

TOPSIS 评价模型的稳健性分析及参数选择

许 萍,张立军,陈菲菲

(湖南大学 金融与统计学院,长沙 410006)

摘 要:针对 TOPSIS 模型应用于综合评价时存在随意选择无量纲化方法和距离度量参数的问题,运用肯德尔和谐系数分析环境参数(无量纲化方法)以及内部参数(距离度量方法)对 TOPSIS 评价模型的稳健性的影响。实证分析表明, TOPSIS 评价模型对这两种参数敏感,选择合适的度量参数,能够有效提高 TOPSIS 模型的稳健性和评价结果的准确性。

关键词:TOPSIS 模型;综合评价;稳健性;参数

中图分类号:0212.1 **文献标识码:**A **文章编号:**1002-6487(2013)17-0020-04

0 引言

TOPSIS 法,全称为逼近于理想解的排序法,是 Hwang 和 Yoon 于 1981 年提出的一种适用于根据多项指标、对多个方案进行比较选择的分析方法。其基本思想是:首先确定各项指标的正理想解和负理想解,所谓正理想解是设想的最好值(方案),它的各个属性值都达到各候选方案中最优值,相应地负理想解是设想的最劣值(方案);然后求出各个方案与正理想解、负理想解之间的加权距离,由此得

出各方案与正理想解的接近程度,作为评价方案优劣的标准。TOPSIS 评价模型以其理论清晰、计算简便、结果合理、应用灵活等优点被广泛应用。近年来,该方法受到越来越多的关注。

对于 TOPSIS 评价模型的相关问题,目前许多学者已经开展了多方面的研究,并已取得丰硕的成果。在方法的应用方面, TOPSIS 评价模型广泛应用于经营管理绩效综合评价、农业效益综合评价、供应商优选评价、区域核心竞争力评价、水环境质量评价、科技人员科研业绩评价等方面^[1-5],并取得了满意的评价效果。在方法改进方面,胡永

作者简介:许 萍(1990-),女,湖北洪湖人,硕士研究生,研究方向:应用统计与综合评价。

张立军(1971-),男,湖南邵东人,博士,副教授,研究方向:综合评价方法。

度量集结为群体对 $f_j(j=1, \dots, n)$ 重要性的模糊评价 w_j 。

(4)其属性 $f_j(j=1, \dots, n)$ 的表达公式

$$Y_{ij} = b_{ij}^1 \cdot Y_{ij}^1 \oplus \dots \oplus b_{ij}^s \cdot Y_{ij}^s (i=1, \dots, m)$$

将每个决策者对于方案 A_i 的优越性的模糊度量集结为整个群体对 A_i 的模糊决策 Y_{ij} (Y_{ij} 为四边形模糊数), $b_{ij}^k(k=1, \dots, s)$ 为计算的决策者评价的权重;

(5)利用公式

$$E_i = Y_{i1} \otimes w_1 \oplus \dots \oplus Y_{in} \otimes w_n (i=1, \dots, m)$$

将不同属性下群体对 A_i 的模糊评价 Y_{ij} 集结为群体对 A_i 的综合模糊评价 $E_i(i=1, \dots, m)$ 进行排序(顺序一般是从小到大);然后跟据此对方案 $A_i(i=1, \dots, m)$ 进行综合性的排序。

3 结论

本文首先给出多属性群决策的四种基本类型,其次给出一个判断矩阵与其余判断矩阵间的相似程度的指标并作了举例说明;然后本文在上述两项工作的基础上,用凸组合的方法对决策者客观权重的进行了计算、分析。本文提出了一种模糊多属性群决策方法。最后,对群决策中的

决策者行为进行了定性分析。

参考文献:

- [1] P.L.Chang, Y.C.Chen. A Fuzzy Multi-criteria Decision Making Method for Technology Transfer Strategy Selection in Biotechnology[J]. Fuzzy Sets and systems, 1994, (63).
- [2] 孟波. 有限方案模糊多目标群决策方法的研究[J]. 系统工程, 1995, 13(4).
- [3] 孟波, 付微. 一种有限方案多目标群决策方法[J]. 系统工程, 1998, 16(4).
- [4] 韩立岩, 汪培庄. 应用模糊数学[M]. 北京: 首都经济贸易大学出版社, 1998.
- [5] 李洪兴. 工程模糊数学方法及应用[M]. 天津: 天津科学技术出版社, 1993.
- [6] 夏英. 具有不同形式偏好信息下的模糊多属性群决策方法[J]. 统计与决策, 2007, (18).
- [7] 赵海燕等. 一种群体评价一致性合成方法[J]. 系统工程理论与实践, 2000, (7).
- [8] H.Lee-Kwang, J.H.Lee. A Method for Ranking Fuzzy Numbers and its Application to Decision-Making[J]. IEEE Transaction on Fuzzy System, 1999, 7(6).

