

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА  
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИЙ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ

Звіт  
до лабораторної роботи  
з курсу «Інтелектуальна обробка даних»

Виконали:

Київ

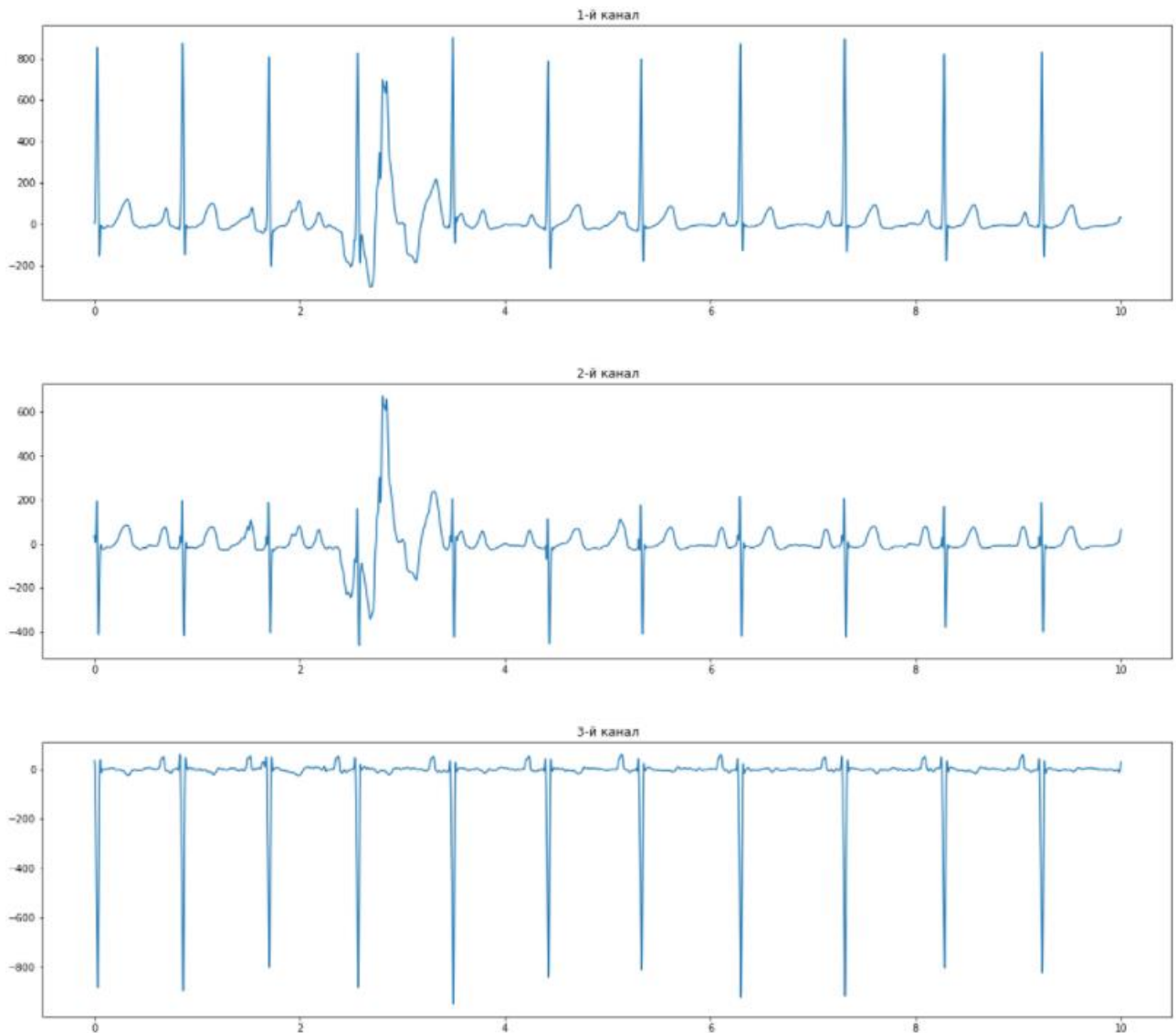
2021

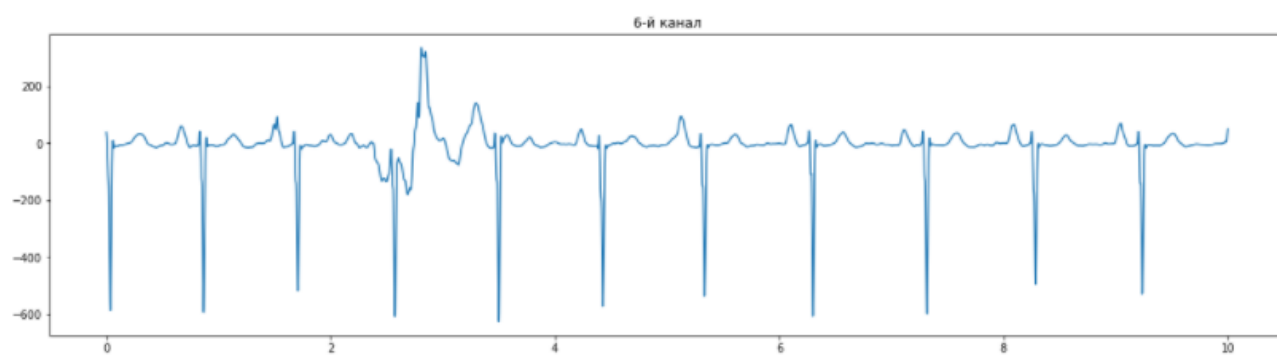
