UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO

ELEKTROTEHNIKA 1

ANTON R. SINIGOJ

LJUBLJANA, 2009

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

621.3(075.8)

SINIGOJ, Anton R.
Elektrotehnika 1 / Anton Rafael Sinigoj ; [izdajatelj] Fakulteta za elektrotehniko. - 2. izd. - Ljubljana : Založba FE in FRI, 2009

ISBN 978-961-243-044-3 (Fakulteta za elektrotehniko)

247465216

Založnik: Založba FE in FRI, Ljubljana
Izdajatelj: Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana
Urednik: mag. Peter Šega

Natisnil: Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana
Naklada: 300 izvodov
2. izdaja

Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje je na svoji 118. seji dne 18.12.2008 na podlagi 25. Člena Zakona o organizaciji in financiranju vzgoje in izobraževanja (Uradni list RS, št. 115/03 – ZOVFI-UPB3) in 15. Člena Pravilnika o potrjevanju učbenikov (Ur. l. RS, št.57-06) – v nadaljevanju Pravilnik – sprejel sklep št. **6130-1/2008/239** o potrditvi učbenika:

naslov: ELEKTROTEHNIKA, učbenik za 2., 3. In 4. letnik tehniških gimnazij
vrsta programa: gimnazijsko izobraževanje
predmet: elektrotehnika
letnik: 2., 3., 4.
avtor: Anton Rafael Sinigoj
lektor: Peter Šega
recenzent: dr. Tomaž Slivnik, dr. Jan Lokovšek
likovno-tehnični urednik: Anton Rafael Sinigoj, Peter Šega
tehnične risbe: Anton Rafael Sinigoj
urednik: mag. Peter Šega
leto izdaje: 2006
založnik: Fakulteta za elektrotehniko, FE in FRI, Tržaška 25, 1000 Ljubljana

Predgovor

Učbenike Elektrotehnika 1, 2 in 3 sem napisal v prvi vrsti za dijakinje in dijake tehniških gimnazij, v katerih poučujejo elektrotehniko kot enega od izbirnih predmetov splošne mature, in za tiste dijake in dijakinje srednjih elektrotehniških šol, ki poleg strokovne mature opravljajo še izpit iz enega predmeta splošne mature, običajno iz elektrotehnike. V to me je navedlo predvsem delo v Republiški predmetni komisiji za elektrotehniko, v okviru katere sem se kot član in predstavnik Fakultete za elektrotehniko Univerze v Ljubljani spoznal s problematiko in potrebami pri tem predmetu.

Čeprav sem se dela lotil z veseljem, sem bil mnogokrat v zagati, kje, kdaj in kako določene strokovne pojme in vsebine podati na gimnazijskem nivoju, da ne bodo prehitevale znanj pri matematiki in fiziki. Pri tem je gotovo dobro, da se predmeti prepletajo in da matematične vsebine še tople zaidejo v fiziko in oboje v druge predmete, kar krepi in daje smisel tem predmetom, določen problem pa predstavlja podajanje obravnavane tvarine v srednjih elektrotehniških šolah, kajti v njihovih učnih načrtih so učne vsebine drugačne in zajete tudi v drugih predmetih. Prav zaradi tega se od njihovih učiteljev pričakuje potrebno mero preudarnosti pri podajanju osnov elektrotehnike s pomočjo teh gradiv.

Vsebine, razdeljene v tri sklope oziroma v 52 razdelkov znotraj 8 poglavij, se v tehniških gimnazijah podajajo v 2., 3. in 4. letniku. Razdelki zajemajo razlage na določeno temo, potrebne izpeljave, slike, ilustrativne zglede in rešene naloge. Na koncu nekaterih razdelkov so osnovnim vsebinam pridružene še neobvezne, ki presegajo učni načrt, in so namenjene tistim, ki radi pogledajo naprej.

Ko so bili učbeniki že napisani, se nam je ob pogovorih med sodelavci zdelo smiselno, da bi učbenike priporočili tudi študentom prvega letnika univerzitetnega študija elektrotehnike, ki pridejo iz splošnih gimnazij in imajo predznanja o elektrotehniki le toliko, kot so o njej povedali pri fiziki, in neprimerno manj kot ostali njihovi kolegi, ki prihajajo iz tehniških gimnazij in elektrotehniških šol. Prav tako bi kazalo te učbenike svetovati tudi študentom visokošolskega strokovnega programa, ki prihajajo iz srednjih elektrotehniških šol in so marsikaj o elektrotehniki iz prvega in drugega letnika srednje šole že pozabili, ali pa je bilo njihovo matematično znanje takrat še preskromno, da bi jim bile določene vsebine lahko podane na povsem ustrezen način.

Za konec naj povem, da ostajam dolžnik mnogim, ki so mi pomagali in mi stali ob strani. V prvi vrsti vsem članom Republiške predmetne komisije za elektrotehniko, prof. dr. Rudolfu Babiču, Beti Vučko, mag. Dragu Crniću in Cirilu Zdovcu. V veliko pomoč in vodilo so mi bile pripombe in napotki prof. dr. Jožeta Mlakarja, ki so me varovale stranpoti. Zahvalo sem dolžan še asis. mag. Ediju Buliću, ki je pripravil vrsto grafov in slik, in asis. dr. Alešu Berkopcu ter viš. pred. mag. Iztoku Humarju, ki sta si vzela čas za podrobno branje in iskanje bolj ali manj sitnih napak. – Vsej budnosti očes je gotovo še marsikaj ušlo. Hvaležen sem še dr. Janu Lokovšku, ki v Ljubljani ta predmet tudi poučuje in me je večkrat vzpodbudno povprašal: »Kako ti kaj gre?« Dolžni hvala velja tudi vsem mojim dragim!

Avtor

Ljubljana, kimavca 2006.

Vsebine

Elektrotehnika 1

Elektrotehnika 2

Elektrotehnika 3

Elektrina in električni tok

§	Teme	Obsegi
1.	Mednarodni sistem merskih enot (SI)	4
2.	Zgradba snovi in električni naboj	3
3.	Prevodniki in izolanti	2
4.	Električni tok	3
5.	Gostota električnega toka	3
6.	Zakon o ohranitvi elektrine	3
7.	Osnove elektrolize	1

§ 1. Mednarodni sistem merskih enot (SI)[1]

Večkrat slišimo kaj temu podobnega: obležala je s temperaturo 39,5 ºC; v uri in pol so se povzpeli na Kamniško sedlo; potaplja se do 90 m, avto ima moč 100 KM; na instrumentu je odčitala električni tok 9,3 A; s Hallovo sondo sem nameril 0,5 gaussa Zemljinega magnetnega polja, omrežna napetost je 230 V. Nekateri bodo pripomnili: KM oziroma »konji« so odpisani; v prometnem dovoljenju je moč agregata podana v kW; za gausse nisem slišal; temperaturo izražamo tudi v kelvinih. Res je, marsikaj že poznamo, marsičesa ne, nekaj pojmov pa imamo morda pomešanih. Pojdimo po vrsti.

Fizikalne količine (veličine) in merske enote. V uvodu smo nizali primere *množine* ali *kolikosti* fizikalnih *količin* (*veličin*):[2] temperature, globine, časa, električnega toka, moči, gostote magnetnega pretoka in električne napetosti. Temperaturo smo zapisali takole: 39,5 ºC; preglednejе bi to opravila enačba T = 39,5 ºC. Temperaturo označujemo s črko T; zapisali smo jo poševno, kar velja za vse fizikalne količine; za enačajem stoji *številska vrednost* ali *mersko število*; presledku sledi pokončno pisana *merska enota* oziroma *enota*. Na tak način bi zapisali še katero od količin: h = 90 m, I = 9,3 A, B = 0,5 gaussa ali U_{ef} = 230 V. Za vsako fizikalno količino je izbran *simbol* oziroma okrajšava; simboli so mednarodno dogovorjeni, so pa tudi izjeme. Črk je žal premalo, zato se v posameznih disciplinah fizike isti simbol uporablja tudi za različne količine (ali tudi obratno). Mersko število je celo ali ulomljeno, največkrat pa decimalno in ga po potrebi zapišemo s faktorjem potence števila 10. Mersko število 0,000000324 je (zaradi številnih ničel) verjetno nepregledno, zato je zapis $3{,}24\cdot10^{-7}$ vsekakor primernejši. Merska enota ima *ime* in *simbol*. Enota tlaka je paskal (pascal),[3] simbol pa je Pa. Primer: zjutraj je bil zračni tlak p = 102000 Pa = $1{,}02\cdot10^{5}$ Pa. Omenimo še *predpone* enot (preglednica 1-1). Iz vsakdanjika ujamemo megadžule, gigaherce, kilovate, decilitre, miligrame, nanometre. Primer: celotna moč slovenskih elektraren je okrog 2 gigavata ali 2 GW ali $2\cdot10^{9}$ W.

ime	znak	vrednost
piko	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
mikro	μ	10^{-6}
mili	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
deci	d	10^{-1}
deka	da	10^{1}
hekto	h	10^{2}
kilo	k	10^{3}
mega	M	10^{6}
giga	G	10^{9}
tera	T	10^{12}

Preglednica 1-1. Glavne predpone merskih enot.

Mednarodni merski sistem SI ima sedem *osnovnih* enot: *kilogram* (kg), *meter* (m), *sekunda* (s), *amper* (A), *kelvin* (K), *kandela* (cd) in *mol* (mol) ter več *izpeljanih*. Primer izpeljane enote je meter/sekundo ali m/s = m·s^{-1} = m s^{-1}, ki je enota za hitrost. Ti enakovredni zapisi so primerni v tekstu, v samostojnih izrazih pa uporabljamo za deljenje tudi ulomkovo črto. Hitrost svetlobe v vakuumu bi v takšnem primeru zapisali tudi takole:

SI merski sistem ima sedem osnovnih in vrsto izpeljanih enot. Osnovne so: kilogram, meter, sekunda, amper, kelvin, kandela in mol.

$$\boxed{c_0 = 299792458\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.}$$

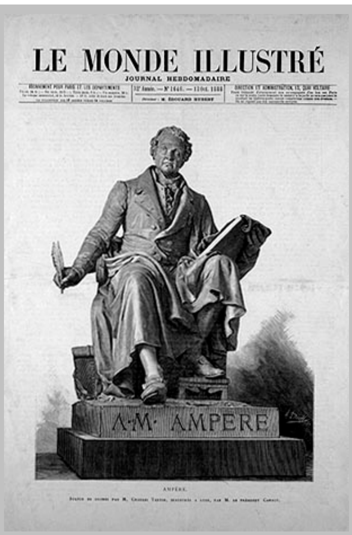
hitrost svetlobe v vakuumu je 299792458 metrov na sekundo

Zanjo pogosto navajamo približno vrednost $3\cdot10^{8}$ m/s. Primer: od Zemlje do 384 000 kilometrov oddaljene Lune potuje elektromagnetno valovanje dobro sekundo. Nekatere izpeljane enote imajo tudi svoj simbol; ena takšnih je že omenjeni paskal (Pa). Če pravokotno na ploskev s površino S pritiska sila F, deluje nanjo tlak $p = F / S$. Enota sile je njuten (newton, simbol je N) in enota površine je m^2; iz tega sledi: Pa = N/m^2. Tudi njuten je izpeljana enota; drugi

[1] Le Système international d´unités.

[2] V slovenskem prostoru se uporabljata oba izraza: *količina* (v fiziki) in *veličina* (v tehniki). Prvi izhaja iz anglosaksonskega, drugi pa iz nemškega govornega prostora (quantity, die Größe). SSKJ daje tiho prednost količini, sicer pa označuje gesli s temle pomenom: »kar je točno opredeljeno zlasti z načinom in enoto merjenja«.

[3] Imenom nekaterih osnovnih in izpeljanih merskih enot botrujejo odlični fiziki. Blaise Pascal je bil francoski fizik in matematik in filozof.



André Marie Ampère (1775 – 1836)

Newtonov zakon pravi: če deluje na telo z maso m sila F, potem se telo giblje pospešeno s pospeškom $a = F / m$. Iz $F = ma$ sledi N = kg·m/s^2, iz $p = F / S$ pa še Pa = N/m^2 = kg/(m·s^2). Verjetno že opažamo: *fizikalne enačbe* tkejo vezi med enotami.

Nekatere merske enote so zastarele. Ena takšnih je gauss, ki je enota gostote magnetnega pretoka v CGS (centimeter-gram-sekundnem) merskem sistemu. Pretvorbeni faktor do enote tesla (T), kot enote za to količino v SI, je 10000: 1 T = 10^4 gaussov. Gostoto B Zemljinega magnetnega polja, ki jo omenjamo v začetku, zapišemo v SI takole: B = 50 µT. Moč motorja smo izrazili v KM. Ta enota je preživeta in ni več dovoljena; pretvarjala bi se s faktorjem 0,736. Motorju moči 100 KM bi v SI ustrezala moč 73,6 kW. Navkljub sistemu SI so nekatere enote še vedno dopustne iz zgodovinskih ali praktičnih razlogov. Takšen primer je stopinja celzija. Mersko število razlike temperatur v ºC je enako merskemu številu razlike temperatur v kelvinih (K). Temperatura je navzdol omejena; najnižja je 0 K (*absolutna ničla*). V SI je skala Celzijevih stopinj zamaknjena navzgor za 273,16 K. Če merskemu številu temperature v ºC prištejemo 273,16, dobimo mersko število temperature v K; temperatura absolutne ničle je torej –273,16 ºC. V primeru vročične dijakinje bi bila vest rahlo grozna: obležala je s temperaturo 312,66 K. No ja, no ja, tudi na to bi se verjetno navadili!

Fizikalne konstante. Najpomembnejšo smo že podali. To je hitrost svetlobe v vakuumu, ki je zajeta v definiciji metra; v definiciji ampera je skrita še ena, za elektromagnetiko zelo važna konstanta, to je permeabilnost vakuuma,

permeabilnost vakuuma je $4\pi \cdot 10^{-7}$ V·s /(A·m)

$$\boxed{\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{V \cdot s/(A \cdot m)}.}$$

Poleg teh bomo srečali še druge: osnovni električni naboj, Faradayev naboj, Avogadrovo število, gravitacijsko konstanto; med drugim tudi dielektričnost vakuuma (ε_0), ki jo s prejšnjima veže enačba

elektromagnetne konstante praznega prostora veže enačba $\mu_0\varepsilon_0 c_0^2 = 1$

$$\boxed{\mu_0 \varepsilon_0 c_0^2 = 1.}$$

Iz nje sledi ε_0 in njen približek, ko za c_0 vzamemo okroglih $3 \cdot 10^8$ m/s,

približna vrednost dielektričnosti vakuuma je $8{,}854 \cdot 10^{-12}$ A·s /(V·m)

$$\boxed{\varepsilon_0 \cong 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{V \cdot m}} \quad \text{ali} \quad \varepsilon_0 \cong \frac{10^{-9}}{36\pi}\ \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{V \cdot m}}.}$$

Pisanje fizikalnih enačb. Ko odpremo zasun, se množina tekočine v posodi manjša; gibalno količino in kinetično energijo telesa določata njegova masa in hitrost; ko skozi grelec teče električni naboj, se v grelcu sprošča toplota. To so primeri soodvisnosti fizikalnih količin. Ko jih v duhu eksperimentalnih ugotovitev in zakonov pretvorimo v matematični jezik, se količine znajdejo v določenih zvezah. Za matematika so pomembne bolj zveze kot take, za fizika pa morajo biti zveze uporabne in urejene z vidika količin, enot in števil. To drugačnost pokažimo pri odvisnosti hitrosti v od časa t pri prostem padu, $v = v_0 + gt$, kjer sta v_0 in g začetna hitrost in gravitacijski pospešek. Če vpeljemo spremenljivki V in T ter konstanti V_0 in G,

$$v = V\ \mathrm{m \cdot s^{-1}},\ v_0 = V_0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}},\ t = T\ \mathrm{s}\ \text{ in }\ g = G\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

(te predstavljajo merska števila naštetih fizikalnih količin), dobimo enačbo, ki je razbremenjena merskih enot,

$$\boxed{v = v_0 + gt} \ \Rightarrow\ V\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = V_0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} + G\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}\ T\ \mathrm{s} \ \Rightarrow\ \boxed{V = V_0 + GT}.$$

Zgradbi enačb fizika in matematika sta enaki; razlika je v tem, da ima fizik v enačbi količine (včasih tudi fizikalne konstante in števila), matematik pa ima v enačbi spremenljivke in konstante. Na tak način utegnemo vsako fizikalno enačbo spremeniti v matematično, vendar tega ne počnemo, temveč ravnamo s fizikalno enačbo tako, kot da je matematična. Ko smo pred korakom, da kaj izračunamo, dopišemo k merskim številom le še enote ter operiramo z njimi tako, kot to narekujejo matematične operacije.

Zgled 1-1. Vzemimo enačbo prostega pada! Pri zanemarljivem zračnem uporu se giblje telo enakomerno pospešeno s pospeškom g = 9,81 m/s^2. Če pade lončnica z balkona v petem nadstropju, z višine h = 16 m, bo na pločnik udarila s hitrostjo $v = (2gh)^{1/2}$. ⇒ V samostojni vrstici bomo to zapisali tudi s kvadratnim korenom:

$$v = (2gh)^{1/2} = \sqrt{2gh}.$$

Vstavimo v formulo podatke:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 16\ \mathrm{m}} = \sqrt{313{,}92\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} \cong 17{,}72\ \mathrm{m/s}.$$

Množenje velja za števila in enoti; metra se združita v kvadratni meter; korenita se tako mersko število kot enota.

Zgled 1-2. Vzdolž ravnega vodnika krožnega prereza je električni tok I = 90 A. Izračunajmo absolutno vrednost B vektorja gostote magnetnega pretoka v točki, ki je za d = 20 cm oddaljena od osi tokovodnika, če vemo za enačbo $B = \mu_0 I / 2\pi d$! ⇒

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{A \cdot m}} \cdot 90\ \mathrm{A}}{2\pi \cdot 0{,}2\ \mathrm{m}} = 90 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{m}^2} = 90\ \mu\mathrm{T} = 0{,}9\ \text{gaussa}.$$

Kaj opažamo: razdaljo smo izrazili v metrih; število π se okrajša; okrajša se tudi enota amper; množenje in deljenje ostalih števil da vrednost $90 \cdot 10^{-6}$; sestavljena enota (V·s/m^2) ima ime tesla (T) in predpona mikro je vredna eno milijoninko. Kot komentar: gostota 0,9 gaussa je skoraj štirikratnik gostote Zemljinega magnetnega polja ob ekvatorju. Vsekakor presenetljivo, saj smatramo tok sto amperov kot velik, Zemljino magnetno polje pa kot nekaj, kar morda ni ravno omembe vredno.

♣♣♣

Definicije osnovnih enot. Mednarodni merski sistem enot (SI) temelji na konvenciji o metru iz leta 1875 in se posodablja z odločitvami Mednarodnega komiteja (CIPM) in Generalne konference (CGPM) pri Mednarodnem uradu za uteži in mere (BIPM) v Parizu. Osnovna listina tega urada navaja poleg zgodovinskih dejstev tudi definicije osnovnih enot, primere izpeljanih enot, njihove simbole, seznam dovoljenih enot in odsvetovanih enot.[4] Evropska komisija je mednarodni sistem uzakonila; takšnega je privzela tudi R Slovenija.

Amper je stalni električni tok, ki pri prehodu skozi dva premočrtna, vzporedna, neskončno dolga vodnika zanemarljivega krožnega prereza, postavljena v vakuum v medsebojni razdalji 1 m, povzroča med njima silo $2 \cdot 10^{-7}$ njutna na meter.

Preden navedemo definicije osnovnih enot, povejmo, da terja njihovo razumevanje kar nekaj znanja fizike. Trivialna je le enota kilogram, ki sloni na masi izbrane uteži iz obstojne zlitine.[5] Kilogram je zanimiv tudi zato, ker je edina enota v SI, ki ima že v imenu predpono kilo. Glede na ostale zveni tako, kot da bi bil gram osnovna enota, čeravno ni.[6] Tudi amper je nekaj posebnega. Definiran je z magnetno silo, zato je v resnici izpeljana enota; zaradi številnih *elektromagnetnih* količin je s tem amper pridobil neke vrste častno mesto v družbi sedmerice.

[4] Včasih dopolnilni enoti sta enoti za ravninski in prostorski kot. Radian (rad) je ravninski kot med dvema polmeroma, ki na krožnici odsekata lok z dolžino, ki je enaka polmeru. Steradian (sr) je prostorski kot stožca z vrhom v središču krogle, ki na njeni površini omejuje ploskev s ploščino, ki je enaka kvadratu kroglinega polmera.
[5] Mednarodni etalon za kilogram je leta 1889 potrdila Prva generalna konferenca za uteži in mere (CGPM) in se hrani v Mednarodnem uradu za uteži in mere v Sevresu pri Parizu.
[6] Zanimivost! V CGS sistemu se kapacitivnost kondenzatorja izraža (hecno!) v centimetrih; torej ne v faradih, kot to ve vsak ljubitelj elektrotehnike.

Meter. *Meter* je enota za *dolžino*. Meter je dolžina poti, ki jo v vakuumu napravi svetloba v 1/ 299792458 sekunde.
Kilogram. *Kilogram* je enota za *maso*. Kilogram je masa mednarodnega etalona kilograma.
Sekunda. *Sekunda* je enota za *čas*. Sekunda je trajanje 9192631770 nihajev svetlobe, ki jo izseva atom cezija 133 med dvema hiperfinima nivojema osnovnega stanja.
Amper. *Amper* ali *ampère* je enota za *električni tok*. Amper je stalni električni tok, ki pri prehajanju skozi dva premočrtna, vzporedna, neskončno dolga vodnika zanemarljivega krožnega prereza, postavljena v vakuum v medsebojni razdalji 1 m, povzroča med njima silo $2 \cdot 10^{-7}$ njutna na meter.
Kelvin. *Kelvin* je enota za *termodinamično temperaturo***.** Kelvin je termodinamična temperatura, ki je 1/273,16 del termodinamične temperature trojne točke vode.
Kandela. *Kandela* je enota za *svetilnost*. Kandela je svetilnost vira v določeni smeri, ki oddaja monokromatsko sevanje frekvence $540 \cdot 10^{12}$ hercov, katerega energijska jakost v tej smeri je 1/683 vata na steradian.
Mol. *Mol* je enota za *množino* (snovi). Mol je množina (snovi) sistema, ki vsebuje toliko osnovnih delcev,[7] kolikor atomov je v 0,012 kilograma ogljika 12.

♣♣♣

Naknadna opomba. Navedene definicije enot SI so veljale v času pisanja (2003-6) tega učbenika, od 20. maja 2019 pa so definicije osnovnih enot sledeče:

Sekunda, simbol s, je enota za čas. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost frekvence cezija ΔνCs, tj. frekvence prehoda med dvema hiperfinima nivojema osnovnega stanja atoma cezija 133, ki je 9192631770, izražena v enoti Hz, kar je enako s^{-1}.
Meter, simbol m, je enota za dolžino. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost hitrosti svetlobe v vakuumu c, ki je 299792458, izražena v enoti m s^{-1}, pri čemer je sekunda opredeljena z ΔνCs.
Kilogram, simbol kg, je enota za maso. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost Planckove konstante h, ki je $6{,}62607015 \cdot 10^{-34}$, izražena v enoti J s, kar je enako kg m^2 s^{-1}, pri čemer sta meter in sekunda opredeljena s c in ΔνCs.
Amper, simbol A, je enota za električni tok. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost osnovnega naboja e, ki je $1{,}602176634 \cdot 10^{-19}$, izražena v enoti C, kar je enako A s, pri čemer je sekunda opredeljena z ΔνCs.
Kelvin, simbol K, je enota SI za termodinamično temperaturo. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost Boltzmannove konstante k, ki je $1{,}380649 \cdot 10^{-23}$, izražena v enoti J K^{-1}, kar je enako kg m^2 s^{-2} K^{-1}, pri čemer so kilogram, meter in sekunda opredeljeni s h, c in ΔνCs.
Mol, simbol mol, je enota za množino snovi. En mol vsebuje natanko $6{,}02214076 \cdot 10^{23}$ osnovnih delcev. Ta številka je nespremenljiva številčna vrednost Avogadrove konstante NA, izražena v enoti mol^{-1} in imenovana Avogadrovo število. Množina snovi, simbol n, sistema je meritev števila določenih osnovnih delcev. Osnovni delec je lahko atom, molekula, ion, elektron, kakršen koli drug delec ali določena skupina delcev.
Kandela, simbol cd, je enota za svetilnost v določeni smeri. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost svetilne učinkovitosti monokromatskega sevanja s frekvenco $540 \cdot 10^{12}$ Hz, Kcd, ki je 683, izražena v enoti lm W^{-1}, kar je enako cd sr W^{-1} ali cd sr kg^{-1} m^{-2} s^3, pri čemer so kilogram, meter in sekunda opredeljeni s h, c in ΔνCs.

Zanimiva je definicija kilograma; ne sklicuje se na etalon, ampak na nespremenljivo številsko vrednost Planckove konstante. Pomembna je tudi definicija ampera; ne določa ga magnetna sila, ampak nespremenljiva številska vrednost osnovnega naboja.

---

[7] Pri množini snovi v molih je potrebno navesti vrsto delcev (atomi, molekule, ioni, elektroni ali drugi delci ali skupine takih delcev).

§ 2. Zgradba snovi in električni naboj

Elektrotehnika je disciplina fizike, ki umno koristi elektromagnetne pojave.[1] Elektrotehniške naprave sestavljajo objekti različnih oblik, snovi in lastnosti. Enofazni transformator ima dve bakreni navitji in železno jedro, daljnovodni sistem oblikuje snop vodnikov, vpetih na izolatorjih, ki so obešeni na stebrih, antene na strehah so različnih oblik in velikosti, na drugi strani čip, v katerem je množica mikronskih komponent. Če smo anekdotični, si moremo zamisliti iskalca vrednega na odpadu, kako se mu zasmeje, ko najde star elektromotor; vendar ne zato, ker bo motor morda še deloval, ampak zato, ker ga bo razdrl in prodal po delih, saj ve, da sta baker in železo še kaj vredna. Elektrotehnik gleda na te naprave drugače: ve, katerim namenom služijo, želi jih doumeti, narediti morda še boljše. S tole trditvijo se verjetno ne bo težko strinjati: brez različnih snovi, materialov, ki so primerno oblikovani in združeni v celote, ni elektrotehnike. To pomeni, da bomo morali govoriti tudi o ustroju snovi.

Brez različnih materialov, ki so ustrezno oblikovani in združeni v celote, ne bi bilo elektrotehnike.

Zgradba snovi je v domeni fizike in kemije in ne elektrotehnike, zato bomo tu le ponovili vsebine, ki so nujne za razumevanje elektromagnetnih pojavov. V elektrotehniki delimo snovi na *prevodne*, *polprevodne*, *izolirne*, *dielektrične* in *magnetne*. Delitev nikakor ni enoveljavna; odvisna je od elektromagnetnih pojavov, ki se v njih odvijajo.[2] Pozabiti ne gre niti na *prazen prostor* oziroma *vakuum*. Čeravno prazen, odločilno sodeluje pri elektromagnetnih pojavih. Ni neznano, da je svetloba elektromagnetni pojav. Sij zvezd beži po vsemirju in ne rabi otipljivega medija; prazen prostor mu zadostuje. Zarine se tudi v zrak in (skoraj tako kot v vakuumu) nadaljuje svojo pot.

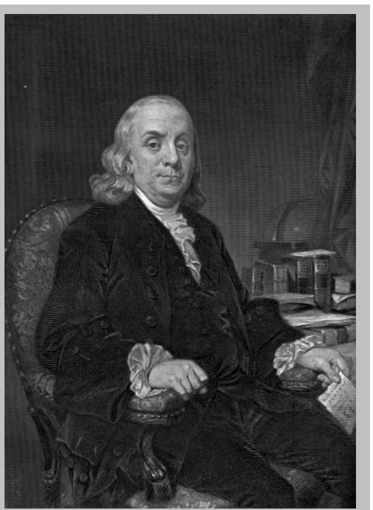
Jedro atoma tvorijo nevtroni in protoni; skupaj jih drži jedrska sila. Okoli jedra se gibajo elektroni, ki imajo približno 1840-krat manjšo maso kot jedrni delci; k jedru jih vleče električna sila.

Poenostavljen model atoma.[3] Čeravno ima beseda *átomos* v grščini izvorni pomen »ne-deljiv«, *atom* snovi vseeno ni takšen. V mislih imamo *protone* in *nevtrone*, ki tvorijo jedro, ter *elektrone*, ki se gibajo okoli njega. Vemo, da so atomi prvin različni in veliki do nekaj angstremov (Å = 10^{-10} m). Radij atoma vodika je 0,3 Å, bakra 1,28 Å, svinca 1,75 Å in radona (enega večjih) 2,5 Å.[4] Masi protona in nevtrona sta skoraj enaki $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, masa elektrona pa je od te okoli 1840-krat manjša; jedro drži skupaj jedrska sila, bežeče elektrone pa k jedru vleče *električna sila*.[5] Z besedo bežijo, hočemo povedati, da poti elektronov niso utirjene, ampak spreminjajoče. V zgodnji polovici prejšnjega stoletja je dozorelo spoznanje, da se ne da poljubno dobro hkrati določiti leg in gibalnih količin delcev in da se more govoriti zgolj o verjetnosti, kje se ti delci nahajajo.[6] Kljub temu imajo elektroni določena stanja, ki jih opisujejo štiri *kvantna števila*.[7] Omenimo zgolj *glavno kvantno število*, ki atomu določa število lupin, označujejo jih črke K, L, M, ..., te pa imajo še svoje podlupine. Poenostavljeno si lupine predstavjamo kot »krožnice« okoli jedra. Polmer orbitale elektrona v atomu vodika je 0,53 Å in pomeni le najbolj verjetno oddaljenost elektrona od jedra, sicer pa se utegne nahajati tudi manj ali bolj stran od jedra. Podobno je z radiji ostalih lupin; druga lupina ima radij 1,3 Å. Lupine podajamo tudi z nivoji potencialnih energij elektronov; osnovni lupini pripada najnižji energijski nivo, vsi ostali pa so višji, vse tja do vrednosti nič. Najnižji energijski nivo se imenuje *osnovno stanje*; tam je električna sila, ki

Werner Karl Heisenberg (1901 – 1976)

[1] Cilji dobrobiti tako tej kot vsaki drugi vedi včasih zaidejo tudi na ne ravno plemenita pota.
[2] Dielektrik utegne biti bolj ali manj prevoden, enako tudi izolant ali magnetik.
[3] Najdemo ga tudi pod imenom *Bohrov model* atoma.
[4] Definicij radija oziroma velikosti atoma je več.
[5] O zakonu električne sile med naboji bomo govorili v drugem poglavju.
[6] *Načelo nedoločljivosti* je vpeljal nemški fizik Werner Karl Heisenberg. Verjetnost lege delcev določajo *lastne funkcije*, ki so rešitve *Schrödingerjeve valovne enačbe*.
[7] *Glavno kvantno število*, *tirno kvantno število*, *magnetno tirno kvantno število* in *spin*.

Slika 2.1. Jedro atoma je obdano z omotom (ali oblakom) elektronov.



Benjamin Franklin
(1706 – 1790)

Delcu ni vtisnjeno, da naboj ima, da ima pozitivnega ali negativnega, ampak mu ga pripišemo zato, da uspemo izmerjene učinke med naelektrenimi delci ali telesi korektno zapisati.

osnovni električni naboj je $1{,}60217738\cdot 10^{-19}$ C; naboj protona je enak vrednosti osnovnega naboja, naboj elektrona je enak negativni vrednosti osnovnega naboja; kulon ali coulomb (C) je izpeljana enota, C = A·s

vleče elektron k jedru, največja. Elektrone na ostalih lupinah, še posebno na zadnji, privlači jedro šibkeje, zato z nje »radi uidejo«, zamenjajo atom ter se pridružijo drugemu; takim rečemo, da so *prosti*. Z vidika prostosti so ostali delci v atomu *vezani*.

Posebnost razmestitve elektronov v atomu so »*rezervacije*«. Vsaka lupina ne more sprejeti poljubno veliko elektronov, ampak je to odmerjeno. Prva lupina more imeti največ 2 elektrona, druga 8, tretja 18, četrta $2\cdot 4^2$, peta $2\cdot 5^2$, itn. Določena izjema so feromagnetne snovi (npr. železo, kobalt, nikelj), ki so za elektrotehniko izredno pomembne. Popolnjevanje lupin z elektroni pri njih ne sledi redu; elektron, ki ima najvišjo energijo, je na najvišji lupini, pa čeprav je na nižji še prosto mesto. Čeravno so lege elektronov okoli jedra naključne, bomo gruči elektronov okrog jedra rekli kar *elektronski oblak* oziroma *omot*; predstavljali si ga bomo kot koncentričen kolobar okoli jedra (slika 2.1).

Osnovni električni naboj. Ko omenjamo silo, ki vleče elektrone k jedru, ne moremo iti mimo *električnih nabojev* atomskih delcev. *Električni naboj* ali *elektrina* ima svojo zgodovino, ki je dolga in sega do antike. Tales iz Mileta je v šestem stoletju pr. Kr. uvidel, da natrt jantar (*ʹηλεκτρον*, izg. elektron) privlači lahke delce.[8] Okoli leta 1600 je angleški lekarnar William Gilbert ugotovil, da imajo podobne lastnosti kot jantar tudi druge snovi, npr. steklo, ebonit, krzno, volna. Telesa, ki pridobijo lastnost privlačevanja, je imenoval *naelektrena*. Francoski fizik C. F. C. du Fay je leta 1733 dognal, da obstajata dve vrsti naelektritev: »*smolasta*« in »*steklasta*«. Ugotovil je, da se jantar in steklo privlačita, dva jantarja ali dve stekli pa odbijata. Kot enega ključnih je treba izpostaviti Benjamina Franklina, ki je vrsti naelektritev preimenoval v *pozitivne* (steklaste) in *negativne* (smolaste). Ne v slabšalnem smislu, da so pozitivni kaj boljši od negativnih, ampak v pomenu, da se z združitvijo enih in drugih njihov skupni električni učinek izniči. Omeniti velja tudi fizika J. J. Tomsona, ki je leta 1897 odkril elektron;[9] sledila so odkritja ostalih delcev atomovega vsemirja in te zgodbe še dandanes ni konec.

Elektronu pripisujemo *negativen* električni naboj, protonu *pozitiven* naboj, nevtronu, ki ne kaže nobenih električnih lastnosti, pa *nični* električni naboj. Seveda pa atomskemu delcu ni »vtisnjeno«, da naboj ima, da ima pozitivnega ali negativnega, ampak mu ga pripišemo zato, da uspemo izmerjene učinke med naelektrenimi delci ali telesi matematično korektno zapisati. Drugačna izbira predznačenosti nabojev protona in elektrona ne bi v ničemer zamajala zakonov elektromagnetike, le v pripadajočih izrazih, ki te zakone podpirajo, bi se včasih pojavil drugačen predznak kot sicer. Sicer pa je z nabojem nekaj podobnega kot z maso. Na telo deluje gravitacijska sila, zato mu pripišemo maso, v resnici pa ne vemo, zakaj telo maso ima oziroma čemu naj to lastnost pripišemo;[10] kar navadili smo se, da jo ima.[11] Posebnost električnega naboja je v njegovi kvantiziranosti; da množina naboja ne more biti poljubno majhna, ampak je vedno mnogokratnik *osnovnega naboja*; v SI merskem sistemu ima osnovni naboj *e* tole vrednost:[12]

$$\boxed{e = 1{,}60217738\cdot 10^{-19}\ \text{C}.}$$

[8] Poimenovanje prihaja od nahajališč okoli ruskega mesta Jantarni, sicer pa je jantar rumena ali rdečerjava fosilna smola iz terciarja ali kvartarja; prisotna je tudi v krednih kamninah.
[9] Elektron pomeni v grščini jantar (posebno drevesno smolo).
[10] Potovanje planetov; Zemljino privlačevanje teles k tlom.
[11] Že tu se srečamo z *modeliranjem*, ki je v fiziki in tehniki stalna praksa. Vpeljujemo pojme in količine, ki omogočajo oblikovati fizikalno-matematične teorije.
[12] Francoski fizik C. A. de Coulomb je odkril zakon električne sile med naelektrenimi telesi.

Elektron in proton sta nosilca osnovnega naboja: elektron naboja $-e$, proton pa naboja e. Primer: atom bakra ima 29 elektronov, prav toliko tudi protonov, in 34 nevtronov. Jedro atoma bakra ima električni naboj $29 \cdot e \cong 46{,}46 \cdot 10^{-19}$ C, ves elektronski omot pa temu nasproten naboj $-46{,}46 \cdot 10^{-19}$ C. Kar velja za ta atom, velja tudi za atome ostalih snovi: vsota električnega naboja delcev v atomu je vedno enaka nič; rečemo tudi, da je atom *električno nevtralen*.

Ioni. Ione delimo na *anione* in *katione*, sicer so pa to električno *ne-nevtralni* delci. Anion je delec, ki ima kak elektron več, kot je v jedru protonov, kation pa je delec, ki ima kakšen elektron manj, kot je protonov. V kristalni strukturi natrijevega klorida (NaCl) si sosednji atomi izmenjajo elektron: natrij (Na) ga odda, postane kation (Na^+), klor (Cl) ga pa sprejme, postane anion (Cl^-). Ioni soli so trdno vpeti v kristalno rešetko, zato pač niso prosti. Povsem drugače je pri plinih. Ti ob določenih fizikalnih pogojih *ionizirajo*: tvorijo se ioni, ki so, tako kot drugi delci, v njem gibljivi. Podoben primer je disociirana *raztopina*; v vodi razredčena žveplena kislina H_2SO_4 *disociira* v ione $2H^+$ in SO_4^{--}, ki v raztopini oziroma *elektrolitu* oblikujejo skupino nabitih prostih delcev.[13]

[13] Če v raztopino žveplene kisline pomočimo cinkovo (Zn) in bakrovo (Cu) elektrodo ter med njiju priključi mo svetlečo (LED) diodo, dobimo električni krogotok. Ioni raztopine so nosilci električnega naboja, ki potujejo od ene k drugi elektrodi (notranji del krogotoka), v zunanjem delu krogotoka, v žici in svetilki, pa so nosilci naboja prosti elektroni.

§ 3. Prevodniki in izolanti

Snov, ki ima naelektrene delce, ki se morejo v njej prosto gibati, je električno prevodna.

Spoznali smo dve vrsti prostih delcev: proste elektrone, tiste, ki so na zadnji lupini v atomu in so šibko vezani na jedro (da morejo atom zapustiti in oditi drugam), ter ione v tekočinah in plinih, v katerih so prosto gibljivi. Snovem, ki imajo prosto gibljive nabite delce, pravimo *prevodniki*; v njih torej obstaja možnost premikanja naboja oziroma električnega *prevajanja*. Druga skrajnost so *izolanti* oziroma snovi, ki prostih delcev nimajo, ali jih imajo premalo. Ne pričakujmo, da bomo postavili ločnico med izolanti in prevodniki; te namreč ni. Govorimo le o električno bolj ali manj prevodnih snoveh; po tej lastnosti jih razvrščamo med skrajnostma: od idealega izolanta, vakuuma, v katerem tudi ni delcev, do idealnega prevodnika, *superprevodnika* oziroma snovi, ki pri dovolj nizkih temperaturah ponuja neovirano pot prostim elektronom.[1]

Dobri električni prevodniki so kovine in njihove zlitine; razmeroma dober prevodnik je tudi grafit.

Prevodniki. Dobri električni prevodniki so kovine in njihove zlitine. Primer: baker ima 29 elektronov; prvih 28 (2+8+18) elektronov zapolni tri spodnje lupine, zadnji elektron pa je na četrti sam in je izredno šibko vezan na jedro. Protoni njega sicer privlačijo, zato pa ga ostalih 28 elektronov odbija. Kot tak se more v medatomskem prostoru kristalne strukture prosto gibati. Če je temperatura snovi višja, je višja tudi notranja energija in del te prejmejo tudi elektroni na nižji lupini. Zgodi se, da postane prost tudi kateri od teh. Hitrosti prostih elektronov so izredno visoke, tudi do 1000 km/s. Za njih je značilno neurejeno gibanje v medatomskem svetu, pri katerem prihaja do »trkov«, ki niso mišljeni v pomenu »dotika«, ampak v smislu, da prost elektron »zaide« v področje atoma, iz katerega ga izrinejo matični delci. Ta gibanja je možno vrednotiti zgolj statistično; govorimo o poprečni absolutni vrednosti hitrosti, v daljšem času pa o ničelni opravljeni poti. O bolj urejenem gibanju prostih elektronov, ki je (pod določenimi pogoji in na določen način gledanja) tudi možno, bo tekla beseda kasneje.

Prevodniška lastnost silicija ali germanija se s primesmi drugih elementov zelo izboljša.

Polprevodniki. *Polprevodniki* so v elektronski industriji danes nepogrešljivi. Osnovi sta silicij (Si) in germanij (Ge). Njuna sorodnost je v tem, da sta oba štirivalentna; prvi ima štiri elektrone na tretji lupini in polne vse nižje lupine, drugi pa štiri elektrone na četrti lupini in tudi polne vse nižje lupine. Kot čista sta slaba prevodnika, se pa jima prevodniška lastnost zelo popravi s primesjo *akceptorjev* oziroma *donatorjev*. Ob šibki primesi petvalentnega arzena (As), v razmerju $1/10^7$, zavzame slednji mesto med štirimi atomi Si (Ge); z njimi se kovalentno poveže z dvojnimi vezmi, ostane pa mu en, šibko vezan elektron, ki je takorekoč prost. Na ta način dobimo polprevodnik *tipa n*. Pri dopiranju s trivalentnim indijem (In) se ponovno vzpostavi kovalentna vez s sosednjimi štirimi atomi Si (Ge); ena vez ostane pri tem nezasedena. Nezasedeno mesto se vede kot *vrzel*, kot področje z navidezno pozitivnim nabojem. Vrzel lahko zapolni ali se vanjo *rekombinira* elektron iz ene sosednjih dvojnih vezi. Ko potuje valenčni elektron v eno smer, se pomika vrzel v nasprotno smer. Tak polprevodnik je *tipa p*.[2]

Elektroliti so slabše prevodni kot kovine.