(责任编辑/亦 民)

宏指出了TOPSIS评价模型用于综合评价所存在的问题,并引入虚拟最劣样本的概念,使TOPSIS评价模型用于综合评价以及多目标决策分析更趋完善,所得评价结果更合理、客观^[6];张目等提出一种基于联系度的改进TOPSIS评价模型,该方法将正理想解与负理想解视为确定不确定系统中相互对立的集合,在考察目标方案与正理想解或负理想解的联系度时,充分考虑了对立集合的存在,并通过引入联系向量距离的概念,计算相对贴适度,从而在一定程度上克服了传统TOPSIS评价模型的不足^[7];张先起等考虑到TOPSIS评价模型在进行综合评价时的不足之处,提出了运用垂直距离来代替欧氏距离进行水质综合评价,并引入信息熵来计算各评价指标的权重以避免权重确定的主观性,建立了基于熵权的改进TOPSIS水质评价模型,并结合实例进行了分析,其计算简便,思路清晰,结果令人满意^[8]。宋贺针对电子商务物流企业选择的问题,提出一种结合信息熵、AHP以及TOPSIS的改进算法,将定性和定量两方面的分析方法相结合,既包含了物流企业的既往表现数据,又结合了用户的个性化需求,并通过实验数据证明了该改进算法的可行性^[7]。

现有文献对TOPSIS评价模型的研究还存在不足,主要表现在:(1)随意选择评价指标无量纲化方法。事实上,指标无量纲化方法对评价结果有显著影响,且不同的评价模型对指标无量纲化方法有不同的要求。选择合适的指标无量纲化方法,能够有效提高TOPSIS评价模型的准确性。(2)随意确定距离度量参数。TOPSIS法的基本过程是计算各个方案与正理想解、负理想解的距离,以此作为评价方案优劣的标准。而关于距离的度量有多种方法,距离度量参数的选择对评价结果也有影响,哪一种距离度量方法更适用于TOPSIS评价模型?值得我们深入研究。

针对上述问题,本文尝试分析TOPSIS评价模型的参数稳健性问题,从无量纲化方法和距离度量参数两个方面研究优化TOPSIS评价模型的途径。

1 TOPSIS评价模型及稳健性测度方法

1.1 TOPSIS评价模型的基本步骤

(1)数据无量纲化处理。

从数学角度讲,数据无量纲化就是确定指标评价价值依赖于指标实际值的一种函数关系式。数据无量纲化处理有多种。选择合适的方法对原始数据进行无量纲化,统一数据样本的口径,能使实际问题的数理建模合理化。

(2)形成加权标准化矩阵X。

考虑到每个指标的权数,在对数据进行无量纲化处理后再进行赋权处理。

$$x_{ij} = w_j \cdot z_{ij} \quad (1)$$

式(1)中, x_{ij} 为矩阵X中第i行第j列的元素, w_j 为指标j权数, z_{ij} 为无量纲化后的评价价值。

(3)确定正理想解和负理想解。

在已经对评价指标进行无量纲化处理的基础上,每个

指标类型都变得一致,即都为正指标,这时,很容易确定每个指标的正理想解与负理想解。

$$\text{正理想解: } x_j^1 = \max_i x_{ij}$$

$$\text{负理想解: } x_j^0 = \min_i x_{ij}$$

(4)计算各方案到正理想解与负理想解的距离。

到正理想解的距离:

$$d_i^1 = \left[\sum_{j=1}^n |x_{ij} - x_j^1|^q \right]^{\frac{1}{q}} \quad q > 0 (i=1, 2, \dots, m)$$

到负理想解的距离:

$$d_i^0 = \left[\sum_{j=1}^n |x_{ij} - x_j^0|^q \right]^{\frac{1}{q}} \quad q > 0 (i=1, 2, \dots, m)$$

