N-R法计算潮流的基本步骤

1 形成节点导纳矩阵、确定节点分类，建立需要求解的节点功率方程（实数形式）

2 设定各节点电压初解：PQ节点$U_i^{(0)}, \delta_i^{(0)}$；　PV节点$\delta_j^{(0)}$

常采用平启动(*flat start*)：令$U_i^{(0)}=1, \delta_i^{(0)}=0$

3 计算各节点功率不平衡量：

***PQ*节点：**

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^s - U_i^{(k)} \sum_{j=1}^{n} U_j^{(k)} \left(G_{ij} \cos\delta_{ij}^{(k)} + B_{ij} \sin\delta_{ij}^{(k)} \right)$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^s - U_i^{(k)} \sum_{j=1}^{n} U_j^{(k)} \left(G_{ij} \sin\delta_{ij}^{(k)} - B_{ij} \cos\delta_{ij}^{(k)} \right)$$

***PV*节点：**

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^s - U_i^{(k)} \sum_{j=1}^{n} U_j^{(k)} \left(G_{ij} \cos\delta_{ij}^{(k)} + B_{ij} \sin\delta_{ij}^{(k)} \right)$$

N-R法计算潮流的基本步骤

4 形成Jacobian矩阵

5 解修正方程组

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \mathbf{U}/\mathbf{U} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \boldsymbol{U} \end{bmatrix}$$

6 修正电压：

$$\begin{bmatrix} \delta^{(k+1)} \\ \boldsymbol{U}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^{(k)} \\ \boldsymbol{U}^{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \boldsymbol{U} \end{bmatrix}$$

7 收敛判断：

若 $\max\left|\Delta U_i\right| < \varepsilon$ 且 $\max\left|\Delta \delta_i\right| < \varepsilon$ 则结束，否则转第3步

N-R法计算潮流的基本步骤

8 计算平衡节点功率：

$$P_s = U_s \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{sj} \cos\delta_{sj} + B_{sj} \sin\delta_{sj} \right)$$

$$Q_s = U_s \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{sj} \sin\delta_{sj} - B_{sj} \cos\delta_{sj} \right)$$

计算*PV*节点无功：

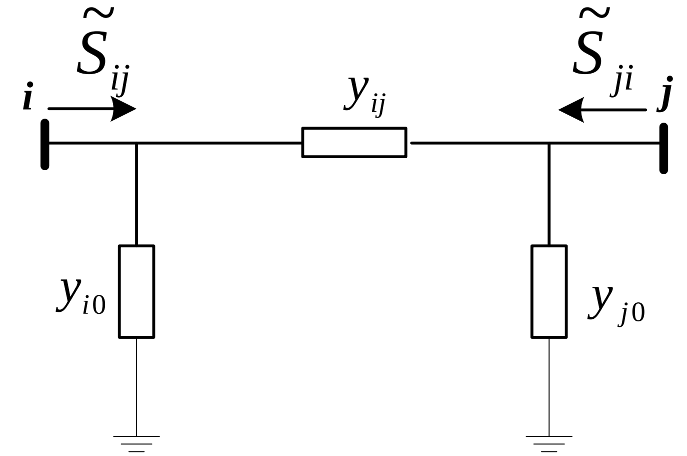
$$Q_p = U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij} \sin\delta_{pj} - B_{pj} \cos\delta_{pj} \right)$$

N-R法计算潮流的基本步骤

- 计算支路功率：

$$\tilde{S}_{ij} = \dot{U}_i \left[\overset{*}{U}_i \overset{*}{y}_{i0} + (\overset{*}{U}_i - \overset{*}{U}_j) \overset{*}{y}_{ij} \right]$$

$$\tilde{S}_{ji} = \dot{U}_j \left[\overset{*}{U}_j \overset{*}{y}_{j0} + (\overset{*}{U}_j - \overset{*}{U}_i) \overset{*}{y}_{ij} \right]$$