Elektroliti. Elektrolit smo omenili v primeru razredčene žveplene kisline, ki v vodi disociira v ione H^+ in SO_4^{--}; raztopina postane s tem prevodna. Takih primerov poznamo še več in kasneje jih bomo tudi še srečali. Električno zelo slabo prevodna je gotovo destilirana voda. Precej prevodnejša je studenčnica,

[1] Določene keramike so v superprevodnem stanju že pri sobni temperaturi; tehnološke težave so še prevelike in onemogočajo široko uporabo. Teorija pojava ni enostavna; sprejeli ga bomo kot empirično danost.
[2] Za elektrotehniko pomembni so *n-p, p-n, p-n-p, n-p-n* in drugi spoji (diode, tranzistorji, itd).

saj ima zaradi raznih primesi tudi več ionov in prostih elektronov. Boljša od sladke je morska voda, ki je bogata z natrijevimi in klorovimi ioni. Električno prevodna je tudi zemlja; njena prevodnost je odvisna od sestave tal in vlage. V zvezi z njo je pomembno *ozemljevanje*, ki je ukrep pri varovanju človeka, živali in električnih naprav pred neželjenimi elektromagnetnimi vplivi.

Plini. Plin je sicer izolant, če pa ionizira, postane prevoden (fluorescenca). Sem sodi tudi pojav korone, ki se ob visokonapetostnem daljnovodu javlja s prasketanjem, kar je posledica prevajanja ioniziranega zraka ob vrveh. Tudi konico strele (atmosfersko razelektritev) spremlja ionizacija zraka: ost strele se v večini primerov sunkoma ustavlja, ionizira zrak in nadaljuje pot.

Ioniziran plin je električno prevoden.

Izolanti. Izolanti so razne organske snovi, smola, guma, plastika, keramika, olje, snovi torej, ki imajo manko prostih elektronov. V primerjavi z dobrimi prevodniki je prostih elektronov v njih do 10^{20}-krat manj. Prosti elektroni se v njih pojavijo šele pri višji temperaturi ali ob drugih dejavnikih. Verjetno smo že slišali skovanko: »kondenzator je prebil«. Resnično, zaradi trkov se zgodi plazovit proces rojevanja prostih elektronov, katerih gibanje izzove termični učinek, ta pa vodi do uničenja izolacije.

Organske snovi so slabi prevodniki; boljši so tkiva živih organizmov, saj imajo visoko vsebnost vode, soli in rudnin (les, bilka, mišica).

§ 4. Električni tok

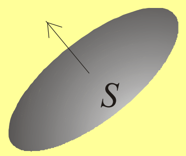
Električni tok, kratko kar *tok*, pojmovno navaja na razne toke in pretoke: na vodni (pre)tok, masni tok, energijski tok, ... končno tudi na denarni tok. Kaj je vsem tokom skupno? Poglejmo!

Električni tok je le eden iz množice tokov. Tok ustreza intenzivnosti pretakanja vode, energije, denarja, elektrine ...

Zanima nas pretok vode na izviru. Podstavimo npr. desetlitrsko vedro. Če se napolni v 25 sekundah, je pretok studenca 10 l / 25 s = 0,4 l/s ali 24 l/minuto. Skozi leto pretok niha; več meritev preko celega leta bi dalo poprečni pretok. V elektro-omarici imamo števec dobavljene električne energije; letni obračun sporoča, da je bilo dobavljene 3650 kWh energije, da je bila poprečna dobava 10 kWh na dan, poprečen energijski tok pa 10 kWh / 24 h = 416,6 W. Avto je nemajhen letni strošek: 2000 € za gorivo, 400 € za zavarovanje, registracijo in cestnino, za tekoče vzdrževanje pa še 600 €; skupno 3000 €/leto. Mesečni družinski proračun je obremenjen z odtokom 250 €/mesec. Pri streli oziroma atmosferski razelektritvi je, npr. v 1 ms, skozi strelovod, strelovodni valjanec in ozemljilo v zemljo steklo 2,5 C elektrine. Poprečni električni tok strele je bil torej 2,5 C / 1 ms = 2500 C/s = 2,5 kA.

V naštetih primerih smo izračunali poprečne toke: tok vode, energije, denarja ali elektrine. Ako bi studenec občasno presihal, je za vodovod manj zanimiv; kak mesec so stroški avtomobila nič € in tudi strela se v tisti milisekundi ni enako vedla; njen tok je bil v začetku (kot je to običajno) morda celo 10 kA. Na kaj opozarjamo: na čas opazovanja. Če bo ta ustrezno kratek, bo vernejša tudi informacija o toku. Pomembna je še naglasitev smeri in mesta (pre)toka, kot npr.: tok od tu do tja skozi drevored, tok iz posode skozi pipo, tok v hišo skozi okno. Če merimo tok Trebanjcev, ki po avtocesti prihajajo v Ljubljano, potem bo zjutraj ta verjetno pozitiven, tok teh istih Trebanjcev v Trebnje pa negativen.

Brž ko obrnemo smer gledanja (od kje kam prihaja oziroma od kje kam odhaja), se predznak toka zamenja.



Slika 4-1. Puščica opredeljuje izbrano (referenčno) smer oziroma izbrano lice ploskve.

Definicija električnega toka. Električni tok sporoča intenzivnost prehajanja električnega naboja skozi namišljeno ploskev S.[1] Ploskev ima dve lici. Ko se sprašujemo po toku, mislimo na pretok skozi njo v izbrani oziroma *referenčni smeri* (slika 4-1). Ker more biti intenzivnost prehajanja naboja vsak trenutek drugačna, mora biti čas opazovanja primerno kratek. Pa vzemimo, da imamo na voljo podatke o tem, kolikšne množine naboja so prestopile ploskev S od izbranega začetnega t_0 do kasnejših trenutkov (časov) v obliki razpredelnice (preglednica 4-1). Če je Q_1 množina naboja, ki je prestopila ploskev do časa t_1, Q_2 pa množina naboja, ki je prestopila ploskev do trenutka t_2, potem je v intervalu $\Delta t = t_2 - t_1$ ploskev S prestopila ustrezno majhna množina elektrine $\Delta Q = Q_2 - Q_1$. Poprečen električni tok i skozi ploskev v referenčni smeri je v tem kratkem intervalu enak kvocientu pretečenega naboja in intervala časa:

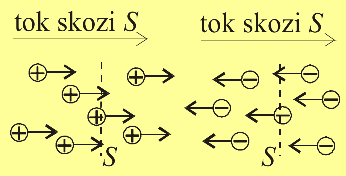
t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	...
0	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	...

Preglednica 4-1. Vrednosti množine pretečenega naboja od časa t_0 do kasnejših trenutkov.

$$\boxed{i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_2 - Q_1}{t_2 - t_1}.}$$

enota električnega toka je amper, A = C/s

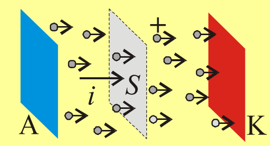
Poprečna vrednost toka je približno enaka pravi vrednosti toka, če je le čas Δt dovolj kratek. Podobno postopamo tudi v naslednjih intervalih, v katerih je poprečen tok seveda v splošnem drugačen. Glede na to, da morejo ploskev S prehajati tako elektroni kot anioni ali kationi, »šteje« prečkanje pozitivnega naboja v eni smeri ravno toliko kot prečkanje negativnega naboja v nasprotni smeri (slika 4-2).



Slika 4-2. Električni tok v desno skozi S je v levem ali desnem slučaju pozitiven.

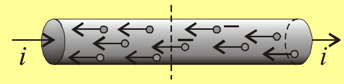
[1] Z namišljenostjo mislimo na ploskev kot geometrijski pojem; kot takšna pač ne moti gibanja nosilcev naboja.

Zgled 4-1. Od anode h katodi se pomikajo (pozitivni) kationi (slika 4-3): v prvi sekundi in pol pride do katode 3 C naboja, do tretje sekunde pride skupaj 6 C, do četrte sekunde in pol skupaj 9 C in tako (linearno) naprej. Vsako sekundo in pol pride do katode 3 kulone naboja. Pisali bi: $\Delta Q = 3$ C in $\Delta t = 1{,}5$ s. $\Rightarrow$ Električni tok kationov h katodi je $i = 3$ A·s / 1,5 s = 2 A. Če ima vsak kation dva elektrona manj kot je protonov, bo v času $\Delta t = 1{,}5$ s prišlo na katodo $\Delta Q\,/\,2e$ ionov oziroma $9{,}363{\cdot}10^{18}$ kationov.



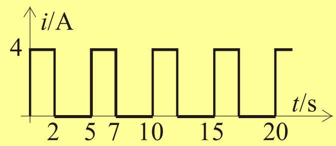
Slika 4-3. Kationi hitijo h katodi.

Zgled 4-2. V jekleni žici je *enosmeren* (stalen) električni tok 25 µA. Koliko prostih elektronov prečka prerez žice v 5 ms (slika 4-4)? $\Rightarrow$ V tem času preteče prerez žice v desno naboj $\Delta Q = i\Delta t = 25{\cdot}10^{-6}$ A $\cdot$ $5{\cdot}10^{-3}$ s $= 1{,}25{\cdot}10^{-7}$ A.s = 0,125 µC, ker pa so nosilci električnega toka (negativni) elektroni, prečka isti presek v levo naboj $-\Delta Q$. Število prostih elektronov, ki so prečkali črtkan presek, je enako $\Delta Q\,/\,e = 7{,}8{\cdot}10^{11}$.



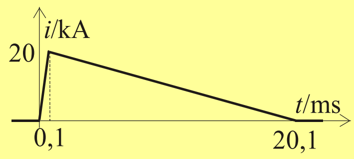
Slika 4-4. Pri toku v desno se (prosti) elektroni premikajo v levo.

Zgled 4-3. V žici teče elektrina v intervalih. Dve sekundi je v njej stalen tok 4 A, tri sekunde je enak nič, nato je spet dve sekundi tok 4 A in ponovno tri sekunde toka ni. Ta igra se periodično ponavlja (slika 4-5). Ponavljajočemu toku rečemo *periodični* tok; vsakih 5 sekund se zgodba ponovi, *perioda* ponavljanja je torej 5 sekund. Časovni diagram spominja na vlak *impulzov*. Vprašanje je: koliko naboja prečka prerez žice v času 17-ih period? $\Rightarrow$ V eni periodi steče naboj $\Delta Q = 4$ A $\cdot$ 2 s + 0 A $\cdot$ 3 s = 8 C, v 17-ih pa naboj $17\Delta Q = 136$ C. Govorili bi lahko o poprečnem toku (o *poprečni* ali *srednji* vrednosti toka), to je tisti vrednosti stalnega toka, ki bi v enakem času prenesel enak naboj kot ga prenese pulzirajoči tok. Ker je pretečeni naboj v eni periodi enak 8 C, bo poprečni tok 8 C / 5 s = 1,6 A. Tolikšen tok bi v 17 $\cdot$ 5 s = 85 sekundah prenesel (enak) naboj 1,6 A $\cdot$ 85 s = 136 C.



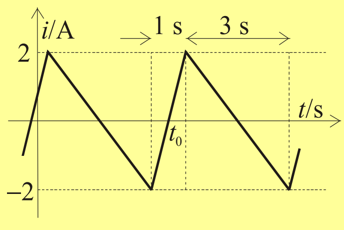
Slika 4-5. »Vlak« ponavljajočih tokovnih impulzov.

Zgled 4-4. Pri atmosferski razelektritvi je tok časovno neponovljiv (*aperiodičen*). Niti dve streli nista enaki in tudi časovni poteki razelektritev so različni. Približni časovni potek neke strele podaja slika 4-6. V prvi desetinki milisekunde električni tok linearno narašča od nič do 20 kA, nato pa v 2 ms linearno usiha do vrednosti nič. Koliko električnega naboja steče v zemljo? $\Rightarrow$ V prvi desetinki milisekunde je poprečna vrednost toka razelektritve enaka 10 kA, v preostalih dveh milisekundah pa spet 10 kA. Celoten stečeni naboj je 10 kA $\cdot$ 2,1 ms = 21 C.



Slika 4-6. Približen časovni potek toka atmosferske razelektritve.

Zgled 4-5. Velikokrat je električni tok *izmeničen* (*alternirajoč*); da se izmenjuje predznak vrednosti toka. Eden takšnih je izmeničen tok »žagaste« časovne oblike (slika 4-7), pri kateri se njegova vrednost spreminja linearno med 2 A in –2 A; da tok (skozi vodnik) eno sekundo narašča, tri sekunde pa upada. $\Rightarrow$ Če postavimo začetek t_0 v trenutek, ko je tok enak nič in je v naraščanju, narašča pol sekunde s poprečnim tokom 1 A in 1,5 s upada s poprečnim tokom 1 A. V intervalu teh dveh sekund preteče presek vodnika elektrina 1 A $\cdot$ (0,5 s + 1,5 s) = 2 C, v naslednjih dveh sekundah, ko je tok negativen, pa steče naboj 2 C v nasprotno smer. Celoten naboj, ki steče skozi presek vodnika v času 4 s, je enak ravno nič C; pri tem toku se naboji premikajo naprej in nazaj po vodniku, v resnici pa »nikamor ne pridejo«.

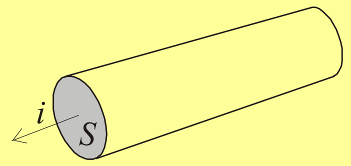


Slika 4-7. Žagast izmenični tok.

Vrste električnih tokov. Nekaj električnih tokov smo omenili že v zgledih: tok elektronov v prevodni snovi, tok ionov v raztopini, tok strele v atmosferi; s tem pa še nismo izčrpali seznama primerov. Različni toki in poimenovanja so namreč vezani na določene električne in magnetne fenomene, ki jih še ne poznamo, zato o njih tudi ne moremo primerno spregovoriti, naštejemo pa jih vseeno lahko! *Konduktivni tok* srečujemo v kovinah in tekočinah, včasih tudi v plinih, sicer pa v medijih, v katerih je tok prostih nabojev sorazmeren sili, ki nosilce naboja potiska v gibanje. *Konvektivni tok* je tok prostih elektronov v vakuumski elektronki, v katodni cevi osciloskopa ali televizorja, tok nabitih prostih delcev v elektronskem pospeševalniku, tok strele, tok v fluorescentni cevi ali tlivki. *Difuzijski tok* srečamo v polprevodnikih, kjer se prosti naboji gibljejo od mesta višje k mestu nižje koncentracije. *Polarizacijski tok* je tok, ki je posledica mikroskopskega gibanja vezanih nabojev v dielektrikih; ta tok igra pomembno vlogo pri dielektričnem segrevanju. *Amperove toke* oziroma toke magnetizacije najdemo v feromagnetikih. Nosilci teh tokov so gibajoči nabiti delci v atomih; ti toki so vir magnetnega polja *trajnih magnetov*. Prve tri imenujemo *prosti* (*makroskopski*) *toki*, zadnja dva pa sta primera *vezanih* (*mikroskopskih*) *tokov*.

§ 5. Gostota električnega toka

Električni tok govori o intenzivnosti prehajanja naboja skozi ploskev, nič pa o intenzivnosti prehajanja skozi dele te ploskve; pogosto se namreč zgodi, da je ta na različnih delih ploskve različna. O tem govori nova količina, ki ji rečemo *gostota električnega toka*. Njeno polno (vektorsko) vsebino bomo spoznavali po korakih in s pomočjo nazornih primerov.



Slika 5-1. Prosti elektroni prečkajo presek ravnega tokovodnika (v poprečju) pod pravim kotom.

Gostota električnega toka. Če nosilci naboja prehajajo ploskev pravokotno, in tudi enakomerno po ploskvi, kar velja za »poprečni elektron«, ki prečka prerez ravnega vodnika (slika 5-1), potem gostoto električnega toka J na njej določa kvocient absolutne vrednosti toka i skozi ploskev in njena površina S:

$$\boxed{J = |i| / S.}$$

enota gostote električnega toka je A/m^2

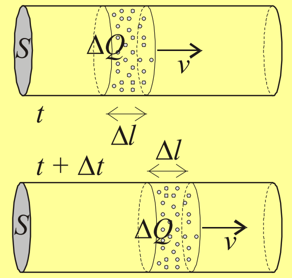
Glede na pričakovani tok v žici in še sprejemljivo gostoto izbiramo primeren presek tokovodnika; v bakru (Cu) smatramo kot primerno tisto, ki ne preseže vrednosti 4 A/mm^2. Večja gostota povzroča prekomerno segrevanje; v takem primeru je potrebno vodnik hladiti z zrakom ali tekočino, sicer se poškoduje.[1]

Gostota električnega toka v bakru naj ne bi presegla vrednosti 4 A/mm^2.

> **Zgled 5-1.** Vzdolž žice preseka 2,5 mm^2 je električni tok 8 A. ⇒ Po enačbi je gostota električnega toka 3,2 A/mm^2 = 3,2 MA/m^2 (in ne presega štirih A/mm^2).

Gostota toka in hitrost naboja. Vzdolž vodnika s presekom površine S naj se prosti elektroni premikajo s hitrostjo v. Na odseku dolžine Δl je določena množina naboja ΔQ s prostorninsko gostoto $\rho = \Delta Q / S\Delta l$. V času $\Delta t = \Delta l / v$ se »gruča nabojev« premakne ravno za Δl (slika 5-2). Po definiciji je tok i v vodniku v desno enak kvocientu $\Delta Q / \Delta t$, zato je

$$J = \frac{|i|}{S} = \frac{|\Delta Q|}{S\Delta t} = \frac{|\Delta Q|}{S\Delta t} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta l} = \frac{|\Delta Q|}{S\Delta l} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t} = |\rho| v.$$



Slika 5-2. Premik opazovane gruče nabojev ΔQ v času od t do $t + \Delta t$.

Pridobili smo ustreznejšo formulo za gostoto električnega toka,

$$\boxed{J = |\rho| v.}$$

Zakaj? Gostota ni več vezana le na enakomeren prehod naboja skozi ploskev (kar je v resnici bolj izjema kot pravilo), ampak jo določa enostaven produkt, ki ima v splošnem v različnih točkah na ploskvi različne vrednosti. Primerov je veliko: tok skozi prevodnik poljubne oblike, ponikalni tok, kožni učinek v tokovodniku, vrtinčni toki v feromagnetiku idr.[2] Eden preprostejših je primer daljnovodne vrvi iz pletenice aluminijastih žic in nosilnega jeklenega stržena; vrvin tok se deli v pleteničin in strženov tok v razmerju njunih prevodniških lastnosti, zaradi česar je gostota toka na preseku vrvi gotovo neenakomerna.

> **Zgled 5-2.** V bakru je število prostih elektronov enako številu atomov. Gostota prostih elektronov je $n = 8{,}4 \cdot 10^{28}$/m^3; pripadajoča prostorninska gostota elektrine je $\rho = -en = -1{,}6021 \cdot 10^{-19} \cdot 8{,}4 \cdot 10^{28} = -1{,}34 \cdot 10^{10}$ C/m^3.
> Rezultat preseneča: v litru oziroma (dm)^3 bakra je množina proste elektrine enaka $-13{,}4 \cdot 10^6$ C. Določimo hitrost gibanja prostih elektronov v bakru, ko ima gostota toka v njem vrednost $4 \cdot 10^6$ A/m^2. ⇒ Iz zgornje enačbe sledi $v = J / |\rho| = 300$ μm/s. Presenetljivo: če bi (z)mogli opazovati gibanje elektrona, bi ta potreboval debelo uro, da bi se vzdolž vodnika premaknil za en meter.

[1] O termičnem učinku električnega toka bomo govorili v poglavju o enosmernih vezjih.
[2] Vrednotenja gostot toka v navedenih primerih so zahtevnejša opravila, ki terjajo ustrezna znanja matematike in elektromagnetike.

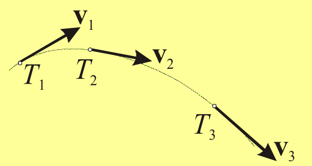
Zgled 5-3. Enačba je primerna tudi za izračun gostote kakšnega drugega toka. Naj vleče burja skozi postojnska vrata s hitrostjo 150 km/h; gostota zraka je 1,2 kg/m^3. $\Rightarrow$ Po enačbi je gostota zračnega toka burje 50 kg/(m^2·s). Skozi plapolajočo vrečo odprtine 1 m^2 je pretok zraka 50 kg/s. Ni malo in nič čudnega ni, da tolikšen zračni tok prevrača kamione, razkriva strehe in lomi drevje.

Enačbo $J = |\rho|v$ sporoča, da je gostota električnega toka sorazmerna hitrosti. Iz splošne fizike pa vemo, da je hitrost ena od tistih posebnih količin, ki je ne določa le iznos, izražen v m/s, ampak tudi smer in usmerjenost, zato bo nekaj podobnega verjetno veljalo tudi za gostoto električnega toka. Pa si poglejmo!

Skalarne količine so masa, temperatura, čas, energija, tok, električni naboj, moč, svetilnost, ...

Vektorske količine so sila, hitrost, premik, pospešek, gostota magnetnega pretoka, električna poljska jakost, ...

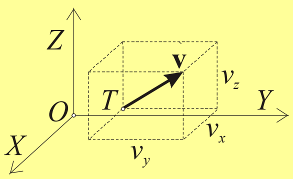
Skalarji in vektorji. Potrebe mehanike, kinematike teles in drugih vej fizike so narekovale vpeljavo pojmov in matematičnih sredstev, ki se navezujejo na *vektorje*. V čem je stvar? Za utež zadostuje podatek o masi, za talino podatek o temperaturi in podobno še za količine, kot so energija, čas, električna tok in napetost, moč idr. Takšnim rečemo, da so *skalarne količine* oziroma *skalarji*. Povsem nekaj drugega je hitrost. Meteorolog ne javi le hitrosti vetra, ampak tudi smer. Te vrste drugačnost velja tudi za silo. Trditev: na objekt z maso m deluje sila F, pove, da se objekt giblje s pospeškom F / m, nič pa kam. Smer gibanja je določena, če je znana smer sile. Tudi podatek o odmiku z mesta za korak ne pove dovolj; manjka še smer odkoraka. Kaj nam pomagajo sončne celice, če te ne bodo usmerjene proti Soncu. Zaključimo: fizikalna količina, ki je ne opredeljuje le mersko število in merska enota, ampak tudi *smernost*, je *smerna količina*; rečemo ji *vektorska količina* ali *vektor*.



Slika 5-3. Nekaj vektorjev hitrosti na parabolični sledi poševnega meta.

Upodabljanje vektorjev. Glede na smernost se je za upodabljanje vektorske količine uveljavila *usmerjena daljica*: njena dolžina ustreza jakosti vektorske količine, nagib in puščica pa določata smernost količine. Ob konici pripišemo še simbol vektorske količine v pokončnem in krepkem tisku. Kot primer! Pri poševnem metu je tirnica gibanja telesa parabola; na njej je vektor hitrosti **v** tangenten na tirnico in vsakokrat drugačen. Dolžine usmerjenih daljic določa merilo, ki naj je izbrano tako, da je upodobitev pregledna (slika 5-3).

Vektorsko količino notiramo v tisku s krepko črko, na tabli ali v zvezeku pa s polstrelico nad črko: **v** ali $\vec{v}$.



Slika 5-4. Projekcije vektorja hitrosti na koordinatne osi.

Komponente vektorja. Upodobitev vektorske količine z usmerjeno daljico je nazorna; manjka ji le še primeren matematični zapis, ki bo zajel smernost in jakost. Oboje (z)moremo izraziti v *kartezičnem koordinatnem sistemu* med seboj pravokotnih si osi X, Y in Z (slika 5-4). Če usmerjeno daljico vektorja **v** v točki T (v prijemališču vektorja torej) opremimo z vzporednicami k osem, se izriše kvader z robovi, ki ustrezajo vrednostim *pravokotnih projekcij* v_x, v_y in v_z. Te nudijo pot nazaj k vektorju, in sicer tako, da »vektor sprejmemo kot trojko in da trojko sprejmemo kot vektor« na tale način: $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$. S temi projekcijami oziroma *komponentami* smo »ugnali« smernost vektorja in našli možnost, da s pitagorsko vsoto komponent izrazimo tudi jakost, ki ji rečemo *absolutna vrednost* $|\mathbf{v}| = v$ vektorja **v**:

$$\boxed{(v_x, v_y, v_z) = \mathbf{v} \;\Rightarrow\; \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = |\mathbf{v}| = v.}$$

Absolutno vrednost in smernost vektorja opredelijo njegove komponente.

Absolutna vrednost vektorja ima vedno nenegativno vrednost, $|\mathbf{v}| = v \geq 0$, medtem ko more imeti posamezna komponenta vektorja katerokoli realno vrednost. Če je katera od komponent vektorja negativna, pomeni to le to, da je usmerjena daljica nagnjena v nasprotno stran zadevne koordinatne osi.

Zgled 5-4. Vektorju $\mathbf{v} = (5, -7, 4)$ m/s izračunajmo absolutno vrednost $|\mathbf{v}| = v$! $\Rightarrow$ Po zgornji formuli je

$v = \sqrt{25 + 49 + 16} \cong 9{,}5$ m/s.

Vektor moremo predstaviti kot tri hkratna gibanja: s hitrostjo 5 m/s v smeri osi X, s hitrostjo 7 m/s v nasproti smeri osi Y in s hitrostjo 4 m/s v smeri osi Z. Vektor predstavlja poševno gibanje s hitrostjo 9,5 m/s.

Vektor gostote električnega toka. Od vektorja hitrosti do vektorja tokovne gostote $\mathbf{J}$ je le korak. Če se naboj s prostorninsko gostoto ρ giba vzdolž osi X s hitrostjo v_x, potem sta (v duhu enačbe $J = |\rho|v$ ali $|J_x| = |\rho||v_x|$) na voljo izbiri $J_x = \pm\rho v_x$. V skladu z dogovorom, da smer gibanja pozitivnega naboja določa usmeritev toka, izberemo $J_x = \rho v_x$; podobno postopamo tudi pri komponentah tokovnih gostot vzdolž osi Y in Z. Z združitvijo dobimo še vektorsko enačbo:[3]

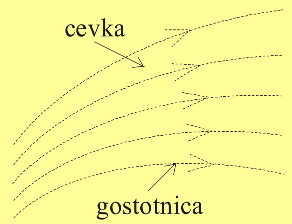
Smernosti vektorjev hitrosti in gostote toka se ujemata, če so nosilci električnega toka kationi, nasprotni pa sta, če so nosilci naboja elektroni ali anioni.

$$\boxed{J_x = \rho v_x,\ J_y = \rho v_y,\ J_z = \rho v_z \ \Rightarrow\ (J_x,\ J_y,\ J_z) = \rho(v_x,\ v_y,\ v_z) \ \Rightarrow\ \mathbf{J} = \rho\mathbf{v}.}$$

Absolutna vrednost J vektorja gostote toka $\mathbf{J}$ vrne zadevo v začetek:

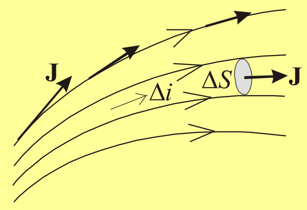
$$J = |\mathbf{J}| = \sqrt{J_x^2 + J_y^2 + J_z^2} = \sqrt{\rho^2 v_x^2 + \rho^2 v_y^2 + \rho^2 v_z^2} = |\rho||\mathbf{v}| = |\rho| v.$$

Pretočne cevke električnega toka. Spoznali bomo grafični način, ki služi upodabljanju pretokov. Če smo se pri električnem toku oprli na podobnost z drugimi toki, izkoristimo to priliko še enkrat. Imejmo stekleno cevko, skozi katero črpalka žene tekočino s primešanim prahom. Delci rišejo v cevi sledi, nekakšne črte (krivuje). Enak vtis sproži vrtinčenje vode nad požiralnikom ali raznašanje listja v vetru. Slike ustvarjajo vtis nekakšnih »*pretočnih cevk*«, po katerih se »pretaka« voda ali zrak. Če narišemo nekaj teh cevk, nam njihove ograje oziroma *gostotnice* kažejo smer gibanja delcev v prostoru (slika 5-7). Za tok vsake od cevk bi utegnili reči, da je v njo na nek način ujet (zajet).



Slika 5-7. Pretok upodabljajo namišljene gostotnice in cevke.

To grafično upodobitev si izposodimo tudi za tok elektrin! Čeravno je vodnik nekje tanjši, drugje debelejši, vmes tudi ukrivljen, je gibanje elektronov ujeto v namišljene cevke. Vsaka cevka ima svoj tok; njih vsota je enaka celotnemu električnemu toku v vodniku. Izgleda tako, »kot da bi bil vodnik narejen« iz tanjših žic, ki si celoten tok razdelijo med sabo; sliko cevk moremo opremiti še s puščicami (slika 5-8). Verjetno je absolutna vrednost J vektorja tokovne gostote $\mathbf{J}$ večja tam, kjer je cevka ozka, in manjša tam, kjer je cevka razprta. Produkt površine preseka ΔS cevke in absolutne vrednosti J gostote toka na tistem mestu izraža tok Δi skozi tisto cevko.



Slika 5-8. V vsaki pretočni cevki je določen električni tok.

Termični in fiziološki učinki gostote električnega toka. Gostota toka je v prevodni snovi pomembna, saj se nanjo navezuje *termični učinek*.[4] Pri večjih gostotah so višje tudi hitrosti gibanja nosilcev naboja, zato prihaja do češčih trkov, ki se kažejo v povečani *notranji energiji* oziroma temperaturi snovi. Pri gostoti do 4 A/mm^2 je termični učinek še sprejemljiv, pri večji gostoti pa je potrebno vodnike prisilno hladiti. Segreva se tudi zaslon, na katerega pada snop elektronov, segrevajo se fluorescentna svetila, itn. Termični učinek je lasten tudi mikroskopskim tokom (visokofrekvenčno segrevanje dielektrikov ali histerezne izgube v feromagnetnih jedrih električnih strojev).

Posebna tema je *fiziološki učinek* električnega toka na biološke sisteme (ljudi, živali in rastline). Gostoto električnega toka v človeku je potrebno primerjati z naravnimi (*endogenimi*) toki oziroma bio-električnimi toki, ki so posledica aktivacije tkiv, mišic, srca in možganov; gostota teh se giblje od sto mikro- do deset miliamperov/m^2. Vsiljen tok gostote sto miliamperov/m^2 že vpliva

[3] Kadar električni tok oblikujejo ioni in elektroni (tekočine in plini), katerih gostote in hitrosti so v splošnem različne, je $\mathbf{J} = \rho_1\mathbf{v}_1 + \rho_2\mathbf{v}_2 + \cdots$.
[4] O tem govori Joulov zakon, ki ga bomo spoznali v poglavju o enosmernih vezij.

na spremembo lastnosti celic in tkiv in more služiti določenim terapevtskim namenom. Gostota toka do ampera/m^2 doseže nivo vzdražljivosti živčnih in mišičnih celic. Nad tem nivojem gostot so reakcije biološkega sistema lahko že kritične in nevarne: dihalne motnje, motnje ritma srca in podobno.

§ 6. Zakon o ohranitvi elektrine

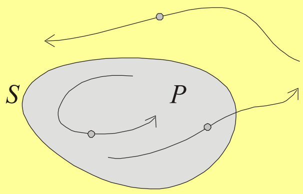
Zgodba o ohranitvi naboja ima dolgo brado: že B. Franklin ugotavlja, da se naboji javljajo v (±) parih in da se njihov električni učinek ob združitvi izniči. Res: telo, ki nastane ob dotiku teles z nabojema Q in $-Q$, je *nevtralno telo*; da je vsota njunih nabojnosti pred in po združitvi nespremenjena. Podobno je pri *torni elektritvi*: če stekleno palico podrgnemo ob tkanino, se gruča elektronov preseli s telesa na telo, vsota njunih naelektritev pa ostaja nespremenjena. Ob priključitvi kondenzatorja na baterijo se ena plošča kondenzatorja naelektri z nabojem Q, druga pa z nabojem $-Q$; pravimo, da je kondenzator naelektren z nabojema $\pm Q$. Resnično: elektrokemično delovanje baterijske celice omogoči premik elektronov od ene k drugi plošči kondenzatorja. Kot pri vezni posodi, kjer s črpalko dosežemo, da sta gladini vode v krakih različni; da je pribitek vode v enem enak manku v drugem kraku. Pri tekočinah je to očitno, opremo se na zakon o ohranitvi mase,[1] manj pa je to zaenkrat domače pri električnem naboju; in vendar!

Zakon o ohranitvi elektrine je eno osnovnih načel[2] fizike, ki ima pomembno mesto tudi v elektrotehniki; iz tega zakona izhajajo nekatere ključne relacije, pomembne za razumevanje elektromagnetike. Načelo pravi: ko se električni naboj na katerikoli način razdeli ali prerazporeja po prostoru, ostaja njegova množina nespremenjena. Ali tudi: v *izoliranem sistemu*, v katerega ne zaide in iz katerega ne izide noben nabit delec, se množina elektrine ohranja.[3] Reči utegnemo: »elektrina niti ne nastaja niti ne izginja«.[4]

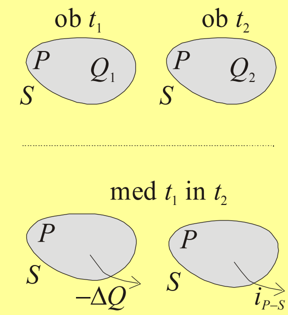
V izoliranem sistemu, v katerega ne zaide in iz katerega ne izide noben nabit delec, se množina elektrine ohranja.

Kontinuitetna enačba.[5] Enačba izhaja neposredno iz predhodnega zakona. Takole! Naj prostor P objema *sklenjena ploskev* oziroma *ograja* S. Ograja je namišljena, kot so namišljeni še drugi geometrijski pojmi (točka, premica ali krivulja). Geometrijsko telo je prostor, njegov plašč pa je sklenjena ploskev, ki ločuje notranjost od zunanjosti. Privzemimo, da se nabiti delci gibljejo: da se premikajo eni po zunanjosti, drugi po notranjosti, tretji pa prečkajo ograjo, ki jih pri tem seveda ne moti (slika 6-1). Če se nabiti delci selijo, da nekateri prestopajo tudi mejo, potem se množini električnega naboja znotraj in zunaj verjetno spreminjata, v duhu zakona o ohranitvi naboja pa ostaja njuna vsota vsak trenutek enaka: ko se množina električnega naboja znotraj veča, se zunaj enako intenzivno manjša, in obratno. Naj je v trenutku t_1 množina elektrine v notranjosti enaka Q_1, malo kasneje, v trenutku t_2 pa enaka Q_2 (slika 6-2). V kratkem intervalu $t_2 - t_1 = \Delta t$ je ploskev S iz notranjosti v zunanjost prestopila elektrina $Q_1 - Q_2 = -(Q_2 - Q_1) = -\Delta Q$. Poprečni električni tok $i_{P\text{-}S}$, tok iz P v zunanjost je enak kvocientu pretečenega naboja $(-\Delta Q)$ in intervala časa Δt:

$$\boxed{i_{P-S} = \frac{-\Delta Q}{\Delta t} = -\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\frac{Q_2 - Q_1}{t_2 - t_1}.}$$



Slika 6-1. Prostor P ograjuje sklenjena ploskev S. Eni od nabitih delcev se gibljejo le zunaj, drugi le znotraj, tretji pa ograjo S prečkajo.



Slika 6-2. Med trenutkoma t_1 in t_2 odide iz notranjosti v zunanjost določen naboj; električni tok iz notranjosti v zunanjost je enak kvocientu pretečenega naboja in intervala časa.

[1] Zakon o ohranitvi mase v splošnem ne velja. Po jedrski reakciji je masa snovi rahlo manjša kot pred njo; masni defekt (m) se »preobleče« v energijo po Einsteinovi enačbi $E = mc_0^2$. En miligram mase se spremeni v 90 GJ energije; kot da bi 45 sekund v ta namen obratovale slovenske elektrarne.

[2] Načelo, podmena, postulat.

[3] Električni naboj sistema je *relativistična invarianta*, je količina, ki se ne spremeni, četudi se sistem giblje s hitrostjo, ki je blizu hitrosti svetlobe. Pri masi je drugače: ko ima telo hitrost, ki je enaka desetinki svetlobne hitrosti, je njegova masa večja za pol procenta; pri nižjih hitrostih je sprememba mase skoraj zanemarljiva. Takrat rečemo, da zakon o ohranitvi mase velja.

[4] Vlogo izoliranega sistema more prevzeti kar ves kozmos: naboji v njem se selijo od mesta do mesta, vsota njihovih naelektritev pa ostaja nespremenjena.

[5] Tujka kontinuiteta pomeni nepretrganost, neprekinjenost, povezanost.

»Najtočnejši« rezultat za izstopni tok bi dobili takrat, ko bi bil čas Δt »kar najkrajši«.[6] Enačbo imenujemo *kontinuitetna enačba*, beremo pa jo: izstopni tok je enak »hitrosti« usihanja množine elektrine znotraj; ali tudi: izstopni tok je enak hitrosti naraščanja množine elektrine zunaj.

Zgled 6-1. Prvi primer naj je neelektričen! Iz soda nameravam natočiti pasteriziran sok. Pred iztočitvijo kaže plovec vsebino 120 litrov, po 20 sekundnem iztekanju pa vsebino 115 litrov. Kolikšen je bil povprečen tok ϕ iztekanja? $\Rightarrow$ Po formuli je:

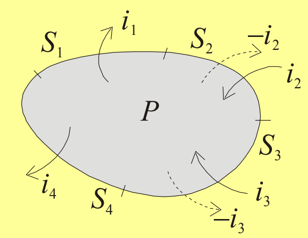
$$\phi = -\frac{115\ \text{l} - 120\ \text{l}}{20\ \text{s}} = 0{,}25\ \text{l/s}.$$

Povprečen tok iztekanja soka je bil 2,5 dl/s, tok dotekanja v sod pa −2,5 dl/s.

Zgled 6-2. Naelektreno kovinsko telo je imelo ob času t_1 = 7 s naboj Q_1 = 15 µC, ob času t_2 = 67 s pa naboj Q_2 = 13,5 µC. Kolikšen je bil povprečen električni tok iz telesa? $\Rightarrow$ Izstopni tok je bil:

$$i = -\frac{13{,}5\ \mu\text{C} - 15\ \mu\text{C}}{67\ \text{s} - 7\ \text{s}} = -\frac{-1{,}5\ \mu\text{C}}{60\ \text{s}} = 0{,}025\ \mu\text{A}.$$

Izstopni tok je pozitiven, kar pomeni, da so elektroni na telo prihajali.



Slika 6-3. Vsota tokov, ki so označeni kot izstopni, je enaka nič.

Če so vsi toki usmerjeni v notranjost (ali v zunanjost) prostora, potem velja, da je njihova vsota enaka nič.

Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887)

Prvi Kirchhoffov zakon. Zakon je poseben primer kontinuitetne enačbe, ki velja v primeru, ko se množina električnega naboja znotraj sklenjene ograje ne spreminja; to (z drugimi besedami) pomeni, da je i_{S-P} enak nič. To pa še ne pomeni, da naboji ploskve S ne prečkajo. Bodi tako, da na delu S_1 ograje S tok i_1 izstopa, na delu S_2 tok i_2 vstopa in enako tok i_3 na delu S_3, na delu S_4 pa tok i_4 izstopa (slika 6-3). Reči utegnemo: na delu S_1 izstopa tok i_1, na delu S_2 izstopa tok $-i_2$, na delu S_3 izstopa tok $-i_3$ in na delu S_4 izstopa tok i_4. Kaj smo naredili? S pomočjo predznaka smo dva toka preimenovali v izstopna, da so potem vsi štirje toki izstopni. Celoten izstopni tok $i_{P\text{-}S}$ je enak nič, obenem pa je $i_{P\text{-}S}$ tudi vsota delnih izstopnih tokov, iz česar sledi:

$$i_{P-S} = 0 \quad \text{in} \quad i_{P-S} = i_1 + (-i_2) + (-i_3) + i_4 \quad \Rightarrow \quad i_1 + (-i_2) + (-i_3) + i_4 = 0.$$

Če ugotovljeno razširimo na n tokov, dobimo *prvi Kirchhoffov zakon*:[7]

$$\boxed{i_{P-S} = 0 \;\Rightarrow\; \sum_{k=1}^{n} (\pm) i_k = 0.}$$

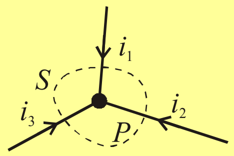
V zapisu smo uporabili (sumacijski) znak »Σ« (simbol vsote), kjer je k tekoči indeks, z začetkom pri k = 1 in koncem pri k = n; torej: k = 1, 2, 3, ..., n. Znak ± bo pomenil dogovor, da imajo izstopni toki pozitiven, vstopni pa negativen predznak.[8] Prvemu Kirchhoffovemu zakonu se absolutno pokoravajo časovno stalni oziroma enosmerni toki. Dvom!? Če za njih ta enačba ne bi veljala, bi imel i_{P-S} neko neničelno vrednost, kar bi pomenilo, da bi se množina naboja v P enakomerno kopičila preko vseh meja, to bi bilo pa v opreki z dejstvom, da je v omejenem prostoru možna zgolj končna množina nabitih delcev. Iz tega izhaja sklep: kadar so toki skozi sklenjeno ograjo S enosmerni, sta množini električnega naboja v P in izven njega nespremenjeni. Uravnoteženost vsote tokov velja pogosto tudi za časovno spremenljive toke, vendar je to takrat pogojeno z elementi, ki jih prostor P zaobjame. O tem bo govora kasneje!