(5)分别计算各方案与正理想解的接近度(C)。

$$C_i = \frac{d_i^0}{d_i^0 + d_i^1} \quad (2)$$

(6)以C值作为最终综合评价价值,对评价对象进行综合排序。

从TOPSIS模型评价的基本过程来看,需要我们主观选择的环节有三个:一是指标无量纲化方法的选择;二是距离度量参数的选择;三是指标权赋权方法的选择。本文只考虑前两个因素对TOPSIS评价模型的影响,对指标赋权方法暂不讨论。

2 TOPSIS评价模型的稳健性影响因素及测度方法

2.1 无量纲化方法对TOPSIS评价模型的稳健性影响

在综合评价模型中常用的线性无量纲化方法有五种,计算公式如表1所示。分别采用这五种无量纲化方法对数据进行处理,然后采用相同的TOPSIS模型进行评价排序,如果某种无量纲化方法下的评价排序结果与其他方法差异小,则说明TOPSIS模型对该无量纲化方法不敏感,在该无量纲化方法下,模型的评价排序结果比较稳定。TOPSIS评价模型应选择敏感性低、稳健性高的无量纲化方法。

表1 五种线性无量纲化方法

无量纲化方法	公式形式	备注
极差化法	$y = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$	x_{\min} 为指标x的最小值 x_{\max} 为指标x的最大值
Z-Score法	$y = \frac{x - \bar{x}}{s}$	\bar{x} 为指标x的均值的均值,s样本方差
极大化法	$y = \frac{x}{x_{\max}}$	x_{\max} 为指标x的最大值
极小化法	$y = \frac{x}{x_{\min}}$	x_{\min} 为指标x的最小值
均值化法	$y = \frac{x}{\bar{x}}$	\bar{x} 为指标x的均值

2.2 距离度量参数q对TOPSIS评价模型的稳健性影响

TOPSIS评价模型中距离度量参数q的取值范围要求 $q > 0$,在应用研究中大部分文献将q直接取2,是否有更好的距离度量参数?本文试图通过对比研究距离度量参数q对TOPSIS评价模型的稳健性影响,并在此基础上选取合适的距离度量参数。思路如下:列出几种常用的距离度量参数q的取值,分别进行综合评价排序,然后比较各种距

离度量参数 q 下的排序结果,如果某种距离度量参数 q 下的评价排序结果与其他方法差异小,则说明TOPSIS模型对该距离度量参数方法不敏感,即模型的评价排序结果比较稳定。TOPSIS评价模型应选择敏感性低、稳健性高的距离度量参数。

2.3 TOPSIS评价模型的稳健性度量方法

本文采用肯德尔和谐系数来测度TOPSIS评价模型的参数(无量纲化方法和距离度量参数 q)改变时模型的稳健性。肯德尔和谐系数是通过各评价方法对评价对象的评价等级及其差异大小,来衡量各种评价结果的一致性程度一种方法。

肯德尔和谐系数(C)的计算公式^[11]:

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n R_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^n R_i)^2}{\frac{1}{12}m^2(n^3 - n)} \quad (3)$$

式(3)中, m 是控制参数的取值个数, n 是被评对象个数, R_i 是 m 种不同参数下对第 i 个评价对象所给评价等级的总和。肯德尔和谐系数越大,说明该参数变化对TOPSIS评价模型的影响越小,稳健性越好。反之则模型的稳健性越差。

3 TOPSIS评价模型参数选择的实证分析

3.1 评价指标及样本数据

本文直接引用文献^[12]中的实例“基于熵的财税政策相对优劣势评价”,采用TOPSIS评价模型进行讨论,通过参数变化(无量纲化和距离度量参数 q)分析模型稳健性。评价指标体系及样本数据分别如表2、表3所示。

表2 财税政策实施绩效评价指标体系

指标代码	指标名称及单位	指标权重
x1	财政支出/GDP(%)	0.1
x2	财政赤字/GDP(%)	0.1
x3	本年度与下一年度零售商品的平均物价上涨幅度(%)	0.15
x4	城镇居民人均可支配收入与农村居民人均可支配收入之比(%)	0.3
x5	财政收入/GDP(%)	0.15
x6	GDP增长幅度(%)	0.1
x7	出口总额与进口总额之比(%)	0.1