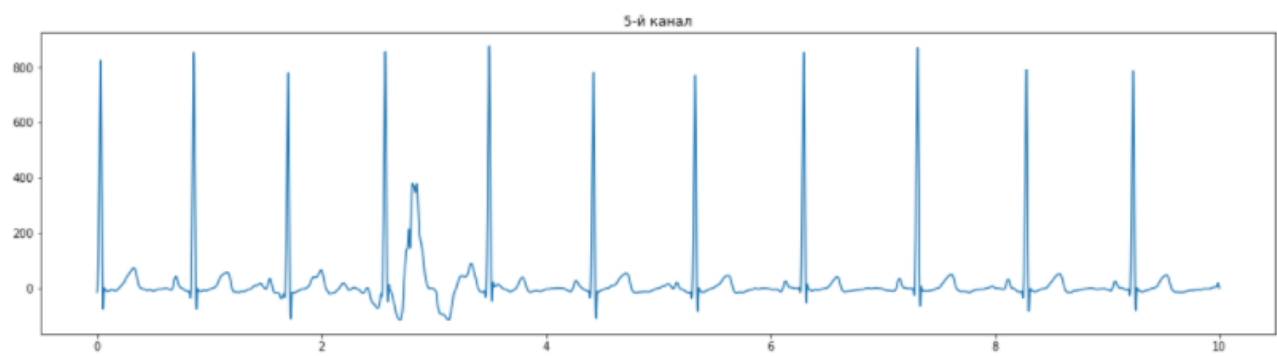
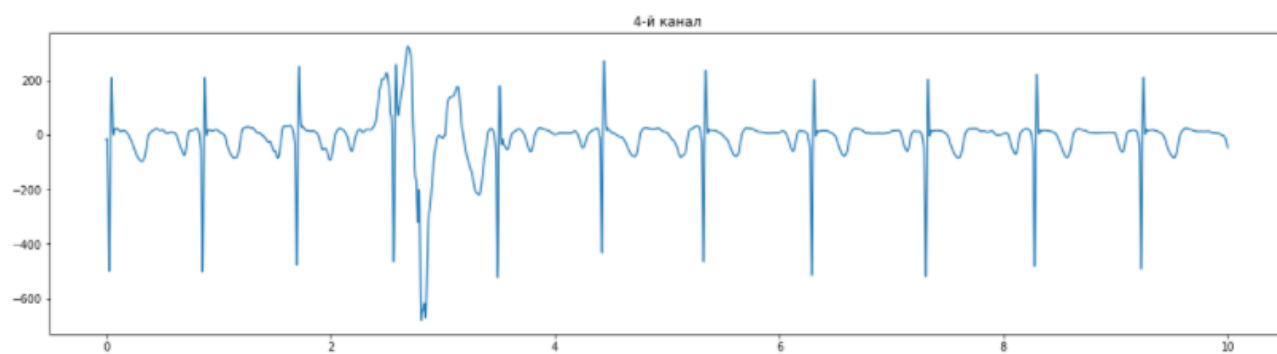
**Умова.** У файлах A1.txt- A32.txt міститься запис кардіограми людини по 12 каналах. Час запису – 10 сек. Дискретність: 500 точок за 1 сек. Структура файлу – 1-й канал, 2-й канал, ... 12-й канал (амплітуда у відносних одиницях). Довжина запису  $N=5000$ ,  $\Delta t = \frac{1}{500} = 0.002$ .