- 计算支路功率损耗：

$$\Delta\tilde{S}_{ji} = \tilde{S}_{ij} + \tilde{S}_{ji}$$

- 计算电压降落、电压偏移、输电效率等

第三节 牛拉法潮流计算

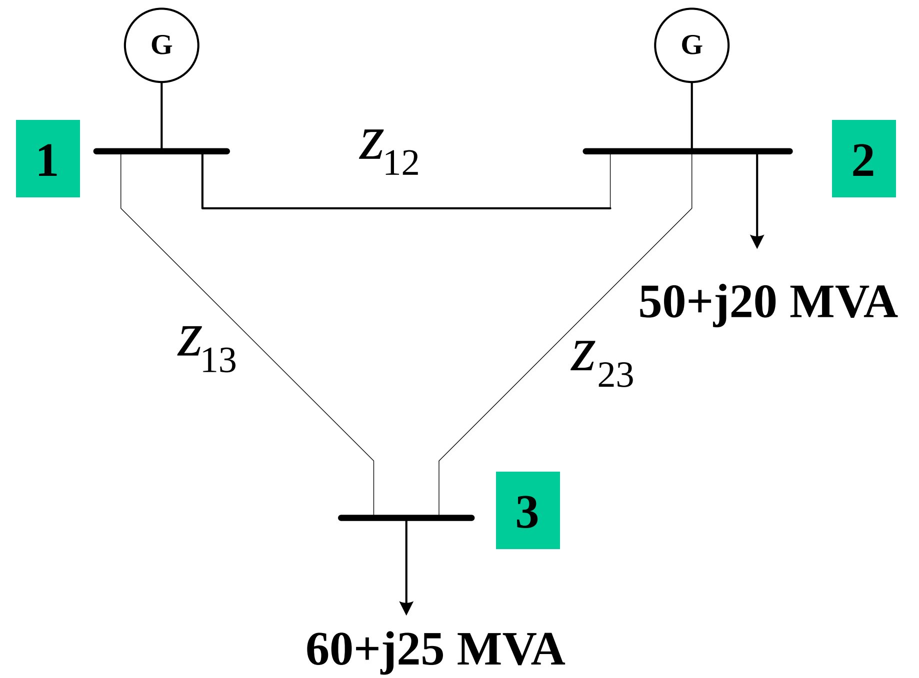
- 实数节点功率方程组与修正方程组
  - 已知变量和求解变量
  - 实数节点功率方程组
  - *n*节点网络的功率方程组
  - 修正方程组
- N-R法计算潮流的基本步骤
- N-R法潮流计算算例

牛拉法潮流计算例题

- 例：对如图系统应用NR法进行潮流计算。基准功率100MVA，电压、电抗均为标幺值，收敛精度0.01。

线路参数（标幺值）

支路i-j	阻抗z_{ij}
1-2	0.08+j0.24
1-3	0.02+j0.06
2-3	0.06+j0.18



发电机功率

牛拉法潮流计算例题

已知节点数据

节点	电压（pu）		发电机注入功率（MVA）		负荷功率（MVA）		节点类型
	U	*δ*	*P*	*Q*	*P*	*Q*	
1	1.05	0			0	0	*Vδ*
2	1.03		20		50	20	*PV*
3			0	0	60	25	*PQ*

牛拉法潮流计算例题

- 分析：
  - 节点1为平衡节点，2节点为PV节点，3节点为PQ节点

待求状态变量（未知数）:δ_2、U_3、δ_3

节点功率方程：

$$\begin{cases} P_2 - U_2 \sum_{j=1}^{3} U_j \left(G_{2j} \cos \delta_{2j} + B_{2j} \sin \delta_{2j} \right) = 0 \\ P_3 - U_3 \sum_{j=1}^{3} U_j \left(G_{3j} \cos \delta_{3j} + B_{3j} \sin \delta_{3j} \right) = 0 \\ Q_3 - U_3 \sum_{j=1}^{3} U_j \left(G_{3j} \sin \delta_{3j} - B_{3j} \cos \delta_{3j} \right) = 0 \end{cases}$$