表3 1986~1998年财税政策评价指标数据

年份	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
1986	21.61	0.81	6.65	2.12	20.8	8.86	41.9
1987	18.91	0.52	12.9	2.17	18.4	11.60	47.72
1988	16.69	0.90	18.15	2.17	15.8	11.37	46.23
1989	16.70	0.94	9.95	2.29	15.8	4.10	47.05
1990	16.63	0.79	2.50	2.20	15.8	3.83	53.79
1991	15.67	1.10	4.15	2.40	14.6	9.19	52.97
1992	14.05	0.97	9.30	2.58	13.1	14.24	51.31
1993	13.40	0.85	17.45	2.80	12.6	13.49	46.88
1994	12.43	1.23	18.25	2.86	11.2	12.66	51.14
1995	11.71	0.99	10.45	2.71	10.3	10.51	52.97
1996	11.57	0.78	3.05	2.51	10.9	9.61	52.11
1997	12.35	0.78	0.90	2.47	11.6	8.80	56.22
1998	13.54	1.15	3.00	2.51	12.4	7.80	56.73

3.2 TOPSIS评价模型的稳健性分析

将无量纲化方法作为模型的环境参数,分别用上文介绍的五种方法对原始数据进行处理,同时将模型的内部参数——距离度量参数 q (q 取1~5)的变化引入模型,然后按照TOPSIS模型进行评价,得到的排序结果如表4所示。

表4 各种参数下TOPSIS法评价的排序结果

无量纲化方法	年份	q=1	q=2	q=3	q=4	q=5
极差法	1986	9	9	9	9	9
	1987	7	7	6	7	7
	1988	4	4	4	5	5
	1989	10	10	10	10	10
	1990	12	12	12	11	12
	1991	5	5	5	4	4
	1992	3	2	2	2	1
	1993	2	3	3	3	3
	1994	1	1	1	1	2
	1995	6	6	7	8	8
	1996	13	13	13	13	13
	1997	11	11	11	12	11
	1998	8	8	8	6	6
z-score	1986	5	8	7	7	6
	1987	4	9	9	10	10
	1988	2	5	6	6	7
	1989	10	10	11	12	12
	1990	13	12	12	11	11
	1991	6	4	3	3	1
	1992	8	2	2	2	3
	1993	3	3	5	5	5
	1994	1	1	1	1	2
	1995	9	7	8	8	9
	1996	12	13	13	13	13
	1997	11	11	10	9	8
	1998	7	6	4	4	4
极大值法	1986	6	7	7	7	7
	1987	5	4	5	5	5
	1988	2	1	1	1	1
	1989	9	9	9	8	8
	1990	12	13	12	13	13
	1991	8	8	8	9	9
	1992	4	5	4	4	4
	1993	3	3	2	2	2
	1994	1	2	3	3	3
	1995	7	6	6	6	6
	1996	11	11	11	11	11
	1997	13	12	13	12	12
	1998	10	10	10	10	10
极小值法	1986	8	8	8	8	8
	1987	4	4	4	4	4
	1988	2	1	1	1	1
	1989	7	6	6	6	6
	1990	12	12	12	12	12
	1991	9	9	9	9	9
	1992	5	7	7	7	7
	1993	3	3	3	3	3
	1994	1	2	2	2	2
	1995	6	5	5	5	5
	1996	11	10	10	10	10
	1997	13	13	13	13	13
	1998	10	11	11	11	11
均值法	1986	1	1	1	1	1
	1987	5	5	5	5	5
	1988	3	3	3	3	3
	1989	9	8	8	8	8
	1990	12	12	13	13	13
	1991	8	9	9	9	9
	1992	6	6	6	6	6
	1993	4	4	4	4	4
	1994	2	2	2	2	2
	1995	7	7	7	7	7
	1996	11	11	11	11	11
	1997	13	13	12	12	12
	1998	10	10	10	10	10

由表4可见,无量纲化方法和距离度量参数对TOPSIS

评价模型的排序结果都会产生影响,而且部分样本的排序结果变化很大。因此有必要分析TOPSIS评价模型对这两种参数的敏感性,并且选择对模型最稳定的参数。以下通过肯德尔和谐系数分析两种参数的影响。