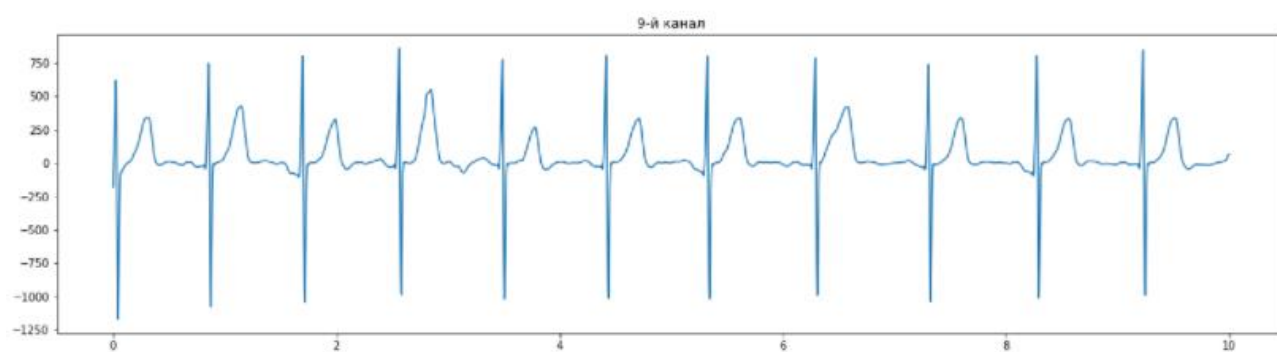
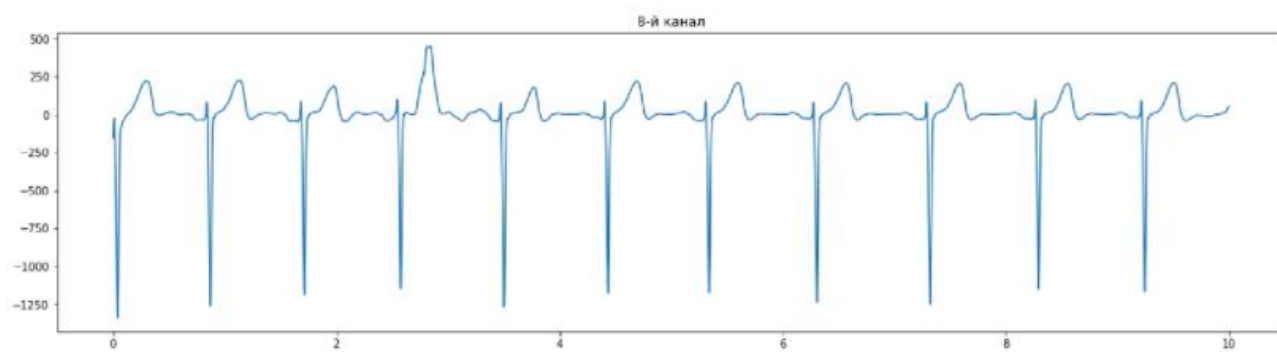
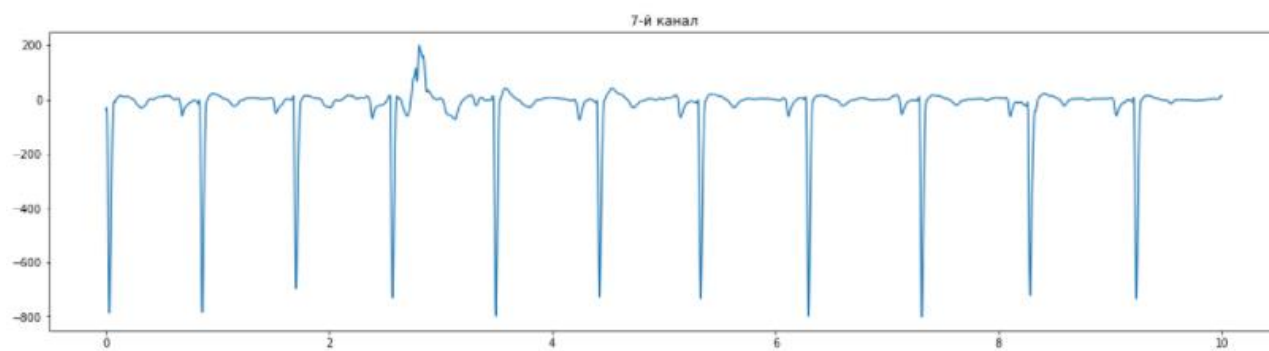
**Варіант.** Для виконання завдань було обрано файл A14.txt. Для 10 завдання було також взято файл A15.txt для порівняння.

