实验基本要求：
一、实验平台要求不限，程序语言采用基本高级语言（注：推荐使用C/C++，根据课上要求不允许使用python、matlab、mathematica等语言，文档中说明的特殊情况除外，如绘图），目的在于使大家熟悉算法的整个过程而不是仅仅要求得出结果；
二、实验报告撰写格式：1）实验要求（实验题目和初始数据），2）算法描述（文字说明、伪代码或程序框图），3）程序清单（以附件形式给出，文本格式，和实验报告一起打包，可以附上相应的可执行文件），4）运行结果（运行结果和理论结果进行比较和分析），5）体会与展望（对本次实验过程的心得、体会、展望等）;
三、详细要求请参照实验指导。

实验 6 解线性方程组的迭代法

题目：考虑常微分方程的两点边值问题

$$\begin{cases} \varepsilon\frac{d^2y}{d^2x}+\frac{dy}{dx}=a \\ y(0)=0, y(1)=1 \end{cases}, 0<a<1$$

容易知道它的精确解为

$$y=\frac{1-a}{1-e^{-1/\varepsilon}}\left(1-e^{-x/\varepsilon}\right)+ax$$

对微分方程进行离散化，把[0,1]区间 n 等分，令$h=\frac{1}{n}$

$x_i=ih$, i = 1,2,⋯,n − 1 得到有限差分方程

$$\varepsilon\frac{y_{i-1}-2y_i+y_{i+1}}{h^2}+\frac{y_{i+1}-y_i}{h}=a$$

简化为

$$(\varepsilon+h)y_{i+1}-(2\varepsilon+h)y_i+\varepsilon y_{i-1}=ah^2$$

从而离散后得到的线性方程组的系数矩阵为

$$A=\begin{bmatrix} -(2\varepsilon+h) & \varepsilon+h & & & \\ \varepsilon & -(2\varepsilon+h) & \varepsilon+h & & \\ & \varepsilon & -(2\varepsilon+h) & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \varepsilon+h \\ & & & \varepsilon & -(2\varepsilon+h) \end{bmatrix}$$

要求：
对于$\varepsilon=1$，$a=\frac{1}{2}$，$n=100$，分别用 Jacobi 法、Gauss-Seidel 法和 SOR 法求解上述线性方程组的解，要求有 4 位有效数字，然后比较其与精确解的误差，比较上述三种算法的优缺点，给出自己的思考。