(1) 无量纲化方法对TOPSIS评价模型的稳健性分析

计算五种无量纲化方法下评价结果的肯德尔和谐系数,如表5所示。

表5 五种无量纲化方法下的肯德尔和谐系数

无量纲化	肯德尔和谐系数	排名
极差法	0.884396	1
Z-SCORE法	0.824176	2
极大化法	0.785055	3
极小化法	0.743736	4
均值化法	0.708571	5

由表5可见,不同无量纲化方法的肯德尔和谐系数差异较大,其中各种方法下模型的肯德尔和谐系数排序为:极差法>Z-SCORE法>极大化法>极小化法>均值化法,其中极差法和Z-SCORE法肯德尔和谐系数较大,说明这两种无量纲化方法对TOPSIS综合评价模型的结果影响小,模型稳健性好,在应用TOPSIS综合评价模型研究实际问题时选取极差法或Z-SCORE法处理数据能得到更加理想的结论。

(2) 距离度量参数 q 对TOPSIS评价模型的稳健性分析

计算不同的距离度量参数 q 下评价结果的肯德尔系数,如表6所示。

表6 各种距离测量参数下的肯德尔和谐系数

q 取值	肯德尔和谐系数	排名
$q=1$	0.981099	4
$q=2$	0.872088	5
$q=3$	0.985495	3
$q=4$	0.991209	2
$q=5$	0.995604	1

由表6可见,不同的距离测量参数下TOPSIS评价模型的稳健性排序为: $q=5>q=4>q=3>q=1>q=2$,其中 $q=4$ 或 5 时模型的一致性最好,通过以上分析我们发现 $q=2$ 的模型稳健性效果较差,而各种研究和应用中TOPSIS综合评价模型距离测量参数大都取 $q=2$,在实际应用中这个问题应当引起关注。此外 $q=3$ 、 $q=4$ 和 $q=5$ 时模型的肯德尔和谐系数相差不大,且都达到0.98以上。鉴于评价过程的易

操作性,在实际应用中可以考虑取 $q=3$ 。

4 结论

本文针对TOPSIS评价模型应用中参数选择的随意性问题,以TOPSIS评价方法的敏感性分析为基础,从影响模型稳健性的环境参数和内部参数两个方面考虑,通过实证研究选取最适合的参数。实证结果表明,无量纲化方法和距离度量参数的改变会影响TOPSIS综合评价模型的稳健性。在五种常用的无量纲化方法中,极差法对模型影响最小,模型的稳健性最好;距离度量参数 q 理论上可行的五种取值中,在 $q=5$ 的情况下模型最稳定, $q=3$ 时模型敏感性较弱且操作性最好。本文的参数选择使TOPSIS评价模型在应用方面更完善合理,评价结果更稳定可靠,为今后以该方法为分析工具的应用研究选择模型参数时提供参考。

参考文献:

- [1]何锋.基于多属性决策TOPSIS方法的经营管理绩效分析[J].统计与决策,2010,(23).
- [2]马永仁,徐文修,朱美玲,王娇,吴开波.TOPSIS法在设施农业种植模式综合评价中的应用[J].新疆农业科学,2010,47(12).
- [3]吴敏,李丹.基于TOPSIS法的高新技术产业核心竞争力分析[J].软科学,2008,(8).
- [4]吴智诚,张江山,陈盛.TOPSIS法在水环境质量综合评价中的应用[J].水资源保护,2007,(2).
- [5]王孝宁,黄亚明,何钦成.TOPSIS法与神经网络在卫生科研人员科研业绩评价中的应用[J].科技进步与对策,2005,(8).
- [6]胡永宏.对TOPSIS法用于综合评价的改进[J].数学的实践与认识,2002,(4).
- [7]张目,周宗放.一种基于联系度的改进TOPSIS法[J].系统工程,2008,(8).
- [8]张先起,梁川,刘慧卿.基于熵权的改进TOPSIS法在水质评价中的应用[J].哈尔滨工业大学报,2007,(10).
- [9]宋贺.电子商务物流企业选择的TOPSIS改进算法[J].微计算机信息,2012,(6).
- [10]王伟.基于熵的财税政策相对优劣势评价[J].数量经济技术经济研究,2000,(3).

(责任编辑/浩 天)