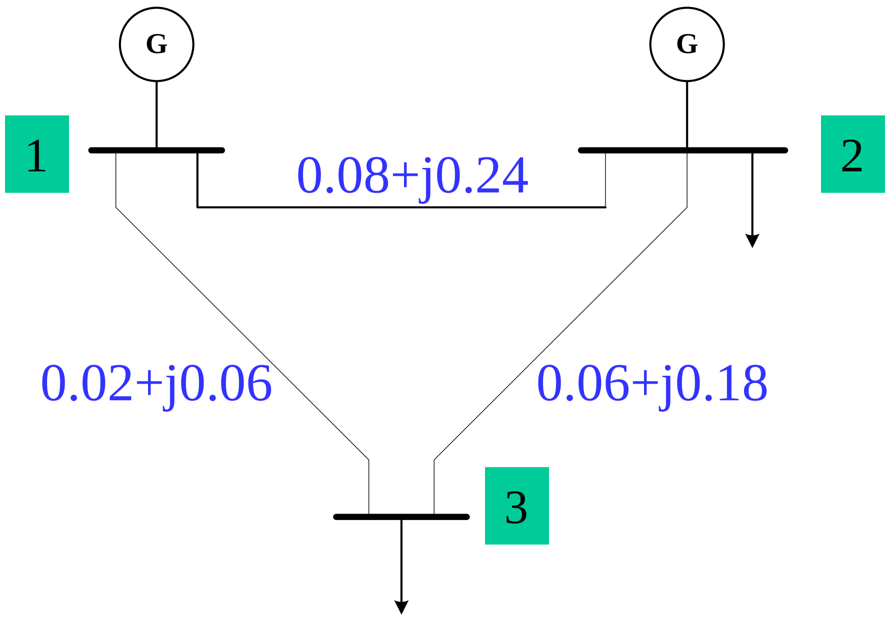
  - 修正方程组：

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta U_3 / U_3 \end{bmatrix}$$

牛拉法潮流计算例题

解：

1 形成导纳矩阵



$$y_{12} = \frac{1}{z_{12}} = \frac{1}{0.08 + j0.24} = 1.25 - j3.75$$

$$y_{23} = 1.6667 - j5.0$$

$$y_{13} = 5 - j15$$

$$\mathbf{Y}_B = \begin{bmatrix} 6.25 - 18.75 & -1.25 + j3.75 & -5 + j15 \\ -1.25 + j3.75 & 2.9167 - j8.75 & -1.6667 + j5.0 \\ -5 + j15 & -1.6667 + j5.0 & 6.6667 - j20 \end{bmatrix}$$

牛拉法潮流计算例题

- 形成节点功率方程组

由 $$\begin{cases} P_i - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij} \right) = 0 \\ Q_i - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij} \right) = 0 \end{cases}$$

2节点为PV节点：

$$-30/100 - 1.03\times\big[1.05(-1.25\cos\delta_{21} + 3.75\sin\delta_{21})$$
$$+1.03\times 2.9167 + U_3(-1.6667\cos\delta_{23} + 5\sin\delta_{23})\big] = 0$$

3节点为PQ节点：

$$-60/100 - U_3\big[1.05(-5\cos\delta_{31} + 15\sin\delta_{31})$$
$$+1.03(-1.6667\cos\delta_{32} + 5\sin\delta_{32}) + U_3\times 6.6667\big] = 0$$
$$-25/100 - U_3\big[1.05(-5\sin\delta_{31} - 15\cos\delta_{31})$$
$$+1.03(-1.6667\sin\delta_{32} - 5\cos\delta_{32}) + U_3\times 20\big] = 0$$

牛拉法潮流计算例题

- 需要求解的非线性方程组：

$$\begin{cases} -0.3-1.03\times\big[1.05(-1.25\cos\delta_{21}+3.75\sin\delta_{21}) \\ \quad +1.03\times 2.9167+U_3(-1.6667\cos\delta_{23}+5\sin\delta_{23})\big]=0 \\ -0.6-U_3\big[1.05(-5\cos\delta_{31}+15\sin\delta_{31}) \\ \quad +1.03(-1.6667\cos\delta_{32}+5\sin\delta_{32})+U_3\times 6.6667\big]=0 \\ -0.25-U_3\big[1.05(-5\sin\delta_{31}-15\cos\delta_{31}) \\ \quad +1.03(-1.6667\sin\delta_{32}-5\cos\delta_{32})+U_3\times 20\big]=0 \end{cases}$$

已知δ_1=0

$$\begin{cases} 1.3519\cos\delta_2-4.0556\sin\delta_2+1.7167U_3\cos\delta_{23}-5.15\sin\delta_{23}=3.3943 \\ U_3\left(5.25\cos\delta_3-15.75\sin\delta_3+1.7167\cos\delta_{32}-5.15\sin\delta_{32}\right)-6.6667U_3^2=0.6 \\ U_3(5.25\sin\delta_3+15.75\cos\delta_3+1.7167\sin\delta_{32}+5.15\cos\delta_{32})-20U_3^2=0.25 \end{cases}$$

牛拉法潮流计算例题

2 设定电压初值（平启动）：

$$\begin{cases} U_1^{(0)} = 1.05\angle 0 \\ U_2^{(0)} = 1.03\angle 0 \\ U_3^{(0)} = 1.0\angle 0 \end{cases}$$