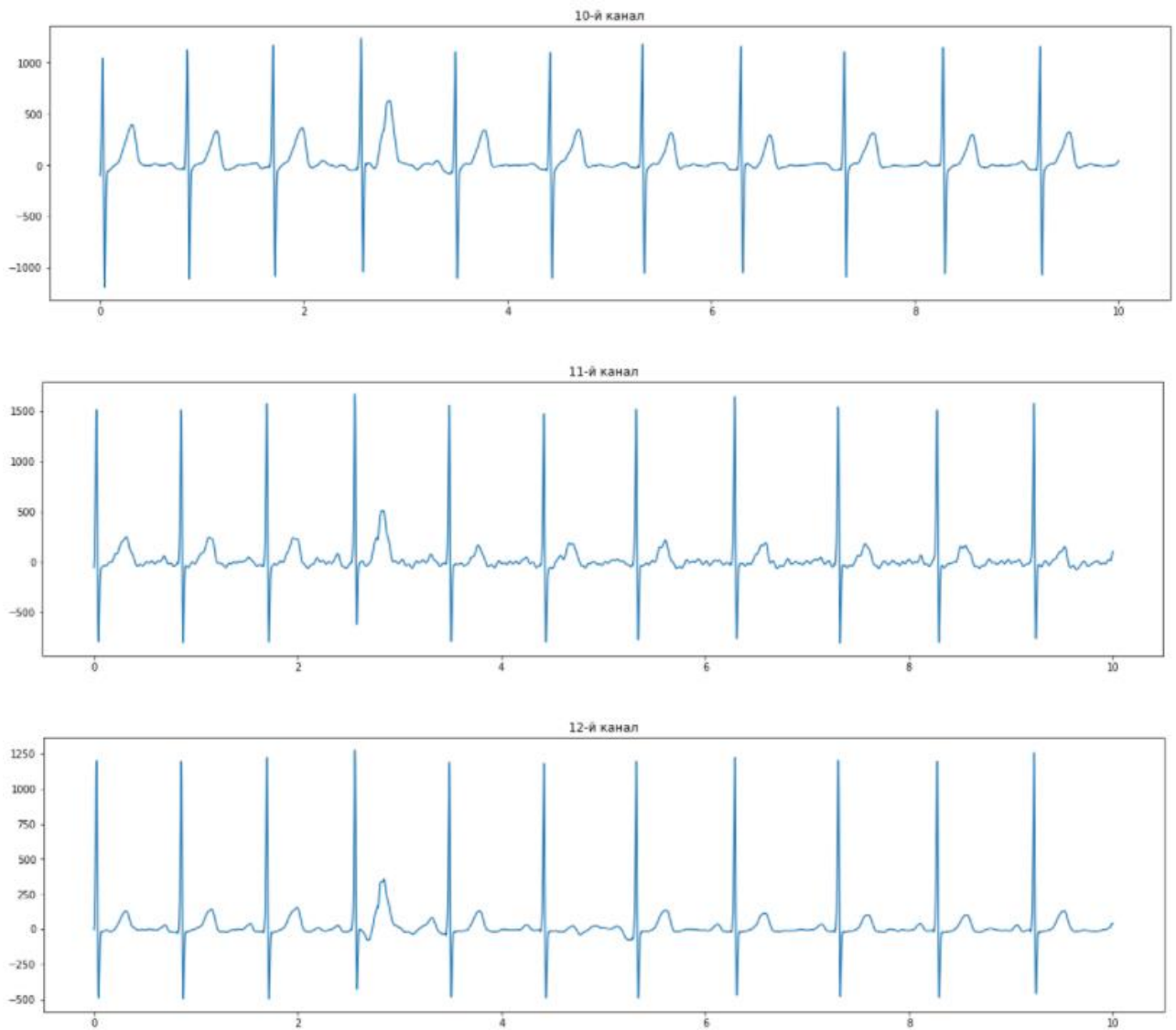
### Завдання 1. Візуалізація даних

*Побудувати графік кардіограми по кожному каналу.*









## Завдання 2. Попередня обробка

*Для заданих змінних оцінити основні статистичні параметри (середнє, дисперсію, моду, медіану, побудувати гістограму, перевірити гіпотезу про закон розподілу). Нормалізувати дані по кожному стовпчику (математичне сподівання рівне нулю, дисперсія рівна 1).*

Канал 1

Середнє значення: 22.74985781818  
Дисперсія: 16821.0837857888  
Мода: [-22.757 -21.601 -12.198 -11.734 -10.902]  
Медіана: -6.52595  
Статистика = 0.547, p = 0.000  
Відхиляємо H0

Канал 2

Середнє значення: 0.01235088700000092  
Дисперсія: 8596.01822164869  
Мода: [-21.254 -15.607 -15.141 -14.786 -12.719]  
Медіана: -8.984  
Статистика = 0.673, p = 0.000  
Відхиляємо H0

Канал 3

Середнє значення: -19.086691398107998  
Дисперсія: 13178.697319246923  
Мода: [-1.0761]  
Медіана: 0.346035  
Статистика = 0.265, p = 0.000  
Відхиляємо H0

Канал 4

Середнє значення: -10.81442958854  
Дисперсія: 9368.430009438123  
Мода: [11.131 12.611 13.334 13.341 15.386 16.971 17.839]  
Медіана: 8.30415  
Статистика = 0.662, p = 0.000  
Відхиляємо H0

Канал 5

Середнє значення: 23.282302442139997  
Дисперсія: 12998.455407115865  
Мода: [-17.073 -16.799 -16.736 -16.716 -16.149 -14.953 -14.706 -13.796  
-13.151 -13.007 -12.799 -12.620 -12.62 -12.402 -12.311 -12.228  
-12.184 -12.063 -12.051 -12.003 -11.997 -11.994 -11.984 -11.974  
