Практична робота №6

Бондаря Дениса

Побудувати КВ граматику G та систему рівнянь E для мови L. Довести незалежно, що $L(G) = L$ та $R(E) = L$ ($R(E)$ - розв'язок системи рівнянь E).

Варіант 2

$L = \{a^n b^{3n} c \mid n \geq 0\}$

КВ граматика $G = (VT, VN, P_r, S)$

$VT = \{a, b, c\}$

$VN = \{S, A\}$

$P_r = \{ S \to Ac,\ A \to aAbbb \mid \varepsilon \}$

$S = \{S\}$

P1: $S \to Ac$

P2: $A \to aAbbb$

P3: $A \to \varepsilon$

Система рівнянь:

$$\begin{cases} S = A \cdot \{c\} \\ A = \{a\} \cdot A \cdot \{bbb\} \cup \{\varepsilon\} \end{cases}$$

1 Можна побачити, що ~~в~~ будь-який вивід в граматиці має наступну структуру — одне застосування правила P1, потім деяка скінчена к-сть застосувань правила P2, після чого йде застосування правила P3 і словоформа більше не містить нетерміналів.

Маємо дерево виведення: $S \overset{k}{\Longrightarrow} d$

Неформально!

$k=1 \quad S \to Ac$

$k=2 \quad Ac \to aAbbbc \mid c$

$k=3 \quad aAbbbc \to aaAbbbbbbc \mid abbbc$

при $k \geq 1$ при $k \geq 2$

Маємо: $d = a^{k-1} A b^{3(k-1)} c$ ✓ $d = a^{k-2} b^{3(k-2)} c$

Доведемо за мат. індукцією:

База:

$k=1 \Rightarrow \alpha = a^0 A b^{0} c = Ac$

Припустимо, що для $k \le n$ все вірно. Доведемо для $n+1$.

Маємо $S \overset{n+1}{\Rightarrow} \alpha'$, нехай на попередньому кроці було $S \overset{n}{\Rightarrow} \alpha$

Неформально

$k=1 \quad S \to Ac$

$k=2 \quad Ac \to aAbbbc \mid c$

$\dots$

$k=n \quad a^{k-2} A b^{3(k-2)} c \to a^{k-1} A b^{3(k-1)} c \mid a^{k-1} b^{3(k-1)} c$

$k=n+1 \quad a^{k-1} A b^{3(k-1)} c \to a^{k} A b^{3k} c \mid a^{k-1} b^{3(k-1)} c$

$S \overset{n}{\Rightarrow} a^{k-1} A b^{3(k-1)} c$ точно $\qquad S \Rightarrow \alpha'$

(бо тоді б виведення закінчилось)

2 Варіанти

Формально: Щоб $\alpha \Rightarrow \alpha'$ підходить лише випадок $\alpha = a^{k-1} A b^{3(k-1)} c$.

Можливі 2 випадки $\alpha \overset{P2}{\Rightarrow} \alpha'$ $\quad \alpha \overset{P3}{\Rightarrow} \alpha'$. Маємо 2 варіанти:

$\alpha' = a^{k} A b^{3k} c \qquad \alpha' = a^{k-1} b^{3(k-1)} c$, що і т.д.

Доведено

~~Regex reg = new Regex(@"^[a-zA-Z]-~~

З твердження маємо, що всі слова, які виводяться граматикою мають вигляд:

$a^n b^{3n} c$, отже $L(G) = L$.

(2)

Виконаємо декілька ітерацій для пошуку розв'язку р-ння:

$S_0 = \emptyset$

$A_0 = \emptyset$

$S_1 = A_0 \cdot \{a\} = \emptyset$

$A_1 = \{a\} \cdot A_0 \cdot \{bbb\} \cup \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}$

$S_2 = A_1 \cdot \{c\} = \{c\}$

$A_2 = \{a\} \cdot \{\varepsilon\} \cdot \{bbb\} \cup \{\varepsilon\} = \{abbb, \varepsilon\}$

$S_3 = \{abbbc, c\}$

$A_3 = \{a\} \cdot \{abbb, \varepsilon\} \cdot \{bbb\} \cup \{\varepsilon\} = \{aabbbbbb, abbb, \varepsilon\}$

Робимо припущення

$$S_k = \{a^i b^{3i} c \mid 0 \le i < k-1\}$$

$$A_k = \{a^i b^{3i} \mid 0 \le i < k\}$$

Доведемо за мат індукцією:

База – очевидно

Припустимо, що для $k \le n$ вірно, доведемо для $n+1$

$$S_{n+1} = \{c\}A_n = \{c\} \cdot \{a^i b^{3i} \mid 0 \le i < n\} =$$
$$= \{c a^i b^{3i} \mid 0 \le i < n\}$$

$$A_{n+1} = \{a\} A_n \{bbb\} \cup \{\varepsilon\} = \{a\} \cdot \{a^i b^{3i} \mid 0 \le i < n\} \cdot$$
$$\cdot \{bbb\} \cup \{\varepsilon\} = \{a a^i b^{3i} bbb \mid 0 \le i < n\} \cup \{\varepsilon\} =$$
$$= \{a^i b^{3i} \mid 0 \le i < n+1\}$$

Маємо:

$$R(E) = \bigcup_k S_k = \{a^i b^{3i} c \mid 0 \le i < k-1\} =$$
$$= \{a^i b^{3i} c \mid 0 \le i\} = L$$, що і т.д.

Доведено