Recursividad.

Recursion.

Autor 1: Juan Manuel Tamayo Garcia

*Universidad Tecnológica de Pereira*

Correo-e: juanmanuel.tamayo@utp.edu.co

***Resumen*—En este proyecto se habla acerca de la recursividad, ya sea en el ámbito artístico, matemático o musical, también se puede describir acerca de los bucles infinitos y de cómo se pueden expresar tales bucles. También se hablan de los creadores de tales teorías en sus obras, como puede ser Escher con sus cuadros de ilusiones ópticas, hasta la sinfonía infinita de Bach.**

***Palabras clave—*  Bucles, recursividad, Gödel, Escher, Bach, bucle infinito, matematicas.**

***Abstract*— This project talks about recursion, whether in the artistic, mathematical or musical field, it can also be described about infinite loops and how such loops can be expressed. They also talk about the creators of such theories in their works, such as Escher with his paintings of optical illusions, even Bach's infinite symphony.**

***Key Word* — Loops, Recursion, Gödel, Escher, Bach, infinite loop, math**

1. INTRODUCCIÓN

Se dice recursividad, todo un proceso de infinidad, en el cual tres grandes personas se empeñaron en expresar el bucle infinito, tales fueron como Gödel, Escher y Bach (GEB).

Para entender la recursividad, hay que entender la recursividad.

1. CONTENIDO
2. Bucle infinito

La verdad de algo, se encuentra inmerso en sus partes, la gran verdad, es que se puede ver desde fuera, también está adentro, lo que inicia desde dentro, inicia desde afuera, esa es la gran verdad es, nada termina, todo comienza.

Tambien se le puede conocer a los bucles infinitos como Autorreferencia, el cual es un fenómeno que ocurre en el lenguaje natural o formal consistente en una oración o fórmula referente en forma directa a sí misma, a través de algunas oraciones o fórmulas intermedias, o por medio de algunas codificaciones. En filosofía, también se refiere a la habilidad de un sujeto para hablar o referirse a sí mismo. En Matemáticas existe el autovalor, que es el valor o número que asociamos a un contenedor (como hace la computabilidad) pero con el añadido de que puede hacérsele operaciones de grupo o similares sin perder su condición de representar a un contenedor con propiedades grupales. Esta autorreferencia nos permite representar modelos complejos y, en computabilidad, aún no se ha descubierto un equivalente para la compilación de lenguajes. En lenguajes de programación podemos encontrar los lenguajes introspectivos, que pueden incorporar palabras clave que permiten reconfigurar la interpretación semántica de las mismas palabras clave; conseguir este efecto supone un problema a la hora de asegurar la fiabilidad, pero es de una potencia descomunal. [6]

1. Gödel

Gödel, Se le conoce sobre todo por sus dos teoremas de la incompletitud, publicados en 1931, un año después de finalizar su doctorado en la Universidad de Viena. El más célebre establece que para todo sistema axiomático recursivo auto-consistente lo suficientemente poderoso como para describir la aritmética de los números naturales (la aritmética de Peano), existen proposiciones verdaderas sobre los naturales que no pueden demostrarse a partir de los axiomas. Para demostrar este teorema, desarrolló una técnica denominada ahora numeración de Gödel, que codifica expresiones formales como números naturales [2].

Los teoremas de incompletitud de Gödel son dos célebres teoremas de lógica matemática demostrados por Kurt Gödel en 1931. Ambos están relacionados con la existencia de proposiciones indecidibles en ciertas teorías aritméticas.

El primer teorema de incompletitud afirma que, bajo ciertas condiciones, ninguna teoría matemática formal capaz de describir los números naturales y la aritmética con suficiente expresividad, es a la vez consistente y completa. Es decir, si los axiomas de dicha teoría no se contradicen entre sí, entonces existen enunciados que no se pueden probar ni refutar a partir de ellos. En particular, la conclusión del teorema se aplica siempre que la teoría aritmética en cuestión sea recursiva, esto es, una teoría en la que el proceso de deducción se pueda llevar a cabo mediante un algoritmo.

La prueba del teorema es totalmente explícita y en ella se construye una fórmula, denotada habitualmente G en honor a Gödel, para la que dada una demostración de la misma, se puede construir una refutación, y viceversa. Sin embargo, la interpretación natural de dicha sentencia en términos de números naturales es verdadera.

El segundo teorema de incompletitud es un caso particular del primero: afirma que una de las sentencias indecidibles de dicha teoría es aquella que «afirma» la consistencia de la misma. Es decir, que si el sistema de axiomas en cuestión es consistente, no es posible demostrarlo mediante dichos axiomas.

Los teoremas de incompletitud de Gödel son uno de los grandes avances de la lógica matemática, y supusieron —según la mayoría de la comunidad matemática— una respuesta negativa al segundo problema de Hilbert.1​ Los teoremas implican que los sistemas axiomáticos de primer orden tienen severas limitaciones para fundamentar las matemáticas, y supusieron un duro golpe para el llamado programa de Hilbert para la fundamentación de las matemáticas. Por otra parte, durante algún tiempo ni Hilbert ni otros de sus colaboradores fueron conscientes de la importancia del trabajo de Gödel para su programa [3].

1. Escher



Maurits Cornelis Escher es el maestro de las figuras imposibles, las ilusiones ópticas y los mundos imaginarios. Siempre interesado por representar con tridimensionalidad espacios paradójicos que desafían a los modos tradicionales de representación, se podría decir que abrazó el relativismo de su época. El mundo es mucho más de lo que se nos presenta ante el ojo, como bien sabían los artistas, literatos, intelectuales y científicos de la época. El mundo es inquietantemente relativo.