-11.949 -11.937 -11.902 -11.89 -11.866 -11.838 -11.833 -11.708  
-11.413 -11.409 -11.263 -11.231 -11.166 -11.081 -11.031 -10.999  
-10.82 -10.711 -10.598 -10.567 -10.527 -10.479 -10.437 -10.313  
-10.268 -10.242 -10.037 -8.9909 -7.0566 -5.1067 -4.6439 -3.9783  
-3.6039 -3.2028 -3.055 -2.7267 -2.5067 -2.4031 -2.3071 -2.0089  
-1.986 -1.497 -1.1636 3.9216 10.84 11.196 17.12 22.31  
29.446 33.961 42.461 42.625 42.888 45.167 47.489 52.575  
88.74 ]  
Медіана: -2.1289  
Статистика = 0.392, p = 0.000  
Відхиляємо H0

Канал 6

Середнє значення: -10.074062145614  
Дисперсія: 6741.201079518947  
Мода: [-12.774 -11.193]  
Медіана: -3.7923  
Статистика = 0.515, p = 0.000  
Відхиляємо H0

Канал 7

Середнє значення: -23.88376576066  
Дисперсія: 12692.418147480172  
Мода: [-16.593]  
Медіана: 0.735015  
Статистика = 0.359, p = 0.000  
Відхиляємо H0

Канал 8

Середнє значення: -4.76161362254  
Дисперсія: 34146.36747758335  
Мода: [-41.174 -39.157 -35.199 -34.628 -34.459 -34.254 -34.216 -34.204  
-31.443 -30.798 -30.264 -25.52 -25.349 -24.6 -23.225 -20.747  
-17.855 -13.59 -1.7235 1.6253 3.4866 3.6012 3.6291 3.6807  
3.9304 5.0014 5.1105 5.1578 5.2491 5.3424 5.3924 5.408  
6.6659 10.335 10.664 12.059 12.665 13.183 13.748 13.953  
14.613 15.976 17.092 21.109 43.528 82.068 87.912 110.62  
123.87 128.41 134.73 165.22 172.72 177.32 184.13 193.98  
194.26 197.16 198.23 202.44 445.31 ]  
Медіана: 4.15915  
Статистика = 0.508, p = 0.000  
Відхиляємо H0