[6] Nečemu kar je najkrajše ali najmanjše, rečemo v matematičnem jeziku, da *limitira* k nič.
[7] Nemški fizik Gustav Robert Kirchhoff je leta 1847 utemeljil dva zakona električnih vezij; prvi govori o ravnotežju tokov v spojišču, drugi pa o ravnotežju napetosti v sklenjeni zanki.
[8] Odločitev more biti tudi nasprotna: da ima izstopni tok predznak »–«, vstopni pa predznak »+« (kar ne pomeni nič drugega kot množenje prejšnje enačbe s številom –1).

Zgled 6-3. Imejmo primer treh žic, ki so spojene v točko in vodijo enosmerne toke; skupno točk imenujemo *spojišče* ali *razvejišče* (slika 6-4). Z ampermetrom smo izmerili dva toka: prvega v iznosu 1,75 A in drugega v iznosu −0,5 A. Kolikšen je tretji tok? ⇒ Vsi toki so vstopni zato pišemo:

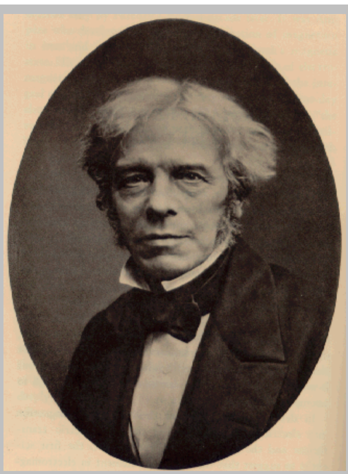
$-i_1 - i_2 - i_3 = 0 \;\Rightarrow\; -1{,}75\text{ A} - (-0{,}5\text{ A}) - i_3 = 0 \;\Rightarrow\; i_3 = -1{,}25\text{ A}.$

Tok tretje žice je negativen; to pomeni, da iz *P* skozi njo izstopa tok 1,25 A.



Slika 6-4. Razvejišče treh tokov.

§ 7. Osnove elektrolize



Michael Faraday (1791–1867)

Elektroliza je elektrokemični proces, ki se odvija v elektrolitski kadi, ko sta v elektrolit pomočeni elektrodi iz različnih kovin in je med njima, med katodo in anodo priključen električni vir (baterija), ki zagotavlja stalno naelektrenost katode z negativnim, anode pa s pozitivnim nabojem.[1] Pozitivna elektroda je običajno iz žlahtne kovine, negativna pa je kovinski predmet (izdelek), ki ga želimo s procesom elektrolize prevleči s tankim slojem žlahtne kovine. Ko se slednja v elektrolitu topi (*oksidacija*), izstopajo iz nje pozitivni ioni; ti se pod vplivom električne sile[2] gibajo skozi elektrolit k negativni katodi in nalagajo na njeno površino, kjer dobijo manjkajoče elektrone (*redukcija*).[3] Na ta način se kovinski predmet galvanizira (poniklja, posrebri, pozlati).[4]

Faradayev naboj znaša približno 96 485 kulonov

Anglež Michael Faraday se je že leta 1834 dokopal do ugotovitve,[5] da enake množine elektrine izločijo iz različnih elektrolitov enake množine produktov elektrolize;[6] vpeljal je tudi pojme ion, anion, kation, elektroda, anoda, katoda, elektroliza in elektrolit. Posezimo v kemijo! V enem molu snovi je N_L delcev; $N_L = 6{,}0221367 \cdot 10^{28}$, Loschmidtovo (Avogadrovo) število. Za izločitev mola enovalentnega elementa mora biti na katodo prinešen naboj $eN_L \cong 96\,485$ C; imenujemo ga *Faradayev naboj*:

$$\boxed{F \cong 96\,485\ \mathrm{C}.}$$

S številom A_r označujemo relativno atomsko maso izločenega produkta glede na 1/12 ogljika ^{12}C. Za izločitev 1 mola oziroma A_r g enovalentnega produkta mora biti prenešen naboj F, za izločitev z-valentnega pa naboj zF; ali tudi:

$$\boxed{\text{en kulon naboja izloči } \frac{A_r}{1000 \cdot zF/\mathrm{C}} \text{ kilogramov } z \text{ valentnega produkta.}}$$

Če je tako, potem bo prenešen naboj $\Delta Q = i\Delta t$ izločil maso

enota elektrokemičnega ekvivalenta snovi je kg/C

$$\boxed{\Delta m = \frac{A_r\ \mathrm{kg}}{1000 \cdot zF} Q = cQ = ci\Delta t \quad \Rightarrow \quad c = \frac{A_r\ \mathrm{kg}}{1000 \cdot zF}.}$$

Elektrokemični ekvivalent pove, koliko kilogramov kemijskega elementa izloči en kulon električnega naboja.

Konstanta c je *elektrokemični ekvivalent* kemijskega elementa. Srebro (Ag) je enovalentno; ima relativno atomsko maso 108, zato je $c_{Ag} = 1{,}12 \cdot 10^{-6}$ kg/C. Oksidacija bakra da $Cu^{++} + (-2e)$; baker je tu dvovalenten, njegova relativna atomska masa je 63,6, zato je $c_{Cu} = 0{,}33 \cdot 10^{-6}$ kg/C, itn.

Zgled 7-1. Tanko bakreno ploščo površine 1 dm^2 želimo dvostransko prevleči z 1 μm debelo plastjo srebra (gostota srebra je 10,5 kg/l). Na razpolago imamo vir, ki skozi elektrolitsko kad žene tok 2 A. Koliko časa bo trajalo srebrenje? ⇒ Nanos bo imel prostornino $2 \cdot 10^{-8}$ m^3. Proces elektrolize mora na katodo prenesti 215 mg srebra. Iz zgornje enačbe sledi potreben čas galvanizacije: $\Delta t = 96$ s.

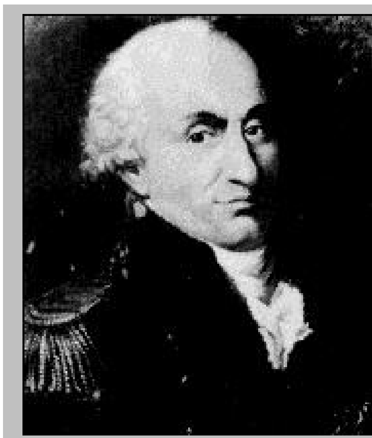
[1] O električnih virih bomo govorili kasneje.
[2] Zaenkrat le to: različno predznačeni naboji se privlačijo, enako predznačeni pa odbijajo.
[3] Ko potujejo kationi skozi elektrolit h katodi, potujejo elektroni iz anode skozi vir k katodi.
[4] V izogib oksidaciji so razni kontakti posrebreni ali pozlačeni. Z elektrolizo se pridobiva čist, elektrolitski baker.
[5] Na Faradaya, fizika in odličnega eksperimentatorja, se v elektrotehniki navezuje veliko reči. Njegova sta tudi odkritje elektromagnetne indukcije in uvedba pojma (*elektromagnetno*) *polje*.
[6] Ta ugotovitev je bila vrsto let iztočnica za definicijo enote električnega toka.

Električno polje

§	Teme	Obsegi
8.	Coulombov zakon električne sile	3
9.	Električna poljska jakost	7
10.	Električna napetost in električni potencial	7
11.	O električnih virih	3
12.	Električno odklanjanje	2
13.	Prevodnik in električno polje	4
14.	Dielektrik in električno polje	4
15.	Gostota električnega pretoka	5
16.	Električni pretok	1
17.	Kapacitivnost	5
18.	Električna energija	3
19.	Kondenzatorska vezja	3

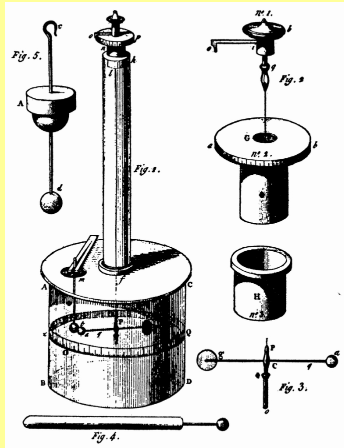
§ 8. Coulombov zakon električne sile

Z učinki med naelektrenimi telesi imamo morda že lastne izkušnje. Posušeni lasje gredo za glavnikom; podobno je pri slačenju sintetike; ko drobimo kos stiropora, si delcev ne uspemo otresti; s stiroporom pobiramo prah s površine; iz tiskalnika ali kopirnega stroja prihaja sprijemljiv papir, itn. Opažamo torej pojave, ki bi si jih (verjetno) želeli pojasniti, predvsem pa bolje spoznati.



Charles Augustin de Coulomb (1736 – 1806)

Nekaj znanj o elektrini smo že osvojili; pot nadaljujmo z angleškim fizikom Josepfom Pristleyem, ki je leta 1767 postavil tezi: i) električno silo, ki deluje na naboj, je možno ovrednotiti in ii) zakonitost električne sile med nabitimi telesi je enaka zakonitosti gravitacijske sile med telesi. V tem obdobju je do enakih ugotovitev prišel tudi angleški fizik Henry Cavendish, vendar so bila njegova dognanja objavljena šele čez dobrih sto let, leta 1879. Prva merjenja električne sile je opravil John Robinson že leta 1769, resno in sistematično pa je električno silo proučeval francoski fizik Charles Augustin de Coulomb, ki je izdelal precizno torzijsko tehtnico, namenjeno merjenju električne sile med majhnima naelektrenima kroglicama (slika 8-1),[1] svoja spoznanja je razkril leta 1785.

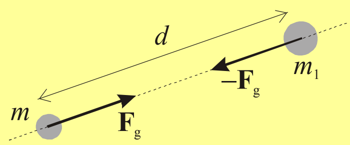


Slika 8-1. Coulombova tehtnica.

Sili med točkastima nabojema. *Točkasta elektrina* oziroma *točkast naboj* je idealiziran pojem, ki ga pripišemo primerno majhnemu naelektrenemu telesu. Razumeti ga moremo kot težiščno točko elektrine; podobno kot je to v navadi tudi pri snovnem telesu, kateremu po potrebi pripišemo pojem *masna točka*.[2] Pa pričnimo z *gravitacijsko silo*! Telesi z masama m in m_1 naj sta vsaksebi za razdaljo d (slika 8-2). Sili na telesi vrednoti gravitacijski zakon,

$$|\mathbf{F}_\mathrm{g}| = F_\mathrm{g} = Gmm_1/d^2 \quad \text{kjer je} \quad G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3/(kg\cdot s^2)},$$

v katerem je G *gravitacijska konstanta*. Telesi se privlačita z nasprotnima si silama $\mathbf{F}_\mathrm{g}$ in $-\mathbf{F}_\mathrm{g}$; njuni absolutni vrednosti sta sorazmerni produktu mas teles in obratnosorazmerni kvadratu oddaljenosti teles.



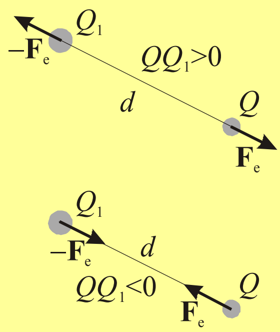
Slika 8-2. Telesi se gravitacijsko privlačujeta z nasprotnima silama.

Zgled 8-1. Luna (z maso $m \cong 7{,}4\cdot 10^{22}$ kg) in Zemlja (z maso $m_1 \cong 6\cdot 10^{24}$ kg) sta na oddaljenosti $d \cong 3{,}84\cdot 10^{8}$ m. Med planetoma deluje gravitacijska sila $F_\mathrm{g} = Gmm_1/d^2 \cong 2\cdot 10^{20}$ N.

Za električni sili, delujoči na sosednja si točkasta naboja, ugotavlja Coulomb nekaj podobnega: 1) vektorja sil sta si nasprotna, 2) njuni absolutni vrednosti sta sorazmerni produktu nabojev in obratnosorazmerni kvadratu oddaljenosti, 3) če sta predznaka nabojev enaka, sta sili odbojni, v nasprotnem sta privlačni (slika 8-3). Po prvi ugotovitvi moremo za absolutno vrednost sil $\mathbf{F}_\mathrm{e}$ in $-\mathbf{F}_\mathrm{e}$ na točkasta naboja Q in Q_1, ki sta vsaksebi za razdaljo d, pisali tole:

$$\boxed{|\mathbf{F}_\mathrm{e}| = F_\mathrm{e} \propto |QQ_1|/d^2.}$$

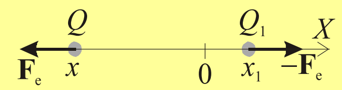
Znak sorazmernosti ($\propto$) pomeni, da relacija še ni urejena v smislu fizikalnih količin (množin in enot).[3] V mednarodnem merskem sistemu SI zapisujemo absolutno vrednost sile s faktorjem $(1\ /\ 4\pi\varepsilon_0)$, ki vključuje še *dielektričnost vakuuma* ε_0:



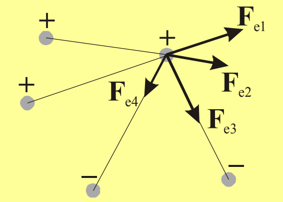
Slika 8-3. Smernosti sil določuje predznak produkta elektrin.

[1] S pomanjševalnico kroglici, mislimo na majhnost radijev glede na medsebojno oddaljenost.
[2] Točka nima dimenzij, zato v njej v resnici ne more biti ne mase ne naboja. Da bo fizikalna predstava pravilna, je potrebno točkast naboj razumeti kot majhno telo ali delec.
[3] V času Coulomba in še kasneje je v merskem sistemu CGS znak sorazmernosti zamenjeval enačaj. Enačba je bila iztočnica za definicijo *elektrostatičnega kulona* kot enote za naboja.

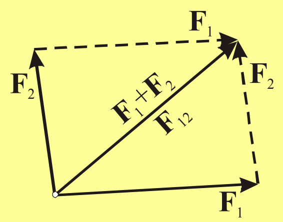
$$\boxed{\left|\mathbf{F}_\mathrm{e}\right| = F_\mathrm{e} = \frac{|QQ_1|}{4\pi\varepsilon_0 d^2} \quad \text{kjer je} \quad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cong \frac{36\pi \ \mathrm{V\cdot m}}{4\pi\cdot 10^{-9} \ \mathrm{A\cdot s}} = 9\cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{V\cdot m}}{\mathrm{A\cdot s}}.}$$



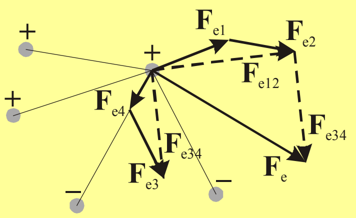
Slika 8-4. Električni sili na naboja enakega predznaka sta si nasprotni.



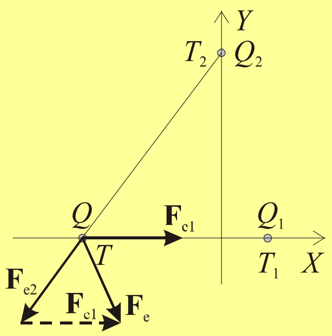
Slika 8-5. Vektorji električnih sil, delujočih na enega od nabojev.



Slika 8-6. Paralelogramsko ali trikotniško pravilo seštevanja vektorjev.



Slika 8-7. Rezultančni vektor električne sile na izbran naboj.



Slika 8-8. Vektor rezultančne sile pridobimo s trikotniškim pravilom.

Zgled 8-2. Točkasta naboja $Q = 2\cdot 10^{-8}$ C in $Q_1 = 3\cdot 10^{-7}$ C ležita na osi X v točkah T in T_1 s koordinatama $x = -3$ cm in $x_1 = 1$ cm (slika 8-4). Izračunajmo silo F_e! ⇒

$$F_\mathrm{e} = 9.10^9 \ \frac{\mathrm{V\cdot m}}{\mathrm{A\cdot s}} \cdot \frac{\left|2\cdot 10^{-8} \ \mathrm{A\cdot s}\cdot 3.10^{-7} \ \mathrm{A\cdot s}\right|}{(4\cdot 10^{-2} \ \mathrm{m})^2} \cong 3{,}38\cdot 10^{-2} \ \frac{\mathrm{V\cdot A\cdot s}}{\mathrm{m}} = 33{,}8 \ \mathrm{mN}.$$

Naboja sta enakega predznaka, zato se odbijata. Sila na levi naboj je usmerjena v levo, sila na desnega pa v desno.[4] Komponenta x električne sile $\mathbf{F}_\mathrm{e}$ na levi naboj je $F_{\mathrm{e}x} = -33{,}8$ mN.

Brž ko je v prostoru več nabojev, deluje na opazovanega več delnih sil, ki se v splošnem razlikujejo po absolutnih vrednostih in smernostih; odvisno pač od nabojev, njihovih predznakov in razdalj med njimi; nekatere so privlačne, druge odbojne (slika 8-5). Za rezultančni vektor sile na opazovan naboj bo potrebno pridobiti vektorski seštevek delnih sil!

Seštevanje vektorjev. Iz mehanike poznamo primere, ko deluje na telo več raznosmernih sil; telo nikakor ne »prepozna« vsake od njih, ampak le njihovo *vektorsko vsoto*; nekaj podobnega bo torej veljalo tudi za naboj in električno silo. Začnimo z vektorjema $\mathbf{F}_1$ in $\mathbf{F}_2$; njuna vsota, $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_{12}$, je definirana s *trikotniškim pravilom* (slika 8-6). Vektor $\mathbf{F}_{12}$ pridobimo tako, da na konico vektorja $\mathbf{F}_1$ »natovorimo« vzporedno premaknjen vektor $\mathbf{F}_2$, nato pa začetek vektorja $\mathbf{F}_1$ povežemo s koncem vektorja $\mathbf{F}_2$ z usmerjeno daljico.[5] Isti vektor dobimo tudi, če na vektor $\mathbf{F}_2$ natovorimo vektor $\mathbf{F}_1$. Če prenesemo to tehniko k primeru štirih električnih sil, moremo najprej paroma po dve in dve sešteti, nato pa sešteti še obe delni vsoti, kar dá rezultančni vektor sile $\mathbf{F}_\mathrm{e}$ na izbran naboj (slika 8-7). Grafično seštevanje je očitno zelo nazorno. Če so delne sile risane v merilu, moremo iz slike razbrati tudi smernost in absolutno vrednost vektorja rezultančne sile.

Za seštevanje vektorjev je na voljo tudi analitična pot. Če umestimo vektorje v koordinatni sistem osi X, Y in Z in določimo njihove pravokotne projekcije na koordinatne osi oziroma njihove komponente, izračunamo komponente rezultančnega vektorja tako, da seštejemo njihove soimenske komponente:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{e}1} = (F_{\mathrm{e}1x}, F_{\mathrm{e}1y}, F_{\mathrm{e}1z}), \ \mathbf{F}_{\mathrm{e}2} = (F_{\mathrm{e}2x}, F_{\mathrm{e}2y}, F_{\mathrm{e}2z}), \ \ldots$$

$$F_{\mathrm{e}x} = F_{\mathrm{e}1x} + F_{\mathrm{e}2x} + \ \ldots \ , \ F_{\mathrm{e}y} = F_{\mathrm{e}1y} + F_{\mathrm{e}2y} + \ \ldots \ , \ F_{\mathrm{e}z} = F_{\mathrm{e}1z} + F_{\mathrm{e}2z} + \ \ldots$$

$$\mathbf{F}_\mathrm{e} = \mathbf{F}_{\mathrm{e}1} + \mathbf{F}_{\mathrm{e}2} + \ \ldots \ = (F_{\mathrm{e}x}, F_{\mathrm{e}y}, F_{\mathrm{e}z}).$$

Zgled 8-4. Elektrine $Q_1 = -3\ .10^{-7}$ C, $Q_2 = 5\ .10^{-7}$ C in $Q = 2\ .10^{-8}$ C so v točkah T_1(1 cm, 0), T_2(0, 4 cm) in T(–3 cm, 0). Določimo silo na elektrino Q (slika 8-8)! ⇒ Najprej izračunajmo absolutni vrednosti sil na elektrino Q:

$$F_{\mathrm{e}1} = 9\cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{V\cdot m}}{\mathrm{A\cdot s}} \cdot \frac{\left|2\cdot 10^{-8} \ \mathrm{A\cdot s}\cdot(-3)\cdot 10^{-7} \ \mathrm{A.s}\right|}{(4\cdot 10^{-2} \ \mathrm{m})^2} = 33{,}75 \ \mathrm{mN},$$

$$F_{\mathrm{e}2} = 9\cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{V\cdot m}}{\mathrm{A\cdot s}} \cdot \frac{\left|2\cdot 10^{-7} \ \mathrm{A\cdot s}\cdot 5.10^{-8} \ \mathrm{A\cdot s}\right|}{(5\cdot 10^{-2} \ \mathrm{m})^2} = 36 \ \mathrm{mN}.$$

[4] Za zelo poučno se izkaže primerjava električne in gravitacijske sile med naelektrenima kovinskima kroglicama. V takšnem ali drugačnem pričakovanju se izkaže, da je gravitacijska sila neprimerljivo manjša od električne.

[5] Za seštevanje se uporablja tujka *superponiranje*.

V nadaljevanju narišemo oba vektorja, upoštevajoč predznake elektrin, iz česar sledijo projekcije vektorjev in projekciji rezultančnega vektorja:

$F_{e1x} = 33{,}75$ mN, $F_{e1y} = 0$ mN,

$F_{e2x} = (-3/5)\cdot 36 \text{ mN} = -21{,}6 \text{ mN}$, $F_{e2y} = (-4/5)\cdot 36 \text{ mN} = -28{,}8 \text{ mN}$,

$F_{ex} = F_{e1x} + F_{e2x} = (33{,}75 - 21{,}6) \text{ mN} = 12{,}15 \text{ mN}$,

$F_{ey} = F_{e1y} + F_{e2y} = (0 - 28{,}8) \text{ mN} = -28{,}8 \text{ mN}$.

Rezultančni vektor sile na elektrino Q in njegova absolutna vrednost sta:

$\mathbf{F}_e = (F_{ex}, F_{ey}) = (12{,}15, \; -28{,}8)$ mN.

$$F_e = |\mathbf{F}_e| = \sqrt{F_{ex}^2 + F_{ey}^2} = \sqrt{(12{,}15)^2 + (-28{,}8)^2} \cong 31{,}26 \text{ mN}.$$

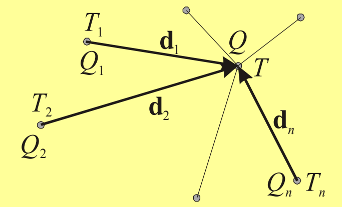
♣♣♣

Vektorski zapis Coulombove sile. Vektorski račun nudi preglednejši zapis vektorja električne sile. Naj je v prostoru več nabojev: Q, Q_1, ..., Q_n, ki se nahajajo v točkah T, T_1, ..., T_n s koordinatami (x, y, z), (x_1, y_1, z_1), ..., (x_n, y_n, z_n); slika 8-9. Vektor sile $\mathbf{F}_{e1}$ na naboj Q zaradi naboja Q_1 je opredeljen z zapisom:

$$\mathbf{F}_{e1} = \frac{QQ_1\mathbf{d}_1}{4\pi\varepsilon_0 d_1^3}, \;\; \mathbf{d}_1 = (x - x_1, \; y - y_1, \; z - z_1), \;\; d_1 = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2},$$

kjer pomeni $\mathbf{d}_1$ »*distančni vektor*«, ki je usmerjen od točke T_1 k T, d_1 pa je njegova absolutna vrednost oziroma razdalja med tema točkama. Vektorska notacija je boljša in ima nekaj prednosti pred prejšnjim načinom določanja sile. Produkt $QQ_1\mathbf{d}_1$ poskrbi za smernost, deljen z imenovalcem pa postreže tudi s komponentami vektorja sile. Rezultančni vektor sile na naboj Q pridobimo po seštetju delnih sil:

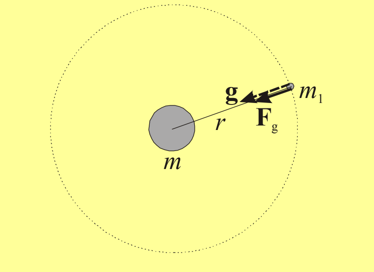
$$\mathbf{F}_e = \mathbf{F}_{e1} + \mathbf{F}_{e2} + \;...\; + \mathbf{F}_{en} = \frac{QQ_1\mathbf{d}_1}{4\pi\varepsilon_0 d_1^3} + \frac{QQ_2\mathbf{d}_2}{4\pi\varepsilon_0 d_2^3} + \;...\; + \frac{QQ_n\mathbf{d}_n}{4\pi\varepsilon_0 d_n^3} = \sum_{k=1}^{n} \frac{QQ_k\mathbf{d}_k}{4\pi\varepsilon_0 d_k^3}.$$



Slika 8-9. Distančne vektorje usmerimo k naboju, za katerega določamo električno silo.

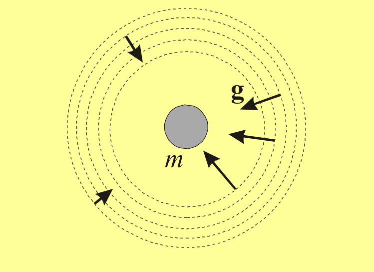
§ 9. Električna poljska jakost

Pojem *polje* je v obravnavo elektromagnetnih pojavov prvi uvedel Michael Faraday; ta términ je kasneje prodrl tudi v druge veje fizike. Na primer! Ko imamo v mislih porazdelitev temperature v prostoru, rečemo temu kratko kar *temperaturno polje*. O *gravitacijskem polju* govorimo, ko se vsled gravitacije telesom nekaj dogaja.[1] V bližini daljnovodov ali oddajnih anten se mnogim zagovori: tam je pa močno *elektromagnetno* ali *sevano polje*. Beseda je torej o *polju* oziroma o nečem, kar je nevidno, pa vendarle je, obstaja.



Slika 9-1. Vektor sile težnosti in vektor gravitacijskega pospeška.

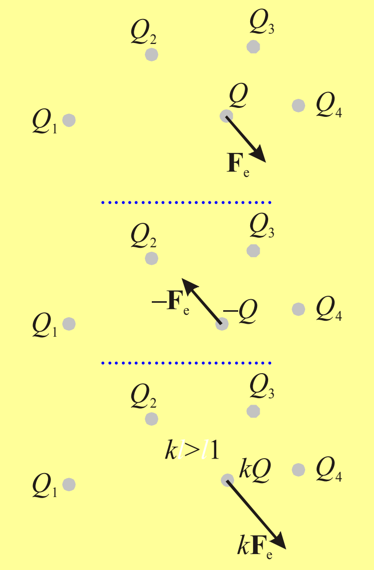
Faradayevo umevanje polja je v sredini XIX. stoletja začelo spreminjati do takrat uveljavljeno razlago električne (magnetne, gravitacijske) sile kot sile, delujoče na daljavo; takšno razlago so podpirale eksperimentalne ugotovitve o sili, pri kateri se je oddaljenost kazala kot ključna. V primeru električne sile sklepa Faraday drugače: sila na naboj Q ni posledica delovanja naboja Q_1 na daljavo, ampak je stvar dejstva, da se naboj Q nahaja v *električnem polju*, ki je okrog naboja Q_1. To pomeni, da je električno polje naboju Q_1 lastno, da je v prostoru skupaj z njim, ne glede na prisotnost naboja Q. Če naboja Q ni, je v prostoru le polje, če pa je, se polju pridruži še sila na ta naboj. Takšno zrenje je dalo *prostoru*, kot nositelju polja, vlogo in pomen. Začnimo kar s poljem gravitacije, ki je po svoji pojavnosti zelo blizu električnemu.



Slika 9-2. Sredotežno polje gravitacijskega pospeška **g**.

Gravitacijsko polje. Naj se v nekem trenutku kjerkoli na oddaljenosti r od središča Zemlje (z maso m) nahaja telo z maso m_1 (slika 9-1). Tam deluje na telo gravitacijska sila $\mathbf{F}_g$ jakosti $F_g = Gmm_1 / r^2$. Po drugem Newtonovem zakonu je kvocient sile $\mathbf{F}_g$ in mase m_1 enak gravitacijskemu pospešku **g**.[2] Ta je usmerjen k središču; njegova absolutna vrednost je $g = F_g / m_1 = Gm / r^2$. V **g** prepoznavamo vektorsko količino, ki je Zemlji lastna in daje informacijo o gravitacijskem polju okrog nje (slika 9-2). Če je torej katerokoli telo sámo v prostoru, ga obdaja njemu lastno sredobežno gravitacijsko ali težnostno polje, ko pa se v tem polju znajde še drugo telo, deluje nanj tudi sila.

> **Zgled 9-1.** Na oddaljenosti 2600 km od površine Zemlje je gravitacijski pospešek približno 5 m/s^2 (pol manj kot ob njeni površini). Če se tam nahaja vesoljska ladja z maso 3000 kg, deluje nanjo sila 15 kN, usmerjena k Zemlji, če pa tam plovila ni, tudi sile ni.



Slika 9-3. Vektorji električne sile na naboje Q, $-Q$ in kQ, kadar so ti umeščeni v isto točko soseščine drugih nabojev.

Vektor električne poljske jakosti. Ob električni sili smo izpostavili, da ima ima podobne lastnosti kot gravitacijska. Razlika tiči v dejstvu, da moreta biti sili na naboja privlačni ali odbojni, medtem ko sta težnostni zgolj privlačni. Brž ko si soseščino deli več nabojev, ima vektor rezultančne električne sile na izbran naboj Q določeno absolutno vrednost in smernost (slika 9-3). Če bi Q nadomestili z nabojem $-Q$, bi se usmerjenost obrnila vsem delnim silam, in enako rezultančnemu vektorju, ki bi postal prejšnjemu nasproten: $\mathbf{F}_e \rightarrow -\mathbf{F}_e$. Podobno bi bilo tudi v primeru, ko bi naboj Q zamenjali z nabojem kQ; sila $\mathbf{F}_e$ bi prešla v silo $k\mathbf{F}_e$. Ob takšnih zamenjavah ugotavljamo, da se kvocient sile in naboja ohranja: $\mathbf{F}_e / Q = -\mathbf{F}_e / -Q = k\mathbf{F}_e / kQ$. Ti kvocienti ustrezajo normirani sili oziroma neki novi vektorski količini na tistem mestu, ki ni več v ničemer vezana na opazovano elektrino. Izkoristimo to lastnost in vpeljimo količino, imenovano *vektor električne poljske jakosti* **E**, na tale način:

[1] »Newtonovo jabolko« ne pade zato, ker je na jablani sadež, ampak zato, ker je okrog Zemlje nekaj, kar telesu (tudi jabolku) omogoči, da pade; in tisto nekaj je *gravitacijsko polje*.
[2] Pod vplivom zgolj te sile bi telo krenilo v gibanje s pospeškom **g**.

$\boxed{\mathbf{E} = \mathbf{F}_e / Q.}$

Ali nismo nekaj podobnega storili tudi v gravitacijskem polju? Seveda! Tam smo silo delili z maso, na katero deluje, in pridobili gravitacijski pospešek **g** oziroma normirano gravitacijsko silo. Od tu izhaja tale razvidna vzporednica: kar sporoča pospešek v polju sil težnosti, to sporoča električna poljska jakost v polju električnih sil.

enota električne poljske jakosti je V/m,

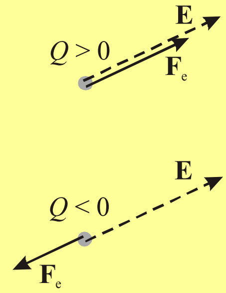
$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{W \cdot s/m}}{\mathrm{A \cdot s}} = \frac{\mathrm{V \cdot A}}{\mathrm{A \cdot m}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Usmerjenosti sile in poljske jakosti. Vektor električne poljske jakosti **E** in vektor električne sile $\mathbf{F}_e$ na naboj Q veže (po definiciji) tale zveza:

$$\boxed{\mathbf{F}_e = Q\mathbf{E} \;\Rightarrow\; F_{ex} = QE_x,\; F_{ey} = QE_y \text{ in } F_{ez} = QE_z.}$$

Glede na predznak naboja Q sta dve možnosti: če je $Q > 0$, sta vektorja sile in poljske jakosti enako usmerjena, v nasprotnem, ko je $Q < 0$, pa sta usmerjena nasprotno (slika 9-4). V primeru navajanja vrednosti vektorjevih komponent, so, pri $Q > 0$, predznaki soimenskih komponent sile in poljske jakosti enaki, sicer pa različni. Primer! Na delec z elektrino $Q = -4$ nC deluje sila, katere x projekcijo določa komponenta $F_{ex} = -2$ µN. Iz enačbe $F_{ex} = QE_x$ in podatkov sledi $E_x = 500$ V/m. Ko nas ne zanimata vektorja, ampak zgolj njuni absolutni vrednosti, se vektorska enačba poenostavi v

$$\boxed{\mathbf{F}_e = Q\mathbf{E} \;\Rightarrow\; |\mathbf{F}_e| = |Q||\mathbf{E}| \;\Rightarrow\; F_e = |Q|E.}$$



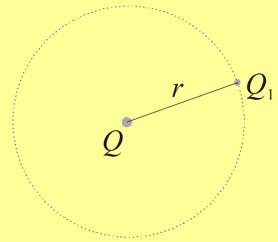
Slika 9-4. Vektorja sile in poljske jakosti imata enako ali nasprotni usmerjenosti.

Električna poljska jakost točkastega naboja. Vrnimo se k nabojema Q in Q_1. Prvi naboj (Q) naj je na svojem mestu, drugi (Q_1) pa naj leži kjerkoli na krogu z radijem r (slika 9-5).[3] Absolutno vrednost sile $\mathbf{F}_e$ na Q_1 določa izraz

$$|\mathbf{F}_e| = F_e = |QQ_1| / 4\pi\varepsilon_0 r^2.$$

Če absolutno vrednost $|\mathbf{F}_e|$ delimo z vrednostjo $|Q_1|$, pridobimo absolutno vrednost E vektorja električne poljske jakosti **E** na mestu naboja Q_1,

$$E = |\mathbf{E}| = |\mathbf{F}_e| : |Q_1| = |Q| / 4\pi\varepsilon_0 r^2 \;\Rightarrow\; \boxed{E = |\mathbf{E}| = |Q| / 4\pi\varepsilon_0 r^2.}$$

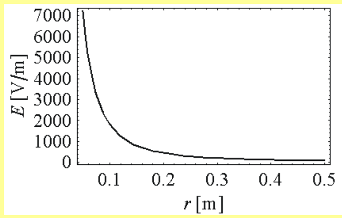


Slika 9-5. Naboj Q_1 je na oddaljenosti r od naboja Q.

Zgled 9-2. Izrazimo absolutno vrednost E električne poljske jakosti točkastega naboja $Q = -2 \cdot 10^{-9}$ C na poljubni oddaljenosti r in jo izračunajmo na nekaj mestih! ⇒ Sledimo formuli:

$$E = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{V \cdot m}}{\mathrm{A \cdot s}} \cdot \frac{|-2 \cdot 10^{-9}|\ \mathrm{C}}{r^2} = \frac{18}{r^2}\ \mathrm{V \cdot m}.$$

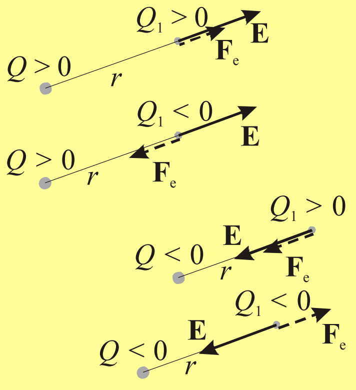
Na oddaljenosti $r = 10$ cm je jakost $E = 1800$ V/m, na oddaljenosti 20 cm le še 450 V/m, itd. Pri zmanjševanju oddaljenosti jakost narašča; pri 5 cm bo že 7200 V/m. Kaj vidimo: z oddaljevanjem od naboja jakost zložno upada, s približevanjem pa strmo narašča (slika 9-6). Pri tem nas morda moti »brezmejno« naraščanje. Strah je odveč! Težava tiči v privzetku, da je naboj točkast, kar dejansko ni. Bodi to neka majhna kroglica, polmera 2 mm. Ob njeni površini bo poljska jakost sicer visoka (450 kV/m), vendar omejena.



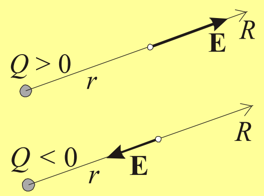
Slika 9-6. Potek absolutne vrednosti električne poljske jakosti E točkastega naboja v odvisnosti od oddaljenosti.

Z zadnjo enačbo smo résda prišli do absolutne vrednosti vektorja električne jakosti **E**, ki pripada naboju Q, ne pa tudi do njegove smernosti; da bi dobili še to, moramo upoštevati vse možnosti predznakov obeh nabojev. Smernost polja **E** naboja Q mora biti takšna, da bo v produktu z nabojem Q_1 dala pravo smer električne sile $\mathbf{F}_e$. Če je naboj Q pozitiven, dobimo pravilno smer sile $\mathbf{F}_e$ na naboj Q_1 takrat in le takrat, ko je vektor **E** usmerjen vstran od naboja Q, če

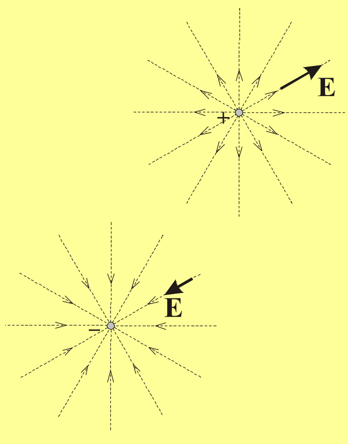
[3] Na sliki rišemo krog, v prostoru pa je to (v resnici) krogla.



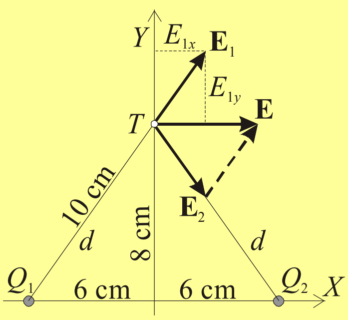
Slika 9-7. Vektor sile $\mathbf{F}_e$ na Q_1 in vektorj električnne poljske jakosti $\mathbf{E}$ naboja Q na mestu naboja Q_1.



Slika 9-8. Usmerjenost polja **E**.



Slika 9-9. Silnice električnega polja ob točkastih nabojih.



Slika 9-10. Vektorska vsota delnih poljskih jakosti.

pa je naboj Q negativen, dobimo pravilno smer sile $\mathbf{F}_e$ na naboj Q_1 takrat in le takrat, ko je vektor **E** usmerjen k naboju Q. Iz teh primerov izhajata sporočili: če je naboj Q pozitiven, je vektor njegove električne poljske jakosti usmerjen vstran od njega, v nasprotnem, ko je naboj negativen, pa k njemu (slika 9-7). Oboje strne enačba za radialno komponento E_r vektorja poljske jakosti **E**:

$$\boxed{E_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.}$$

Ta pomeni vrednost projekcije vektorja poljske jakosti **E** na *radialno os R*, ki ima svoje izhodišče v naboju Q in se razteza vstran od njega. Kadar je naboj pozitiven, ima pozitivno vrednost tudi projekcija E_r, kar pomeni, da kaže **E** vstran od naboja, kadar pa je naboj negativen, ima negativno vrednost tudi E_r, zato kaže vektor **E** takrat k naboju (slika 9-8).

Zgled 9-3. Izrazimo radialno komponento električne poljske jakosti točkastega naboja $Q = -2\cdot10^{-9}$ C iz prejšnjega zgleda! ⇒ Po zgornji formuli je

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 9\cdot10^9\ \frac{\text{V}\cdot\text{m}}{\text{A}\cdot\text{s}}\cdot\frac{-2\cdot10^{-9}\ \text{C}}{r^2} = -\frac{18}{r^2}\ \text{V}\cdot\text{m}.$$

Radialna komponenta je negativna in vektor **E** je usmerjen k naboju.

Silnice električnega polja. Da bi bilo »upodabljanje« polja nazornejše, se namesto risanja vektorjev jakosti uporablja risanje *silnic*. Silnica je črta ali krivulja v prostoru, na kateri je vektor poljske jakosti tangenten. Že ime pove, da je silnica v povezavi z električno silo. Resnično! Če bi točkast naboj Q_0 pomikali po njej, bi bil vektor sile $\mathbf{F}_e = Q_0\mathbf{E}$ vsakokrat tangenten na silnico. Silnice opremimo še s puščicami, ki sovpadajo s smerjo polja **E**. Narišimo silnice polja raznoimenskih nabojev (slika 9-9)! Pri pozitivnem spominjajo silnice na izstopajoče žarke, pri negativnem pa na vstopajoče. Iz slik izhaja razvidno sporočilo: kjer so si silnice bliže, tam je absolutna vrednost jakosti polja večja, in obratno.