3 计算各节点注入功率不平衡量:

$$\Delta P_2^{(0)} = 1.3519 + 1.7167 - 3.3943 = -0.3257$$

$$\Delta P_3^{(0)} = 5.25 + 1.7167 - 6.6667 - 0.6 = -0.3$$

$$\Delta Q_3^{(0)} = 15.75 + 5.15 - 20 - 0.25 = 0.65$$

牛拉法潮流计算例题

4 形成Jacobian矩阵

$$H_{22}^{(0)}=\left.\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2}\right|_0$$

$$=\left.\frac{\partial\left[-\left(1.3519\cos\delta_2-4.0556\sin\delta_2+1.7167U_3\cos\delta_{23}-5.15\sin\delta_{23}\right)\right]}{\partial\delta_2}\right|_0$$

$$=-\left(-1.3519\sin\delta_2-4.0556\cos\delta_2-1.7167U_3\sin\delta_{23}-5.15\cos\delta_{23}\right)\Big|_0$$

$$=9.2056$$

$$H_{23}^{(0)}=\left.\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3}\right|_0$$

$$=\left.\frac{\partial\left[-\left(1.3519\cos\delta_2-4.0556\sin\delta_2+1.7167U_3\cos\delta_{23}-5.15\sin\delta_{23}\right)\right]}{\partial\delta_3}\right|_0$$

$$=-\left(1.7167U_3\sin\delta_{23}+5.15\cos\delta_{23}\right)\Big|_0=-5.15$$

牛拉法潮流计算例题

$$N_{23}^{(0)}=\frac{\partial P_2}{\partial U_3}U_3\bigg|_0$$

$$=\frac{\partial\left[-\left(1.3519\cos\delta_2-4.0556\sin\delta_2+1.7167U_3\cos\delta_{23}-5.15\sin\delta_{23}\right)\right]}{\partial U_3}U_3\Bigg|_0$$

$$=-1.7167U_3\cos\delta_{23}\big|_0=-1.7163$$

$$H_{32}^{(0)}=\frac{\partial P_3}{\partial\delta_2}\bigg|_0$$

$$=\frac{\partial\left[-U_3\left(5.25\cos\delta_3-15.75\sin\delta_3+1.7167\cos\delta_{32}-5.15\sin\delta_{32}\right)+6.6667U_3^2\right]}{\partial\delta_2}\Bigg|_0$$

$$=1.7167U_3\sin\delta_{32}-5.15U_3\cos\delta_{32}\big|_0=-5.15$$

牛拉法潮流计算例题

$$H_{33}^{(0)} = \left.\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3}\right|_0$$

$$= \left.\frac{\partial\left[-U_3\left(5.25\cos\delta_3 - 15.75\sin\delta_3 + 1.7167\cos\delta_{32} - 5.15\sin\delta_{32}\right) + 6.6667U_3^2\right]}{\partial \delta_3}\right|_0$$

$$= 5.25U_3\sin\delta_3 + 15.75U_3\cos\delta_3 + 1.7167U_3\sin\delta_{32} + 5.15U_3\cos\delta_{32}\Big|_0 = 20.9$$

$$N_{33}^{(0)} = \left.\frac{\partial P_3}{\partial U_3}U_3\right|_0$$

$$= \left.\frac{\partial\left[-U_3\left(5.25\cos\delta_3 - 15.75\sin\delta_3 + 1.7167\cos\delta_{32} - 5.15\sin\delta_{32}\right) + 6.6667U_3^2\right]}{\partial U_3}U_3\right|_0$$

$$= -\left(5.25\cos\delta_3 - 15.75\sin\delta_3 + 1.7167\cos\delta_{32} - 5.15\sin\delta_{32}\right)U_3 + 2\times 6.6667U_3^2\Big|_0$$

$$= 6.3667$$

牛拉法潮流计算例题

$$J_{32}^{(0)}=\left.\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2}\right|_0=$$

$$=\left.\frac{\partial\left[-U_3(5.25\sin\delta_3+15.75\cos\delta_3+1.7167\sin\delta_{32}+5.15\cos\delta_{32})+20U_3^2\right]}{\partial\delta_2}\right|_0$$

$$=-U_3(-1.7167\cos\delta_{32}+5.15\sin\delta_{32})=1.7167$$

$$J_{33}^{(0)}=\left.\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3}\right|_0$$

$$=\left.\frac{\partial\left[-U_3(5.25\sin\delta_3+15.75\cos\delta_3+1.7167\sin\delta_{32}+5.15\cos\delta_{32})+20U_3^2\right]}{\partial\delta_3}\right|_0$$

$$=-U_3(5.25\cos\delta_3-15.75\sin\delta_3+1.7167\cos\delta_{32}-5.15\sin\delta_{32})\Big|_0=-6.9667$$