Канал 9

Середнє значення: 42.451778712800805  
Дисперсія: 34688.302899267415  
Мода: [-190.11 -136.709 -126.949 -120.519 -120.024 -19.658 -16.131  
-14.217 -14.154 -13.306 -12.674 -11.96 -11.123 -10.981  
-10.807 -10.604 -10.418 -10.245 -10.168 -9.4956 -8.7202  
-7.9064 -5.6901 1.07 1.1428 2.0042 2.8907 4.2923  
5.2205 8.0929 8.273 10.261 11.339 12.034 12.753  
13.309 14.699 17.347 18.66 19.44 19.685 30.311  
103.73 141.1 151.46 157.51 164.36 183.15 206.04  
215.39 217. 242.58 250.7 270.61 274.78 319.74  
322.11 329.62 329.65 331.28 335.76 336.17 336.54  
336.99 425.04 ]  
Медіана: 4.4135  
Статистика = 0.687, p = 0.000  
Відхиляємо H0

Канал 10

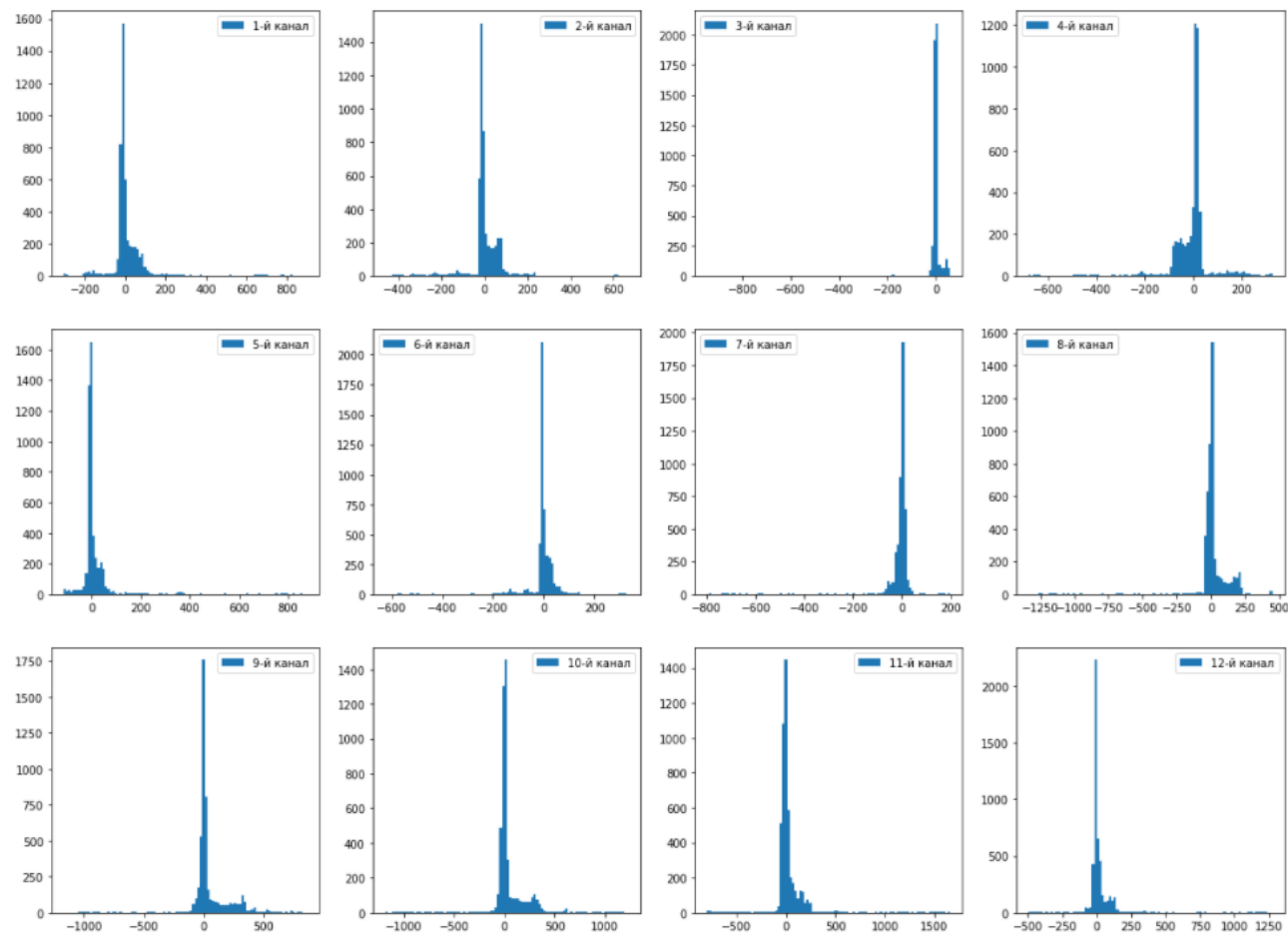
Середнє значення: 42.832834556859994  
Дисперсія: 43929.05466708036  