Seštevanje vektorjev električnih poljskih jakosti. Kadar je v prostoru več nabojev, pripada vsakemu od njih svoj vektor električne poljske jakosti, vsem skupaj pa rezultančni vektor, ki ga določa vektorska vsota delnih jakosti; tega pridobimo po pravilih, ki veljajo za seštevanje vektorjev. Najprej izračunamo absolutne vrednosti električnih poljskih jakosti posameznih nabojev, vektorje zatem vrišemo na sliko, nato pa jih po trikotniškem pravilu seštejemo. Ubrati moremo tudi pot, da vektorjem delnih jakosti določimo pravokotne projekcije in soimenske zatem seštejemo, s čemer pridobimo že kar rezultančni vektor.

Zgled 9-4. Naboja $Q_1 = 0{,}3$ µC in $Q_2 = -0{,}3$ µC (slika 9-10) se nahajata v točkah $T_1(-6$ cm, 0) in $T_2(6$ cm, 0). Določimo polje **E** v točki $T(0$, 8 cm)! ⇒ Vsled enakih absolutnih vrednosti nabojev in oddaljenosti točke T od njiju sta potemtakem enaki tudi absolutni vrednosti poljskih jakosti:

$$|\mathbf{E}_1| = \frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 d^2} = |\mathbf{E}_2| = 9\cdot10^9\ \frac{\text{V}\cdot\text{m}}{\text{A}\cdot\text{s}}\cdot\frac{3\cdot10^{-7}\ \text{A}\cdot\text{s}}{(0{,}1\ \text{m})^2} = 270\ \text{kV/m}.$$

Vertikalni projekciji obeh vektorjev se v celoti odštejeta, horizontalni pa seštejeta:

$$E_y = 0,\ E_x = 2E_{1x} = 2\cdot\frac{6}{10}|\mathbf{E}_1| = 324\ \text{kV/m} \ \Rightarrow\ \mathbf{E} = (324,\ 0)\ \text{kV/m}.$$

Absolutna vrednost poljske jakosti v tej točki je torej 324 kV/m.

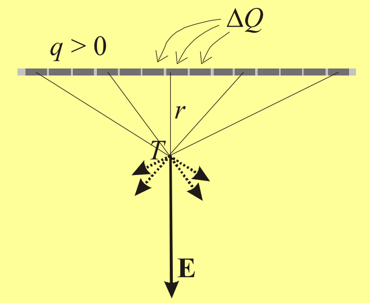
Poljska jakost linijskega naboja. V elektrotehniki je *linijski naboj* precej pogost; o njem govorimo v primeru naelektrenih žic, vodnikov ali linij. Taki so nadzemni vodniki, napajalne linije in kabli, ki služijo električni povezavi med generatorji (viri) in porabniki (bremeni). Naj je naelektrena žica ravna in tanka glede na svojo dolžino l. Naboj Q na njej bodi enakomerno razporejen; da je na enako dolgih odsekih žice enaka tudi množina naboja. Vpeljimo količino vzdolžne gostote q električnega naboja s kvocientom:

$$\boxed{q = Q/l.}$$

enota gostote vzdolžno razdeljenega naboja je C/m

Zgled 9-5. Izračunajmo gostoto linijske elektrine q na daljnovodni vrvi dolžine 30 km, ki je naelektrena z nabojem 120 μC! ⇒ Račun je kratek:

$$q = \frac{Q}{l} = \frac{120 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}{3 \cdot 10^{4}\ \mathrm{m}} = 40 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{C/m} = 40\ \mathrm{nC/m}.$$

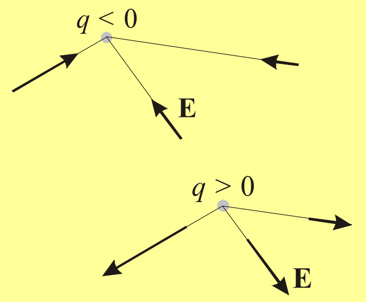


Slika 9-11. Rezultančni vektor poljske jakosti naelektrenega vodnika določa vsota delnih.

Raven linijski naboj je v resnici niz točkastih, ki so razvrščeni v ravno vrsto. Vodnik namišljeno razdelimo na kratke odseke dolžine Δl z enako majhnimi množinami nabojev $\Delta Q = q\Delta l$ (slika 9-11). Za pridobitev rezultančne poljske jakosti je potrebno vektorsko sešteti delne prispevke. To, verjetno zapleteno, seštevanje da preprost rezultat: rezultančni vektor električne poljske jakosti dolgega naelektrenega vodnika je radialen. Radialno komponento E_r jakosti **E** določa izraz:

$$\boxed{E_r = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad \Rightarrow \quad E = |\mathbf{E}| = \frac{|q|}{2\pi\varepsilon_0 r}.}$$

V tej formuli pomeni r pravokotno oddaljenost točke T od osi naelektrenega vodnika. Opažamo tudi drugačnost od formule za poljsko jakost točkastega naboja. Imenovalec je tokrat $2\pi\varepsilon_0 r$, kar pomeni, da absolutna vrednost $E = |\mathbf{E}|$ električne poljske jakosti **E** upada vstran od vodnika obratnosorazmerno z oddaljenostjo r. Glede usmerjenosti pa tole: če je naelektritev (q) pozitivna, ima radialna komponenta pozitivno vrednost in vektor jakosti je usmerjen radialno vstran od osi vodnika, v nasprotnem pa radialno k osi (slika 9-12). Silnice električnega polja naelektrenega vodnika moremo spet predstaviti z radialnimi žarki (podobno kot pri točkastem naboju). Če je naelektritev pozitivna, so to vstran usmerjeni žarki, v nasprotnem so silnice sredobežni žarki. Kadar je v prostoru več vzporednih naelektrenih vodnikov (daljnovod), se rezultančni vektor električne poljske jakosti pridobi z vektorsko vsoto vseh delnih poljskih jakosti.

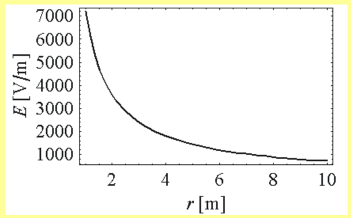


Slika 9-12. Vektorji poljske jakosti v nekaj točkah na ravnini, ki je pravokotna na naelektren vodnik.

Zgled 9-6. Daljnovodna vrv je naelektrena z nabojem gostote $q = 4 \cdot 10^{-7}$ C/m. Določimo izraz za radialno komponento poljske jakosti ob vodniku in izračunajmo njeno vrednost za nekaj oddaljenosti od osi vodnika! ⇒ Po zgornji formuli je:

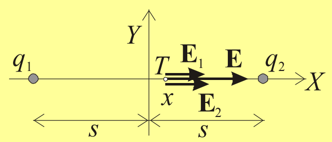
$$E_r = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r} = 18 \cdot 10^{9}\ \frac{\mathrm{V \cdot m}}{\mathrm{A \cdot s}} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{A \cdot s/m}}{r} = \frac{7200\ \mathrm{V}}{r}.$$

Na oddaljenosti $r = 1$ m je jakost $E = 7200$ V/m, na oddaljenosti 10 m pa le še 720 V/m, itd. Pri zmanjševanju oddaljenosti od linijskega naboja se jakost veča: pri 10 cm je že 72 kV/m, pri 5 cm pa celo 144 kV/m. Kaj vidimo? Z oddaljevanjem od naboja jakost upada, s približevanjem pa narašča (slika 9-13). Morda je moteče, da bliže vodniku poljska jakost narašča, vendar je strah odveč! Če je vrv debela 3 cm je najmanjši r 1,5 cm; največja vrednost poljske jakosti je torej le 480 kV/m.



Slika 9-13. Odvisnost absolutne vrednosti električne poljske jakosti linijskega naboja v odvisnosti od oddaljenosti od osi.

Zgled 9-7. Simetričen dvovod je par enakih vzporednih vodnikov; njuna medosna oddaljenost naj je $d = 2s$, dolžina vodnikov pa l. Naboja na vrveh sta enaka, vendar nasprotnega predznaka z gostotama: $q_1 = q > 0$ in $q_2 = -q$. Os Z naj leži simetrično med njima tako, da sta osi vodnikov na ravnini $y = 0$ (slika 9-14). Vprašajmo se po vektorju električne poljske jakosti v točki $T(x, 0)$ med vodnikoma! ⇒ Pišimo:



Slika 9-14. Vektorja delnih in rezultančne poljske jakosti v T.

$$|\mathbf{E}_1| = \frac{|q_1|}{2\pi\varepsilon_0(s+x)} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0(s+x)} \quad \text{in} \quad |\mathbf{E}_2| = \frac{|q_2|}{2\pi\varepsilon_0(s-x)} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0(s-x)}.$$

Glede na predznak nabojev sta vektorja delnih poljskih jakosti usmerjena v desno. Komponenta x rezultančne poljske jakosti **E** je:

$$E_x = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0(s+x)} + \frac{q}{2\pi\varepsilon_0(s-x)} = \frac{qs}{\pi\varepsilon_0(s^2-x^2)}.$$

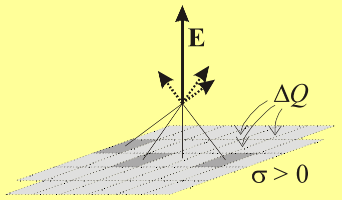
Izraz je splošen; vstaviti moremo le še podatek o koordinati x točke T.

Poljska jakost ploskovno porazdeljene elektrine. O *ploskovnem naboju* govorimo takrat, ko je ta razporejen po površini telesa.[4] Vzemimo zaenkrat primer ravne in tanke plošče enostranske površine S, na kateri je elektrina Q enakomerno razporejena.[5] Ves naboj naelektrene plošče je razpolovljen; pol naboja je na eni in pol na drugi strani.[6] Pri tanki plošči sta si steni zelo blizu, zato smemo govoriti o vsoti nabojev na enojni površini S. Vpeljimo gostoto ploskovno porazdeljene elektrine σ, ki jo določa kvocient naboja in površine:

enota gostote ploskovno razdeljenega naboja je C/m^2

$$\boxed{\sigma = Q/S.}$$

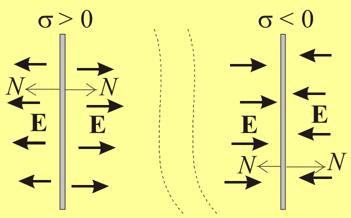
Naelektrena plošča je v resnici ploskovni niz točkastih nabojev. Namišljeno jo razdelimo na majhne ploskvice površinic ΔS, na katerih so ustrezno majne množine naboja $\Delta Q = \sigma\Delta S$ (slika 9-15). Za pridobitev rezultančne jakosti **E** je potrebno vektorsko sešteti prispevke poljskih jakosti teh, skorajda točkastih nabojev. To (sicer zapleteno) seštevanje da zelo enostaven rezultat. Končni vektor električne poljske jakosti enakomerno naelektrene plošče ima smer, ki je pravokotna na ravnino plošče, rečemo ji *normalna smer*. Komponento E_n, vstran od plošče usmerjene osi N, določa izraz:



Slika 9-15. Vektor poljske jakosti naelektrenega plošče je vektorska vsota delnih poljskih jakosti.

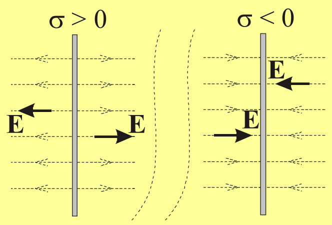
$$\boxed{E_n = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \Rightarrow E = |\mathbf{E}| = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}.}$$

Rezultat je zanimiv. Pri točkasti elektrini je polje usihalo obratnosorazmerno kvadratu oddaljenosti, pri linijskem naboju obratnosorazmerno oddaljenosti, tu pa se sploh ne spreminja: jakost je scela konstantna. Takemu polju rečemo *enovito* ali *homogeno polje*. Kaj pa usmerjenost polja? Ko je naelektritev σ pozitivna, ima normalna komponenta poljske jakosti pozitivno vrednost in vektor električne poljske jakosti je na obeh straneh plošče usmerjen vstran od nje, v nasprotnem pa k njej (slika 9-16). Silnice električnega polja so v tem primeru kar vzporedne črte, usmerjene vstran ali k plošči (slika 9-17).



Slika 9-16. Vektorji poljske jakosti ob nasprotno naelektrenih ploščah.

Da bi pa le ne bili preveč lahkomiselni, se moramo spomniti omejitve, da naj bo točka določanja polja relativno blizu glede na razsežnost plošče. Brž ko to omejitev prekršimo, tudi zgornji izraz več ne velja. Kako to mislimo? Če bo naelektrena plošča na primer disk premera 10 cm, točka določanja polja pa odmaknjena od nje vsaj nekaj milimetrov in vsaj kakšen centimeter stran od robu, potem je zgornja formula zelo ustrezna. V nasprotnem, ko bi bila točka računanja polja kakšnih 10 metrov stran od te plošče, bi disk s te razdalje ne bil več videti kot plošča, ampak že skoraj kot točka. Takrat bi, vsaj približno, smeli uporabljati že formulo za polje točkastega naboja.



Slika 9-17. Silnice električnega polja ob naelektrenih ploščah.

Zgled 9-8. Ob steklo smo podrgnili tanko ploščo stiropora velikosti 1×50×100 cm. Bodi naboj na njej −500 nC. Kolikšna je poljska jakost ob površini, na oddaljenosti nekaj centimetrov od nje? Ploskovna gostota elektrine na njej je:

[4] O naelektrenih telesih neravnih površin bomo govorili kasneje.
[5] Privzetek enakomernosti je ustrezen, če zanemarimo robni učinek.
[6] To je res, če je plošča sama v prostoru, sicer pač ne.

$$\sigma = \frac{-500\cdot 10^{-9}\ \text{C}}{0{,}5\ \text{m}\cdot 1\ \text{m}} = -10^{-6}\ \text{C/m}^2.$$

Uporabimo formulo za poljsko jakost in dobimo:

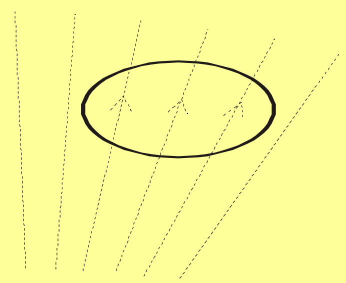
$$E = |\mathbf{E}| = \frac{\left|-10^{-6}\ \text{A}\cdot\text{s/m}^2\right|}{2}\cdot 36\pi\cdot 10^{9}\ \frac{\text{V}\cdot\text{m}}{\text{A}\cdot\text{s}} = 180\pi\cdot 10^{2}\ \text{V/m} \cong 56{,}55\ \text{kV/m}.$$

Vse drugače pa je daleč stran od plošče. Na oddaljenosti 20 m bomo poljsko jakost ocenili s formulo za jakost polja točkastega naboja:

$$E \cong \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 9\cdot 10^{9}\ \frac{\text{V}\cdot\text{m}}{\text{A}\cdot\text{s}}\cdot\frac{\left|-5\cdot 10^{-7}\right|\ \text{C}}{(20\ \text{m})^2} = 11{,}25\ \text{V/m}.$$

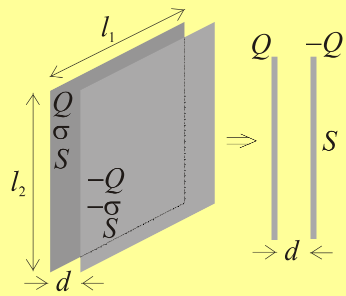
Vidimo občutno spremembo glede na bližnje polje. Ta ocena še dodatno podpira opozorilo, da je preprosta formula veljavna izključno v bližini plošče.

Lokalno homogeno polje. Čeravno je homogeno polje preprosto, nosi tudi splošno sporočilo. Ozrimo se na polja točkastih in linijskih nabojev. Njihova polja so *nehomogena*, spremenljiva tako po smeri kot po absolutni vrednosti. Vendar, če se v prostoru omejimo na nek manjši del, potem se v njem polje kaj bistveno ne spremenja; rečemo, da je tam *lokalno homogeno* (slika 9-18).



Slika 9-18. Področje lokalno homogenega polja.

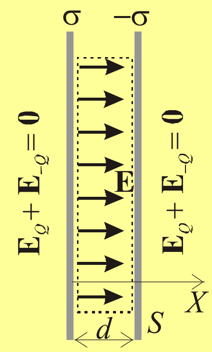
Ploščni kondenzator. Zares lepa lastnost električnega polja ob enakomerno naelektreni plošči kar kliče po primeru dveh enakih vzporednih plošč, ki sta si blizu in naelektreni z nasprotnima si nabojema $\pm Q$ (slika 9-19). Zakaj? Iz ugotovitev o lastnosti polja naelektrene plošče se da zaključiti, da se bosta, izza plošč, vektorja delnih poljski jakosti $\mathbf{E}_Q$ in $\mathbf{E}_{-Q}$ nabojev Q in $-Q$ odštela, saj sta tam enakih absolutnih vrednosti, vendar nasprotnih usmeritev, medtem ko se bosta med ploščama seštela v podvojen vektor poljske jakosti ene same plošče, saj imata enaki absolutni vrednosti in enaki usmeritvi (slika 9-20). Da bi slednje jasno opredelili, vpeljemo pravokotno oziroma normalno os X, ki naj je po dogovoru usmerjena od plošče z nabojem Q k plošči z nabojem $-Q$. Komponenta E_x jakosti $\mathbf{E}$ med ploščama in njena absolutna vrednost sta:[7]



Slika 9-19. Par raznoimensko naelektrenih plošč.

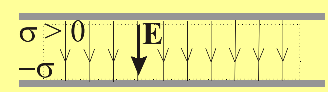
$$\boxed{E_x = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \;\Rightarrow\; E = |\mathbf{E}| = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}.}$$

Rezultančno polje $\mathbf{E}$ med ploščama je homogeno: enake jakosti in smernosti. Ob tem se moramo nujno zavedati mejá veljavnosti preproste formule, ki sta opredeljeni podobno kot pri eni naelektreni plošči: formula velja v pasu med ploščama, ki pa ne seže povsem do robov (očrtkano področje). Tej omejitvi je zadoščeno brž, ko je razkorak d med ploščama majhen glede na izmere plošč, torej $d << l_1$, l_2. Električno polje med ploščama ponazarja tudi slika silnic, ki se raztezajo od ene do druge plošče (slika 9-21).



Slika 9-20. Par raznoimensko naelektrenih plošč.

Sistem dveh vzporednih plošč imenujemo *ploščni kondenzator*. Če sta plošči nasprotno naelektreni, naelektreni z nabojema $\pm Q$, govorimo o naelektrenem kondenzatorju. O njem bomo kasneje še marsikaj povedali. V tej ali v drugih izvedbah pomeni edenga od osnovnih gradnikov *električnih vezij*. Povedno je tudi njegovo ime; v smislu, da nekaj zbere, stisne, združi, kondenzira. Kot smo pred tem že ugotovili, ima sistem naelektrenih plošč lastnost, da zbere oziroma združi električno polje v prostor med ploščama.



Slika 9-21. Silnice električnega polja med ploščama ploščnega kondenzatorja.

[7] Za levo ploščo je normalna os med ploščama usmerjena v desno, za desno ploščo pa v levo, zato je prvi minus v drugem sumandu zaradi obratne normalne smeri druge plošče glede na os X, drugi pa zaradi drugače predznačenega naboja druge plošče, iz česar sledi:

$$E_x = (E_Q)_x + (E_{-Q})_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \left(-\frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\right) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

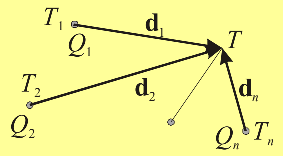
Zgled 9-9. Leva plošča kondenzatorja leži v ravnini x_1 = 3 mm, desna pa v ravnini x_2 = 6 mm; plošči imata obliko diskov premera 10 cm. V medprostoru je poljska jakost, ki jo določa komponenta E_x = –300 kV/m. Izračunajmo vrednosti nabojev na diskih! ⇒ Leva plošča ima naboj Q, desna pa naboj $-Q$. Po formuli sledi:

$$E_x = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \;\Rightarrow\; -300\cdot 10^3\ \text{V/m} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} \Rightarrow Q = -300\cdot 10^3 \varepsilon_0 S\ \text{V/m} \Rightarrow$$

$$Q = (-300\cdot 10^3\ \text{V/m})\cdot\left(\frac{10^{-9}}{36\pi}\ \frac{\text{A}\cdot\text{s}}{\text{V}\cdot\text{m}}\right)\cdot\frac{\pi(0{,}1\ \text{m})^2}{4} = -2{,}08\cdot 10^{-8}\ \text{C} = -20{,}8\ \text{nC}.$$

Negativen rezultat je pričakovan, saj je polje usmerjeno v levo.

♣♣♣



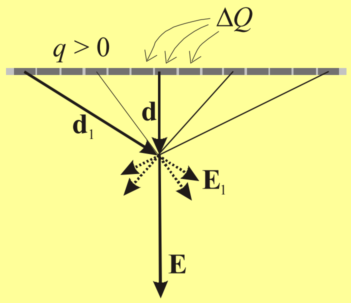
Slika 9-22. Bližnji si naboji in distančni vektorji do točke T.

Vektorski zapis električne poljske jakosti. Naj so naboji Q_1, ..., Q_n v točkah T_1, ..., T_n s koordinatami (x_1, y_1, z_1), ..., (x_n, y_n, z_n); slika 9-22. Zanima nas vektor poljske jakosti v točki T s koordinatami (x, y, z). Vektor električne poljske jakosti $\mathbf{E}_1$ naboja Q_1 v točki T opredeljuje tale zapis (in podobno tudi ostale):

$$\mathbf{E}_1 = \frac{Q_1\mathbf{d}_1}{4\pi\varepsilon_0 d_1^3},\ \mathbf{d}_1 = (x-x_1,\ y-y_1,\ z-z_1),\ d_1 = \sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2},$$

kjer pomeni $\mathbf{d}_1$ distančni vektor. Rezultančna jakost $\mathbf{E}$ je vsota delnih jakosti:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \ \dots\ + \mathbf{E}_n = \frac{Q_1\mathbf{d}_1}{4\pi\varepsilon_0 d_1^3} + \frac{Q_2\mathbf{d}_2}{4\pi\varepsilon_0 d_2^3} + \ \dots\ + \frac{Q_n\mathbf{d}_n}{4\pi\varepsilon_0 d_n^3} = \sum_{k=1}^{n}\frac{Q_k\mathbf{d}_k}{4\pi\varepsilon_0 d_k^3}.$$

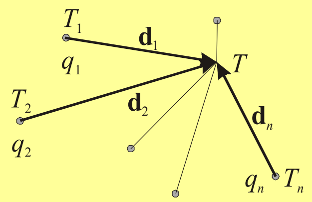


Slika 9-23. Vektor ene od delnih poljskih jakosti in rezultančni vektor **E**.

Vektorski zapis električne poljske jakosti linijskega naboja. Rezultančni vektor **E** je vektorska vsota delnih jakosti (slika 9-23). Za to vsoto se dobi sledeč rezultat:

$$\mathbf{E} = \frac{\Delta Q\mathbf{d}_1}{4\pi\varepsilon_0 d_1^3} + \frac{\Delta Q\mathbf{d}_2}{4\pi\varepsilon_0 d_2^3} + \cdots = \frac{q\Delta l}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\mathbf{d}_1}{d_1^3} + \frac{\mathbf{d}_2}{d_2^3} + \cdots\right) \;\Rightarrow\; \mathbf{E} = \frac{q\mathbf{d}}{2\pi\varepsilon_0 d^2}.$$

Izraža se z distančnim vektorjem **d**, ki leži na pravokotnici vodnika med vodnikom in točko, kjer določamo vektor **E**.



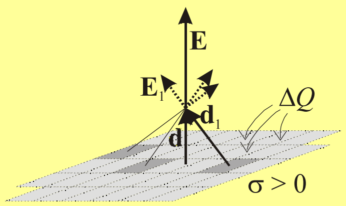
Slika 9-24. Pravokotni prerez snopa vzporednih in naelektrenih vodnikov.

Vektor električne poljske jakosti snopa linijskih nabojev. Vzdolž osi Z naj se raztezajo vodniki; ti prebadajo ravnino z = konstanta v točkah $T_1(x_1, y_1)$, ..., $T_n(x_n, y_n)$ in »nosijo« naelektritve q_1, ..., q_n (slika 9-24). Zanima nas vektor poljske jakosti **E** v točki $T(x, y)$. Vektor poljske jakosti $\mathbf{E}_1$ naboja q_1 opredeljuje tale zapis:

$$\mathbf{E}_1 = \frac{q_1\mathbf{d}_1}{4\pi\varepsilon_0 d_1^2},\ \mathbf{d}_1 = (x-x_1,\ y-y_1),\ d_1 = \sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2},$$

kjer je $\mathbf{d}_1$ distančni vektor med vodnikom in točko T. Podobno se postopa tudi pri ostalih. Vektor rezultančne jakosti je vsota delnih jakosti:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \ \dots\ + \mathbf{E}_n = \frac{q_1\mathbf{d}_1}{2\pi\varepsilon_0 d_1^2} + \frac{q_2\mathbf{d}_2}{2\pi\varepsilon_0 d_2^2} + \ \dots\ + \frac{q_n\mathbf{d}_n}{2\pi\varepsilon_0 d_n^2} = \sum_{k=1}^{n}\frac{q_k\mathbf{d}_k}{2\pi\varepsilon_0 d_k^2}.$$



Slika 9-25. Vektor ene od delnih poljskih jakosti in rezultančni vektor **E**.

Vektorski zapis poljske jakosti ob naelektreni plošči. Rezultančni vektor je vsota delnih (slika 9-25). Zapleteno seštevanje dá naslednji rezultat:

$$\mathbf{E} = \frac{\Delta Q\mathbf{d}_1}{4\pi\varepsilon_0 d_1^3} + \frac{\Delta Q\mathbf{d}_2}{4\pi\varepsilon_0 d_2^3} + \cdots = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left(\Delta S\frac{\mathbf{d}_1}{d_1^3} + \Delta S\frac{\mathbf{d}_2}{d_2^3} + \cdots\right) \;\Rightarrow\; \mathbf{E} = \frac{\sigma\mathbf{d}}{2\varepsilon_0 d},$$

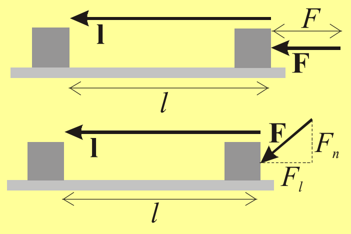
kjer je **d** pravokotni vektor, ki leži med ploščo in točko, v kateri določamo jakost **E**.

§ 10. Električna napetost in električni potencial

Električna napetost in potencial se navezujeta na električno delo, ki ga opravi električna sila za premik naboja na poti od ene do druge točke. Pri teh novih pojmih nam bodo v pomoč splošna znanja o delu sile na poti in učinku, ki se kaže v spremembi kinetične, potencialne, notranje ali drugih oblik energije. Pri vrednotenju dela sile seveda ni važen njen dejavnik, ki more biti agregat, motor, mišica, vzmet, težnost, električno ali magnetno polje in drugi, ampak le sila in pot kot takšni.

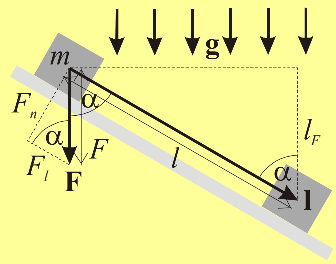
Ko električna sila premika naboj, opravlja delo.

Delo sile po poti. Če stalna sila jakosti F potiska klado po ravni podlagi in premaga pot dolžine l, postori delo $A = Fl$ (slika 10-1). Delo sile (dejavnika) se kaže v spremenjeni kinetični energiji klade in v notranji energiji oziroma toploti v podlagi in kladi (trenje). Brž ko deluje na klado poševna sila enake jakosti, je delovna le vzdolžna komponenta F_l sile **F** (normalna komponenta F_n povzroča zgolj trenje med naležnima ploskvama). Delo vektorja sile **F** na vektorju poti **l** je sedaj manjše in enako produktu $F_l l$. Del opravljenega dela se odraža v povečanju kinetične energije klade, del dela pa v toploti.



Slika 10-1. Sila potiska klado po podlagi.

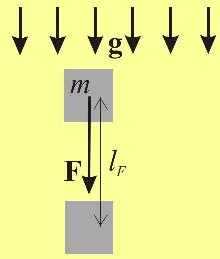
V prejšnjem razmišljanju je bil kot činitelj sile verjetno mišljen dejavnik, ki je v dotiku s klado (mišica, vodni curek, vzmet, ...). More pa imeti dejavnik sile tudi drugačen, nedotični značaj, na primer sila težnosti (slika 10-2). Na klančini pride, vsled delovanja sile $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g} = \mathbf{F}$, do drsenja klade k tlom. Na poti vektorja **l** opravlja delo projekcija F_l sile **F** (projekcija F_n klado le tišči ob podlago, povzroča trenje in jo ovira pri pridobivanju kinetične energije). Delo A težnostne sile **F** na tej poti je enako produktu $F_l l$, zaradi podobnosti pravokotnih trikotnikov, $F_l : F = l_F : l = \cos\alpha$, pa je enako tudi produktu Fl_F. Iz povedanega sledijo naslednje identitete:



Slika 10-2. Klada drsi po klancu.

$$A = F_l l = Fl_F = Fl\cos\alpha.$$

Produktu Fl_F bi mogli tudi reči, da je to delo sile **F** na poti dolžine l_F vzdolž njene osi. Delo sile težnosti je torej enako kot v primeru prostega pada klade navpično navzdol v globino l_F (slika 10-3). Pri padanju izgublja klada svojo potencialno energijo; izgubi je ravno toliko, kot pridobi kinetične – če damo »spregled« zračnemu uporu.



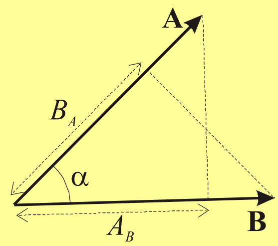
Slika 10-3. Prosti pad klade do globine l_F.

Skalarni produkt. Značilnemu produktu, ki vektorju sile **F** in vektorju poti **l** priredi delo A oziroma skalarno količino, katere vrednost je enaka produktu absolutne vrednosti prvega in pravokotne projekcije drugega na prvega (ali obratno) oziroma enaka produktu njunih absolutnih vrednosti ter kosinusa kota med njima, pravimo *skalarni produkt* in ga pišemo takole:[1]

$$\boxed{A = F_l l = Fl_F = Fl\cos\alpha = \mathbf{F}\cdot\mathbf{l}.}$$

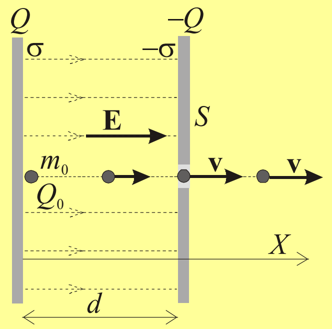
enota za delo je joule (J) ali džul, J = N·m

Nista pa samo vektorja sile in poti takšna, da ima njun skalarni produkt svoj pomen. Moreta biti to vektorja **A** in **B**; svojih pomenov in enako tudi njun skalarni produkt (slika 10-4). Velja: $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB_A = BA_B = AB\cos\alpha$. Skalarni produkt ima nekaj lastnosti: i) vrstni red faktorjev je nepomemben, ii) pri ostrem kotu ima produkt pozitivno, pri topem pa negativno vrednost, iii) če sta si vektorja pravokotna ($\mathbf{A} \perp \mathbf{B}$), je skalarni produkt enak nič, iv) produkt



Slika 10-4. Pravokotna projekcija vektorja na sosednji vektor.

[1] Kadar sta vektorja podana s komponentami oziroma s projekcijami na osi X, Y in Z, se skalarno množenje izvede tako, da se soimenske komponente množi in produkte sešteje: $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = (A_x, A_y, A_z)\cdot(B_x, B_y, B_z) = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$.



Slika 10-5. Nabit delec se v električnem polju giba pospešeno.

vektorja s seboj da kvadrat absolutne vrednosti ($\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = A^2$) in v) za produkt vektorja z vsoto dveh drugih velja enačba $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$.

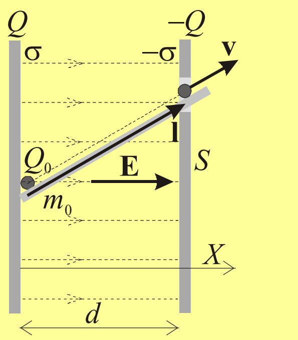
Delo polja električnih sil. Zapustimo gravitacijski in si omislimo električni primer. Imejmo dve naelektreni kovinski plošči, ki sta na razkoraku d. Leva naj ima naboj $Q > 0$, desna pa naboj $-Q$ (slika 10-5). Med njima je homogeno električno polje **E**, katerega $E_x = \sigma / \varepsilon_0$. Ob levi plošči naj bo delec z maso m_0 in nabojem $Q_0 > 0$; nanj deluje električna sila Q_0E_x. Pod njenim vplivom se prične delec gibati pospešeno v desno s pospeškom $a_x = Q_0E_x / m_0$. Do desne plošče opravi sila delo, ki je enako produktu sile in opravljene poti, $dQ_0\sigma / \varepsilon_0$, delec pa pridobi kinetično energijo $m_0v_x^2 / 2$. Ako bi ga tam »čakala« luknja, bi odbrzel v prostor brez električnega polja in nadaljeval pot v enakomernem gibanju s hitrostjo v_x:

$$dQ_0\sigma / \varepsilon_0 = m_0 v_x^2 / 2 \;\Rightarrow\; v_x = \sqrt{2dQ_0\sigma / m_0\varepsilon_0}\,.$$

Zgled 10-1. Delec bodi proton z maso $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg in nabojem $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C. Poljska jakost E_x naj je 100 kV/m, opravljena pot d pa 3 mm. ⇒ Kratek račun da hitrost:

$$v_x = \sqrt{\frac{2dQ_0E_x}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 10^5\ \text{V/m}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}} \cong 2{,}5 \cdot 10^5\ \text{m/s}.$$

Nad hitrostjo smo verjetno presenečeni! Kolikšna bi šele bila, če bi se pospeševal skoraj dvatisočkrat lažji elektron. Tolikšno ali višjo hitrost srečamo v katodni cevi ali v pospeševalniku.[2]

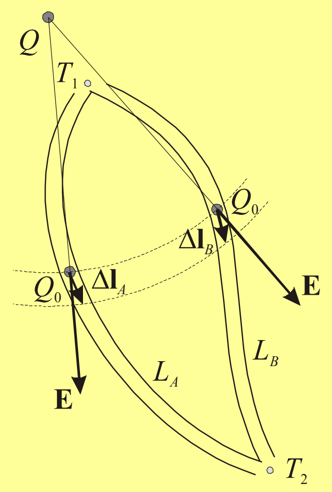


Slika 10-6. Zaradi električne sile se nabit delec po klančini vzpenja in zatem izleti.

Nadaljujmo! Med plošči naj je vstavljena gladka klančina (slika 10-6). Delec z nabojem Q_0 bo zaradi električne sile $Q_0\mathbf{E}$ odbrzel po strmini navzgor. Delo sile od vznožja do vrha bo enako skalarnemu produktu vektorjev sile in poti, $Q_0\mathbf{E} \cdot \mathbf{l}$. Vektor **l** ima projekcijo na os vektorja **E** enako kot prej, zato bosta tudi opravljeno delo in pridobljena kinetična energija delca enaka kot prej. Kinematika! Ko zdrsi klada po zaledenelem hribu, doseže v vznožju hitrost, ki je tolikšna, kot če bi s te višine padla v enako globok vodnjak. Torej! Če potegne stalna težna sila telo vzdolž svoje osi za enako dolžino po katerikoli poti, je njeno delo vedno enako. Povejmo to še za električno silo! Če potegne stalna električna sila naboj vzdolž svoje osi za enako dolžino po katerikoli poti, je njeno delo vedno enako.

Če premakne stalna električna sila nabit delec vzdolž svoje osi za enako dolžino po katerikoli poti, je njeno delo vedno enako.

Kolikšen pomen ima pot? Imejmo delca z nabojema Q in Q_0; naj sta oba pozitivna. Električna sila na naboj Q_0 je odbojna. Naboj Q naj bo na svojem mestu, naboju Q_0 pa omogočimo gibanje po cevkah L_A in L_B, ki ju položimo med točki T_1 in T_2 (slika 10-7); notranji steni cevk naj sta čisto gladki. Delec z nabojem Q_0 postavimo ob ustje prve cevke, k T_1. Po njej bo zbrzel, saj bo nanj delovala odbojna električna sila $Q_0\mathbf{E}$, ki bo na vsaki od kratkih poti $\Delta\mathbf{l}_A$ v splošnem poševna. Delec se bo vzdolž cele poti pospeševal, na koncu (pri T_2) izletel in dosegel določeno kinetično energijo. Ponovimo to še skozi drugo cevko in se vprašajmo: kolikšno kinetično energijo bo delec pridobil na izstopu iz nje? V ta namen narišimo dva krožna loka s središčem v naboju Q; prvi naj doseže začetek vektorja $\Delta\mathbf{l}_A$, drug pa njegov konec. Loka prečkata tudi drugo cevko, v kateri narišemo vektor poti $\Delta\mathbf{l}_B$. Delo električne sile na poti $\Delta\mathbf{l}_A$ bo enako $Q_0E(\Delta l_A)_E$, na poti $\Delta\mathbf{l}_B$ pa $Q_0E(\Delta l_B)_E$. Projekciji vektorjev

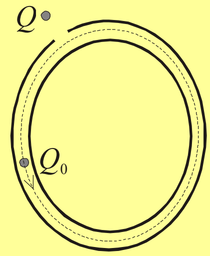


Slika 10-7. Cevki določata možni poti gibanja naboja Q_0.

[2] Ne pričakujmo, da bo pridobljena hitrost kar poljubno visoka! Vedeti moramo, da se masa telesu povečuje, ko se njegova hitrost približuje hitrosti svetlobe. Enačba je: $m_v = m/\sqrt{1-(v/c_0)^2}$. Zelo hiter delec potrebuje za enak prirastek hitrosti nesorazmerno več energije. Četudi bi bil na voljo neomejen prostor polja, bi delec nikoli ne dosegel svetlobne hitrosti. –Žal in k sreči!

kratkih poti na vektorja poljskih jakosti sta enaki razliki radijev krožnic, zato je $Q_0E(\Delta l_A)_E = Q_0E(\Delta l_B)_E$. Deli električnih sil na teh kratkih poteh sta enaki, zato sta enaki tudi spremembi kinetičnih energij delca na njih. Kar opažamo za ta par poti, velja tudi za vse druge pare. Iz premisleka sledi: na izstopu iz prve ali iz druge cevke je vrednost pridobljene kinetične energije delca enaka. Sklep! Delo, ki ga električna sila opravi za premik naboja po poti med točko T_1 in točko T_2, je neodvisno od oblike te poti.

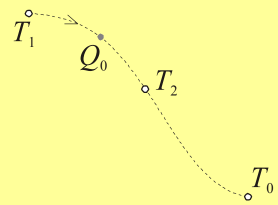
Delo Coulombove sile za premik naboja od ene do druge točke ni odvisno od oblike poti.



Slika 10-8. Naboj Q_0 se po sklenjeni poti vrne na (v) začetek.

Sklenjena pot! Napravimo še en razmislek. Cevko ukrivimo tako, da konec doseže tudi začetek; dobili smo *sklenjeno pot* (slika 10-8). Delec z nabojem Q_0 vstavimo v cevko na mestu, ki je najbližje naboju Q. Delec bo po enem krilu odbrzel, dosegel najbolj oddaljeno mesto in največjo hitrost. Vztrajnost ga bo gnala naprej, polje ga bo zaviralo, saj se bo gibal nasproti električne sile, in bo z zadnjo »sapo« dosegel cilj v svojem začetku. Primer! Imejmo gladko vboklino, z roba katere spustimo kroglico. Pognala se bo k dnu, zavihtela do nasprotnega roba, se obrnila in krenila skozi vznožje v hrib. Če trenja ne bi bilo, bi se ji dogajal *perpetuum mobile*. Tudi nabit delec bi se v cevki enkrat »zapehal«, vendar ne zaradi električne sile, ampak zaradi trenja. Ugotovitev: delo električne sile vzdolž sklenjene poti je enako nič. Ker pa je električno polje točkastega naboja osnovno in so vsa druga sestavljena iz polj točkastih nabojev, sledi tale razvidna posplošitev: delo Coulombove sile po sklenjeni poti je vedno enako nič.

Delo Coulombove sile po sklenjeni poti je enako nič.



Slika 10-9. Pot naboja Q_0 od T_1, skozi T_2 do T_0.

Električna potencialna energija. V prostoru z električnim poljem **E** naj bo v točko T_1 delec z nabojem Q_0. Če bo imel ta možnost gibanja, se bo zaradi sile $Q_0\mathbf{E}$ podal na pot L, dosegel bo točko T_2 in kasneje tudi točko T_0; ta bodi izberana za *izhodiščno* oziroma *referenčno točko* (slika 10-9). V prvem delu poti bo sila opravila delo A_{12}, v drugem pa delo A_{20}. Definirajmo *potencialno energijo W*: potencialna energija W_1 naboja Q_0 v točki T_1 je enaka delu polja električnih sil za premik naboja Q_0 od točke T_1 do točke T_0:

$$\boxed{W_1 = A_{10}.}$$

Podobno je potencialna energija W_2 tega naboja v T_2 enaka A_{20}. Potencialna energija W_0 kateregakoli naboja v T_0 je torej enaka nič, saj električna sila za to, da delec ostane na svojem mestu, ne opravi nikakršnega dela. Očitno bo opravljeno delo električne sile od prve do referenčne točke enako vsoti dela od prve do druge in dela od druge do referenčne točke: $A_{10} = A_{12} + A_{20}$. Delo med prvo in drugo točko bo zato razlika del, $A_{12} = A_{10} - A_{20}$, oziroma razlika potencialnih energij:

$$\boxed{A_{12} = W_1 - W_2.}$$

Potencialna energija naboja v točki je enaka delu električne sile za premik naboja od te do referenčne točke.