牛拉法潮流计算例题

$$L_{33}^{(0)}=\left.\frac{\partial Q_3}{\partial U_3}U_3\right|_0$$

$$=\left.\frac{\partial\left[-U_3(5.25\sin\delta_3+15.75\cos\delta_3+1.7167\sin\delta_{32}+5.15\cos\delta_{32})+20U_3^2\right]}{\partial U_3}U_3\right|_0$$

$$=-(5.25\sin\delta_3+15.75\cos\delta_3+1.7167\sin\delta_{32}+5.15\cos\delta_{32})U_3+40U_3^2\Big|_0$$

$$=19.1$$

$$\mathbf{J}^{(0)}=\begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix}_0=\begin{bmatrix} 9.2056 & -5.15 & -1.7167 \\ -5.15 & 20.9 & 6.3667 \\ 1.7167 & -6.9667 & 19.1 \end{bmatrix}$$

牛拉法潮流计算例题

5 根据修正方程求节点**电压修正量**

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta U_3 / U_3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -0.3257 \\ -0.3 \\ 0.65 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.2056 & -5.15 & -1.7167 \\ -5.15 & 20.9 & 6.3667 \\ 1.7167 & -6.9667 & 19.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta U_3 / U_3 \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(0)} \\ \Delta\delta_3^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0499 \\ -0.0345 \\ 0.0259 \end{bmatrix}$$

牛拉法潮流计算例题

❻ 修正电压

$$\begin{bmatrix} \delta_2^{(1)} \\ \delta_3^{(1)} \\ U_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_2^{(0)} + \Delta\delta_2^{(0)} \\ \delta_3^{(0)} + \Delta\delta_3^{(0)} \\ U_3^{(0)} + \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0499 \\ -0.0345 \\ 1.0259 \end{bmatrix}$$

❼ 收敛判断:

$$\max|\Delta x| = \left|\Delta\delta_2^{(0)}\right| = 0.0499 > 0.01$$

- 继续迭代...

牛拉法潮流计算例题

迭代结果（节点相位转换为°）

迭代次数	节点1	节点2	节点3
0	1.05∠0	1.03∠0	1.0∠ 0
1	1.05∠0	1.03∠-2.858°	1.0259∠-1.979°
2	1.05∠0	1.03∠-2.852°	1.0248∠-1.947°

牛拉法潮流计算例题

8 **计算平衡节点功率、PV节点无功和支路功率**

平衡节点功率：

$$\tilde{S}_1 = \dot{U}_1 \sum_{j=1}^{3} \overset{*}{Y}_{1j} \overset{*}{U}_j = \dot{U}_1 \left(\overset{*}{Y}_{11} \overset{*}{U}_1 + \overset{*}{Y}_{12} \overset{*}{U}_2 + \overset{*}{Y}_{13} \overset{*}{U}_3 \right)$$

$$= 1.05\left[(6.25 + j18.75) \times 1.05 + (-1.25 - j3.75) \times 1.03\angle 2.852^\circ + (-5 - j15) \times 1.0248\angle 1.947^\circ \right]$$

$$= 0.9137 + j0.2407$$

PV节点发电机无功功率：

$$Q_2 = Q_{G2} - 0.2 = U_2 \sum_{j=1}^{3} U_j \left(G_{2j} \sin\delta_{2j} - B_{2j} \cos\delta_{2j} \right)$$

$$\Rightarrow Q_{G2} = 0.2505$$

接线图(示意PV节点发电机无功) ⇒

牛拉法潮流计算例题

支路功率：

$$\tilde{S}_{12}=\dot{U}_1(\overset{*}{U}_1-\overset{*}{U}_2)\overset{*}{y}_{12}$$