Мода: [-6.6683e+02 -5.0108e+01 -4.6000e+01 -4.4041e+01 -4.0165e+01 -3.5581e+01  
-3.3015e+01 -2.9524e+01 -2.3707e+01 -2.3472e+01 -2.2040e+01 -2.2046e+01  
-1.9043e+01 -1.9390e+01 -1.0671e+01 -1.7826e+01 -1.7026e+01 -1.4829e+01  
-1.4094e+01 -1.2044e+01 -1.1547e+01 -1.1187e+01 -1.0943e+01 -1.0827e+01  
-1.0811e+01 -1.0199e+01 -5.6279e+00 -2.3053e+00 -1.6835e+00 1.1308e+00  
2.7174e+00 1.1219e+01 1.2300e+01 1.3090e+01 1.3200e+01 1.3912e+01  
1.4000e+01 1.4529e+01 1.8443e+01 1.9543e+01 1.9468e+01 2.0378e+01  
2.0800e+01 2.1914e+01 1.0724e+02 1.3052e+02 2.2683e+02 2.3935e+02  
2.4040e+02 2.4795e+02 2.6550e+02 2.6831e+02 2.8125e+02 2.9255e+02  
3.1995e+02 3.3938e+02 4.4016e+02 1.1708e+03]  
Медіана: 3.9156500000000003  
Статистика = 0.640, p = 0.000  
Відхиляємо H0