Potencialna energija kateregakoli naboja je v referenčni točki enaka nič.

Potencial in napetost. Za električno delo in električno potencialno energijo očitno velja tole: če bo v danem električnem polju **E** naboj delca k-kratnik naboja Q_0, bo električna sila k-kratnik sile $Q_0\mathbf{E}$ in enako se bodo k-kratila tudi dela, A_{12} , A_{10} in A_{12}, ter obe potencialni energiji, W_1 in W_2. To nas nagovarja, da bi vpeljali normirano potencialno energijo in normirano delo. Resnično! *Električni potencial* v točki prostora je definiran s kvocientom potencialne energije naboja v njej in množine naboja. Če ima naboj Q_0 v T_1 potencialno energijo W_1, potem je potencial V_1 točki T_1 takle:

$$\boxed{V_1 = W_1 / Q_0,}$$

in enako tudi v drugi točki, $V_2 = W_2 / Q_0$. Električni potencial V_0 v točki T_0 je potemtakem enak nič, $V_0 = 0$ V. In! *Električna napetost* U_{12} med točko T_1 in

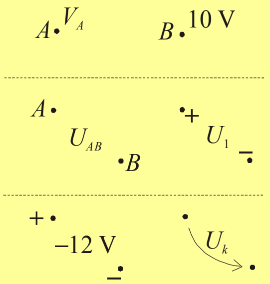
Električni potencial v točki je definiran kot kvocient potencialne energije naboja v tej točki in množine naboja.

Električni potencial referenčne točke je nič voltov.

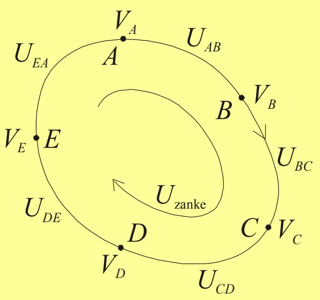
enota električnega potenciala je volt (V), J/C = W·s/A·s =V·A/A = V enota električne napetosti je prav tako volt

Električna napetost med prvo in drugo točko je definirana s kvocientom dela električne sile za premik naboja med prvo in drugo točko in množino naboja.

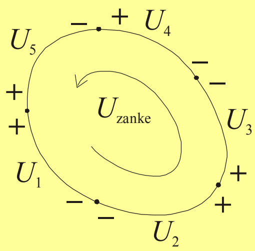
Napetost med točkama A in B je enaka razliki potencialov točk A in B.



Slika 10-10. Načini označevanja potenciala točke in napetosti med točkama.



Slika 10-11. Napetost zanke in njene delne napetosti.



$U_1 - U_2 + U_3 - U_4 - U_5 = 0$

Slika 10-12. Vsota napetosti (upoštevajoč smer obhoda) in oznake delnih napetosti.

točko T_2 je definirana s kvocientom dela električne sile za premik naboja Q_0 od prve do druge točke in množine tega naboja:

$$\boxed{U_{12} = A_{12} / Q_0 .}$$

Če uporabimo zvezo med delom in potencialnima energijama, sledi:

$$U_{12} = A_{12} / Q_0 = (W_1 - W_2)/Q_0 = V_1 - V_2 .$$

Napetost U_{12} med točko T_1 in T_2 je enaka razliki njunih potencialov:

$$\boxed{U_{12} = V_1 - V_2 \;\Rightarrow\; U_{21} = V_2 - V_1 = -(V_1 - V_2) = -U_{12} .}$$

Označevanje potenciala in napetosti. Potencial točke (A) zabeležimo na sliki tako, da ob točko napišemo oznako (V_A) oziroma vrednost potenciala, napetost med točkama A in B pa tako, da med njiju napišemo U_{AB}. Uporablja se tudi znaka »+« in »–«, in sicer, da k eni točki pritisnemo plus, k drugi pa minus ter med njiju napišemo oznako napetosti (U_1) ali njeno vrednost, ki je enaka razliki potencialov točke, označene s »+«, in točke, označene z »–«. Napetost označujemo tudi s strelico, ki jo usmerimo od ene k drugi točki, in ob njej napišemo oznako napetosti (U_k) ali njeno vrednost, ki je enaka razliki potencialov točk med začetkom in koncem strelice (slika 10-10). Primer. Če ima avtomobilski akumulator od sponke »a« do sponke »b« npr. napetost $U_{ab} = V_a - V_b = 13{,}4$ V, ima od sponke »b« do sponke »a« napetost $U_{ba} = V_b - V_a = -(V_b - V_a) = -U_{ab} = -13{,}4$ V.

Napetost zanke in drugi Kirchhoffov zakon. Kaj vemo o delu električne sile? 1) Delo električne sile od ene do druge točke v prostoru je neodvisno od poti. 2) Delo električne sile po sklenjeni poti je enako nič. Vpeljali smo tudi električno potencialno energijo, električni potencial in električno napetost. Pa si izberimo sklenjeno krivuljo L in na njej pet točk s potenciali V_A, V_B, V_C, V_D in V_E (slika 10-11). Napetosti med sosednjimi točkami so U_{AB}, U_{BC}, U_{CD}, U_{DE} in U_{EA}. Vpeljimo *napetost zanke* U_{zanke}; njo naj določa vsota napetosti vzdolž sklenjene poti v izbrani smeri (v levo ali desno). Ko izrazimo delne napetosti z razlikami potencialov, dobimo:

$$\begin{aligned} U_{\text{zanke}} &= U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EA} = \\ &(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_E) + (V_E - V_A) = \\ &= V_A - V_B + V_B - V_C + V_C - V_D + V_D - V_E + V_E - V_A = 0. \end{aligned}$$

Pari potencialov se v celoti odštejejo; ugotavljamo sledeče: vsota napetosti v sklenjeni zanki je enaka nič, kar imenujemo *drugi Kirchhoffov zakon*:

$$U_{\text{zanke}} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EA} = 0.$$

Glede na poljubnost označevanja napetosti med dvema točkama more biti katera od njih tudi negativno predznačena, kot na primer (slika 10-12):

$$U_{\text{zanke}} = U_{AB} + (-U_{CB}) + U_{CD} + (-U_{ED}) + U_{EA} = 0.$$

Prav zato zapisujemo drugi Kirchhoffov (zančni) zakon v splošnem takole:

$$\boxed{U_{\text{zanke}} = 0 \;\Rightarrow\; \sum_{s=1}^{m} (\pm) U_s = 0.}$$

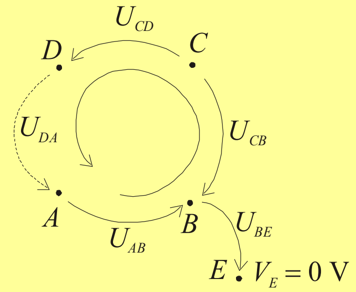
Pri tem pomenijo: s tekoči indeks splošne napetosti v sklenjeni zanki, znak »±« vsebuje dogovor, da imajo predznak »+« tiste napetosti, katerih označbe se ujemajo s smerjo obhoda po zanki, predznak »–« pa tiste, katerih označbe so nasprotne smeri obhoda po zanki.

Zgled 10-2. Imejmo v prostoru pet točk: A, B, C, D in E (slika 10-13). Dane so napetosti: $U_{AB} = 5$ V, $U_{CB} = -3$ V, $U_{CD} = 7$ V, $U_{BE} = -4$ V in potencial $V_E = 0$ V. Izračunajmo vse manjkajoče napetosti in potenciale! Za sklenjen obhod skozi točke A, B, C in D bomo pisali:

$$U_{AB} - U_{CB} + U_{CD} + U_{DA} = 5\text{ V} - (-3\text{ V}) + 7\text{ V} + U_{DA} = 0 \;\Rightarrow\; U_{DA} = -15\text{ V}.$$

Od tod sledijo še potenciali:

$$V_A = U_{AB} + U_{BE} = 1\text{ V},\; V_B = U_{BE} = -4\text{ V},\; V_C = U_{CB} + U_{BE} = -7\text{ V},$$
$$V_D = -U_{CD} + U_{CB} + U_{BE} = -14\text{ V},\; U_{AC} = V_A - V_C = 8\text{ V},\; U_{DB} = V_D - V_B = -10\text{ V}.$$



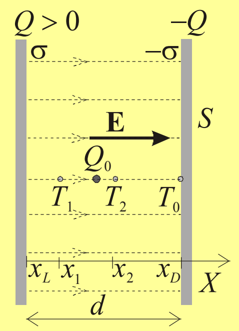
Slika 10-13. Električne napetosti med bližnjimi točkami.

Potenciali in napetost v naelektrenem ploščnem kondenzatorju. Imejmo sistem dveh naelektrenih plošč (slika 10-14). Naj je naboj $Q_0 > 0$ v točki T_1 s koordinato x_1. Ko bo stalna električna sila $Q_0E_x = Q_0\sigma / \varepsilon_0$ premaknila naboj Q_0 od točke T_1 do točke T_2 s koordinato x_2, bo (zaradi vzporednosti sile in poti) opravila delo $A_{12} = Q_0E_x(x_2 - x_1)$, pri premiku naboja od tod do točke T_0 s koordinato d, ki si jo izberimo kot referenčno točko električne potencialne energije, pa delo $A_{20} = Q_0E_x(d - x_2)$. Če je tako, potem sta električna potenciala v točkah T_1 in T_2 naslednja:

$$V_1 = W_1 / Q_0 = A_{10} / Q_0 = (A_{12} + A_{20}) / Q_0 = E_x(d - x_1),$$
$$V_2 = W_2 / Q_0 = A_{20} / Q_0 = E_x(d - x_2),$$

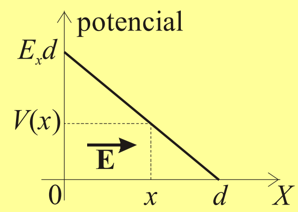
v vsaki drugi točki T (med ploščnama) s koordinato x pa je

$$V = V(x) = E_x(d - x) = (\sigma / \varepsilon_0)(d - x).$$



Slika 10-14. Vrednost potenciala se vdolž osi X spreminja.

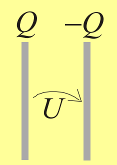
In kaj smo dobili? Potencial splošne točke podaja premica oziroma linearno padajoča funkcija vzdolž osi vektorja poljske jakosti **E** (slika 10-15). Ker je tako, imajo točke z medploščne ravnine x = *konstanta* enak potencial; k tej se vzporedno nizajo še druge in vsaka od njih ima svoj električni potencial, zato jim pravimo *ekvipotencialne ploskve* ali kar *ekvipotencialke*.[3] Desna plošča kondenzatorja ($x = d$) je ekvipotencialna, s potencialom $V_{-Q} = V_0 = 0$ V (da ima tolikšnega, je posledica izbire točke T_0 za referenčno); enako leva ($x = 0$), s potencialom $V_Q = E_xd$, in tudi vmesne s potenciali vmesnih vrednosti.



Slika 10-15. Vzdolž vektorja poljske jakosti se vrednost potenciala zmanjšuje.

Kaže se zavedati dejstva, da vrednosti potencialov ekvipotencialnih ploskev ne pogojujeta zgolj razmak in električna jakost med ploščama, ampak tudi izbira mesta in končno tudi vrednost izhodiščnega potenciala. Tokrat smo si kot referenčno izbrali desno ploščo, mogli pa bi si tudi levo ali katero drugo vmesno vzporedno ploskev. V takšnem slučaju bi se nove vrednosti ločile od starih za aditivno konstanto oziroma za ± nekaj voltov. Da bi se izognili tej nedorečenosti potencialov, govorimo pri naelektrenem kondenzatorju raje o napetosti U med ploščama, ki jo referenčno označimo in pišemo kot napetost od plošče z nabojem Q do plošče z nabojem $-Q$ (slika 10-16). Glede na sprejet dogovor, je napetost

$$U = V_Q - V_{-Q} = E_xd = (\sigma / \varepsilon_0)d = (d / \varepsilon_0 S)Q.$$



Slika 10-16. Referenčna označitev napetosti in nabojev kondenzatorja.

Napetost in naboj sta v sorazmernem odnosu; povezujeta ju dielektričnost in geometrija.[4] Enačba hkrati tudi preprosto poveže komponento poljske jakosti, razkorak in napetost med ploščama ter absolutno vrednost poljske jakosti. Če pa nas sama smernost poljske jakosti ne zanima, pišemo takole:

$$U = E_xd \;\Rightarrow\; |U| = |E_x|d = (|\sigma| / \varepsilon_0)d = |\mathbf{E}|d \;\Rightarrow\; \boxed{|U| = Ed.}$$

[3] Iz geografije poznamo *izohipse* ali *plastnice*; to so krivulje na zemljevidu, ki povezujejo točke enake nadmorske višine. Podobno *izobare*; te vežejo mesta enakega zračnega tlaka.
[4] To značilnost kondenzatorja bo kasneje zajela njegova *kapacitivnost*.

Zgled 10-3. Naelektren kondenzator ima med ploščama napetost 20 kV, razmik med njima je 1 cm, plošči pa sta kvadratni s površino 100 cm^2. Način označevanja geometrije naj je enak dosedanjemu. Določimo poljsko jakost, naboj na ploščah, gostoto naboja in lego štirih ekvipotencialk med ploščama! ⇒ Absolutna vrednost poljske jakosti je:

$E = |U|/d = 20\ \text{kV}/1\ \text{cm} = 2\ \text{MV/m}.$

Gostoto naboja dobimo po že znani formuli:

$E = |\sigma|/\varepsilon_0 \Rightarrow |\sigma| = \varepsilon_0 E \cong 8{,}85\cdot 10^{-12}\ (\text{A}\cdot\text{s}/(\text{V}\cdot\text{m}))\cdot 2\cdot 10^6\ \text{V/m} = 17{,}7\cdot 10^{-6}\ \text{C/m}^2.$

Absolutna vrednost nabojev na ploščah je:

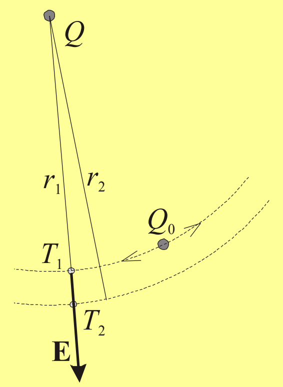
$|Q| = |\sigma| S = 17{,}7\cdot 10^{-6}\ \text{C/m}^2\cdot 0{,}01\ \text{m}^2 = 177\ \text{nC}.$

Leva plošča naj ima naboj 177 nC, desna pa naboj −177 nC. Če slednji dodelimo izhodiščni potencial nič voltov, ima leva plošča potencial 20 kV. Potencial med ploščama določa sledeča linearna funkcija:

$V = (d-x)\sigma/\varepsilon_0 = (d-x)E = 2(d-x)\cdot 10^6\ \text{V/m} \Rightarrow x = 10\ \text{mm} - V/(2\cdot 10^6\ \text{V/m}).$

Najti želimo lege štirih ekvipotencialk, s potenciali 4, 8, 12 in 16 kV; po zgornji enačbi si njihove koordinate sledijo takole: x = 8, 6, 4 in 2 mm.

♣♣♣



Slika 10-17. Koncentrične krogle so ekvipotencialke. V bližini točk T_1 in T_2 je električno polje skoraj homogeno.

Potencial v okolici točkastega naboja. O delu pri premiku naboja Q_0 v polju naboja Q smo obširno govorili. Privzemimo sedaj, da bi se naboj Q_0 iz kateregakoli razloga gibal po krogli s središčem v točki naboja Q. Sledi sklepanje: 1) tam sta si električna sila in pot vedno pravokotna, 2) opravljeno delo električnih sil za premik po krogli je enako nič, 3) napetost med točkama s te krogle je enaka nič, zato sta njuna potenciala enaka, 4) krogla je ekvipotencialka in 5) ekvipotencialke točkastega naboja so očitno koncentrične krogle. Ostaja vprašanje: kolikšni so potenciali teh krogel? Imejmo dve krogli polmerov r_1 in r_2 s središčem v točki naboja Q (slika 10-17). Razlika $r_2 - r_1 = \Delta r$ naj bo tako majhna, da se električne poljske jakosti v točkah med T_1 in T_2 skorajda ne razlikujejo. V tem lokalno skoraj homogenem električnem polju ustreza radialni komponenti poljske jakosti izraz[5]

$Q/4\pi\varepsilon_0(r_1 r_2).$

Loka krožnic sta v tem omejenem prostoru videti lokalno ravna; spominjata na sosednji ekvipotencialki v ploščnem kondenzatorju. Napetost $U_{12} = V_1 - V_2$ med točkama T_1 in T_2 bo zato enaka kar produktu poljske jakosti in diference Δr:

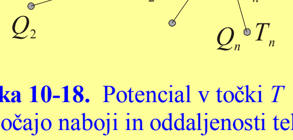
$$V_1 - V_2 = U_{12} \cong \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1 r_2}\Delta r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}.$$

Razlika potencialov se izraža z razliko ulomkov. Brž lahko zapišemo:

$V_1 = K + Q/4\pi\varepsilon_0 r_1 +$ in $V_2 = K + Q/4\pi\varepsilon_0 r_2.$

Potenciala v obeh točkah obvladuje ista formula. Za prvi potencial je odgovoren prvi, za drugega pa drugi radij. Prikradla se je še konstanta K, ki je zaenkrat še poljubna.[6] O njej pa takole! Naj je potencial v neskončnosti enak nič (da je neskončnost mesto referenčnega potenciala). Pri velikih radijih postaja ulomek neznaten; da pa bi bila takšna tudi leva stran, mora biti nujno konstanta K enaka nič. In že smo pri koncu; potencial v okolici točkastega naboja določa izraz:

$V = Q/4\pi\varepsilon_0 r.$



Slika 10-18. Potencial v točki T določajo naboji in oddaljenosti teh do nje.

Potencial v okolici gruče nabojev. Kar velja za točkasti naboj, velja tudi za gručo nabojev. Če se vektorji njihovih poljskih jakosti v izbrani točki seštejejo, se seštejejo tudi njihovi potencialni prispevki (slika 10-18). Potencial v splošni točki T v prostoru bomo zapisali torej z vsoto, takole:

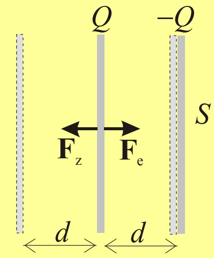
$$V = V_1 + V_2 + \ \dots\ + V_n = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 d_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 d_2} + \ \dots\ + \frac{Q_n}{4\pi\varepsilon_0 d_n}.$$

---

[5] Če sta si r_1 in r_2 blizu, potem bi mogli v imenovalcu produkt $r_1 r_2$ enakovredno zamenjati tudi z r_1^2 ali z r_2^2. Izbrani kompromis je geometrijska srednja vrednost števil r_1^2 in r_2^2.

[6] Če je razlika $a - b = c - d$, potem je razlika $a - c = b - d$ gotovo enaka neki konstanti K.

Razdalje d_1, ... , d_n pomenijo oddaljenosti točke T do nabojev Q_1, ... , Q_n. Računanje potencialov postane s to formulo zelo preprosto, manj enostavno pa je določanje ekvipotencialk.



Slika 10-19. Gibalna procesa, ki ju izzoveta električna ali zunanja sila.

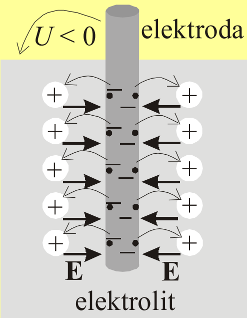
Razmišljanje o delu in energiji. Imejmo plošči, naelektreni z nabojema Q in $-Q$ (slika 10-19), desni naboj se nahaja v polju levega in obratno; plošči se privlačita z nasprotnima silama. Dopustimo na primer levi, da se zaradi privleka premakne k desni. Opravljeno delo sile bo enako produktu sile ($Q\sigma / 2\varepsilon_0$) in opravljene poti (d): $Q\sigma d / 2\varepsilon_0 = Q^2 d / 2\varepsilon_0 S$. Plošči bi se staknili, presežka nabojev bi se odštela; imeli bi dvo-ploščno nevtralno telo, ki nima ne naboja ne polja. Kaj odgovoriti na vprašanje: od kje se je črpala energija za opravljeno delo? Ker pri premiku ni bilo druge sile, je edini krivec kvečjemu električno polje. Če je v začetni legi polje bilo, in enako med premikanjem, vendar v manjšem prostoru, na koncu pa ga ni več, je bila energija, ki je delo opravila, verjetno v polju med ploščama. Ko se je energijski bazen izčrpal, je bilo tudi delo zaključeno. Pojdimo spet na začetek, ko sta bili plošči še narazen. To pot pa naj zunanja sila vleče levo ploščo v levo, da ravno še premaguje privlačno električno silo $Q\sigma / 2\varepsilon_0$. Delo zunanje sile bo za premik dolžine d, od oddaljenosti d do $2d$, opravilo delo $Q^2 d / 2\varepsilon_0 S$. Novo vprašanje: v kaj se je vgradilo opravljeno delo zunanje sile? Odgovor verjetno že slutimo: vgradilo se je v polje med ploščama, v prostornini $2dS$. Resnično: če od tam ploščo prepustimo gibanju pod vplivom še vedno enake električne sile, bo ta opravila do začetne lege delo $Q^2 d / 2\varepsilon_0 S$, toliko kot je polje dobilo energije pri raztegovanju plošč, od tam do desne plošče pa še toliko; skupaj bo opravljeno delo električne sile enako $Q^2 d / \varepsilon_0 S$. Ta razmislek nam jasno kaže, da električno polje ni le pokazatelj sile, ampak tudi energije.

§ 11. O električnih virih

Alessandro Volta (1745–1827)

Omenimo za začetek fizika Luigija Galvanija,[1] ki je že leta 1789 opazil tole: če je vpel žabji krak med dve med seboj kontaktirani palici iz različnih kovin, je zaznal trzljaj mišice. Galvani je s tem posredno opozoril na vzročno zvezo med električnim tokom in biokemičnimi procesi v tkivih.[2] Sledil mu je, spet Italijan, Alessandro Volta, po katerem je ime enote električnega potenciala in napetosti. Leta 1800 se je proslavil z *galvanskim členom* oziroma *baterijo*, ki je bila zmožna poganjati dokaj stalen električni tok; takšen je bil v tistih časih osnova za proučevanje lastnosti magnetne sile, delujoče na tokovodnik.[3]

Elektrodna napetost. *Elektrodna napetost* je električna napetost, ki vznikne med elektrolitom in vanj potopljeno elektrodo. Kaj se dogaja? Elektrolit topi elektrodo; vrši se *oksidacija* elektrode. Med njenim raztapljanjem prehajajo v raztopino kationi, ki se zbirajo okrog elektrode. Elektrolit dobiva pozitivne ione iz elektrode, na njej pa ostajajo prosti elektroni. Razmestitev kationov ob valju moremo modelirati z nabitim valjnim kondenzatorjem (slika 11-1). Razdvojeni naboji gradijo poljsko jakost **E**, ki v kratkem zaustavi raztapljanje elektrode. Nasproti si očitno stojita dve sili: neelektrična oziroma *kemična*, ki teži potiskati ione v raztopino, in električna, ki novim ionom prepreči, da bi se odlepili od elektrode. Kovinske elektrode imajo negativen potencial glede na raztopino; med seboj se razlikujejo v vrednosti njim lastnega *elektrodnega potenciala*. Pri merjenju elektrodnih napetosti elektrod je za *normo* oziroma *etalon* vzeta vodikova elektroda, ki ima v platino vtopljen vodik. *Elektrodna napetost* elektrode je potemtakem razlika elektrodnih potencialov elektrode in normalne elektrode. Zaradi tega so napetosti enih kovin pozitivne, drugih pač negativne. Iz preglednice 11-1 je razvidno, da imajo pozitivno elektrodno napetost predvsem žlahtne snovi.



Slika 11-1. Električno polje **E** generirajo kationi, ki so izstopili iz elektrode, in elektroni, ki so ostali na njej.

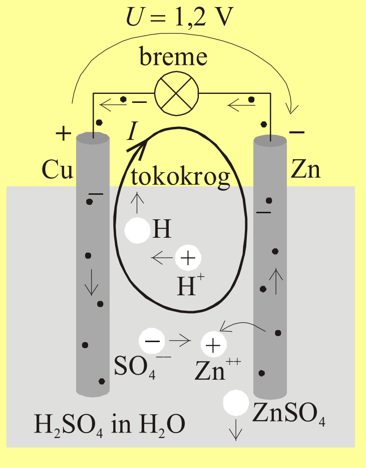
kovina	elektrodna napetost
aluminij	−1,67 V
cink	−0,76 V
krom	−0,71 V
železo	−0,44 V
nikelj	−0,25 V
baker	+0,34 V
oglje	+0,74 V
srebro	+0,80 V
platina	+1,20 V
zlato	+1,50 V

Preglednica 11-1. Elektrodne napetosti nekaterih kovin.

Galvanski členi, baterije in akumulatorji. Z elektrodnimi napetostmi se vrnimo k *Voltovemu členu*. Pozitivna elektroda je bakrena palica, negativna pa je cinkova palica; elektrolit je v vodi razredčena žveplena kislina (H_2SO_4), ki disociira v ione H^+ in ione SO_4^{--} (slika 11-2). Iz preglednice sledi napetost člena: 0,34 V − (−0,76 V) = 1,1 V. Ko na člen priključimo porabnik (breme, svetilko, upor), stečejo tile hkratni elektro-kemični procesi. 1) Prosti elektroni v žicah in bremenu se začno pomikati od negativne Zn elektrode k pozitivni Cu elektrodi, kar predstavlja električni tok I od Cu k Zn elektrodi. 2) Že zelo majhen presežek elektronov na Cu in manko na Zn elektrodi povzroči, da se začnejo v elektrolitu ioni H^+ pomikati k Cu elektrodi, k Zn elektrodi pa ioni SO_4^{--}. V elektrolitu se vzpostavi ionski električni tok I od Zn k Cu elektrodi. 3) Ioni H^+ pridobijo iz Cu elektrode manjkajoč elektron; prihaja do *redukcije* vodika in njegovega izhajanja iz elektrolita. 4) Ioni SO_4^{--} se ob Zn elektrodi spajajo z ioni Zn^{++} v cinkov sulfat ($ZnSO_4$), ki se useda na dno elektrolitske posode. 5) Zaradi tega se prične cinkova elektroda dodatno topiti; tam se vrši *oksidacija* cinka (izločanje še novih ionov Zn^{++}, ki puščajo za seboj presežek prostih elektronov v elektrodi). 6) Gibanje nabojev, elektronov v elektrodah, žicah in bremenu ter ionov v elektrolitu se sklene v zanko, v zaprt električni tokokrog. In tu je že novo vprašanje: koliko časa se odvija ta elektro-kemični

[1] Galvani je vtkan v pore elektrike! Na primer: postopek galvanizacije pri elektrolizi, bateriji rečemo galvanski člen, za žično povezavo rabimo sinonim galvanska vez, povezava.
[2] Krak ima vlogo elektrolita, kovini pa vlogo elektrod. Vse skupaj je galvanski člen; njegova električna napetost žene tok nabojev skozi kovini in krak, v katerem izzove trzljaj mišice.
[3] Osnova za francoskega fizika Andrèa Mario Ampèrea (leta 1820) in Danca, Hansa Christiana Oersteda, ki je leto prej prvi opozoril na magnetni učinek električnega toka.

proces? Določen je z oksidacijo (raztapljanjem oziroma »odgorevanjem«) Zn elektrode; ko ta enkrat »izgori«, tudi tokokrog presahne. Ima pa Voltov člen tudi hibo! Pri večjih tokih se vodikovi ioni ob Cu elektrodi ne uspejo dovolj hitro reducitati, zato se tam kopičijo in gradijo z elektroni v njej (negativno) elektrodno *protinapetost*, ki nasprotuje napetosti samega člena; posledično se zmanjšata napetost člena in tudi tok v zanki, zato takšen vir nima tako želene konstantne napetosti.

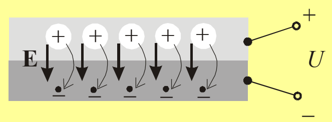


Slika 11-2. Vzdolž elektrod in v zunanjem delu tokokroga so nosilci električnega toka elektroni, v raztopini pa so to ioni H^+ in SO_4^{--}.

Boljši od Voltovega je suhi *Laclanchéjev člen*. Njegova pozitivna elektroda je grafitna palica, ki je obdana z manganovim dioksidom (MnO_2); elektrolit je z raztopino salmiaka (NH_4Cl) prepojen prah; salmiak disociira v ione NH_4^+ in Cl^-; vse skupaj je vstavljeno v cinkovo čašico in zalito s smolo. Po tabeli elektrodnih napetosti znaša napetost člena 0,74 V – (–0,76 V) = 1,5 V. Ob kontaktiranju bremena na ta člen se v substancah vršijo tile kemični procesi: klorovi ioni prihajajo k Zn elektrodi in se z ioni Zn^+ spajajo v cinkov klorid (ZnCl); ioni NH_4^+ dobijo iz grafita elektrone, ki prihajajo tja iz Zn elektrode skozi breme; tvorita se amonijak (NH_3) in vodik (H), ki se z manganovim dioksidom spaja po formuli $2MnO_2 + H_2 = H_2O + Mn_2O_3$; tvorita se voda in dimanganov trioksid.

Sklenimo s svinčevim akumulatorjem, kot enim od členov, ki so obnovljivi (*regenerabilni*). Elektrolit je razredčena žveplena kislina (H_2SO_4); pozitivna elektroda je svinčev dioksid (PbO_2), negativna pa je svinčeva (Pb) elektroda. Napetost ene celice je od 1,8 do 2,7 V. Pri praznenju akumulatorja se ioni SO_4^{--} vežejo na elektrodah v svinčev sulfat ($PbSO_4$): $PbO_2 + Pb + 2H_2SO_4 = 2PbSO_4 + 2H_2O$; elektrolit se siromaši in nastaja voda. Ko proces od zunaj obrnemo, da skozi akumulator usmerimo električni tok v nasprotno smer (od anode skozi elektrolit do katode), se odvrti kemični proces v obratni smeri.

Pomemben podatek baterije ali galvanskega člena je *kapaciteta*, ki se izraža v amper-urah in pove, koliko naboja oziroma kulonov zmore baterija potisniti skozi breme. Akumulator s kapaciteto 50 A·h je na primer zmožen celih 20 h obratovati s tokom 2,5 A. Baterijske celice se pogosto združuje v *sestavljene električne vire*. Pri akumulatorju je šest celic povezanih zaporedno: negativna elektroda prve celice je kontaktirana s pozitivno elektrodo naslednje celice, negativna elektroda te celice s pozitivno tretje, ... , in tako do zadnje celice. Tako sestavljen vir ima napetost okrog 14 V. More se pa celice vezati tudi vzporedno: pozitivne anode se poveže skupaj, negativne katode pa skupaj; dobi se nov vir, ki je zmožen skozi breme gnati večji električni tok.

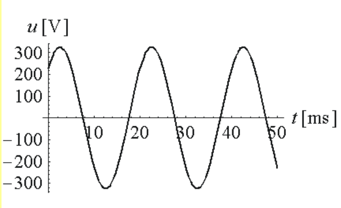


Slika 11-3. Prosti elektroni, ki prestopijo spoj kovin, izoblikujejo električno polje in posredno tudi kontaktno napetost.

Termočlen. Povsem drugo fizikalno ozadje je pri *termoelementu* oziroma *termočlenu*, ki ga oblikuje tesen stik dveh kovin. Zaradi različnih energijskih nivojev prostih elektronov v kovinah prihaja do selitve elektronov iz kovine z višjim v kovino z nižjim energijskim nivojem. Ob stiku se oblikuje dvojna plast; ena z viškom in druga s mankom elektronov (slika 11-3). Električno polje razdvojenih nabojev učinkuje na nadaljnjo migracijo zavira, zato se ta tudi zelo hitro zaključi.[4] Izkaže se, da je *termonapetost* U polja razdvojenih nabojev izrazito odvisna od temperature T, kar se s pridom koristi v merilne namene: da se z merjenjem napetosti termočlena posredno meri temperaturo ambienta, v katerem se spoj nahaja; vrednosti napetosti termočlena segajo v razred milivoltov. Često uporabljan je stik konstantana in bakra (zlitina: 54 % bakra, 45 % niklja, 1 % mangana).

[4] Podoben princip razdvajanja nabojev srečamo pri torni elektritvi, ko s trenjem »steklastega« in »smolastega« predmeta naelektrimo prvega s pozitivnim, drugega pa z negativnim nabojem.

Enosmerni viri. Ravnokar opisanim virom rečemo *enosmerni viri* električne napetosti. Odlikuje jih časovno stalna napetost med elektrodama. O njih smo zaenkrat podali le osnovne fizikalne principe generiranja električne napetosti; kasneje, in ko bo to potrebno, bomo o njih povedali še kaj več.

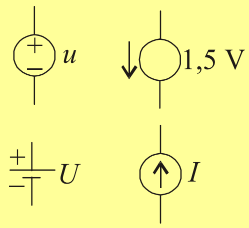


Slika 11-4. Harmonično ali sinusno nihanje.

Harmonični viri. Harmonično nihanje nas spremlja skoraj povsod. Nihalo stenske ure niha, v levo, v desno, periodično. Niha most, ki ga zažene veter ali kolona avtomobilov. Zanihamo gugalnico in jo ženemo z izmiki težišča. Nihajo tudi strune. Vse našteto so *harmonična* oziroma *sinusna nihanja*, pri katerih se odkloni od mirovne lege ravnajo po harmonični časovni funkciji (slika 11-4). Če nam na nek način uspe to narediti tudi z električno napetostjo ali električnim tokom, potem rečemo, da sta ti količini *harmonični količini*. Resnično! Takšne so napetosti omrežnega *trifaznega sistema* in takšni so tudi toki skozi bremena. Frekvenca nihanja omrežnih napetosti je 50 Hz. Napetost ali tok zanihata 50-krat v sekundi; predznak vrednosti se spremeni 100-krat v sekundi.

Usmerniške naprave. Že vsakodnevno življenje nas srečuje z napravami, ki jih priključujemo na harmonično omrežno napetost in služijo energijskemu napajanju računalnikov, polnjenju baterij, napajanju audio in video naprav in podobno. Te usmerniške naprave oziroma *usmerniki* so posebna *elektronska vezja*, ki zmorejo sinusno omrežno napetost preoblikovati v enosmerno.

Funkcijski generatorji. *Funkcijski generatorji* so spet elektronska vezja, ki na svoj način zagotavljajo, da se vrednost napetosti med sponkama ali pa tok skozi sponki vira spreminja po določenem funkcijskem predpisu; govorimo o *funkcijskem napetostnem* in *tokovnem viru* oziroma *generatorju*.



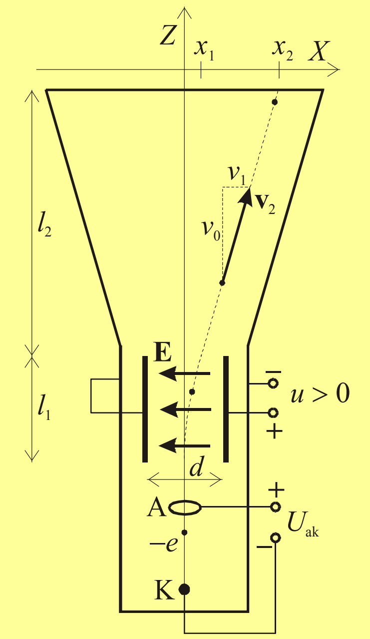
Slika 11-5. Simboli napetostnih in tokovnega vira.

Simboli električnih virov. Simbol električnega vira je krogec s črticama, ki ponazarjata priključni sponki vira. Pri napetostnem viru pripišemo ob krogec simbol napetosti ali napetost med sponkama, kot to opredeljujeta polariteti ali strelica. Kot simbol galvanskega člena (baterije) uporabljamo tudi vzporedni črtici – daljšo za pozitivno in krajšo za negativno sponko vira (slika 11-5). Pri tokovnem viru pripišemo ob krogec simbol toka ali tok skozi sponki v smeri, ki jo označuje strelica v krogcu.

§ 12. Električno odklanjanje

K hitremu razvoju elektronike v drugi polovici prejšnjega stoletja je izdatno pripomogel *osciloskop*, ki omogoča opazovati pestrost časovnih oblik tokov in napetosti v električnih vezjih. Ti, tako imenovani *električni signali*, so v njih pogosto nosilci različnih informacij: da njihova časovna oblika ustreza drugim neelektričnim količinam (temperaturi, poti, hitrosti, sili, frekvenci, govoru, barvi). Njegovo pionirsko vlogo danes izriva računalnik, ki zmore informacije večkanalno sprejemati, jih procesirati in prikazovati na zaslonu.

Osnova osciloskopa je *vakuumska elektronka* oziroma *katodna cev*.[1] Njeni glavni deli so: pospeševalni del, odklonski sistem in zaslon (slika 12-1). Iz žareče katode izstopajo elektroni, ki jih jakost polja med anodnim prstanom in katodo povleče v pospešeno gibanje. Vsak elektron mase m pridobi na poti do anode hitrost v_0 oziroma kinetično energijo, katere vrednost ustreza izgubi električne potencialne energije:



Slika 12-1. Trajektorija elektrona vzdolž katodne cevi.

$$\tfrac{1}{2}mv_0^2 = eU_{ak} \;\Rightarrow\; v_0 = \sqrt{2eU_{ak}/m}.$$

Elektron zaradi vztrajnosti zleti skozi prstan in nadaljuje pot s hitrostjo v_0. Ko pride do odklonskih plošč, vstopi v električno polje jakosti $E_x = -u / d$. Med ploščama se elektron pomudi le za čas l / v_0, v tem deluje nanj sila $F_x = eu / d$, ki ga pospešuje v desno s stalnim pospeškom $a_x = eu / md$. Elektron pridobi v tem času v smeri osi X hitrost v_1 in se oddalji od osi Z za razdaljo x_1:

$$v_1 = \left(\frac{eu}{md}\right)\left(\frac{l_1}{v_0}\right) = \frac{uv_0 l_1}{2dU_{ak}} \;\Rightarrow\; x_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{eu}{md}\right)\left(\frac{l_1}{v_0}\right)^2 = \frac{l_1^2}{4dU_{ak}}u.$$

Med odklonskima ploščama se giblje elektron po paraboli, kakršno poznamo pri poševnem metu; pri njem je parabola obrnjena v tla, kamor kaže sila teže, tu pa je obrnjena v smer električne sile. Ob izstopu iz medploščnega prostora doseže elektron hitrost v_2, ki jo določa pitagorska vsota hitrosti v_0 in v_1:

$$v_2 = \sqrt{v_0^2 + v_1^2} = v_0\sqrt{1 + (ul_1 / 2dU_{ak})^2}.$$

Od tam dalje je gibanje elektrona enakomerno premočrtno, vse dokler ne trči v zaslon, kjer izbije fotone, kar zaznamo kot svetlečo pego.[2] Za zadnji del poti rabi čas l_2 / v_0 in doseže odklon x_2:

$$x_2 = v_1\frac{l_2}{v_0} = \frac{l_1 l_2}{2dU_{ak}}u.$$

V celoti se elektron oziroma curek elektronov odkloni od osi Z za razdaljo x:

$$x = x_1 + x_2 = \frac{l_1^2}{4dU_{ak}}u + \frac{l_1 l_2}{2dU_{ak}}u = \frac{l_1(l_1 + 2l_2)}{4dU_{ak}}u \;\Rightarrow\; x = ku,$$

ki je – kar je zanimivo – sorazmerna napetosti.

Do tu smo opisovali odklon curka elektronov vzolž ene osi, v resnici pa ima osciloskop poleg X tudi Y odklonski sistem. Prava slika nastaja na zaslonu šele z njunim hkratnim učinkovanjem. Kadar opazujemo določeno napetost u

[1] Vakuumske elektronke je skoraj v celoti izpodrinila polprevodniška tehnologija; srečamo jih še kje v industriji ali v oddajnikih velikih moči in zadnje čase spet v prestižnih audionapravah. Katodna cev se uporablja tudi za ekran televizorja ali monitorja, vendar je pri njej odklanjanje zasnovano na magnetni sili.
[2] Foton je kvant energije.

v odvisnosti od časa, je en par odklonskih plošč vzbujan z žagasto napetostjo, ki skrbi za enakomerno pomikanje elektronskega curka od ene k drugi strani zaslona, drug par plošč pa je vzbujan z opazovano napetostjo in vodi curek v smeri druge koordinatne osi. V takem primeru se na zaslonu zariše krivulja oziroma funkcija $y(x)$, ki je takšna, kot smo jo vajeni risati na papir ali tablo.[3]

Druge uporabe električne sile. V fiziki delcev uporabljajo električno polje za pospeševanje delcev (npr. ciklotron).[4] S pomočjo polja se da čistiti zrak, ki vsebuje prašne delce. Če gre takšen zrak skozi komoro, v kateri je električno polje, se prašni delci, ki imajo vedno kaj naboja, lepijo, odlagajo na elektrode (elektrofiltri). Prah barvila se lepi na naelektren list papirja v kopirnem stroju ali tiskalniku; z električnim poljem moremo lepiti drobna vlakna na tkanino.[5]

[3] Z osciloskopom opazujemo različne periodične in aperiodične pojave, sestavljena nihanja, fazne diagrame, histerezne krivulje itn.
[4] Pospeševalnik, ki izmenjaje koristi električno in magnetno silo.
[5] Postopku, ki izkorišča silo na nabit delec v električnem polju, rečemo *elektroforeza*. Phóresis pomeni v grščini nošenje, prenašanje.