Por supuesto estudió arquitectura pero lo que le interesaba era la técnica de grabado en madera, la cual llegó a dominar con maestría. Su interés por las relaciones entre figura y fondo se consolida en sus viajes a Granada, donde conoce la Alhambra y sus motivos ornamentales. Ahí empezaría su característico uso de patrones que rellenan el espacio sin dejar huecos, o mejor dicho, cuyos huecos forman a su vez otras figuras.

M. C. Escher es un artista difícil de clasificar. Desde aquí, muy ingenuamente lo clasificamos dentro del Op-art, pero sin duda este movimiento (posterior a él) no representa el conjunto de su trabajo. A veces sencillo, a veces conceptual, a veces con mensaje o a veces sin él, su trabajo se basó en soluciones a problemas, juegos visuales y muy elaborados guiños al espectador, que a veces rozan lo onírico, lo abstracto y lo conceptual.

Le gustaba el blanco y negro, la simetría, lo infinito y lo limitado, las metamorfosis en las figuras…

El espacio es el protagonista en sus cuadros, ya sea por su estructura, su superficie o su proyección en un plano como espacio tridimensional.

Sea como sea, sus ilustraciones son uno de los ejemplos más interesantes del estudio del espacio y la psicología del arte en la historia.[4]

1. Bach

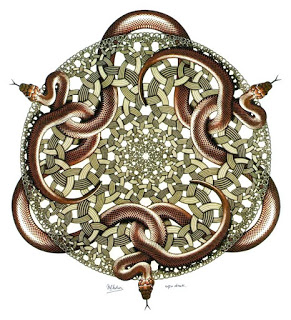


En la biblioteca municipal de Leipzig se conservan aún los antiguos legajos que contienen las listas de exequias realizadas en el siglo XVIII. Uno de estos viejos papeles nos informa escuetamente del siguiente hecho, en apariencia banal: "Un hombre de sesenta y siete años, el señor Johann Sebastian Bach, Kapellmeister y Kantor en la escuela de la Iglesia de Santo Tomás, fue enterrado el día 30 de julio de 1750". La modestia y simplicidad de esta inscripción, escondida entre otras muchas tan insignificantes como ella, nos parece hoy incomprensible al considerar que da fe del fallecimiento de uno de los más grandes compositores de todos los tiempos y, sin duda alguna, del músico más extraordinario de su época.

La brevedad de estas líneas demuestra con toda claridad el trágico destino de un hombre que fue radicalmente subestimado en su época: pocos reconocieron al gran músico y nadie supo ver al genio. Tras su silenciosa muerte, la labor de quien había dedicado toda su existencia a crear honesta y laboriosamente una excelsa música en alabanza del Creador fue olvidada por completo durante más de cincuenta años, hasta que, tras ser publicada la primera biografía del músico, otro compositor, Mendelssohn, rescató su obra para sus contemporáneos al dirigir apoteósicamente su Pasión según San Mateo en Berlín en 1829, hecho que constituyó un acontecimiento nacional en Alemania.[5]

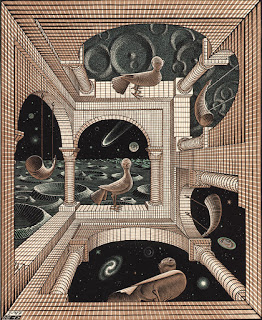
TABLA I

TAMAÑOS DE FUENTE PARA ARTÍCULOS



Las serpientes. Figura de Escher

Año: 1969

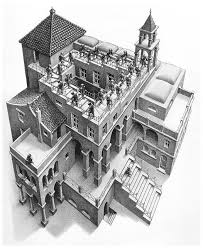


Otro Mundo. Figura Escher

Año: 1947



Canon cangrejo. Composición Bach



Ascender y Descender

1960



Manos dibujando

1948

Si en el artículo se utilizan ecuaciones, estas deberán tener numeración consecutiva, así no las cite o use en el texto. Se debe definir su procedencia.

1. CONCLUSIONES

En conclusión, los bucles infinitos son una forma interesante de ver la realidad en este mundo, pensar en que un inicio lleva al mismo lugar, es lo más fascinante hasta para aquel que desconoce sobre este tema, así pues, los bucles infinitos se pueden crear desde el cuadro más sencillo, la nota más alta o hasta

El problema matemático mas sencillo.

RECOMENDACIONES

Algunos de estos temas aunque complicados, también son fascinantes para el ojo, el oído y la lógica humana, a su vez expresa los infinitos bucles, algunas recomendaciones, poner ejemplos sobre la continuidad infinita, además de tomar como referencia al ilustre Bach.

REFERENCIAS

Referencias de libros:

1. [**https://www.casadellibro.com/libro-godel-escher-bach-un-eterno-y-gracil-bucle/9788483830246/1160897**](https://www.casadellibro.com/libro-godel-escher-bach-un-eterno-y-gracil-bucle/9788483830246/1160897)
2. [**https://es.wikipedia.org/wiki/Kurt\_G%C3%B6del**](https://es.wikipedia.org/wiki/Kurt_G%C3%B6del)
3. [**https://es.wikipedia.org/wiki/Teoremas\_de\_incompletitud\_de\_G%C3%B6del**](https://es.wikipedia.org/wiki/Teoremas_de_incompletitud_de_G%C3%B6del)
4. [**https://historia-arte.com/artistas/m-c-escher**](https://historia-arte.com/artistas/m-c-escher)
5. [**https://www.biografiasyvidas.com/monografia/bach/**](https://www.biografiasyvidas.com/monografia/bach/)
6. [**https://es.wikipedia.org/wiki/Autorreferencia**](https://es.wikipedia.org/wiki/Autorreferencia)