

实验基本要求：

一、实验平台要求不限，程序语言采用基本高级语言（注：推荐使用C/C++，根据课上要求不允许使用python、matlab、mathematica等语言，文档中说明的特殊情况除外，如绘图），目的在于使大家熟悉算法的整个过程而不是仅仅要求得出结果；

二、实验报告撰写格式：1）实验要求（实验题目和初始数据），2）算法描述（文字说明、伪代码或程序框图），3）程序清单（以附件形式给出，文本格式，和实验报告一起打包，可以附上相应的可执行文件），4）运行结果（运行结果和理论结果进行比较和分析），5）体会与展望（对本次实验过程的心得、体会、展望等）；

三、详细要求请参照实验指导。

实验 1 误差与插值法

1) 已知 $\ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} + \cdots$ ，令 $x_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k}$ ，

则 x_n 构成逼近 $\ln 2$ 的数列。根据交错级数和截断误差的知识，有估计式 $|x_n - \ln 2| < \frac{1}{n+1}$ 。

记 $|x_n - \ln 2| < \varepsilon$ ，若取 $\varepsilon = \frac{1}{2} \times 10^{-4}$ ，试用单精度 float 计算 x_n ，问 n 为何值时能满足精度要求？理论上的 n 值与实际计算的 n 值是否存在不同？为什么？
令 $\ln 2$ 的准确值为 0.693147190546。

2) 对 $[-5, 5]$ 作等距划分 $x_i = -5 + ih$ ， $h = 10/n$ ， $i = 0, 1, \dots, n$ ，并对 Runge 给出的函数

$$f(x) = \frac{1}{1+16x^2}$$

作 Lagrange 插值和三次样条插值，观察 Runge 现象并思考改进策略。

<1>分别取 $n = 10, 20$ 作 Lagrange 代数插值 $L_{10}(x)$ 与 $L_{20}(x)$ 。

<2>分别取 $n = 10, 20$ 作第一类(一阶)边界条件的三次样条差值 $S_{10}(x)$ 与 $S_{20}(x)$ 。

<3>给出 $f(x)$ 及 $L_{10}(x)$ 、 $L_{20}(x)$ 、 $S_{10}(x)$ 、 $S_{20}(x)$ 在区间 $[-5, 5]$ 的函数图像，观察其不同（绘图部分可以采用 matlab 等来绘制图像）。

<4>考察上述两种差值函数在 $x=4.8$ 处的误差，并作分析和思考。