

实验基本要求:

一、实验平台要求不限, 程序语言采用基本高级语言(注: 推荐使用 C/C++, 根据课上要求不允许使用 python、matlab、mathematica 等语言, 文档中说明的特殊情况除外, 如绘图), 目的在于使大家熟悉算法的整个过程而不是仅仅要求得出结果;

二、实验报告撰写格式: 1) 实验要求(实验题目和初始数据), 2) 算法描述(文字说明、伪代码或程序框图), 3) 程序清单(以附件形式给出, 文本格式, 和实验报告一起打包, 可以附上相应的可执行文件), 4) 运行结果(运行结果和理论结果进行比较和分析), 5) 体会与展望(对本次实验过程的心得、体会、展望等);

三、详细要求请参照实验指导。

实验 4 数值积分

1、用不同数值方法计算积分 $I = \int_0^1 e^x dx$ 。

(1) 若用复合梯形公式, 问区间[0,1]应分为多少等份才能使误差不超过 1×10^{-6} ; 若改用复合辛普森公式, 要达到同样精度, 区间[0,1]应分为多少等份?

要求: 先通过余项公式估计步长大小(即等分数), 然后选择估计的步长进行程序实现, 观察实验结果与理论结果的异同。

(2) 若用龙贝格求积计算要达到同样精度, 则需要将区间[0,1]分为多少等份?

2、用下面的复合高斯公式作近似积分 $\pi = 4 \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$, 即将[a,b]作等距划分 $x_i = a + ih (i=0, \dots, n)$, $h=(b-a)/n$, 在每个子区间内应用二点高斯公式, 则有

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} \sum_{i=0}^{n-1} \left[f\left(x_{i+\frac{1}{2}} - \frac{h}{2\sqrt{3}}\right) + f\left(x_{i+\frac{1}{2}} + \frac{h}{2\sqrt{3}}\right) \right] + \frac{(b-a)h^4}{4320} f^{(4)}(\zeta_1), \quad \zeta_1 \in (a, b),$$

其中 $x_{i+\frac{1}{2}} = x_i + \frac{h}{2}$, 试对步长 h 作先验估计, 然后利用上式近似积分, 将理论值(即 π)与实验结果进行比较。