

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Calcul de l'automate par les diagonales</b>	<b>2</b>
1.1	Raccourcir les périodes de transitoire . . . . .	2
1.2	Double du motif . . . . .	2
1.3	Génération des diagonales . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Valeurs importantes</b>	<b>5</b>
2.1	Transitoire . . . . .	5

# 1 Calcul de l'automate par les diagonales

L'automate se calcule diagonale par diagonale et non plus ligne par ligne. Afin de faire ça, les diagonales ont deux champs importants :

- Un tableau d'entiers, de booléen pour représenter la suite de 0 et 1 du motif;
- Un tableau d'entiers, de booléen pour représenter la suite de 0 et 1 de la période de transitoire;
- Un nombre représentant le nombre de 0 au début de la diagonale (en dessous du "triangle" généré)

## 1.1 Raccourcir les périodes de transitoire

Une des fonctionnalités des diagonales c'est de raccourcir au maximum la transitoire afin de gagner du temps de calcul. Avec un benchmark, on s'aperçoit qu'on peut être 10x plus rapide.

---

**Algorithme 1** : Raccourcir les transitoires

---

**Entrées :**

- $\mu$  : tableau pour le motif
- $\tau$  : tableau pour la transitoire

$M \leftarrow \text{longueur}(\mu)$  ;

**tant que**  $\text{longueur}(\tau) > 1$  **faire**

$\text{etat\_mu} \leftarrow$  dernier élément de  $\mu$  ;

$\text{etat\_tau} \leftarrow$  dernier élément de  $\tau$  ;

**si**  $\text{etat\_mu} = \text{etat\_tau}$  **alors**

    | Supprimer le dernier élément de  $\tau$  ;

**sinon**

    | Sortir de la boucle ;

**fin**

$\text{RotationDroite}(\mu)$  ;

**fin**

Ajouter tous les éléments de motif à la fin de transitoire;

---

## 1.2 Double du motif

Pour voir si le motif double, il doit contenir que des 0 et le motif précédent un nombre impair de 1.

---

**Algorithme 2** : Doublement du motif

---

**Entrées :**

- $d_{k-1}$  : la diagonale précédente
- $d_{k-2}$  : la diagonale avant la précédente

**Sorties :** booléen

**retourner**  $d_{k-1}$  ne contient pas de 1 **ET**  $d_{k-2}$  contient un nombre impair de 1

---

### 1.3 Génération des diagonales

Dans l'algorithme qui suit, on peut remplacer les calculs du modulo par des conditions et des additions, ça gagne du temps de cycle puisqu'un modulo est lent par rapport à 2 conditions et une addition.  $\tau$  est la transitoire,  $\mu$  est le motif et  $\zeta$  le nombre de 0 avant la transitoire.

---

**Algorithme 3** : Génération des diagonales

---

**Entrées :**

- $d_{k-1}$  : la diagonale précédente
- $d_{k-2}$  : la diagonale avant la précédente
- $\pi$  : la période actuelle

**si** *On double* **alors**

  |  $\pi \leftarrow \pi * 2$  ;

**fin**

$T_{k-1} \leftarrow \text{longueur}(\tau_{k-1})$  ;

$M_{k-1} \leftarrow \text{longueur}(\mu_{k-1})$  ;

$T_{k-2} \leftarrow \text{longueur}(\tau_{k-2})$  ;

$M_{k-2} \leftarrow \text{longueur}(\mu_{k-2})$  ;

initialiser  $d_k$  ;

$\zeta_k \leftarrow \frac{(\text{iteration})+1}{2}$  ;

$i \leftarrow 1$  ;

$j \leftarrow 0$  ;

$\text{idx\_k1} \leftarrow 0$  ;

$\text{idx\_k2} \leftarrow 0$  ;

$\text{dernier\_etat} \leftarrow 0$  ;

**tant que**  $j < \pi$  **faire**  **si**  $i \leq \zeta_{k-1}$  **alors**

    |  $\text{etat\_centre} \leftarrow 0$  ;

**sinon si**  $i \leq T_{k-1} + \zeta_{k-1}$  **alors**

    |  $k \leftarrow i - \zeta_{k-1} - 1$  ;

    |  $\text{etat\_centre} \leftarrow \tau_{k-1}[k]$  ;

**sinon**

    |  $k \leftarrow (i - T_{k-1} - \zeta_{k-1} - 1) \bmod M_{k-1}$  ;

    |  $\text{etat\_centre} \leftarrow \mu_{k-1}[k]$  ;

**fin**  **si**  $i \leq \zeta_{k-2}$  **alors**

    |  $\text{etat\_gauche} \leftarrow 0$  ;

**sinon si**  $i \leq T_{k-2} + \zeta_{k-2}$  **alors**

    |  $k \leftarrow i - \zeta_{k-2} - 1$  ;

    |  $\text{etat\_gauche} \leftarrow \tau_{k-2}[k]$  ;

**sinon**

    |  $k \leftarrow (i - T_{k-2} - \zeta_{k-2} - 1) \bmod M_{k-2}$  ;

    |  $\text{etat\_gauche} \leftarrow \mu_{k-2}[k]$  ;

**fin**

$\text{dernier\_etat} \leftarrow \text{etat\_gauche} \oplus (\text{etat\_centre} \vee \text{dernier\_etat})$  ;

Ajouter  $\text{dernier\_etat}$  à  $\tau_k$  ;

**si**  $i > T_{k-1} + \zeta_{k-1}$  **et**  $i > T_{k-2} + \zeta_{k-2}$  **alors**

    |  $j \leftarrow j + 1$  ;

    | Ajouter  $\text{dernier\_etat}$  à  $\mu_k$  ;

**fin**

$i \leftarrow i + 1$

**fin**

$d_{k-2} \leftarrow d_{k-1}$  ;

$d_{k-1} \leftarrow d_k$  ;

---

## 2 Valeurs importantes

### 2.1 Doublement non répertoriée

La valeur la plus importante est sans doute à la 2107985256 diagonale qui a comme motif : 110010001011110011101101100100011 qui double (non répertorié dans l'oeis). Cette diagonale a été calculée grâce à la génération des motifs après motifs et non par rapport au diagramme espace-temps. Ca prendrait beaucoup trop de temps. La complexité de génération des motifs est linéaire (en  $O(n)$  où  $n$  est la période du motif alors que la génération par les diagonales est en  $O(n^2)$  (même si inférieur à  $n^2$  car plus rapide que la génération par ligne mais toujours en  $O(n^2)$ )).

### 2.2 Transitoire

La transitoire fluctue entre certaines valeurs, environ entre  $\pm$  période du motif  $\pm\epsilon$  (on dirait que  $\epsilon \approx 4$ ). On remarque qu'aux 399-400 diagonales, juste avant que ça double, la transitoire fait également un bond. Pareil vers 87868.