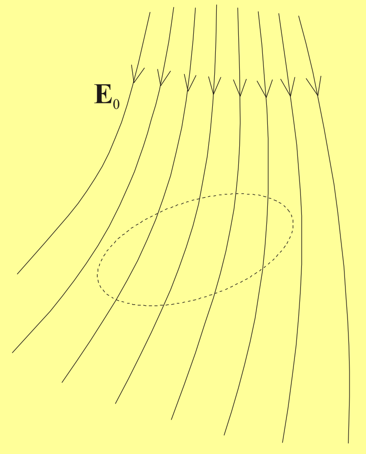
§ 13. Prevodnik in električno polje

Prevodne snovi oziroma prevodniki so v elektrotehniki ključni in imajo v njej prav posebno mesto. Na njihovo prevodniško odliko smo že opozorili, vendar takrat še nismo imeli na voljo pojmov, kot so električna sila, električno polje, delo, potencial in napetost. V luči teh bomo mogli o prevodni snovi povedati še kaj več, najprej pa nekaj besed o *makroskopskosti*!

Makroskopskost. Osnovni električni in magnetni pojavi sodijo v *klasično elektromagnetiko*, ki je označena kot *makroskopska teorija*.[1] Ona (kot takšna) se ne ukvarja z reakcijo enega atomskega delca, atoma ali molekule v snovi, ki je izpostavljena polju sil, ampak je njen objekt oziroma predmet obravnave praviloma številčna gruča delcev, ki, navkljub svoji številčnosti, zapolnjuje le neznatno, *majhno prostornino*. Primera! Važni podatki o gibanju snovi skozi cev so pretok, morda hitrost ali kvečjemu številu delcev, ki prečkajo presek v nekem času. Vsakokrat navajamo *makroskopsko količino*, nič pa ne zvemo, kaj se *mikroskopsko* dogaja z vsakim od delcev. Pri tekočinah in plinih so ti podvrženi še *termičnemu gibanju*, za katerega so značilna naključna beganja delcev sem ter tja, in so »na delu« tudi takrat, ko snov makroskopsko miruje. Le to zmoremo reči, da je hitrost snovi obenem tudi *povprečna* hitrost delcev, in prav nič več! Nekaj podobnega je pri pretoku elektrine, električnem toku. Zanimajo nas tok, gostota toka, pretečena množina elektrine in število delcev, ki so pri tem sodelovali; in nič več! S tem pa smo že pri srčici: makroskopski pogled na dogajanja v snovi je »povprečen pogled«.

Makroskopska teorija se ne ukvarja z reakcijo enega atomskega delca, atoma ali molekule v snovi, ki je izpostavljena polju sil, ampak je njen objekt oziroma predmet obravnave praviloma številčna gruča delcev, ki, navkljub svoji številčnosti, zapolnjuje le neznatno prostornino.

Električna influenca. Imejmo na voljo *primarno* električno polje $\mathbf{E}_0$, ki ga generirajo neki naboji (slika 13-1). Vanj vstavimo nevtralno prevodno telo in se vprašajmo: kaj se utegne zgoditi?[2] V prvem hipu se v njem pojavijo sile na naboje: na protone sila $e\mathbf{E}_0$, na elektrone pa sila $-e\mathbf{E}_0$. Protonom se ne dogodi nič, saj so trdno v jedru atomov, atomi pa v kristalni strukturi snovi. Podobno je z elektroni na spodnjih lupinah. Edino, na kar zmoremo računati, so prosti elektroni. Ti se utegnjo pomakniti v nasprotni smeri polja, vendar ne tako, da bi jih nekaj z ene krenilo na drugo stran telesa, ampak tako, da se v to stran le rahlo zamaknejo. Na plati, od koder je polje $\mathbf{E}_0$ naravnano, se zgodi presežek elektronov nad protoni, na plati, kamor je polje naravnano, pa se dogodi enak presežek protonov nad elektroni. Pojavu razdelitve pozitivnih in negativnih nabojev rečemo *električna influenca*; ob tem je še kar nekaj zadev, ki jih kaže razjasniti, zato pojdimo po vrsti!



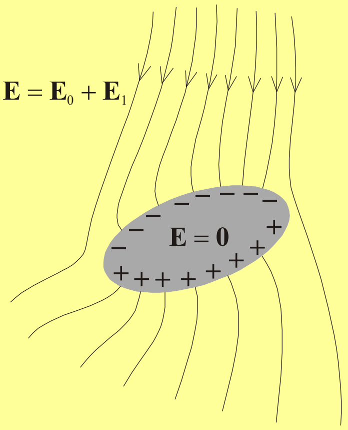
Slika 13-1. Silnice primarnega polja $\mathbf{E}_0$ in mesto, kamor bo vstavljeno prevodno telo.

Polje v prevodnem telesu. Zaradi premika prostih nabojev v prevodniku je upravičeno pričakovati, da se bo v celotnem prostoru vzpostavilo neko novo polje $\mathbf{E}$, ki bo verjetno bolj ali manj drugačno, kot je bilo pred tem primarno polje $\mathbf{E}_0$. Vprašajmo se: »kakšno« je polje $\mathbf{E}$ v prevodnem telesu? Zatečemo se k razmisleku, ki sloni na *metodi protislovja*. »Bodi polje $\mathbf{E}$ v prevodniku različno od nič!« Če je, se kanijo prosti elektroni (zaradi sile $-e\mathbf{E}$) še naprej zgrinjati nekam ob steno telesa; posledično bi se množina naboja tam večala in večala, brez konca. Že, že, …, ampak to je v očitnem nasprotju s tem, da v omejenem prostoru ne more biti neomejeno mnogo delcev in zato tudi naboja ne. Sledi logični obrat! Vstopna trditev, »polje $\mathbf{E}$ v prevodniku je različno od nič«, je napačna, pravilna pa tale: polje $\mathbf{E}$ v prevodniku je enako nič; $\mathbf{E} = \mathbf{0}$! Če pa je polje $\mathbf{E}$ v prevodniku ničelno, potem mora biti *sekundarno* polje $\mathbf{E}_1$

V prevodniku je električna poljska jakost enaka nič.

[1] Z vedenjem posameznega delca v snovi se ukvarja *mikroskopska* ali *kvantna* teorija.
[2] Pričakovana sprememba se izvrši izredno hitro. Čas prilagoditve na nove razmere je reda velikosti relaksacijskega časa, ki je za kovine okoli 10^{-14} s (za druge snovi tudi mnogo daljši).

oziroma polje influiranih nabojev v vseh točkah prevodnika ravno nasprotno polju $\mathbf{E}_0$: $\mathbf{E}_1 = -\mathbf{E}_0$. Ali tudi: influenca nabojev ob površini prevodnika, ki se znajde v električnem polju, se zgodi v tisti »obliki in obsegu«, ki zagotavlja, da je rezultančna električna poljska jakost $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1$ povsod v prevodniku enaka nič (pri obliki in obsegu imamo v mislih predznak in gostoto naboja ob površini prevodnika).

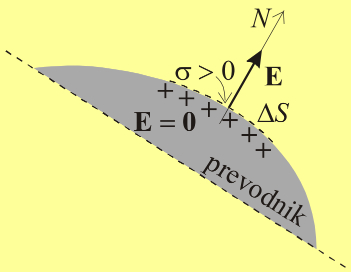


Slika 13-2. Tik pod površino prevodnega telesa se influirajo naboji, ki s svojim poljem $\mathbf{E}_1$ spremenijo primarno polje $\mathbf{E}_0$ v novo polje $\mathbf{E}$.

Potencial prevodnega telesa. Če ugotavljamo, da je električno polje znotraj ničelno, da na naboje v prevodnem telesu ne deluje nikakršna električna sila, ki bi jih še mogla premakniti in opraviti delo, potem je razlika potencialov v dveh poljubnih točkah v telesu oziroma napetost med njima vedno enaka nič. Iz tega sledita ugotoviti: prevodnik je *ekvipotencialno telo*, njegova površina je *ekvipotencialna ploskev*.

Gostota influiranega naboja. Influirana elektrina se v prevodniku zbere tik ob površini; rečemo, da je tam naboj ploskovno porazdeljen.[3] Če je v polje umeščeno telo električno nevtralno, potem je množina naboja na eni strani telesa do predznaka enaka množini naboja na drugi strani.[4]

Polje izven prevodnega telesa. Če influirani naboji generirajo električno polje v prevodniku, ga zagotovo tudi zunaj! Kolikšno je, je odvisno od dveh dejavnikov: oblike telesa in porazdeljenosti influiranega naboja ob njegovi površini. Vsekakor je novo zunanje polje **E** spet vsota dveh: primarnega in sekundarnega polja.[5] Ko bi ju sešteli, bi bile silnice združenega polja takšne, da bi se nekatere od prvotnega primarnega polja rahlo upognile, nekatere bi se končale na strani negativnih influiranih nabojev, spet druge pa bi se začele na strani pozitivnih influiranih nabojev. Ker pa je površina ekvipotencialna ploskev, so silnice polja na njo gotovo pravokotne (slika 13-2).



Slika 13-3. Izsek površine prevodnega telesa.

Poljska jakost tik ob prevodniku. Spomnimo se električnega polja med in za ploščama ploščnega kondenzatorja. Če se (kot opazovalci) premaknemo izza plošče, kjer ni polja, pred ploščo, kjer ima polje znano jakost $E_n = \sigma / \varepsilon_0$, potem opažamo preskok vrednosti poljske jakosti z vrednosti nič na vrednost σ / ε_0. Ali ni morda nekaj takega tudi pri poljski jakosti ob površini telesa, saj moremo vsako ovalno površino telesa v njegovi neposredni bližini smatrati za lokalno ravno? Resnično: polje v prevodniku je ničelno, tik nad površino pa ima poljska jakost vrednost $E_n = \sigma / \varepsilon_0$. Če je gostota naboja tam pozitivna, je vektor električne poljske jakosti usmerjen iz prevodnega telesa, sicer pa v njega (slika 13-3).

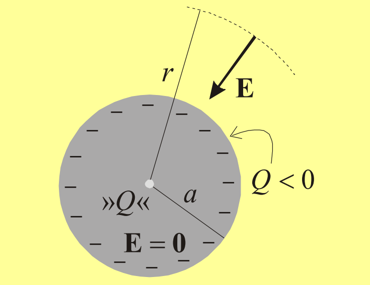
Pojav influence pri naelektrenem telesu. Če je telo predhodno naelektreno z nabojem, se po vnosu v električno polje tudi njemu »zgodi« prerazporeditev prostih elektronov. Električno polje v njem je iz istega razloga spet ničelno in presežni naboj je ponovno le ob površini telesa. Tudi relacija med poljsko jakostjo ob površini prevodnika in gostoto ploskovno porazdeljene elektrine ostaja enaka.

[3] Presežek elektrine se nahaja v sloju debeline nekaj Å. Račun pokaže, da ima morda le vsak milijonti obpovršinski atom višek ali primanjklaj elektrona. To pomeni, da sloj influiranih nabojev sploh ni tako gost, kot bi morda prvi hip pričakovali.
[4] To sporoča tudi zakon o ohranitvi električnega naboja: v prostor ujeta množina naboja je nespremenljiva, more pa se prerazporediti; pri električni influenci je na delu ravno to.
[5] Določanje sekundarnega polja influiranih nabojev je težje opravilo, ki se mu moramo tu žal izogniti.

Naelektreno prevodno telo. Nov primer bi bil, da je naelektreno telo samo v prostoru, primarno polje pa je enako nič. Polje v prevodniku mora biti spet enako nič, presežni naboj pa le ob njegovi površini. Zanj utegnemo reči, da je razporejen tako, da je električna poljska jakost povsod v notranjosti ničelna.

Naelektrena krogla. Z nabojem Q naelektrena prevodna krogla polmera a je lep primer samega prevodnega telesa. Pri njej ni težav! Ni namreč razloga, da bi naboj ob površini ne bil enakomerno porazdeljen; z gostoto $\sigma = Q / 4\pi a^2$. Ob površini je zato normalna oziroma radialna komponenta poljske jakosti **E** naslednja: $E_r = E_n = \sigma / \varepsilon_0 = Q / 4\pi\varepsilon_0 a^2$. Izraz spominja na polje E_r točkastega naboja na oddaljenosti a. Sklepati moremo, da je poljska jakost tam tolikšna, kot da bi bil kroglin naboj Q združen v njenem središču, v zgolj navideznem naboju »Q«, ki je (kot se pokaže) hkrati tudi v vlogi neke vrste *nadomestnega vira* za polje kroglinega naboja v zunanjosti (slika 13-4). Res: na oddaljenosti r od centra krogle je radialna komponenta poljske jakosti določena takole:[6]

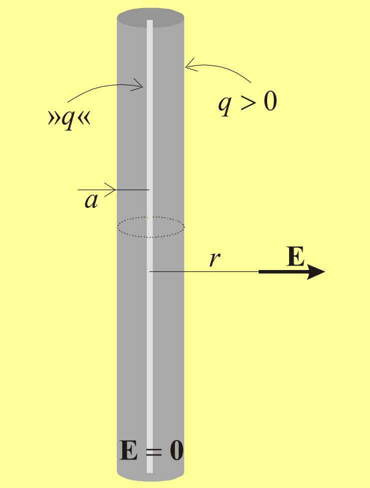
$$E_r = Q / 4\pi\varepsilon_0 r^2.$$



Slika 13-4. Električno polje v zunanjosti enakomerno naelektrene krogle je takšno kot od točkastega naboja, ki bi bil v središču krogle.

Naelektren raven vodnik. Vodnik polmera a in dolžine l naj je naelektren z z nabojem $Q = ql$; na plašču je $\sigma = Q / 2\pi al = q / 2\pi a$; poljska jakost v njem je ničelna. Normalna, radialna komponenta poljske jakosti ob plašču vodnika je $E_r = E_n = \sigma / \varepsilon_0 = q / 2\pi\varepsilon_0 a$; izraz spominja na jakost v okolici linijskega naboja. Sklepamo: poljska jakost ob vodniku je tolikšna, kot da bi bil celoten obpovršinski naboj združen v osi vodnika v linijski naboj »q« (slika 13-5). Ta je ponovno le v vlogi nadomestnega vira. Na oddaljenosti r od osi vodnika je radialna komponenta vektorja poljske jakosti določena s preprosto formulo:

$$E_r = q / 2\pi\varepsilon_0 r.$$

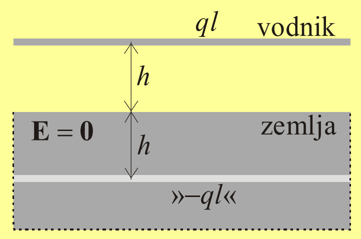


Slika 13-5. Električno polje **E** v okolici enakomerno naelektrenega vodnika je radialno.

♣♣♣

Simetričen dvovod. Zamislimo si vzporedni naelektreni žici polmera a, ki sta na medosni razdalji d. Ena ima naboj ql, druga pa naboj $-ql$. Če sta si dovolj narazen, smemo privzeti, da polje naboja ene žice ne izzove influenčne prerazporeditve naboja ob površini druge žice in obratno. V takšnem primeru določamo električno polje med žicama na način, ki je bil predstavljen v razdelku o električni poljski jakosti.

Nadzemni vodnik. Prejšnjemu soroden je primer nadzemnega vodnika. Če bi med vodnik in ozemljilno telo, vkopano v zemljo, priključili vir, bi se vodnik naelektril z nabojem ql, zemlja pa z nabojem $-ql$. Naboj ob površini zemlje bi bil neenakomerno porazdeljen; absolutno največja gostota elektrine bi bila tik pod vodnikom, vstran pa bi se manjšala. Postavimo si vprašanje: kolikšno je polje zemljinega naboja? Ker je poljska jakost v (prevodni) zemlji enaka nič, bo to možno le, če bo polje tega naboja tolikšno, kot od naboja »$-ql$«, ki bi se nahajal na mestu vodnika; da bi izničil polje vodnikovega naboja ql. Sledi logični obrat! Če je tako, potem učinkuje naboj zemlje v zgornji prostor tako, kot da bi se v zemlji nahajal zrcalni vodnik z nabojem »$-ql$«. Kaj zaključujemo: električni sistem naelektrenega vodnika in zemlje obvladuje znano polje dveh raznoimenskih vzporednih linijskih nabojev. Ta računska poenostavitev je izrednega pomena pri določanju električnega polja ob daljnovodu. Kar velja za en vodnik nad zemljo, moremo smiselno razširiti na več vodnikov trifaznega sistema.



Slika 13-6. Influiran naboj ob površini zemlje učinkuje v zgornji prostor tako kot navidezni naboj v zrcalni legi v zemlji.

[6] Ker je jakost polja v prevodni krogli ničelna, moremo sklepati tudi obratno: če je po površini krogelne lupine naboj razporejen enakomerno, je njegovo električno polje v krogli enako nič. Navežimo se na gravitacijsko polje Zemlje. Tudi zanj velja podobno: gravitacijski pospešek ob Zemljini površini je tolikšen, kot da bi bila stisnjena v središče, v masno točko. Nadaljujmo še s privzetkom, da je Zemlja »lupina«; da je enake mase, vendar izvotlena. V zunanjosti bi se to ne odrazilo, v »luknji« pa bi bil pospešek enak nič; v luknji bi predmeti lebdeli.

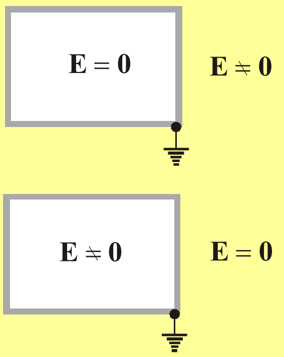
Če imajo vodniki gostote nabojev q_1, q_2 in q_3, potem se za izračun polja v katerikoli točki nad zemljo vzame v »zakup« še tri namišljene naboje »$-q_1$«, »$-q_2$« in »$-q_3$« v njim zrcalnih legah.

Naelektrena prevodna telesa. Naelektrenih prevodnih teles more biti v soseščini tudi več. Vedno znova je izhodišče isto: električna polja v notranjosti prevodnikov so enaka nič. Naboji teles se razmestijo po svojih površinah vedno tako, da so vektorji električnih poljskih jakosti v notranjosti vseh prevodnikov enake nič. Površine teles so ekvipotencialne ploskve, vektorji poljskih jakosti ob površinah pa so vedno nanje pravokotni.

Ploskovne sile. Navežimo se na izraz za normalno komponento poljske jakosti ob površini prevodnika: $E_n = \sigma / \varepsilon_0$. Naboj $\Delta Q = \sigma\Delta S$ na lokalno ravnem delu površine ΔS povzroča tam normalno komponento poljske jakosti $\sigma / 2\varepsilon_0$, oziroma jakost, ki je enaka jakosti naelektrene plošče. To pomeni, da mora biti polje preostalih nabojev na tem mestu prav tolikšno. V njem se potemtakem nahaja tudi naboj ΔQ, na katerega deluje sila (na samo površino pa tlak)

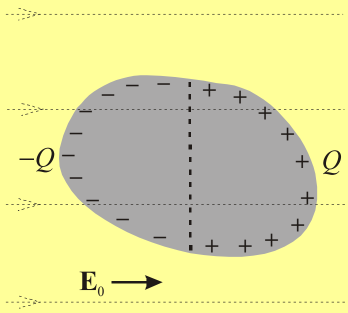
$$\Delta F_{en} = \sigma\Delta S(\sigma / 2\varepsilon_0) = (\sigma^2 / 2\varepsilon_0)\Delta S = (\varepsilon_0 E_n^2 / 2)\Delta S \;\Rightarrow\; \Delta F_{en} / \Delta S = \varepsilon_0 E_n^2 / 2.$$

Če bi bila poljska jakost ob površini 2 MV/m, bi bil tlak približno 17,7 Pa. Kaj ugotavljamo: električne sile bi »hotele« telo razvleči, vendar jim to ne uspe, saj je tlak očitno premajhen.



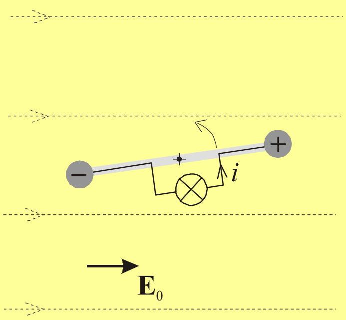
Slika 13-5. Faradayeva kletka.

Faradayeva kletka. Če bi bilo v električno polje vstavljeno votlo prevodno telo, bi se ob zunanji steni telesa še vedno infuirali naboji. Novost bi bila ta, da ugotovitev o ničnosti polja ne bi veljala le za prevodnik, ampak tudi za njegov votli del. Votlemu prevodniku rečemo *Faradayeva kletka*. Vlogo kletke prevzame v praksi (praviloma ozemljena) prevodna škatla. Faradayeva kletka pa more vršiti tudi obratno vlogo. Na primer: če se vari plastiko z izmeničnim električnim poljem, utegne to polje motiti ostale naprave. V izogib temu se varilno napravo ogradi s kletko (slika 13-5).



Slika 13-6. Influenčni način elektrenja dvodelnega telesa.

Elektritev s pomočjo influence. Zamislimo si prevodno telo, ki ga oblikujeta dva, med seboj staknjena dela. Če bi primarno polje prečkalo njun stik, bi se v enem delu telesa influiral negativen, v drugem pa pozitiven naboj. Ko bi dela nato oddvojili in iznesli iz polja, bi dobili dve, z nabojema $\pm Q$ naelektreni telesi (slika 13-6). Kaj smo naredili? Z influenco smo ju naelektrili! Če bi torej plošči ploščnega kondenzatorja staknili skupaj, vnesli v polje in nato oddvojili in iznesli iz polja, bi dobili naelektren kondenzator.



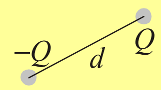
Slika 13-6. Influenčni tokovni generator.

Influenčni tokovni generator. Ostanimo pri dveh prevodnih telesih. Povežimo ju z izolirno palico, med njiju kontaktirajmo svetilko in vse to izpostavimo električnemu polju (slika 13-6). Sestavljeno telo zatem zavrtimo okrog vrtišča. Če opazujemo le eno telo, bo to imelo enkrat presežek pozitivnih, drugič presežek negativnih nabojev. Kar trdimo za eno, velja do predznaka enako tudi za drugo telo. Vsota nabojev teles je vsak trenutek enaka nič, kar pomeni, da mora svetilko skoziti električni naboj. Če bi pripravo hitro vrteli, ali pa bi bilo polje dovolj močno, bi nepotratna svetilka celo zasvetila. Postavlja se vprašanje: od kje se jemlje energija, da svetilka gori? Odgovor je na dlani! V vodoravnem položaju naprave so influirani naboji v legah z minimalno potencialno energijo. Če jih želimo iz teh leg odmikati, je trebno napravo vrteti, vršiti delo, in ravno ta energijski vložek se na drugem koncu javlja kot svetloba. Če smo zvitejši, nam še vrteti ni potrebno. Napravo bi dali pod daljnovod, kjer se električna poljska jakost izmenično spreminja; da se kot vektor obrne 100-krat v sekundi k tlom in od tal. Na telesih bi se izmenično influirali nasprotni naboji, ki bi prehajali skozi svetilko in ta bi gorela. Kdo pa tukaj zagotavlja gorenje? Energija vode, padajoča na lopatice turbine generatorja, se je prelila v energijo polja, prispela po daljnovodnem sistemu, vstopila v svetilko in se prelevila v svetlobo.

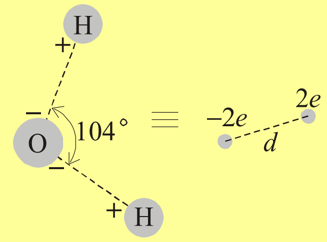
§ 14. Dielektrik in električno polje

Če so prevodne snovi za elektrotehniko pomembne, potem niso skorajda nič manj *izolacijske* in *dielektrične snovi*. Žica je polakirana ali odeta z plastiko, med sloje ovojev tuljav je vstavljen papir. Izolanti varujejo ljudi pred dotiki s kovinskimi deli električnih naprav, preprečujejo neljube *kratke stike* in drugo. Plasti dielektrikov izboljšajo določene električne lastnosti kondenzatorjev. Z izmeničnim električnim poljem se dá dielektrične snovi segrevati in variti itn. Čeravno besedi izolant ali dielektrik označujeta velikokrat isto zvrst snovi, je druga širšega pomena, saj zajema tudi snovi, ki niso nujno izolacijske (voda je na primer dielektrik, ni pa izolant). Dielektrikom in izolantom je skupno to, da se v električnem polju *polarizirajo*. Pojav je drugačen od influenčnega in ga moremo pojasniti na način, pri katerem se opiramo na *električne dipole*, ki v teh snoveh že so, ali pa se (ob prisotnosti električnega polja) v njih šele *inducirajo*.

Električni dipol. Razumemo ga kot par točkastih nabojev Q in $-Q$, ki sta si zelo blizu, na oddaljenosti d (slika 14-1). Primer! Iz kemije poznamo *polarne molekule*.[1] Značilen predstavnik je molekula vode, v kateri je par vodikovih atomov povezan v atom kisika s *kovalentno vezjo*. Nje atomi ležejo v ogljiščih enakokrakega trikotnika tako, da oklepata kraka O-H kot 104 ° (slika 14-2). Atoma vodika težita sprejeti elektrona, kisikov pa dva manjkajoča elektrona. Moč slednjega je večja, zato pritegne vodikova elektrona bolj k sebi. Težišče negativnih nabojev molekule se prevesi na stran kisika, težišče pozitivnih pa na stran vodikov. Naboje molekule vode moremo torej modelirati z dipolom. Polarno molekulo imenujemo stalni oziroma *permanentni* dipol; more pa kak delec imeti dipolski značaj še iz drugačnega razloga, vendar o tem še kasneje.

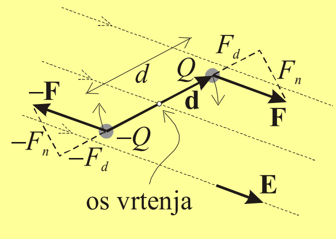


Slika 14-1. Električni dipol tvorita nasprotno naelektrena delca.



Slika 14-2. Atomi v molekuli vode in njim pripadajoč modelni dipol.

Dipol in električno polje. Dipol naj se nahaja v električnem polju. Naboja $\pm Q$ ($Q > 0$), ki sta vsaksebi na neznatni oddaljenosti d, se znajdeta v lokalno homogenem polju, ki ima na primer tam jakost $\mathbf{E}$. Na njiu delujeta nasprotni električni sili $\mathbf{F}_e = Q\mathbf{E} = \mathbf{F}$ in $-\mathbf{F}$ oziroma *dvojica sil* (slika 14-3).[2] Par sil teži naboja premakniti; vsakega v svojo smer. Pri oddaljenosti d med nabojema sta projekciji $\pm F_d$ sil brez pravega učinka, medtem ko zmoreta projekciji $\pm F_n$ sil dipol zavrteti okoli osi tako, da se naboj Q pomakne v smer polja $\mathbf{E}$, naboj $-Q$ pa v nasprotno smer. Za učinkovit zasuk dipola je očitno pomemben kót med distančnim vektorjem $\mathbf{d}$ in vektorjem sile $\mathbf{F}$, ki določa iznosa za vrtenje koristnih projekcij $\pm F_n$. Da bi mogli ovrednotiti jakost zasuka, moramo nekaj pozornosti nameniti *navoru*, ki je še toliko bolj aktualen v fiziki in mehaniki: pri delovanju sile na ročici.

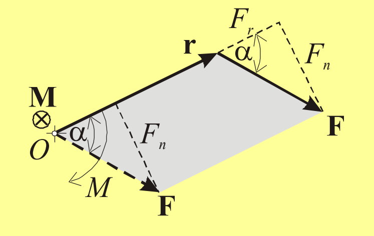


Slika 14-3. Na dipol deluje dvojica sil, ki ga teži zaokreniti.

Navor sile. Navor je fizikalna količina, ki govori o jakosti zasuka ali vrtenja. Tega (ali to) sproži in vzdržuje sila, delujoča na ročici, ki togo spaja vrtišče in prijemališče sile. Verjetno poznamo kar nekaj primerov! Vijak zavijačimo s ključem, ki s svojo ročko ponuja oprijem sili. Z debelejšim ročajem izvijača lažje odvijemo vijak. Z ročko vrtimo boben vretena. Za dvig ali spust težkih bremen uporabljamo škripčevje. Otroci se igraje poganjajo na gugalni deski. Izkušnje nas učijo, da je za učinkovit zasuk pomembnih več reči: jakost sile, dolžina ročice, ki povezuje prijemališče sile in vrtišče oziroma os vrtenja, pa

[1] Ogljikov dioksid (CO_2) je primer *nepolarne* molekule. Pri njej sta atoma kisika v opoziciji glede na atom ogljika, zato sta težišči pozitivnih in negativnih nabojev molekule v isti točki.
[2] Absolutni vrednosti sil na naboja dipola v resnici nista povsem enaki (nehomogenost polja), zato obstaja neka majhna rezultančna sila, ki (v nehomogenem polju) vleče dipol v območje absolutno močnejšega polja. Pojav imenujemo *dielektroforeza*.

tudi kot med smerjo ročice in smerjo sile. Če sili ponudimo daljšo ročico, bo njen učinek večji; na nespremenjeni ročici bo večja sila učinkovitejša; če bo sila pravokotna na ročico, bo njen učinek največji, sicer bo ustrezno manjši.



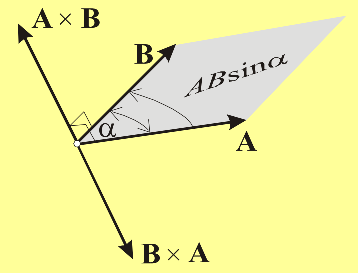
Slika 14-4. Prijemališče sile **F** je na konici ročice **r**.

Skicirajmo si vrtišče s togo ročico dolžine r, ki ji pripada vektor **r**, $r = |\mathbf{r}|$, na koncu nje pa vektor sile **F**, ki zmore sprožiti zasuk v desno okoli osi oziroma vrtišča O (slika 14-4). Ročična projekcija F_r sile **F** (na ročico) k zasuku nič ne pripomore; za zasuk je ključna le na ročico *pravokotna* oziroma *normalna projekcija* F_n sile **F**, ki jo določa sinus kota α: $F_n = F \sin \alpha$. Navor M sile **F** v desno okoli osi (pri nasprotni sili v levo okoli osi) je definiran z zmnožkom dolžine ročice in normalne projekcije sile na ročico:

enota navora je N·m

$$\boxed{M = rF_n = rF \sin \alpha.}$$

Navor je očitno sorazmeren površini romboida, ki ga določata vektor ročice **r** in vektor sile **F** v svojem merilu; če je r osnovnica lika, je F_n njegova višina. Ob navoru sile pa dolgujemo še nekaj! Izrekli smo namreč, da je količina M navor sile v desno okoli vrtišča. Če bi bil v vrtišču desnonavojni vijak, bi se ta zaradi njega pomikal v list papirja, levonavojni pa iz njega. Da bi bil navor sile tudi v tem pogledu enoumno opredeljen, je sprejeto povsem enoveljavno pravilo, imenovano tudi *desno pravilo*. To pravilo priredi količini M navorni vektor **M** na takle način: 1) smer navornega vektorja **M** določa pravokotnica na vektorja **r** in **F**, 2) usmerjenost *aksialni pomik desnonavojnega vijaka*, 3) absolutno vrednost navora pa enačba $M = rF \sin\alpha$, v kateri je kot α tisti kót med **r** in **F**, ki je manjši od 180 °.

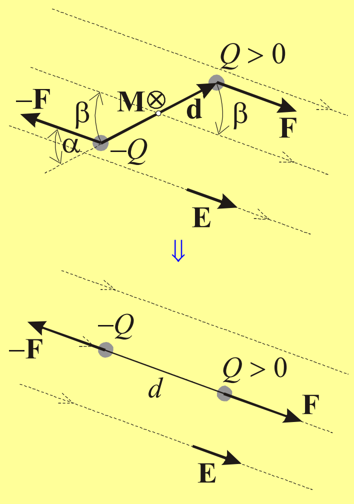


Slika 14-5. Vektorski produkt dveh vektorjev je vektor, ki je pravokoten na oba vektorja.

Vektorski produkt. Vprašanje navora sile **F** na ročici **r** okoli vrtišča nas je seznanilo s posebnim množenjem dveh vektorjev, ki se izraža spet kot vektor. Takšno množenje ali takšen produkt imenujemo *vektorski produkt*; zapišemo ga takole:

$$\boxed{\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}.}$$

Nista pa samo vektorja ročice in sile takšna, da ima njun vektorski zmnožek kak pomen; to moreta biti tudi vektorja **A** in **B**, ki določata vektor **A** × **B**, in ima pri tem vsak od njih svoj fizikalni pomen (slika 14-5). Da bi bili nazorni, jih predstavimo v perspektivi. Absolutno vrednost |**A** × **B**| vektorja **A** × **B** da izraz $AB \sin\alpha$, njegovo smernost pa desno pravilo in pravokotnica na vektorja **A** in **B**, in sicer: če zavrtimo prvi vektor po najkrajšem loku v drug vektor, dobimo, glede na smernost osnega pomika desnega vijaka, smernost vektorja **A** × **B**. Vektorski produkt ima naslednje lastnosti: i) če je vrstni red faktorjev zamenjan, je **B** × **A** = – **A** × **B**, ii) če sta vektorja vzporedna (da je **A** ∥ **B**), je njun vektorski zmnožek enak vektorju **0**, iii) za vektorski produkt vektorja z vsoto dveh drugih velja enačba **A** × (**B** + **C**) = **A** × **B** + **A** × **C**.[3]



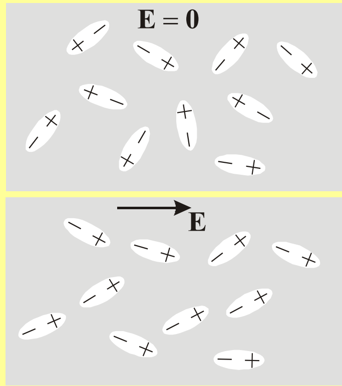
Slika 14-6. Navor dvojice sil dipol obrne in ga postavi v stabilno lego.

Navor na električni dipol. S to splošno razlago se vrnimo k navoru dvojice sil na dipol, ko se ta nahaja v električnem polju (slika 14-6). Na delu sta dva enaka navora sil ±**F** = ±Q**E** na ročicah ±**d** / 2. Celoten navor M v desno okoli težišča dipola je

$$\boxed{M = dF \sin \alpha = dQE \sin \alpha,}$$

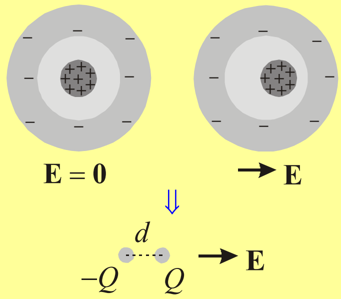
[3] Kadar so podane komponente vektorjev, je produktni vektor določen takole:
$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_x, A_y, A_z) \times (B_x, B_y, B_z) = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$.

kot vektor pa je usmerjen v list papirja. Če imamo v mislih polarno molekulo vode, potem se bo ta pod vplivom navora obrnila v desno za kót β. Naboja Q in $-Q$ se bosta pomaknila po krožnih lokih polmera $d / 2$ in zaključila gibanje v *stabilni legi* (njej obratna je *labilna lega*). V takšnem primeru rečemo, da se je dipol usmeril oziroma orientiral, sama polarna molekula pa *polarizirala*.



Slika 14-7. V odsotnosti polja so usmeritve dipolov naključne, v polju pa se v poprečju okrenejo vzdolž jakosti **E**.

Dipolska polarizacija. Brž ko je v električnem polju snov, ki jo napolnjuje gosta množica polarnih molekul, kot so to voda, alkohol in še nekatere druge snovi, prihaja zaradi navorov na molekule do njihovega obračanja. Up, da se bodo kar vse in v celoti obrnile v smer polja, ni osnovan. Zakaj? Molekule so v takih snoveh podvržene tudi termičnemu gibanju (naključnemu obračanju), zato se v električnem polju orientirajo ene bolj, druge pač manj. Usmerjenost molekul oziroma stopnjo polarizacije snovi je treba razumeti v poprečnem ali makroskopskem v smislu. Je pa gotovo res, da bo pri večji poljski jakosti ta stopnja orientiranosti večja (slika 14-7). Kaj ko bi takšne molekule izpostavili harmonični poljski jakosti? Molekule bi se obračale; ravnale bi se po trenutni orientaciji polja.[4]



Slika 14-8. Težišči nasprotnih nabojev atoma izolanta se v prisotnosti polja **E** izmakneta: »rodi« se električni dipol.

Elektronska polarizacija.[5] V večini izolacijskih in dielektričnih snovi, kot so olje, papir, guma, plastika, steklo, keramika in druge, srečujemo drugačen način polarizacije. V njih dipolskih delcev sicer ni, se pa zato ob vnosu teh v polje v njih dipoli inducirajo. Kako? Vrniti se moramo k prostorski predstavi atoma s protoni in nevtroni v jedru in koncentričnim omotom elektronov. Ko atom ni izpostavljen električnemu polju, je težišče omota v centru jedra, kjer je tudi težišče protonov, brž ko pa je atom podvržen polju, se omot pomakne rahlo nasproti polju **E**, z njim pa tudi njegovo težišče (slike 14-8). »Atomu se zgodi dipol!« Tak atom ima težišče negativnih nabojev na strani, od kjer je polje usmerjeno, težišče pozitivnih nabojev pa na nasprotni strani. Induciran dipol je vzporeden s smerjo vektorja električne poljske jakosti. Če je jakost polja večja, je večji tudi razmik težišč. V primeru, da bi se električno polje **E** izmenično spreminjalo, bi elektronski omot nihal okrog srednje lege.

♣♣♣

Električni dipolski moment. Razmaku d med nabojema dipola priredimo distančni vektor **d**, ki je po dogovoru usmerjen od naboja $-Q$ k naboju Q. Električnemu dipolu pripišemo *električni dipolski moment* **p**, ki je definiran s produktom elektrine Q in distančnega vektorja **d**:[6]

$\mathbf{p} = Q\mathbf{d}$, enota je C.m.

Vektor navora na dipol. Na naboja dipola delujeta sili $\pm\mathbf{F} = \pm Q\mathbf{E}$ na ročicah $\mathbf{d} / 2$ in $-\mathbf{d} / 2$. Celoten navor **M** na dipol je vsota navorov, ki ju opredeljuje vektorski produkt ročic in sil, $(\mathbf{d} / 2) \times \mathbf{F} + (-\mathbf{d} / 2) \times (-\mathbf{F}) = \mathbf{d} \times \mathbf{F} = \mathbf{d} \times Q\mathbf{E} = Q\mathbf{d} \times \mathbf{E}$, kar da:

$\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$.

Navor na dipol se izraža z vektorskim produktom vektorjev dipolskega momenta in jakosti električnega polja.

[4] To se izkorišča v mikrovalovnih pečicah, v katerih hitro spreminjajoče električno polje (frekvence 2,4 GHz) obrača molekule vode v živilu. Zaradi njihovega sukanja prihaja do medsebojnih trkov in sproščanja toplote. Dielektrično segrevanje se izkorišča tudi v industriji varjenja plastičnih mas.

[5] Obstaja še ionska polarizacija. Ta je značilna za kristale, za snovi z ionsko vezjo, na primer natrijeva sol (NaCl). V električnemu polju se pomaknejo kationi Na^+ rahlo v smer polja, anioni Cl^- pa v nasprotni smeri; v kristalni mreži se inducirajo električni dipoli.

[6] Absolutna vrednost dipolskega momenta molekule vode je približno $6{,}14 \cdot 10^{-30}$ C.m; vektor dipolskega momenta razpolavlja kot med krakoma in je usmerjen stran od kisikovega atoma.

Vektor polarizacije. *Vektor polarizacije* $\mathbf{P}$ je definiran kot prostorninska gostota električnega dipolskega momenta. Zamislimo si majhen kvader z osnovno ploskvico ΔS in višino Δl, v katerem je (kljub majhnosti) še vedno veliko polariziranih atomov ali molekul. Če bi sešteli njihove dipolske momente in dobili vektor $\Delta\mathbf{p}$, bi bil vektor polarizacije preprosto kar:

$$\mathbf{P} = \frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta S \Delta l}, \text{ enota je } \mathrm{C/m^2}.$$

Električna susceptibilnost. Pri obeh načinih polarizacije dielektrikov smo omenili, da je stopnja polariziranja večja, če je polje močnejše. S pomočjo meritev se izkaže, da je vektor polarizacije $\mathbf{P}$ pri večini dielektrikov sorazmeren poljski jakosti $\mathbf{E}$.[7] To lastnost povzema preprosta enačba:

$$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E}.$$

Konstanta χ_e se imenuje *električna susceptibilnost*.[8] Dielektrična konstanta vakuuma je tu zato, da enačbo dimenzijsko uredi. Okvirne vrednosti susceptibilnosti izolantov in dielektrikov so do deset; vidnejša izjema je voda, ki ima susceptibilnost približno osemdeset, določene specialne snovi pa jo imajo tudi nekaj tisoč.

[7] Izjema so anizotropni kristali; ti se v različnih kristalovih oseh različno polarizacijo.
[8] Za susceptibilnost se uporablja tudi soznačnica *polarizabilnost*.