$$=1.05\times\left(1.05-1.03\angle 2.852^\circ\right)(1.25+j3.75)$$

$$=0.2297+j0.0165$$

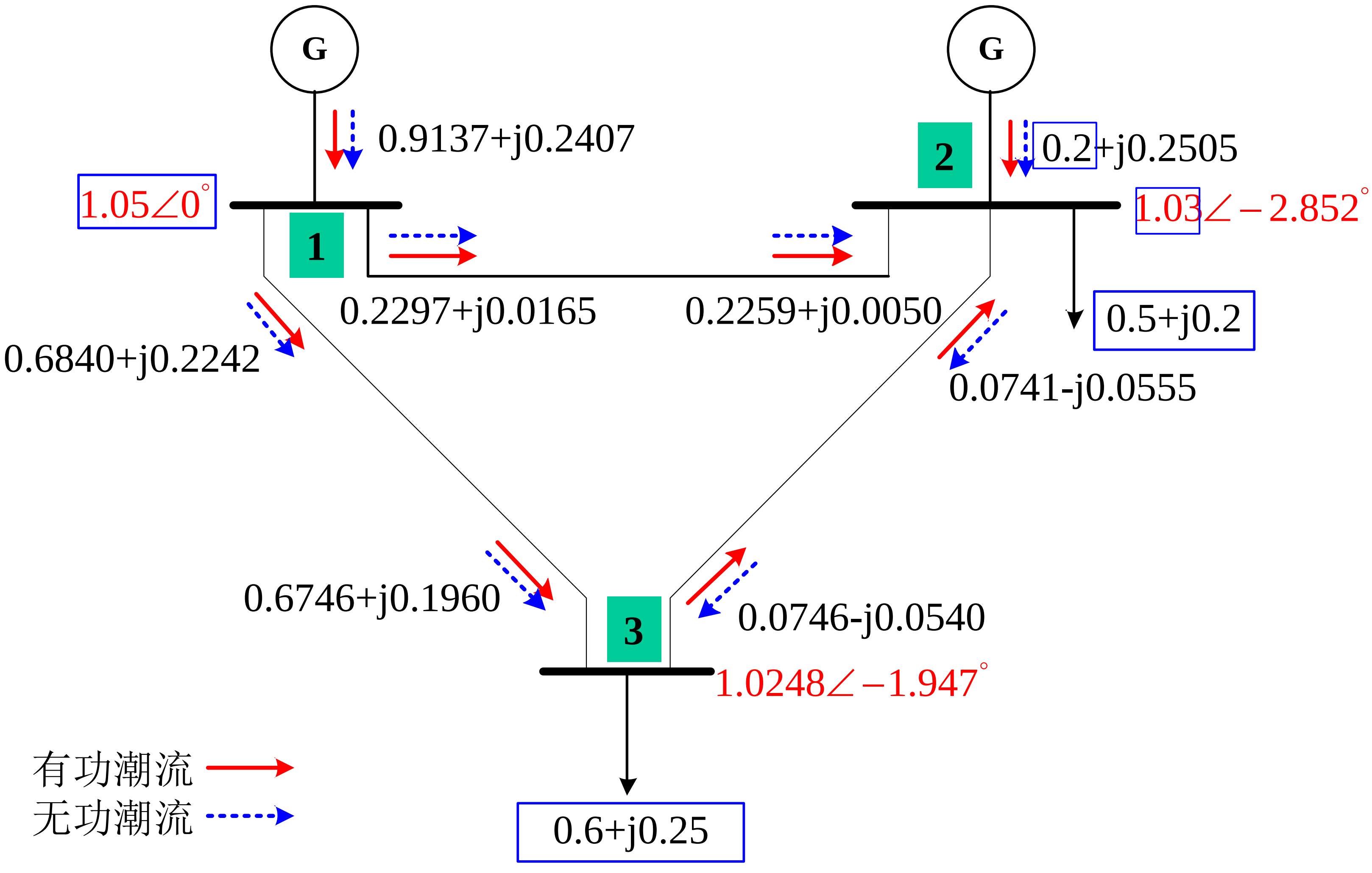
同理，

$$\tilde{S}_{21}=-0.2259-j0.0050$$

$$\tilde{S}_{13}=0.6840+j0.2242;\quad \tilde{S}_{31}=-0.6746-j0.1960$$

$$\tilde{S}_{23}=-0.0741+j0.0555;\quad \tilde{S}_{32}=0.0746-j0.0540$$

潮流分布图



G
G
0.9137+j0.2407
2
0.2+j0.2505
1.05∠0°
1.03∠−2.852°
1
0.2297+j0.0165
0.2259+j0.0050
0.5+j0.2
0.6840+j0.2242
0.0741-j0.0555
0.6746+j0.1960
3
0.0746-j0.0540
1.0248∠−1.947°
有功潮流
无功潮流
0.6+j0.25

本章小结

- 两个问题：
  - 复杂网络数学模型的建立（节点导纳矩阵；节点功率方程）
  - 节点功率方程的求解
- 节点导纳矩阵的形成和修改
- 节点的分类
- 节点功率方程（极坐标形式）
- *N-R*法计算潮流的基本思想和基本步骤