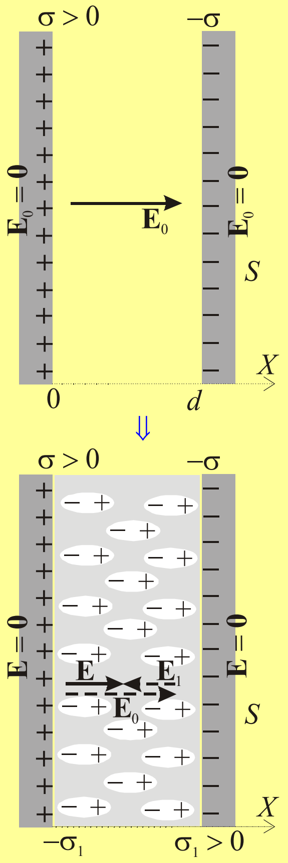
§ 15. Gostota električnega pretoka

Spoznali bomo novo količino električnega polja, vektor gostote električnega pretoka. Ta ima svojo vlogo v izolantih oziroma dielektrikih, vsebinsko pa se navezuje na strukturo prostih oziroma presežnih nabojev v prevodnikih.

Dielektrik v električnem polju. Prevodni plošči ploščnega kondenzatorja s površino S in medsebojnim razmakom d naj sta naelektreni z nabojema $Q > 0$ in $-Q$ (slika 15-1). Med ploščama bo vektor poljske jakosti $\mathbf{E}_0$ usmerjen v desno: $E_{0x} = Q / S\varepsilon_0 = \sigma / \varepsilon_0$; poimenujmo ga primarno polje. Prosta naboja plošč bosta ob notranjih stenah; v in izza njiju bo poljska jakost $\mathbf{E}_0$ enaka nič. Vstavimo nato med plošči dielektrični listič enake debeline kot je razmak med njima. Listič se bo polariziral! Negativni vezani naboji v njem se bodo pomaknili rahlo v levo, v nasprotni smeri primarnega polja; inducirali se bodo električni dipoli. Ob levi steni lističa se bo pojavil določen presežek negativnih vezanih nabojev, ob desni pa enak višek pozitivnih, z gostotama $\pm\sigma_1$. Oblogi vezanih nabojev generirata tudi lastno električno polje: izven lističa je njuno polje $\mathbf{E}_1$ nično, v njem pa je usmerjeno v levo, $E_{1x} = -\sigma_1 / \varepsilon_0$. Komponento x nove jakosti $\mathbf{E}$ v lističu določa sedaj vsota obeh prejšnjih,

$$E_x = E_{0x} + E_{1x} = \sigma / \varepsilon_0 - \sigma_1 / \varepsilon_0 = (\sigma - \sigma_1) / \varepsilon_0,$$

ki pa je očitno manjša od prvotne jakosti. Zaradi tega se v enaki meri zmanjša tudi napetost med ploščama: od vrednosti $U_0 = E_{0x} d$ na vrednost $U = E_x d$.



Slika 15-1. Električna poljska jakost $\mathbf{E}_0$ pred vnosom lističa in električno polje $\mathbf{E}$ kasneje.

Relativna dielektričnost in dielektričnost snovi. Zmanjšanje jakosti polja je odvisno od stopnje polarizacije oziroma od vrste dielektrika. Kvocient med staro in novo poljsko jakostjo je dielektrikova *relativna dielektričnost* ε_r:

$$\boxed{\varepsilon_r = E_x / E_{0x}.}$$

Relativno dielektričnost izolantov oziroma dielektrikov se določa empirično, z meritvijo (preglednica 15-1). Iz razpredelnice je moč razbrati: 1) zrak se v električnem polju skorajda ne polarizira, 2) tipični izolanti dosežejo relativno dielektričnost do nekako deset, 3) izstopajo tekočine s polarnimi molekulami in 4) posebni izolanti imajo izrazito visoko relativno dielektričnost. Oprimo se na relativno dielektričnost in izrazimo ploskovno gostoto vezanih nabojev:

$$E_x = (\sigma - \sigma_1) / \varepsilon_0 = E_{0x} / \varepsilon_r = \sigma / \varepsilon_r \varepsilon_0 \;\Rightarrow\; \sigma_1 = (\varepsilon_r - 1)\sigma / \varepsilon_r \Rightarrow \sigma_1 < \sigma.$$

Razmerje razkriva, da je gostota vezanih nabojev ob stenah lističa manjša od gostote prostih nabojev v prevodnih ploščah. Iz preproste relacije med staro in novo jakostjo med ploščama kondenzatorja izhaja še ena zveza:

$$E_x = E_{0x} / \varepsilon_r = \sigma / \varepsilon_r \varepsilon_0 \;\Rightarrow\; \varepsilon_0 E_{0x} = \varepsilon_r \varepsilon_0 E_x.$$

snov	ε_r
vakuum	1
zrak	1,0006
papir	2 – 2,5
polietilen	2,2
olje	2 – 5
guma	3
porcelan	5,7
steklo	5 do 10
sljuda	6
alkohol	15 – 30
glicerin	56,2
destilirana voda	81,1
barijev titanat	1200

Preglednica 15-1. Relativne dielektričnosti dielektrikov.

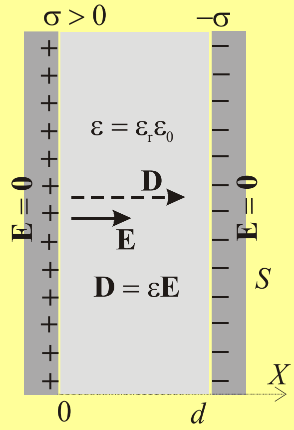
Iz nje je razvidno, da je poljska jakost v dielektriku obratnosorazmerna z $\varepsilon_r\varepsilon_0$. Če dielektrik ni polarizabilen, je ta faktor enak dielektričnosti (ε_0) praznega prostora oziroma vakuuma, sicer pa je ε_r-kratnik dielektričnosti vakuuma. Tu se ponuja prilika, da dielektrični snovi priredimo njej lastno *dielektričnost* na tale način:

$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0.}$$

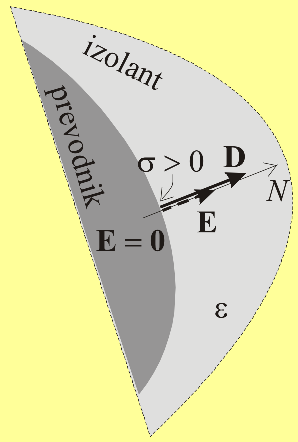
enota absolutne dielektričnosti je enaka enoti dielektričnosti vakuuma

Vektor gostote električnega pretoka. Nespremenljivost zmnožka absolutne dielektričnosti in poljske jakosti (tako pred kot po vnosu izolacijskega lističa v kondenzator) nagovarja, da bi njega sprejeli za, k poljski jakosti, pridruženo količino električnega polja. Ta količina ima v splošnem vektorski značaj in jo

enota gostote električnega pretoka je:
$$\frac{\mathrm{A\cdot s}}{\mathrm{V\cdot m}}\cdot\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}=\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m^2}}$$



Slika 15-2. Vektorja električnega polja v izolantu.



Slika 15-3. Izsek površine prevodnega telesa, ki je obdan z izolantom dielektričnosti ε.

Normalna komponenta vektorja gostote električnega pretoka tik ob površini prevodnega telesa je enaka gostoti ploskovno porazdeljene proste elektrine na tistem mestu.

imenujemo *vektor gostote električnega pretoka* **D**; v dielektrikih ga določa zmnožek dielektričnosti $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$ dielektrične snovi in vektorja poljske jakosti **E** v njej:

$$\boxed{\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}\Rightarrow(D_x,\,D_y,\,D_z)=\varepsilon(E_x,\,E_y,\,E_z)\Rightarrow D_x=\varepsilon E_x,\,D_y=\varepsilon E_y,\,D_z=\varepsilon E_z.}$$

Če se vrnemo s tem spet k ploščnemu kondenzatorju, v katerem je električno polje usmerjeno vzdolž osi X, dobimo pomenljivo zvezo (slika 15-2):

$$D_x=\varepsilon E_x=\varepsilon_r\varepsilon_0 E_x\Rightarrow D_x=\sigma,$$

da je komponenta D_x vektorja gostote električnega pretoka **D** številsko enaka gostoti ploskovno porazdeljenega prostega naboja na plošči, vstran od katere je usmerjen vektor električne poljske jakosti.

Gostota električnega pretoka tik ob prevodniku. Spomnimo se podobnega naslova: poljska jakost tik ob površini prevodnika. Ugotovili smo! Normalna komponenta E_n poljske jakosti tik ob prevodniku, ki ga je takrat obkrožal še prazen prostor dielektričnosti ε_0, je bila: $E_n = \sigma / \varepsilon_0$. Torej, če bo imel izolant ob naelektrenem prevodniku relativno dielektričnost ε_r, bo jakost električnega polja v izolantu, tik ob prevodniku, zmanjšana za faktor ε_r, kar pomeni, da bo takrat $E_n = \sigma / \varepsilon_r\varepsilon_0$ (slika 15-3). Vektorju jakosti v izolantu se sedaj pridružuje še vektor gostote pretoka, $\mathbf{D} = \varepsilon_r\varepsilon_0\mathbf{E}$, katerega normalno komponento D_n tik ob prevodniku določa produkt dielektričnosti izolanta in jakosti polja,

$$\boxed{D_n=\varepsilon_r\varepsilon_0 E_n=\varepsilon E_n=\sigma.}$$

To kar smo ugotovili pri polju ploščnega kondenzatorja, velja tudi nasploh: normalna komponenta vektorja gostote električnega pretoka tik ob površini prevodnega telesa je enaka gostoti ploskovno porazdeljene proste elektrine na tistem mestu.

Vloga izolantov v električnem polju. Odnosi med poljsko jakostjo, gostoto električnega pretoka, gostoto ploskovno porazdeljenega prostega naboja na površinah prevodnikov in dielektričnostjo izolantov ob njih kažejo na možno vlogo izolantov v električnem polju. Pri danih nabojih na prevodnih telesih ti s svojimi faktorji relativne dielektričnosti zmanjšujejo poljsko jakost na tistih kočljivih mestih, kjer bi sicer, brez njih, moglo priti do ionizacije zraka in do neljubega preboja ter prisilne razelektritve prevodnega telesa; to pa zadeva že novo temo o izolantih.

Prebojna trdnost. Pri izolantih je poleg dielektričnosti iskana tudi *prebojna trdnost*; ta številsko ustreza absolutno najmanjši ali mejni vrednosti poljske jakosti, pri kateri pride do plazovite ionizacije, ki v izolantu zgradi prevoden kanal, skozi katerega se naelektreno telo razelektri; rečemo tudi, da je izolant *prebil*. Zrak ima prebojno jakost pri 2,9 MV/m (pri večji vlažnosti je ta meja nižja), papir in guma imata to jakost pri nekako 10 MV/m, transformatorsko olje pri 15 MV/m, porcelan pri 20 MV/m in polivinilkloridi pri 50 MV/m.

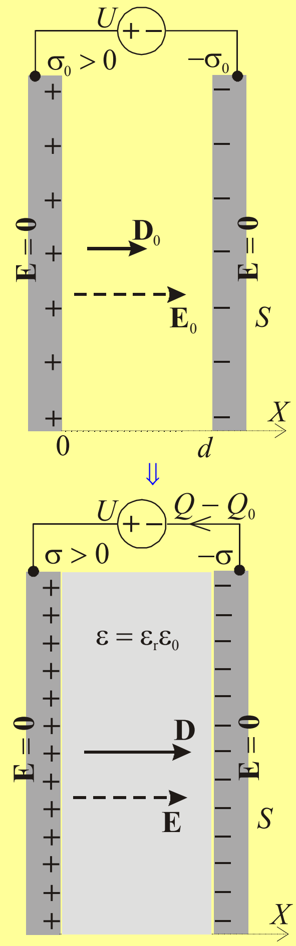
Ploščni kondenzator s stalno kontaktiranim napetostnim virom. Primer ploščnega kondenzatorja moremo zastaviti tudi drugače, in sicer, da plošči kondenzatorja priključimo na vir stalne napetosti U. Pozitivno sponko vira kontaktiramo na levo ploščo, negativno pa na desno ploščo. V začetku naj bo kondenzator brez dielektričnega lističa (slika 15-4). Kratkotrajni tok, pretok naboja skozi vir, bo plošči naelektril z nabojema $\pm Q_0$ (z gostotama $\pm\sigma_0$). Med ploščama bosta poljska jakost in gostota pretoka določena z enačbama:

$E_{0x} = U/d = \sigma_0/\varepsilon_0$ in $D_{0x} = \varepsilon_0 E_{0x} = \varepsilon_0 U/d = \sigma_0$.

Nato vstavimo med plošči dielektrični listič relativne dielektričnosti ε_r. Nova poljska jakost bo ostala enaka stari, saj je vir še vedno priključen: $E_x = U / d$. Če je tako, potem se bo moral nujno spremeniti vektor gostote pretoka, kajti:

$E_x = E_{0x} = U/d$ in $D_x = \varepsilon_r \varepsilon_0 E_x = \varepsilon_r \varepsilon_0 U/d = \varepsilon_r \sigma_0 = \sigma > \sigma_0$.

Dielektrik se ponovno polarizira, saj se nahaja v električnem polju. Ker pa sé, težijo polarizirani naboji poljsko jakost zmanjšati. Ta se pač ne more, saj jo določata napetost in razmak med ploščama, ki ostajata nespremenjena, zato se mora povečati gostota prostega naboja na ploščah, da bo enaka $\pm\sigma$. Kaj se je zgodilo? Spremenil se je naboj na ploščah. Vir je bil »primoran« potisniti še dodaten naboj $Q - Q_0 = (\sigma - \sigma_0)S$ od ene k drugi plošči in opraviti delo, ki je enako produktu skozi vir potisnjenega naboja in napetosti, $(Q - Q_0)U$.



Slika 15-4. Električna poljska jakost $\mathbf{E}_0$ pred vnosom lističa in električno polje $\mathbf{E}$ kasneje.

Primerjava naelektrenega kondenzatorja brez vira in kondenzatorja s stalno priključenim virom je očitna. Ko je bil ploščni kondenzator zgolj naelektren in več nikamor priključen, sta se pri vnosu lističa ohranjala gostota naboja in gostota pretoka, spremenila pa sta se električna poljska jakost in medploščna napetost; ko pa je med plošči kontaktiran vir stalne napetosti, sta se pri vnosu lističa ohranila jakost polja in napetost, spremenila pa sta se gostota pretoka in naboj na ploščah.

Zgled 15-1. Do tu smo imeli opraviti s ploščnim kondenzatorjem in lističem, ki je v celoti zapolnil prostor med ploščama. »Manjka« nam zgled, pri katerem bo listič tanjši, da bo do druge plošče še nekaj zračne špranje. Imejmo naelektren ploščni kondenzator z nabojema $\pm Q$, površino plošč S in razmakom d. Tik ob levi plošči naj se nahaja dielektrični listič debeline d_1 z relativno dielektričnostjo ε_r; preostala špranja (zrak z ε_0) ima širino d_2 (slika 15-5). Odgovorimo na vsa vprašanja o polju med ploščama! ⇒ Listič se bo polariziral. Sloja vezanih nabojev ob stenah lističa bosta generirala poljsko jakost, nasprotno poljski jakosti prostih nabojev v ploščah, zunaj lističa pa bo njuna poljska jakost enaka nič. V lističu in zraku bodo gostoti pretoka in poljski jakosti takšne:

$D_{1x} = Q/S,\ E_{1x} = Q/\varepsilon_r \varepsilon_0 S,\ D_{2x} = Q/S,\ E_{2x} = Q/\varepsilon_0 S \Rightarrow D_{1x} = D_{2x},\ E_{1x} = E_{2x}/\varepsilon_r$.

Kaj opažamo? Gostoti pretoka sta v obeh medijih enaki; jakost v lističu je od one v zraku zmanjšana s faktorjem relativne dielektričnosti ε_r. Napetosti med stenama lističa in med »stenama« zraka sta:

$U_1 = Qd_1/\varepsilon_r \varepsilon_0 S$ in $U_2 = Qd_2/\varepsilon_0 S$.

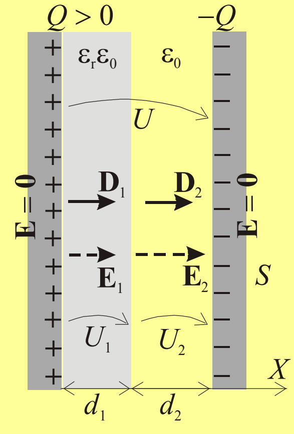
Napetost med levo in desno ploščo je vsota obeh:

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Qd_1}{\varepsilon_r \varepsilon_0 S} + \frac{Qd_2}{\varepsilon_0 S} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_r} + d_2\right) = \frac{Q}{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}\left(d_1 + \varepsilon_r d_2\right).$$

Če je na plošči kontaktiran vir napetosti U, kaže izraziti naboj, napetosti in polja:

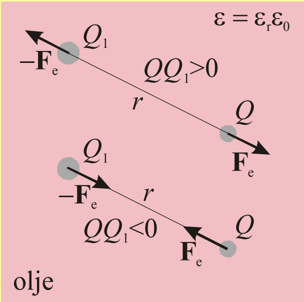
$$Q = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 SU}{(d_1 + \varepsilon_r d_2)},\ U_1 = \frac{d_1}{(d_1 + \varepsilon_r d_2)}U,\ U_2 = \frac{d_2}{(d_1 + \varepsilon_r d_2)}U,$$

$$E_{1x} = \frac{U}{(d_1 + \varepsilon_r d_2)},\ D_{1x} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 U}{(d_1 + \varepsilon_r d_2)},\ E_{2x} = \frac{\varepsilon_r U}{(d_1 + \varepsilon_r d_2)},\ D_{1x} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 U}{(d_1 + \varepsilon_r d_2)}.$$



Slika 15-5. Kondenzator z dielektričnim lističem in zračno špranjo.

Podobnost med vektorjema E in D. Ta sloni na sorazmernosti $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$! V primeru nespremenjene množine prostih nabojev na ploščah kondenzatorja, ko je vmesni prostor zapolnjeval dielektrik, je v izraze za električno poljsko jakost »zašla« relativna dielektričnost na način, da je prejšnjo dielektričnost vakuuma zamenjala dielektričnost dielektrika. Kaj to pomeni? Če se vrnemo v začetne razdelke, ko je bil okoliški prostor med naboji še prazen (ε_0), in bi tega sedaj v celoti zapolnjeval izolant z dielektričnostjo ε, bi imeli izrazi za električno poljsko jakost in potencial ali napetost namesto faktorja ε_0 faktor ε.



Slika 15-6. Absolutna vrednost sil je obratnosorazmerna tudi z relativno dielektričnostjo medija, ki obkroža naboja.

Primer! Če bi naelektreni kroglici z nabojema Q in Q_1 potopili globoko v kad z oljem dielektričnosti ε, bi bila absolutna vrednost električne sile na prvi ali drugi naboj videti takole (slika 15-6):

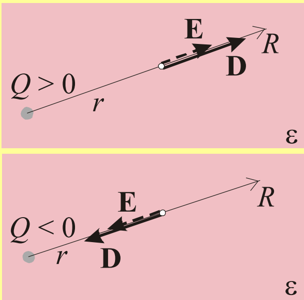
$$|\mathbf{F}_e| = F_e = \frac{|QQ_1|}{4\pi\varepsilon r^2} = \frac{|QQ_1|}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r^2}.$$

Sili med nabojema v oljni kadi sta ε_r-krat zmanjšani glede na sili med tema nabojema v praznem prostoru. Absolutna vrednost električne poljske jakosti naboja Q na mestu naboja Q_1, ki je določena s kvocientom sile in naboja, bi bila:

$$|\mathbf{E}| = E = |\mathbf{F}_e| : |Q_1| = |Q|/4\pi\varepsilon r^2 \Rightarrow |\mathbf{E}| = E = |Q|/4\pi\varepsilon r^2.$$

Od tu dalje bi sledili radialni komponenti E_r in D_r vektorjev poljske jakosti $\mathbf{E}$ in gostote električnega pretoka $\mathbf{D}$:

$$\boxed{E_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \Rightarrow D_r = \frac{Q}{4\pi r^2}.}$$

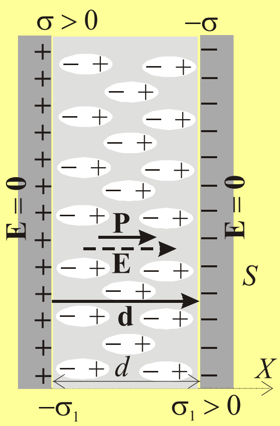


Slika 15-7. Polji **E** in **D** sta si povsem sorodni polji.

Kaj dobivamo? Polji sta povsem enakih lastnosti: upadata obratnosorazmerno s kvadratom oddaljenosti od naboja, usmerjeni pa sta stran od pozitivnega naboja oziroma k negativnemu naboju (slika 15-7). Opažamo tudi, da gostoto električnega pretoka določata le še naboj in oddaljenost točke od njega. Brž ko bi bil dielektrik drugačne dielektričnosti, bi ostala gostota nespremenjena, spremenila pa bi se električna poljska jakost.

Nove in nove primere bi mogli še kar nizati in nizati. Spomniti se moramo le razdelka o električni poljski jakosti gruče nabojev, linijskega naboja na žici in ploskovno porazdeljenega naboja na plošči. Vse tam pridobljene formule za poljsko jakost veljajo tudi za naelektrena telesa v dielektrični snovi, le da dielektričnost vakuuma zamenja dielektričnost dotične snovi.

♣♣♣



Slika 15-8. Vektor polarizacije **P** v dielektriku, ki je v polju **E**.

Definicija vektorja gostote električnega pretoka. Zaradi muhavih polarizacijskih lastnosti nekaterih dielektričnih snovi se izkaže, da je vpeljava gostote električnega pretoka na način, kot smo ga ubrali, za njih nekoliko pretesen okvir. V mislih imamo dielektrične snovi z ionsko vezjo (kristale), za katere je značilna ionska polarizacija, in frekvenčno odvisnost polarizabilnosti dielektrikov, kadar so ti v izmeničnem polju. Prav to slednje je pomembno pri dielektričnih toplotnih izgubah v dielektrikih, pri dielektričnem segrevanju jestvin v mikrovalovnih pečicah in pri visokofrekvenčnem varjenju plastičnih mas.

Izhajajmo iz slike ploščnega kondenzatorja z vstavljenim dielektrikom (slika 15-8). Glede na usmerjenost dipolov je vektor polarizacije **P** v lističu usmerjen v desno. Zaradi homogenosti polja moremo v definiciji tega vektorja za prostornino vzeti kar prostornino lističa; torej:

$$\mathbf{P} = \sigma_1 S\mathbf{d} / Sd \Rightarrow P_x = \sigma_1.$$

Komponenta P_x tega vektorja je očitno enaka kar ploskovni gostoti vezanih nabojev od desni steni lističa. Če vnesemo sedaj to v enačbo za komponento poljske jakosti E_x, dobimo:

$$E_x = (\sigma - \sigma_1)/\varepsilon_0 = (\sigma - P_x)/\varepsilon_0 \Rightarrow \varepsilon_0 E_x + P_x = \sigma.$$

Če bi bil med ploščama nek drugačen dielektrik, bi bili polarizacija P_x in tudi poljska jakost E_x v njem drugačni, vsota $\varepsilon_0 E_x + P_x$ pa bi ostala nespremenjena. To nagovarja, da bi vsoto poimenovali z D_x, ki bo komponenta x čisto novega vektorja **D**, *vektorja gostote električnega pretoka*:

$$D_x = \varepsilon_0 E_x + P_x \Rightarrow D_y = \varepsilon_0 E_y + P_y,\ D_z = \varepsilon_0 E_z + P_z \Rightarrow \mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}.$$

Tu smo pohiteli in napisali enačbi še za ostali koordinatni smeri, da zajamejo splošno električno polje, ter jih združili v eno vektorsko enačbo, ki predstavlja definicijsko enačbo vektorja **D**. Ob njej kaže opozoriti, da v splošnem nikakor ni nujno, da so vsi trije vektorji sploh vzporedni. V kristalnih snoveh so ti v resnici različnih smeri. V izmeničnih električnih poljih tudi ni nujno, da si vrednosti vektorskih količin sledijo, ampak more prihajati med njimi do prehitevanj ali zaostajanj. Poseben primer, ki ni ravno redek, so takoimenovani *linearni* in *izotropni* dielektriki, pri katerih je vektor polarizacije povsem sorazmeren jakosti električne poljske jakosti. Takrat se zveza med vektorji električnega polja zelo poenostavi.

Električna susceptibilnost in dielektričnost. Že pri vrstah polarizacije smo rekli, da je stopnja polariziranja praviloma večja, če je polje močnejše. Meritve izkazujejo, da je pri večini dielektrikov vektor polarizacije **P** sorazmeren poljski jakosti **E**. To lastnost povzema preprosta enačba:

$$\mathbf{P} \propto \mathbf{E} \Rightarrow \mathbf{P} = \chi_{\mathrm{e}} \varepsilon_0 \mathbf{E}.$$

Konstanta χ_{e} se imenuje *električna susceptibilnost*.[1] Dielektrična konstanta vakuuma je tu zato, da enačbo dimenzijsko uredi. Vstopimo s tem v definicijsko enačbo:

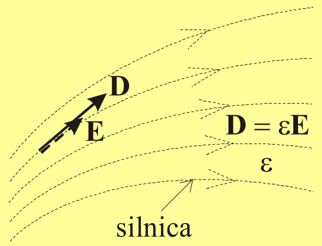
$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \chi_{\mathrm{e}} \varepsilon_0 \mathbf{E} = (1 + \chi_{\mathrm{e}}) \varepsilon_0 \mathbf{E} \Rightarrow (1 + \chi_{\mathrm{e}}) = \varepsilon_{\mathrm{r}} \Rightarrow \mathbf{D} = \varepsilon_{\mathrm{r}} \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}.$$

Enačba poveže vektorja električne poljske jakosti in gostote električnega pretoka v že prej predstavljeno sorazmerno zvezo.

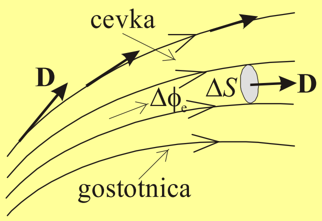
[1] Za susceptibilnost se uporablja tudi sopomenka *polarizabilnost*.

§ 16. Električni pretok

V uvodnem poglavju smo spoznali pretok elektrin oziroma električni tok; pri njem se gibajo nabiti delci, pri novem pretoku pa ni ničesar, kar bi teklo. Kaj je torej na stvari? Takole! Spoznali smo vektor **E**; v prostoru ga upodabljamo z usmerjeno daljico. Če narišemo več njih ali kar silnice, nas te asociirajo na tečenje: kot da bi električno polje izteklo iz pozitivnih in poniralo v negativne naboje. To je seveda le namišljena predstava. Po novem ugotavljamo, da sta si vektorja električne poljske jakosti **E** in gostote električnega pretoka **D** zelo podobna: ujemata se v smernosti, v iznosih pa ju ločuje dielektričnost medija. To nas nagovarja, da bi tudi ob risanju vektorjev gostote pretoka rekli, da nas navajajo na neke vrste pretakanje (slika 16-1). Če bi sliko silnic jakosti **E** na nek način posodili vektorju gostote električnega pretoka **D**, bi prostori med silnicami oblikovali nekakšne *pretočne cevke*, silnice same pa bi tako postale njihove ograje oziroma *gostotnice* električnega polja (slika 16-2).



Slika 16-1. Silnice ponazarjajo polje **E**, morejo pa tudi polje **D**.

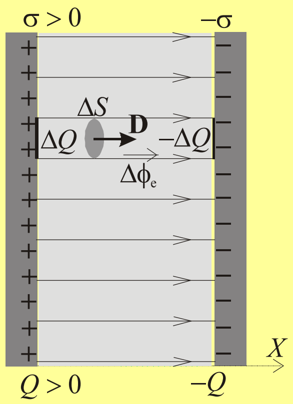


Slika 16-2. V vsaki pretočni cevki je določena množina električnega pretoka.

Električni pretok. Po analogiji z električnim tokom in tokovnicami bi mogli reči, da so tokrat med gostotnice oziroma v pretočne cevke električnega polja ujete določene množine *električnega pretoka* oziroma *električnega fluksa* ϕ_e. Vsaka cevka ima svoj pretok, seštevek delnih pa je celoten električni pretok. Pretok $\Delta\phi_e$ v posamezni cevki zapišemo s produktom preseka cevke ΔS in absolutne vrednosti D gostote **D** na tistem mestu.

Električni pretok v ploščnem kondenzatorju. Predočimo si spet ploščni kondenzator z vmesnim izolantom (slika 16-3). Ko bi silnice, ki se začenjajo ob levi in končujejo ob desni plošči, posodili vektorju **D**, bi dobili pretočne cevke električnega pretoka ϕ_e. Če bo vsaka od njih imela presek ΔS, bo delni električni pretok $\Delta\phi_e$ v njej:

$$\Delta\phi_e = D_x \Delta S = \sigma \Delta S = \Delta Q.$$



Slika 16-3. Cevke električnega pretoka v polju med ploščama.

Dobili smo silno enostaven rezultat: električni pretok $\Delta\phi_e$ v cevki je številsko enak množini prostega naboja na začetku in do predznaka enak tudi množini prostega naboja na koncu cevke. V elektrotehniškem žargonu rečemo: »prosti naboj $\Delta Q > 0$ z ene plošče se skozi pretočno cevko električnega polja naveže na nasprotni naboj $-\Delta Q$«. Ko pretoke cevk med ploščama seštejemo, dobimo celoten električni pretok med ploščama:

$$\boxed{\phi_e = Q.}$$

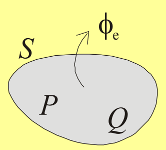
enota električnega pretoka je kulon ali coulomb

Če pri risanju silnic ni posebnega dogovora, je pri pretoku ta, da upodabljamo cevke enakih pretokov.

♣♣♣

Lastnost električnega pretoka. Električni pretok ima izvore v pozitivnih, ponore pa v negativnih prostih nabojih; po vrednosti je pretok enak množini nabojev na začetku pretočnih cevk. Ta lastnost pa je le poseben primer splošnega pretočnega zakona, ki pravi (slika 16-4): električni pretok ϕ_e iz prostora P skozi njegovo sklenjeno ograjo S v zunanjost je enak množini proste elektrine v prostoru P,

$$\phi_{e\,P-S} = Q_{v\,P}.$$

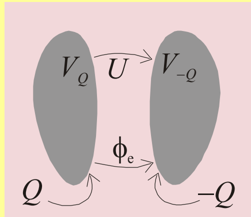


Slika 16-4. Električni pretok iz notranjosti v zunanjost je enak množini prostih nabojev v P.

§ 17. Kapacitivnost

Zamislimo si dve z nabojema $\pm Q$ naelektreni prevodni telesi, ki sta neke vrste posplošitev primera ploščnega kondenzatorja (slika 17-1). Njuni površini sta ekvipotencialni ploskvi s potencialoma V_Q in V_{-Q} in med njima je električna napetost, ki je enaka razliki njunih potencialov, $U = V_Q - V_{-Q}$. Prosta naboja povzročata v prostoru med telesoma električno polje, ki ga opisujeta vektorja $\mathbf{E}$ in $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$, v samih prevodnikih pa je električno polje nično. Brž ko bi bili nasprotni množini nabojev drugačni, bi se sorazmerno temu spremenile tudi vse ostale količine električnega polja: električni pretok, gostota električnega pretoka, poljska jakost in tudi napetost med prevodnima telesoma. Lastnost sorazmernosti ponuja priliko, vpeljati količnik med pretokom in napetostjo; imenujemo ga *kapacitivnost* C sistema dveh prevodnih teles:[1]

$$\boxed{C = \frac{\phi_e}{U} = \frac{Q}{U}.}$$



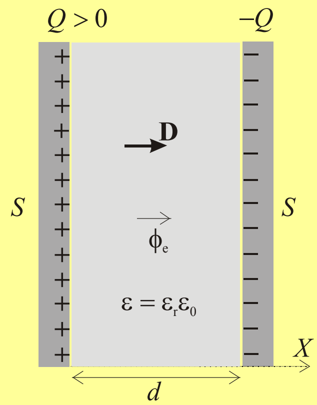
Slika 17-1. Sistem nasprotno naelektrenih teles.

enota kapacitivnosti je farad, F = C/V = A·s/V

Števec je množina električnega naboja na telesu, iz katerega izhaja električni pretok, imenovalec pa je napetost med tem in drugim telesom.

Kapacitivnost ploščnega kondenzatorja. Določimo izraz za kapacitivnost ploščnega kondenzatorja z vmesnim dielektričnim lističem (slika 17-2)! Pri nabojih $\pm Q$ na ploščah bo električni pretok ϕ_e od leve k desni plošči enak Q. Zaradi homogenosti polja med ploščama moremo za prerez pretočne cevke vzeti kar površino S. Komponenta D_x vektorja gostote električnega pretoka $\mathbf{D}$ bo preprosto kar Q / S, iz česar sledijo še ostale zveze:

$$D_x = Q/S \;\Rightarrow\; E_x = D_x/\varepsilon_r\varepsilon_0 = Q/\varepsilon_r\varepsilon_0 S = U/d \;\Rightarrow Q/U = \varepsilon_r\varepsilon_0 S/d.$$



Slika 17-2. Cevke električnega pretoka v polju med ploščama naelektrenega kondenzatorja.

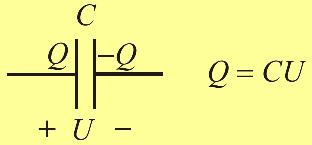
Zadnja je ravno to, kar smo iskali: kapacitivnost C ploščnega kondenzatorja,

$$\boxed{C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon S}{d}.}$$

Kapacitivnost je očitno *snovno-geometrijska lastnost*: premosorazmerna je dielektričnosti in površini plošč ter obratnosorazmerna razmiku med njima.

> **Zgled 17-1.** Enačbo podprimo s številskim primerom. Površini plošč naj sta 1 dm^2, razmak med njima 1 mm in dielektrik bodi relativne dielektričnosti 5:
>
> $$C = \frac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{d} = \frac{5\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\ \mathrm{A\cdot s/(V\cdot m)}\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2}{10^{-3}\ \mathrm{m}} \cong 4{,}43\cdot 10^{-10}\ \mathrm{F} = 443\ \mathrm{pF}.$$
>
> Pri napetosti 1 V med ploščama bosta naboja $\pm Q$ na ploščah enaka ± 443 pC, pri 1000 V pa tisočkrat toliko, torej ± 443 nC.

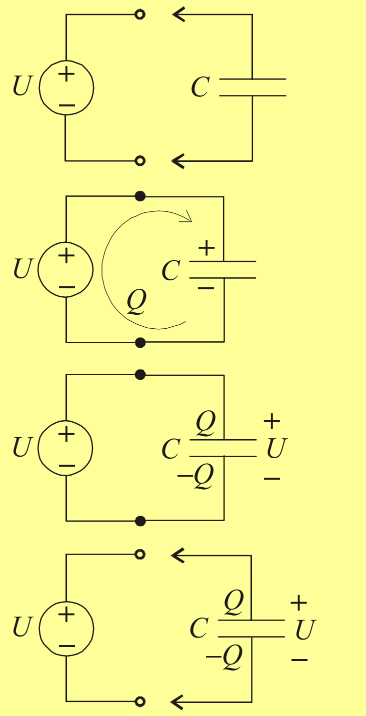
Električni simbol kondenzatorja. Slika dveh vzporednih črt s črticama ob straneh, ki ponazarjajo plošči in priključni žički kondenzatorja, je električni simbol *kondenzatorja* kot *strnjenega* (*koncentriranega*) elementa električnih vezij. Strnjen element torej ni več snovno-geometrijski element, ampak zgolj simbol; v nekem električnem vezju ga v celoti opredelijo oznaki napetosti in nabojev, kapacitivnost in enačba (slika 17-3). Z njim spoznavamo prvega od treh *pasivnih dvopolnih elementov* električnih vezij.[2]



Slika 17-3. Simbol kondenzatorja, oznake kapacitivnosti, napetosti, in nabojev ter enačba kondenzatorja.

[1] Ob razgovoru o energiji električnega polja bo lastnost kapacitivnosti sistema prevodnih teles dobila tudi energijsko vsebino.

[2] V nadaljevanju bomo spoznali še dva pasivna strnjena dvopolna elementa električnih vezij: *upor*, v poglavju o enosmernih vezjih, in *tuljavo* v poglavju o induciranem električnem polju. Tema se bo pridružil še *sklop tuljav* kot *četveropolno* oziroma *dvovhodno vezje*.



Slika 17-4. Po priklopu kondenzatorja na vir se slednji naelektri z nabojema $\pm Q$.

Zgled 17-2. Na zunanjem omotu kondenzatorja kapacitivnosti 100 µF je odtisnjena še napetost 400 V, kar je podatek za njegovo *nazivno* oziroma najvišjo dovoljeno napetost; to poda proizvajalec, pogojena pa je s prebojno trdnostjo izolanta. Koliko elektrine steče od ene k drugi plošči, ko ga priključimo med sponki vira napetosti 300 V (slika 17-4)? ⇒ Račun je kratek:

$Q = CU = 100 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{F} \cdot 300\ \mathrm{V} = 30\ \mathrm{mC}.$

Glede na nazivno napetost 400 V moremo sklepati, da je dovoljena naelektritev kondenzatorja ±40 mC.

Električno povezovanje kondenzatorjev. Dva ali več kondenzatorjev tudi »združujemo«: električno jih povezujemo v *zaporedne* (*serijske*), *vzporedne* (*paralelne*) in *sestavljene vezave*. Na ta način tvorimo vezje kondenzatorjev; rečemo mu *kondenzatorsko* ali *C-vezje*. S povezovanjem njihovih priključkov nastajajo *spojišča* in *zanke* vezja. Na takšna vezja priključujemo tudi vire, ki izvršijo naelektritve kondenzatorjev oziroma prerazporeditve prostih nabojev med ploščami.

Vzporedna vezava kondenzatorjev. Za začetek imejmo tri; zaključke bomo kasneje razširili na vezje z več kondenzatorji. Pri vzporedni vezavi povežemo priključke prvih plošč kondenzatorjev v spojišče A in priključke drugih plošč v spojišče B (slika 17-4); med spojišči zatem priključimo vir z napetostjo U. Kondenzatorji se bodo naelektrili (kot da bi drug za drugega »nič ne vedeli«); prvi z (nasprotnima) nabojema $\pm Q_1 = \pm C_1 U$, drugi z nabojema $\pm Q_2 = \pm C_2 U$ in zadnji z nabojema $\pm Q_3 = \pm C_3 U$. Razmerja med naboji so očitno enaka kar razmerjem med kapacitivnostmi:

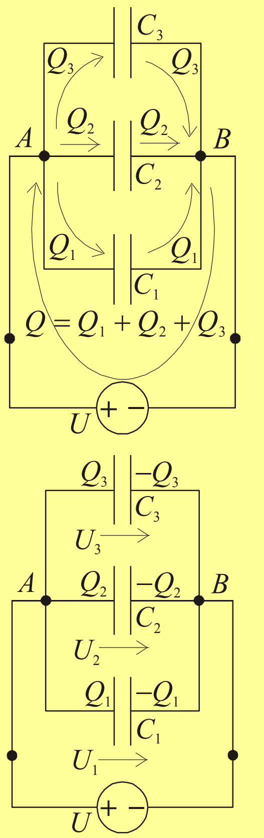
$$U = Q_1 / C_1 = Q_2 / C_2 = Q_3 / C_3 \ \Rightarrow\ Q_1 : Q_2 : Q_3 = C_1 : C_2 : C_3.$$

Hkrati pa tudi vir »ne ve«, koliko je kondenzatorjev. V zelo kratkem procesu elektrenja je vir preselil naboj Q, ki je (po zakonu o ohranitvi elektrine) enak vsoti posameznih nabojev:[3]

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)U \ \Rightarrow\ Q/U = C_1 + C_2 + C_3.$$

Ugotovitev, da se celotni (skozi vir preneseni) naboj Q razdeli na več delnih, je razlog, da vzporedni vezavi kondenzatorjev rečemo tudi *delilnik nabojev*. Zadnji izraz ponuja vpeljavo *nadomestne* (*ekvivalentne*) *kapacitivnosti* $C_{\mathrm{nad.}}$ vzporedno vezanih kondenzatorjev; ta je enaka kapacitivnosti nadomestnega ali ekvivalentnega kondenzatorja, ki bi ga vir napetosti U naelektril z enakim parom nabojev $\pm Q$, $C_{\mathrm{nad.}} = Q / U$. Nadomestna kapacitivnost splošnega niza n vzporedno vezanih kondenzatorjev je potemtakem enaka vsoti kapacitivnosti posameznih kondenzatorjev, kar zapišemo takole:

$$\boxed{C_{\mathrm{nad.}} = \sum_{k=1}^{n} C_k.}$$



Slika 17-5. Po naelektritvi imajo kondenzatorji napetosti $U_k = U$, naboje pa $Q_k = C_k U$.

Zgled 17-3. Kondenzatorji s kapacitivnostmi C_1 = 2 µF, C_2 = 3 µF in C_3 = 5 µF so vezani vzporedno in priključeni na vir neznane napetosti U_x. Poseben instrument, kulon-meter (C-m), izmeri naboj Q_2 = 150 µC, ki je pritekel v prvo ploščo drugega kondenzatorja; prav tolikšen je iz druge plošče tudi odtekel. Vprašanja so: kolikšni so naboji na kondenzatorjih in kolikšna je napetost vira? ⇒ Naboja drugega sta že znana: $\pm Q_2$ = ±150 µC. Od tu sledi napetost $U_x = Q_2 / C_2$ = 50 V in tudi vse ostalo: $Q_1 = C_1 U_x = 100\ \mu\mathrm{C}$, $Q_3 = C_3 U_x = 250\ \mu\mathrm{C}$, $Q = 500\ \mu\mathrm{C}$ in $C = Q / U_x = 10\ \mu\mathrm{F}$.

[3] O časovni dinamiki elektrenja bomo govorili v zadnjem poglavju, tokrat pa se zadovoljimo z analizo razmer v vezju, ki se vzpostavi po končanem procesu elektrenja.

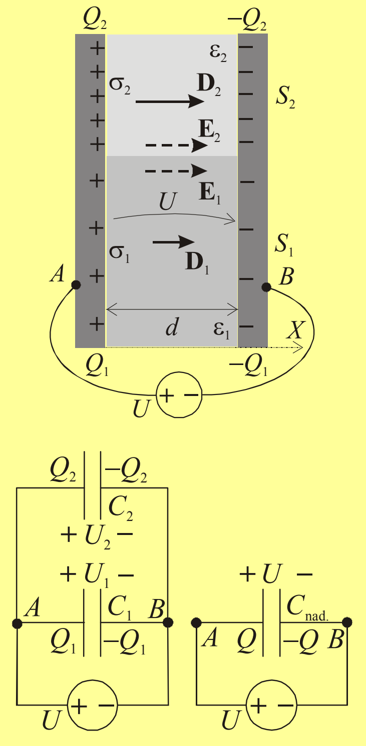
Ploščni kondenzator z »vzporednima« izolantoma. Dva dielektrika naj sta med plošči vstavljena eden vrh drugega; vsak prekrije del površine para plošč (slika 17-6). Ko med plošči priključimo vir napetosti U, sta poljski jakosti v izolantih enaki, različni pa sta gostoti pretokov:

$$E_{x1} = E_{x2} = U/d \;\Rightarrow\; D_{x1} = \varepsilon_1 U/d = \sigma_1 \text{ in } D_{x2} = \varepsilon_2 U/d = \sigma_2.$$

Celoten naboj v eni od plošč (npr. v levi) je enak vsoti delnih nabojev:

$$Q = Q_1 + Q_2 = \sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2 = \left(\varepsilon_1 S_1/d + \varepsilon_2 S_2/d\right)U = (C_1 + C_2)U = C_{\text{nad.}}U.$$

Dobivamo tisto, kar sporoča že slika, in sicer, da je to v resnici primer dveh vzporednih kondenzatorjev, v katerem se njuni delni kapacitivnosti seštejeta v nadomestno kapacitivnost.



Slika 17-6. Izolanta prekrivata vsak svoj del površine plošč; vsakemu delu pritiče delna kapacitivnost, celoti pa nadomestna kapacitivnost.

Zaporedna vezava kondenzatorjev. V verigi naj so le trije kondenzatorji; točke spojišč označimo z A, B, C in D (slika 17-7). Ko med krajni točki A in D priključimo vir napetosti U, izvrši ta prerazporeditev nabojev na ploščah. Le kako!? V kratkem času elektrenja potisne vir od skrajno spodnje k skrajno zgornji plošči naboj Q; na krajnih ploščah verige se pojavita naelektritvi $\pm Q$. In kaj se je med tem dogajalo na vmesnih ploščah? Plošči ob točki B sta eno, plošči ob točki C pa drugo nevtralno telo; za nevtralno telo pa že vemo, da se ob njegovi površini influira naboj, če se znajde v polju. Hkrati z elektritvijo krajnih dveh plošč verige in jačanjem električnega polja naboja teh plošč se dogaja tudi influenca v nevtralnih telesih, in sicer tako, da se prosti elektroni pomikajo k zgornjim ploščam; ti postajata vse bolj negativno, spodnji pa zato vse bolj pozitivno naelektreni. Proces influiranja je zaključen, ko sprejmeta spodnji plošči prvega in drugega kondenzatorja elektrino $-Q$, zgornji plošči drugega in tretjega pa pridobita nasprotno naelektritev Q. Zakaj ravno toliko? Šele takrat, ko bosta plošči vsakega kondenzatorja imeli ravno naboja $\pm Q$, bo električno polje zunaj vseh kondenzatorjev enako nič, in ne bo več razloga, ki bi narekoval kakršnokoli dodatno influenco. Kaj je sklep? Po zaključenem elektrenju bodo naelektritve vseh kondenzatorjev enake, njihove napetosti pa bodo takrat: $U_1 = Q / C_1$, $U_2 = Q / C_2$, $U_3 = Q / C_3$. Razmerja med napetostmi bodo enaka razmerjem med recipročnimi vrednostmi kapacitivnosti:

$$Q = C_1U_1 = C_2U_2 = C_3U_3 \;\Rightarrow\; U_1 : U_2 : U_3 = (1/C_1) : (1/C_2) : (1/C_3).$$

Tu tiči razlog, da imenujemo verigo zaporedno vezanih kondenzatorjev tudi *delilnik napetosti*. Po zančnem Kirchhoffovem zakonu je napetost vira enaka vsoti napetosti kondenzatorjev:

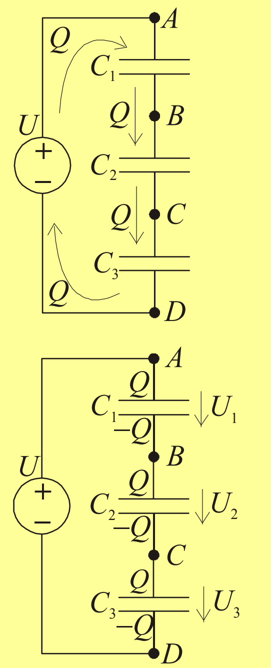
$$U = U_1 + U_2 + U_3 = Q/C_1 + Q/C_2 + Q/C_3 = \left(C_1^{-1} + C_2^{-1} + C_3^{-1}\right)Q.$$

Vir spet »ne ve«, koliko kondenzatorjev je zares v verigi. Preselil je naboj Q, ki je tolikšen, kot če bi verigo nadomeščal ekvivalentni kondenzator, katerega kapacitivnost bi bila enaka nadomestni kapacitivnosti verige, $C_{\text{nad.}} = Q / U$; torej:

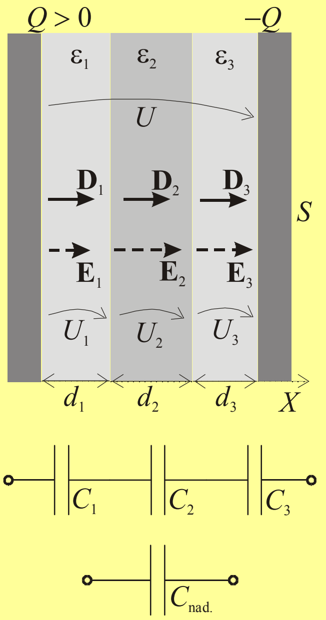
$$C_{\text{nad.}} = Q/U \;\Rightarrow\; 1/C_{\text{nad.}} = U/Q = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3.$$

Od tu sledi formula: recipročna vrednost nadomestne kapacitivnosti več (n) zaporedno vezanih kondenzatorjev je enaka vsoti recipročnih vrednosti vseh kapacitivnosti kondenzatorjev v verigi,

$$\boxed{C_{\text{nad.}}^{-1} = \sum_{k=1}^{n} C_k^{-1}.}$$



Slika 17-7. Po naelektritvi imajo kondenzatorji enake naboje, $Q_k = Q$, njihove napetosti pa so v splošnem različne, $U_k = Q / C_k$.



Slika 17-8. Kondenzator z večslojno izolacijo in njegovi nadomestni vezji.

Zgled 17-4. V zanko povežimo kondenzatorje kapacitivnosti: $C_1 = 2$ μF, $C_2 = 3$ μF in $C_3 = 6$ μF ter vir neznane napetosti U_x. Merilnik napetosti, volt-meter (V-m), izmeri na prvem kondenzatorju napetost 24 V. Določimo napetosti, naboje na kondenzatorjih in potenciale, če je spojišče D na potencialu nič voltov! ⇒ Napetost prvega kondenzatorja že poznamo: $U_1 = 24$ V. Naboj prvega in naboji vseh ostalih bodo enaki: $Q = 24$ V·2 μF = 48 μC. Od tu sledita napetosti: $U_2 = (48/3)$ V = 16 V in $U_3 = (48/6)$ V = 8 V. Napetost vira je enaka vsoti delnih napetosti, $U_x = 48$ V in nadomestna kapacitivnost je $Q\ /\ U_x = 1$ μF. Preverimo slednje še s formulo:

$$\frac{1}{C_{\text{nad.}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)\frac{1}{\mu\text{F}} = \frac{1}{\mu\text{F}} \quad \Rightarrow \quad C_{\text{nad.}} = 1\ \mu\text{F}.$$

Potencial spojišča C je 8 V, spojišča B 24 V in spojišča A 48 V.

Kondenzator z večslojno izolacijo. Soroden primer zasledimo v ploščnem kondenzatorju z večslojno izolacijo; naj ima ta tri plasti (slika 17-8). Vektor gostote pretoka določa naboja $\pm Q$. Električni pretok je skozi vse tri izolante isti, poljske jakosti v njih pa so v splošnem različne:

$$D_{x1} = D_{x2} = D_{x3} = \sigma = Q/S \quad \Rightarrow$$

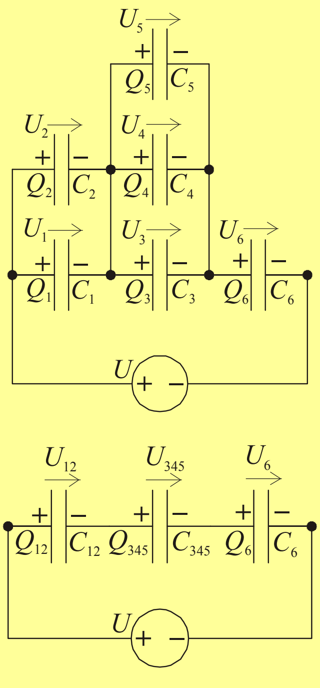
$$E_{x1} = D_{x1}/\varepsilon_1 = Q/\varepsilon_1 S,\ E_{x2} = D_{x2}/\varepsilon_2 = Q/\varepsilon_2 S,\ E_{x3} = D_{x3}/\varepsilon_3 = Q/\varepsilon_3 S.$$

Celotna napetost je enaka vsoti delnih napetosti, kar dá pričakovan rezultat:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = E_{x1}d_1 + E_{x2}d_2 + E_{x3}d_3 = \left(d_1/\varepsilon_1 S + d_2/\varepsilon_2 S + d_3/\varepsilon_3 S\right)Q \Rightarrow$$

$$U/Q = d_1/\varepsilon_1 S + d_2/\varepsilon_2 S + d_3/\varepsilon_3 S = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 = 1/C_{\text{nad.}}.$$

Sestavljena vezava kondenzatorjev. Sestavljena vezava je tista, ki združuje vzporedno in zaporedno vezane kondenzatorje. Izhodišči analize takega vezja sta zakon sklenjene zanke in zakon o ohranitvi elektrine.



Slika 17-9. Kondenzatorsko vezje in njemu prirejeno delno poenostavljeno vezje.

Zgled 17-5. V sestavljeno vezje povežemo šest kondenzatorjev s kapacitivnostmi $C_1 = 1$ nF, $C_2 = 2$ nF, $C_3 = 3$ nF, $C_4 = 4$ nF, $C_5 = 5$ nF in $C_6 = 6$ nF in vir napetosti $U = 14$ V (slika 17-9). Določimo naboje in napetosti kondenzatorjev! ⇒ Najprej združimo prva dva v $C_{12} = 3$ nF, naslednje tri pa v $C_{345} = 12$ nF; zadnji je že sam. Nato jih kot zaporedne združimo v enega:

$$\frac{1}{C_{\text{nad.}}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{345}} + \frac{1}{C_6} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right)\frac{1}{\text{nF}} = \frac{7}{12}\frac{1}{\text{nF}} \quad \Rightarrow \quad C_{\text{nad.}} = \frac{12}{7}\ \text{nF}.$$

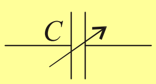
Naboj, ki bo stekel skozi vir, bo: $Q = C_{\text{nad.}}\ U = 24$ nC. Velja: $Q_{12} = Q_{345} = Q_6 = Q$ in $U_1 = U_2 = U_{12}$, ter $U_3 = U_4 = U_5 = U_{345}$. Napetosti in naboji na kondenzatorjih so:

$$U_{12} = Q_{12}/C_{12} = 8\ \text{V},\ U_{345} = Q_{345}/C_{345} = 2\ \text{V},\ U_6 = Q_6/C_6 = 4\ \text{V},$$

$$Q_1 = C_1 U_{12} = 8\ \text{nC},\ Q_2 = C_2 U_{12} = 16\ \text{nC},\ Q_3 = C_3 U_{345} = 6\ \text{nC},$$

$$Q_4 = C_4 U_{345} = 8\ \text{nC},\ Q_5 = C_5 U_{345} = 10\ \text{nC},\ Q_6 = C_6 U_6 = 24\ \text{nC}.$$

Stopenjski in vrtljivi kondenzator. V praksi se pogosto pokaže potreba po kondenzatorju spremenljive kapacitivnosti. Opisani zgledi že ponujajo nekaj možnosti. Ako bi dielektrični listič vlekli iz ali pomikali v kondenzator, bi se njegova kapacitivnost spreminjala. Ta rešitev je možna, vendar ni praktična. Primernejša je kondenzatorska kaskada, pri kateri se s stikali v vzporeden stik vključuje manj ali več kondenzatorjev ustreznih kapacitivnosti. Zanimiv je še vrtljiv kondenzator. Sestavlja ga serija vzporednih prevodnih plošč, pri čemer so lihe med seboj električno povezane, sode pa tudi; ene so negibne, druge pa vrtljive glede na prve. Z vrtenjem slednjih se spreminja površina prekrivanja plošč, s tem pa se spreminja tudi njim pridružena nadomestna kapacitivnost. Električni simbol kondenzatorja spremenljive kapacitivnosti ima k znanemu simbolu dodano še prečno strelico (slika 17-10).



Slika 17-10. Električni simbol kondenzatorja spremenljive kapacitivnosti.

♣♣♣

O kapacitivnosti elektrostatičnih sistemov prevodnih teles. Kondenzator v obliki dveh vzporednih prevodnih plošč je gotovo najenostavnejši in dovolj nazoren, saj je električno polje med njima preprosto homogeno. Brž ko je geometrija teles drugačna, prihaja pri določanju električnega polja in kapacitivnosti do preprek, ki terjajo precej več matematičnega znanja. Koristno je morda poznati zato vsaj nekaj sistemov.

Kapacitivnost simetričnega dvovoda. Če ga oblikujeta dva tanka vodnika polmera a, medosne razdalje d in dolžine l, določa njegovo kapacitivnost izraz:

$$C \cong \frac{\pi \varepsilon_0 l}{\ln(d/a)}.$$

Kapacitivnost sistema nadzemni vodnik - zemlja. Če je raven vodnik dolžine l in polmera a obešen na višini h ($h >> a$), nad zemljo, potem je kapacitivnost sistema določena s tole formulo:

$$C \cong \frac{2\pi \varepsilon_0 l}{\ln\left(2h/a\right)}.$$

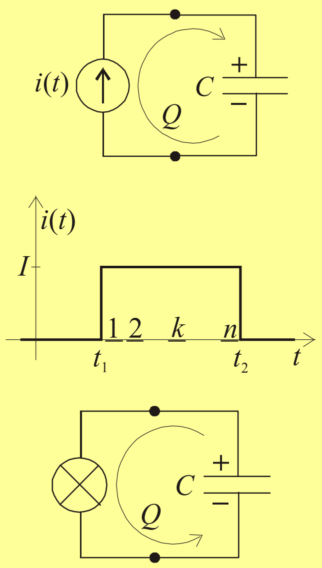
Kapacitivnost koaksialnega kabla. Koaksialni kabel oblikujejo vodnik oziroma žila kabla, vmesni izolant in koncentričen kovinski oklop; njegovo kapacitivnost določa izraz

$$C = \frac{2\pi \varepsilon l}{\ln(b/a)},$$

kjer so: a polmer žile, b notranji polmer oklopa, l dolžina kabla in ε dielektričnost izolanta med žilama.

§ 18. Električna energija

Če je električno polje **E** sposobno nabit delec premikati, pospeševati, dipole obračati, jih inducirati in drugo, potem mora biti v njem nekaj, kar to zmore; in to je verjetno energija! Vprašanj ne manjka, prednjačita pa dve: kolikšna ta je in kje je? Pojdimo po vrsti!



Slika 18-1. Kondenzator v procesu polnjenja in v procesu praznenja.

Imejmo kondenzator kapacitivnosti C in vir, ki ga bo elektril. Bodi to tokovni vir, ki bo imel med zaporednima trenutkoma t_1 in t_2 skozi svoja priključka tok stalne jakosti I.[1] V tem času bo vir kondenzator enakomerno elektril in plošči naelektril z nabojema $\pm Q = \pm(t_2 - t_1)I$ (slika 18-1). Razdelimo čas med t_1 in t_2 na n krajših intervalov! V vsakem od njih bo od spodnje skozi tokovni vir do zgornje plošče stekel vedno enak naboj Q / n. Na koncu prvega (na začetku drugega) intervala bosta na ploščah naboja $\pm Q / n$, napetost med ploščama pa bo dosegla vrednost Q / Cn. Ob začetku k-tega intervala bosta na ploščah že naboja $\pm(k - 1)Q / n$, napetost pa bo imela vrednost $(k - 1)Q / Cn$. Na koncu tega intervala bosta na ploščah naboja $\pm\, kQ / n$ in napetost med njima pa bo dosegla vrednost kQ / Cn. V tem intervalu mora vir za prenos naboja Q / n premagovati električno silo tistih nabojev, ki so že na ploščah; opraviti mora delo, ki ustreza zmnožku naboja in srednje vrednosti napetosti med ploščama kondenzatorja v tem intervalu:

$$\frac{Q}{n}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{(k-1)Q}{Cn}+\frac{kQ}{Cn}\right)=\frac{Q}{n}\cdot\frac{(2k-1)Q}{2Cn}=\frac{(2k-1)}{n^2}\cdot\frac{Q^2}{2C},$$

Celotno delo A_g tokovnega generatorja v času od t_1 in t_2 bo ovrednotila vsota prejšnjih del (ko teče k od vrednosti 1 do n):

$$A_g=\frac{Q^2}{2n^2C}+\frac{3Q^2}{2n^2C}+\cdots+\frac{(2n-1)Q^2}{2n^2C}=\frac{1+3+5+\cdots+2n-3+2n-1}{n^2}\cdot\frac{Q^2}{2C}.$$

V števcu je n lihih zaporednih števil. Vsota prvega in zadnjega je enaka $2n$, vsota drugega in predzadnjega spet toliko in tako naprej. Takih parov je $n / 2$, zato je vsota v števcu enaka kar vrednosti imenovalca; to dá preprost rezultat:

$$A_g=\tfrac{1}{2}Q^2/C.$$

Če bi na naelektren kondenzator nato priključili porabnik, bi se odvrtel ravno obraten proces: elektroni bi iz negativne plošče odtekali skozi breme k drugi plošči in se rekombinirali s presežkom protonov (kondenzator bi se praznil). Ob vsaki razelektritvi za naboj Q / n bi se temu ustrezno zmanjšala napetost in električna sila bi vsakokrat opravila določeno delo. Delna dela električne sile bi bila enaka kot pri elektrenju, le v obratnem vrstem redu; celotno delo električne sile A_e bi bilo enako prejšnjemu delu generatorja, $A_e = A_g$. In kaj to pomeni? To, kar je kondenzator ob polnjenju od vira sprejel, je ob praznjenju tudi oddal. Kaj je sklep razmišljanja? V času elektrenja je vir opravljal delo, hkrati s tem pa je kondenzator sprejemal in shranjeval *električno energijo* W_e, ki je po končanem procesu elektritve dosegla vrednost

enota energije in dela je džul ali joule, J = C·V = AV·s

$$\boxed{W_e=\tfrac{1}{2}Q^2/C=\tfrac{1}{2}QU=\tfrac{1}{2}CU^2.}$$

Toliko električne energije kot jo idealen kondenzator sprejme in akumulira, jo more kasneje tudi oddati.

Pomenljiva je zgradba izrazov, še posebno zadnjega, $CU^2 / 2$; ta spominja na kinetično energijo telesa v gibanju, $mv^2 / 2$, ali na prožnostno energijo napete vzmeti, $kx^2 / 2$. Oba mehanska sistema imata to lastnost, da zmoreta energijo

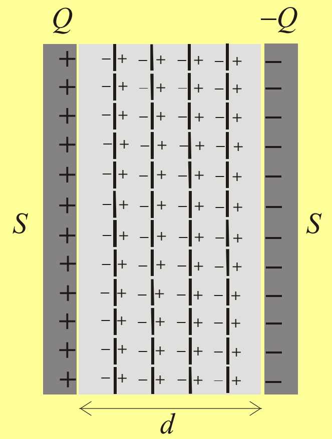
[1] Polnjenje kondenzatorja smo si zamislili s tokom stalne jakosti, ni pa to nujno. Pri elektrenju sta pomembni le začetna in končna množina naboja na ploščah, ne pa časovna oblika toka. To sporoča končno tudi vsakokratno delo vira za premik naboja Q / n.

sprejeti in jo v nadaljevanju tudi oddati. Takšnim sistemom se tu pridružuje še kondenzator. Kondenzator je potemtakem *akumulabilni električni element*; ko energijo sprejema, je v *porabniškem režimu*, ko pa jo oddaja, ima vlogo vira in je torej v *generatorskem režimu*.

Zgled 18-1. Med ploščama kondenzatorja kapacitivnosti en mikrofarad je napetost en volt. ⇒ Kondenzator hrani torej energijo pol mikrojoula. Kapacitivnost nekaj milifaradov in tudi napetost en kilovolt nista pretirani; tak kondenzator bi hranil energijo petsto joulov. Koliko električne energije bo šele hranila visokonapetostna mreža daljnovodov? Mnogo, mnogo več.

Gostota električne energije. Izraz za akumulirano energijo pove, koliko je jé, nič pa, kje je. Na pomoč pokličimo spet naelektren ploščni kondenzator. Takole si zgolj zamislimo! Izolant naj je tak, da so v njega vstavljeni ali zaliti kot folija tanki vzporedni prevodni lističi (slika 18-2). Električno polje **E** v izolantu se zaradi tega ne bi nič spremenilo, le na stenah lističev se bodo influirali naboji, saj se lističi vendar nahajajo v električnem polju. Kaj smo s tem dobili? Nič drugega kot prostorsko vezje manjših kondenzatorjev, ki ga oblikuje k kondenzatorjev po višini, krat l po globini (teh se ne vidi, ker se na sliki zakrivajo) in krat m po širini; skupno torej klm majhnih kondenzatorjev. Vsak od njih ima naboj Q / kl, napetost pa U / m. Energija vsakega od njih je:

$$\Delta W_e = \tfrac{1}{2}(Q/kl)(U/m) = \tfrac{1}{2}QU/klm = W_e/klm.$$



Slika 18-2. Namišljeni prevodni lističi, na stenah katerih bi se influirali naboji.

Električna energija je v delu prostora, kjer je električno polje različno od nič. V prevodniku ni električne energije. Električna energija je v izolantu.

prostorninska gostota energije se izraža v J/m^3

Vsak bo imel klm-krat manjšo energijo, kot je skupna energija kondenzatorja. V prostor moremo miselno vnašati še nove sloje lističev; mali kondenzatorji postajajo še manjši, njih število pa vse večje. To nas navaja na misel, da ni toliko pomembno deljenje prostora, ampak bolj točke, katerim postajajo vse manjši in manjši kondenzatorji podobni. Za energijo sta torej pomembnejša prostor in polje, ne pa to, kaj smo miselno s prostorom počeli. Zamišljeno drobljenje prostora smo izkoristili zgolj za to, da smo prišli do sklepa, da je energija povsod tam, kjer je polje in da je polje nosilec električne energije.[2] Izraz za energijo kondenzatorja kaže zato preoblikovati tako, da bo v njem vidna tudi jakost električnega polja:

$$W_e = \tfrac{1}{2}CU^2 = \tfrac{1}{2}(\varepsilon S/d)\, E^2 d^2 = \tfrac{1}{2}\varepsilon E^2 Sd.$$

Ker je produkt Sd v resnici prostornina prostora (tu kvadra), kjer je polje, bo *gostota električne energije* w_e ravno izraz pred to prostornino:

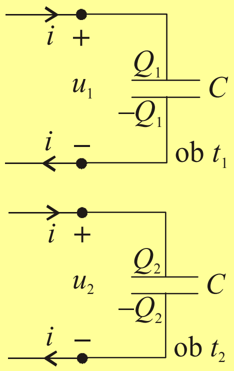
$$\boxed{w_e = \tfrac{1}{2}\varepsilon E^2 = \tfrac{1}{2}ED = \tfrac{1}{2}D^2/\varepsilon.}$$

Enačba ni vezana zgolj na homogena, ampak velja tudi za nehomogena polja. Sporoča, da je energije več tam, kjer je polje močnejše, kjer pa polja ni, tudi energije ni. To dá novi spoznanji: 1) ker je elektrostatično polje v prevodniku nično, je nična tam tudi električna energija, in 2) energija električnega polja je v izolantu.

Zgled 18-2. V izolantu bodi jakost polja 1 MV/m, dielektričnost pa 10^{-10} A·s/V·m. Gostota energije bo 50 J/m^3. Ob gostoti energije se spomnimo tlaka na površini naelektrenega telesa: gostota energije ob površini naelektrenega telesa je številsko enaka tlaku električne sile.

Polnilni tok kondenzatorja. Elektritev kondenzatorja smo si tu zamislili s tokom impulzne oblike. V opazovanem časovnem intervalu je bil *polnilni tok*

[2] Tu se moramo spomniti Faradaya! Za električno silo na naboj je odločilno polje, ne pa to, kje so naboji, ki to polje povzročajo. Enako ugotavljamo sedaj tudi za električno energijo!



Slika 18-3 V kratkem intervalu $\Delta t = t_2 - t_1$ se naboj na plošči, kamor je usmerjen polnilni tok i, poveča za ustrezno majhno množino, na drugi pa za prav tolikšno zmanjša.

kondenzatorja stalen, more pa biti tudi nestalen, spremenljiv. Kadar bo tok večji, bo množina naboja na plošči, kamor priteka, naraščala hitreje, sicer počasneje. Brž, ko se bo predznak toka spremenil, se bo začel naboj na plošči zmanjševati. Naj sta t_1 in t_2 dva zaporedna trenutka, v katerih zavzame naboj Q na zgornji plošči vrednost Q_1 oziroma Q_2; v kratkem intervalu $\Delta t = t_2 - t_1$ bo torej na ploščo pritekel naboj $\Delta Q = Q_2 - Q_1$. Polnilni tok i v vrhnjo ploščo kondenzatorja bo enak kvocientu prirastka naboja in intervala Δt (slika 18-3):

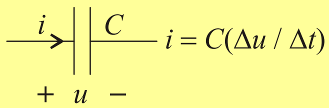
$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_2 - Q_1}{t_2 - t_1}.$$

V tem kratkem času se spremeni tudi napetost u med ploščama, od vrednosti u_1 do vrednosti u_2,

$$i = \frac{Q_2 - Q_1}{t_2 - t_1} = \frac{Cu_2 - Cu_1}{t_2 - t_1} = C\frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1} = C\frac{\Delta u}{\Delta t}.$$

Dobili smo zelo pomembno enačbo,

$$\boxed{i = C\frac{\Delta u}{\Delta t},}$$



Slika 18-4 Simbol kondenzatorja, oznake kapacitivnosti, napetosti in toka ter enačba kondenzatorja.

ki povezuje polnilni tok kondenzatorja in hitrost priraščanja napetosti med njegovima ploščama. Do sedaj smo kondenzator, kot strnjen element vezij, opremljali z oznakami za napetost, naboja in kapacitivnost. Ko bo takšen element vpet v vezje časovno spremenljivih tokov ali napetosti, mu bomo še vedno označili napetost in kapacitivnost, naboja plošč pa bo nadomeščal tok do pozitivno označene plošče, ki je z napetostjo kondenzatorja v relaciji, ki smo jo ravnokar pridobili (slika 18-4.

§ 19. Kondenzatorska vezja

Do tu so bila vezja preprosta. Spoznali smo primere vzporedno, zaporedno in sestavljeno povezanih kondenzatorjev. Računanje ni delalo težav, kar še ne pomeni, da moremo na enak način ugnati vsako drugo vezje. Hitro se da najti primere, v katerih se ne znajdemo dobro, zaplete se, če je v vezje vključenih več virov, ali celo, da vlogo vira prevzame kak drug, predhodno naelektren kondenzator. V nadaljevanju bo beseda ravno o tem, predvsem pa o metodi, ki omogoča *analizo* takšnih vezij.

Spojiščna metoda. *Metoda spojiščnih potencialov* sloni na znani ali privzeti vrednosti električnega potenciala vsaj enega spojišča v vezju; no, privzeti ga smemo že zato, ker je to v duhu možne izbire točke izhodiščnega potenciala. Moremo se opreti tudi na prakso, da je eno spojišče vezja (že zaradi varnosti) praviloma ozemljeno. Najbolje bo, da se z metodo spoznamo v vezju, ki bi ga znali razrešiti že na podlagi dosedanjih znanj (slika 19-1). Simbol ozemljitve kaže, da je potencial V_C = 0 V, spojišču A pa določa potencial napetost vira, $V_A = U$; če nam uspe določiti potencial V_B, sledijo napetosti že kar iz njih:

$$U_1 = V_A - V_B = U - V_B,\ U_2 = V_B - V_C = V_B \ \text{in}\ U_3 = V_B - V_C = V_B.$$

V spojišče B povezane plošče predstavljajo nevtralno telo, kar pomeni, da je njihov celotni naboj po priklopu vira, ki izvrši le prerazporeditve nabojev, še vedno nič kulonov. In natančno v tem tiči srž metode spojiščnih potencialov. Torej! Zapišemo nevtralnost telesa B, naboje pa izrazimo s produkti zadevnih kapacitivnosti in napetosti,

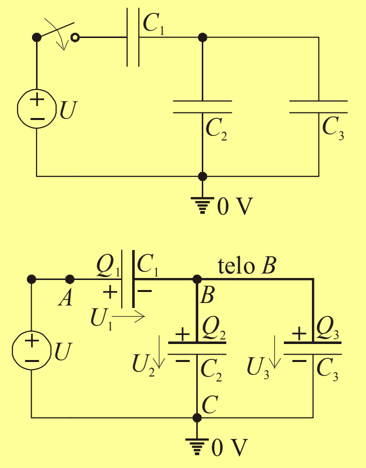
$$-Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \ \Rightarrow\ -C_1U_1 + C_2U_2 + C_3U_3 = 0;$$

napetosti izrazimo s potenciali in enačbo uredimo,

$$-C_1(U - V_B) + C_2V_B + C_3V_B = 0 \ \Rightarrow\ (C_1 + C_2 + C_3)V_B = C_1U,$$

pa smo že pri iskanem potencialu:

$$V_B = C_1U/(C_1 + C_2 + C_3).$$



Slika 19-1. Preprosto vezje in označeno nevtralno telo B, katerega potencial iščemo.

Zgled 19-1. Podatki vezja so: C_1 = 12 µF, C_2 = 2 µF in C_3 = 4 µF ter U = 12 V. Izračunajmo vse! ⇒ Po izpeljani formuli in ostalih zvezah bodo:

$V_A = 8$ V, $U_1 = 4$ V, $U_2 = U_3 = 8$ V, $Q_1 = 48$ µC, $Q_2 = 16$ µC, $Q_3 = 32$ µC,

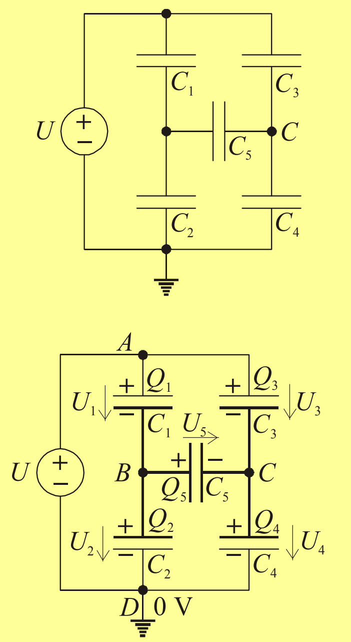
$W_{e1} = 96$ µJ, $W_{e2} = 64$ µJ, $W_{e3} = 128$ µJ.

Iz izračunanih vrednosti vidimo, da je skozi vir stekel naboj Q_1 = 48 µC, vir pa je zvezju kondenzatorjev posredoval energijo 288 µJ.

Mostično vezje. Ime izhaja iz oblike vezja; vodoravna veja, v kateri je peti kondenzator, spominja na brv ali *most* (slika 19-2). Vezje je zagonetno zato, ker ne prepoznamo, da bi bil vsaj kateri kateremu vzporeden ali zaporeden; da bi takšna dva računsko združili v enega in si vezje nekoliko poenostavili. Ako bi ne bilo petega kondenzatorja, tudi težav ne bi bilo, tako pa verjetno so, vendar jih bomo zmogli! Kako? Označimo spojišča in elemente vezij ter izrazimo napetosti kondenzatorjev z razlikami potencialov,

$$V_A = U,\ V_D = 0 \text{ V} \ \Rightarrow$$

$$U_1 = U - V_B,\ U_2 = V_B,\ U_3 = U - V_C,\ U_4 = V_C,\ U_5 = V_B - V_C.$$



Slika 19-2. Mostično vezje.

V spojišče B povezane plošče kondenzatorjev so prvo, v spojišče C povezane plošče pa drugo nevtralno telo. Za njiju zapišimo zakon o ohranitvi elektrine,

$$-Q_1 + Q_2 + Q_5 = 0 \ \text{in}\ -Q_3 + Q_4 - Q_5 = 0,$$

naboje izrazimo s produkti njihovih kapacitivnosti in napetosti,

$$-C_1U_1 + C_2U_2 + C_5U_5 = 0 \;\text{ in }\; -C_3U_3 + C_4U_4 - C_5U_5 = 0,$$

napetosti zamenjamo z razlikami potencialov,

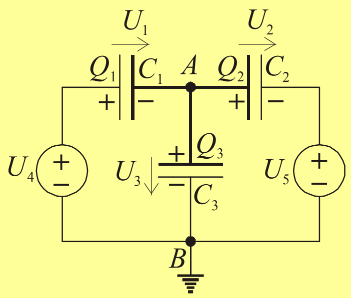
$$-C_1(U - V_B) + C_2V_B + C_5(V_B - V_C) = 0 \;\text{ ter}$$
$$-C_3(U - V_C) + C_4V_C - C_5(V_B - V_C) = 0,$$

in enačbi uredimo,

$$(C_1 + C_2 + C_5)V_B - C_5V_C = C_1U \;\text{ in }\; -C_5V_B + (C_3 + C_4 + C_5)V_C = C_3U.$$

Dobili smo sistem dveh enačb z dvema neznankama; če poznamo napetost vira in vse kapacitivnosti, moremo izračunati iskana potenciala, nato pa še napetosti, naboje in energije v kondenzatorjih.

Zgled 19-2. Podatki so: $C_1 = C_4 = 2$ μF, $C_2 = C_3 = 4$ μF in $C_5 = 3$ μF ter $U = 6$ V. Izračunajmo spet vse! ⇒
Podatke vstavimo v zgornji enačbi:
$9V_B - 3V_C = 12\text{ V},\; -3V_B + 9V_C = 24\text{ V}.$
Rešimo ju z metodo nasprotnih koeficientov. Prvo množimo z 9, drugo pa s 3:
$81V_B - 27V_C = 108\text{ V},\; -9V_B + 27V_C = 72\text{ V}.$
Če seštejemo levi strani enačb in to izenačimo z vsoto desnih strani, dobimo:
$72V_B = 180\text{ V} \;\Rightarrow\; V_B = 2{,}5\text{ V}.$
Preostane še potencial spojišča C:
$9V_B - 3V_C = 12\text{ V} \;\Rightarrow\; V_C = 3V_B - 4\text{ V} = 3{,}5\text{ V}.$
Od tu dobimo napetosti, naboje in energije:
$U_1 = 3{,}5\text{ V},\; U_2 = 2{,}5\text{ V},\; U_3 = 2{,}5\text{ V},\; U_4 = 3{,}5\text{ V in } U_5 = -1\text{ V},$
$Q_1 = 7\ \mu\text{C},\; Q_2 = 10\ \mu\text{C},\; Q_3 = 10\ \mu\text{C},\; Q_4 = 7\ \mu\text{C},\; Q_5 = -3\ \mu\text{C},$
$W_{e1} = 12{,}25\ \mu\text{J},\; W_{e2} = 12{,}5\ \mu\text{J},\; W_{e3} = 12{,}5\ \mu\text{J},\; W_{e4} = 12{,}25\ \mu\text{J},\; W_{e3} = 1{,}5\ \mu\text{J}.$
Vir je prenesel naboj, ki je vsota nabojev na prvem in tretjem kondenzatorju, kar da 24,75 μC. Od tu sledi nadomestna kapacitivnost mostičnega vezja: 4,125 μF.



Slika 19-3. Vezje z dvema viroma.

Vezje z dvema viroma. Kondenzatorsko vezje more imeti tudi več virov. Bodi vezje treh kondenzatorjev in dveh virov (slika 19-3). Poiščimo enačbo, ki bo določila potencial spojišča A! Pišemo po ustaljenem postopku! Najprej zakon o ohranitvi naboja,

$$-Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \;\Rightarrow\; -C_1U_1 + C_2U_2 + C_3U_3 = 0,$$

nato izrazimo še napetosti s potenciali in smo že pri koncu:

$$-C_1(U_4 - V_A) + C_2(V_A - U_5) + C_3V_A = 0 \;\Rightarrow (C_1 + C_2 + C_3)V_A = C_1U_4 + C_2U_5.$$

Zgled 19-3. Podatki so: $C_1 = 1$ nF, $C_2 = 2$ nF $C_3 = 3$ nF, $U_4 = 4$ V in $U_5 = 5$ V. Izračunajmo spet vse! ⇒ Pišimo:
$6V_A = 4\text{ V} + 5\text{ V} \;\Rightarrow\; V_A = 1{,}5\text{ V}.$
Od tu dobimo napetosti, naboje in energije:
$U_1 = 2{,}5\text{ V},\; U_2 = -3{,}5\text{ V},\; U_3 = 1{,}5\text{ V},$
$Q_1 = 2{,}5\text{ nC},\; Q_2 = -7\text{ nC},\; Q_3 = 4{,}5\text{ nC},$
$W_{e1} = 3{,}125\text{ nJ},\; W_{e2} = 12{,}25\text{ nJ},\; W_{e3} = 3{,}375\text{ nJ}.$
Negativna vrednost druge napetosti in naboja ne pomeni nič drugega kot to, da je v resnici naelektritev tega kondenzatorja ravno nasprotna označeni.

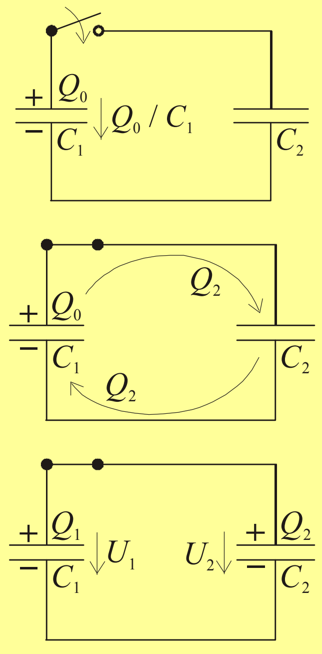
Elektritev z naelektrenim kondenzatorjem. Omenili smo, da (z)more biti kondenzator tudi vir, kadar se prazni. Primer bodi kar najbolj preprost! Naj je kondenzator kapacitivnosti C_1 predhodno naelektren z nabojema $\pm Q_0$, da ima napetost Q_0 / C_1, drugi, kapacitivnosti C_2, pa naj je prazen (slika 19-4). Po sklenitvi stikala se del elektronov od spodnje leve plošče pomakne k desni spodnji plošči, od desne zgornje pa enak del elektronov k levi zgornji plošči. Po novem sta na levem kondenzatorju naboja $\pm Q_1$, na desnem pa naboja $\pm Q_2$. Določimo jih! Po prerazporeditvi bosta napetosti kondenzatorjev enaki in vsota novih nabojev bo enaka prejšnjemu naboju:

$-U_1 + U_2 = 0$ in $Q_1 + Q_2 = Q_0$.

Nova naboja izrazimo z napetostima in smo že pri koncu:

$$(C_1 + C_2)U_1 = Q_0 \;\Rightarrow\; U_1 = U_2 = Q_0 / (C_1 + C_2) \;\Rightarrow$$
$$Q_1 = C_1 Q_0 / (C_1 + C_2) \text{ in } Q_2 = C_2 Q_0 / (C_1 + C_2).$$

Naboj Q_0 se razdeli v dva dela, sorazmerna kapacitivnostma. Stanje napetosti in nabojev je takšno, kot da bi bila kondenzatorja vezana vzporedno, sicer pa ne vemo, kako sta. Nekdo bi utegnil reči, da sta vezana zaporedno, pa kljub temu ni v zmoti. Pojma vzporednost in zaporednost se sicer »majeta«, enačbe in fizikalna dejstva pa nič.[1]



Slika 19-4. Elektritev kondenzatorja s predhodno naelektrenim kondenzatorjem.

[1] Zanimivo bi bilo primerjati energijo levega kondenzatorja pred vklopom in vsoto energij na obeh skupaj po vklopu. Izkaže se, da je kasneje manj energije, kot je je bilo pred stikalnim manevrom. Zadovoljivega odgovora na to še ne moremo dati, bo pa prilika za to kasneje.