Канал 11

Середнє значення: 34.1533724804  
Дисперсія: 44160.25741702086  
Мода: [-51.736 -51.603 -49.911 -45.426 -41.692 -40.515 -37.952  
-37.697 -37.254 -36.264 -36.234 -32.807 -32.766 -32.064  
-31.922 -30.563 -30.299 -29.899 -28.548 -28.093 -26.423  
-25.724 -25.508 -25.220 -23.136 -21.511 -20.774 -20.701  
-18.309 -17.088 -16.588 -14.38 -12.59 -12.149 -12.049  
-11.139 -10.234 -10.094 2.9641 6.2918 8.0562 10.284  
10.794 11.11 11.363 11.776 12.517 12.564 16.143  
17.305 21.429 61.5 148.98 149.02 160.28 166.16  
167.66 169.15 218.18 235.42 1240.1 ]  
Медіана: -1.88225  
Статистика = 0.512, p = 0.000  
Відхиляємо H0

Канал 12

Середнє значення: 26.4919678059997  
Дисперсія: 23799.14207740919  
Мода: [-15.403 -10.379 100.61 113.52 ]  
Медіана: -4.11915  
Статистика = 0.455, p = 0.000  
Відхиляємо H0



Нормалізовані дані:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	-0.144836	0.386246	0.476423	-0.077730	-0.323858	0.577080	-0.109508	-0.804267	-1.196318	-0.667416	-0.403564	-0.176815
1	-0.158001	0.304856	0.426048	-0.033914	-0.308000	0.498790	-0.109588	-0.640674	-0.963510	-0.462165	-0.261380	-0.042737
2	-0.119793	0.221978	0.316430	-0.022642	-0.232931	0.378614	-0.094232	-0.475164	-0.725258	-0.247556	-0.101994	0.105562
3	0.011721	0.145831	0.106838	-0.075344	-0.054278	0.192501	-0.067941	-0.317080	-0.473953	-0.007087	0.106545	0.303158
4	0.256917	0.086710	-0.217453	-0.210625	0.246834	-0.064758	-0.052833	-0.186135	-0.205706	0.273348	0.396570	0.589215
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
4995	0.081684	0.370142	0.154936	-0.229883	-0.056848	0.349578	0.337010	0.272046	0.085828	-0.044283	0.138856	0.090841
4996	0.084198	0.449235	0.215593	-0.267490	-0.084951	0.438586	0.343774	0.285840	0.105474	-0.028271	0.195693	0.101666
4997	0.076341	0.526547	0.286534	-0.301430	-0.121080	0.534854	0.343383	0.297751	0.119176	-0.011543	0.245807	0.100551
4998	0.062570	0.601605	0.362319	-0.334604	-0.160552	0.634032	0.335741	0.306188	0.125898	0.004664	0.289044	0.087328
4999	0.047258	0.675865	0.439219	-0.369091	-0.200153	0.733977	0.323642	0.311935	0.128056	0.020218	0.328569	0.066572

5000 rows × 12 columns

### Завдання 3. Однофакторний аналіз даних

*Перевірити чи є результати вимірювання різними рівнями одного фактору (12 рівнів).*

```
Si_2 = [16821.08378579  8596.01822165 13178.69731925  9368.43000944
12998.45540712  6741.20107952 12692.41814748  34146.36747758
34688.30289927  43929.05486708 44160.25741703  23799.14207741]
Макс. Si_2 = 44160.257417028886
Сума Si_2 = 261119.42870860672
g = 0.1691190028847261
ga(k, n) = 0.153
```

Висновок: результати вимірювання не є різними рівнями одного фактору

Так як  $g > g_a(k, n)$ , дисперсії не рівні і результати вимірювання не є різними рівнями одного фактору.

### Завдання 4. Двофакторний аналіз даних

*Побудувати таблицю двохфакторного експерименту за правилом – кожен канал розбити на 5 частин (по 1000 даних у кожній частині).*

Середні значення:

```
[[ 31.8603  0.3741 -27.0485 -15.478  31.3649 -14.2322 -34.0286 -11.909
 45.466  54.5528 51.0823 35.5043]
 [ 29.3862  4.5514 -18.3991 -16.5521 29.8783  -8.8988 -18.0507  3.9812
 43.8958 59.0305 49.1546 39.6695]
 [ 16.066  -2.2747 -16.1527 -6.2131 17.4901  -9.5402 -21.8434  -2.3718
 36.8211 34.8893 24.6071 14.752 ]
 [ 19.1076 -1.5925 -18.2185 -8.0576 19.9842  -9.6105 -22.652  -7.8095
 51.4781 31.3477 25.3112 20.489 ]
 [ 17.3291 -0.9965 -15.6146 -7.7714 17.694  -8.0886 -22.8442  -5.6989
 34.5978 34.3216 20.6117 22.0451]]
```

```
X = [ 1.13749289e+02  6.17544350e-02 -9.54334570e+01 -5.40721479e+01
 1.16411512e+02 -5.03703107e+01 -1.19418829e+02 -2.38080681e+01
 2.12258854e+02  2.14141923e+02  1.70766862e+02  1.32459840e+02]
X' = [147.50844535 197.6467655  86.22967662  99.77725051  85.58508383]
```

```
Q1 = 41783.494734227075
Q2 = 38700.85002599821
Q3 = 7128.237399110749
Q4 = 6339.618927063101
S0^2 = 52.136959913209466
SA^2 = 2941.9300999031916, SA^2/S0^2 = 56.42695900951105
SB^2 = 197.1546180119119, SB^2/S0^2 = 3.7814751443142858
F(f1_A, f2) = 2.014046012523419
F(f1_B, f2) = 2.583667426803002

Q5 = 1344036874.1403232
SAB^2 = 21725.94893904064, nS0^2/SAB^2 = 2.3997552447304837
F(f1_AB, f2_AB) = 1.3747774966457909
```

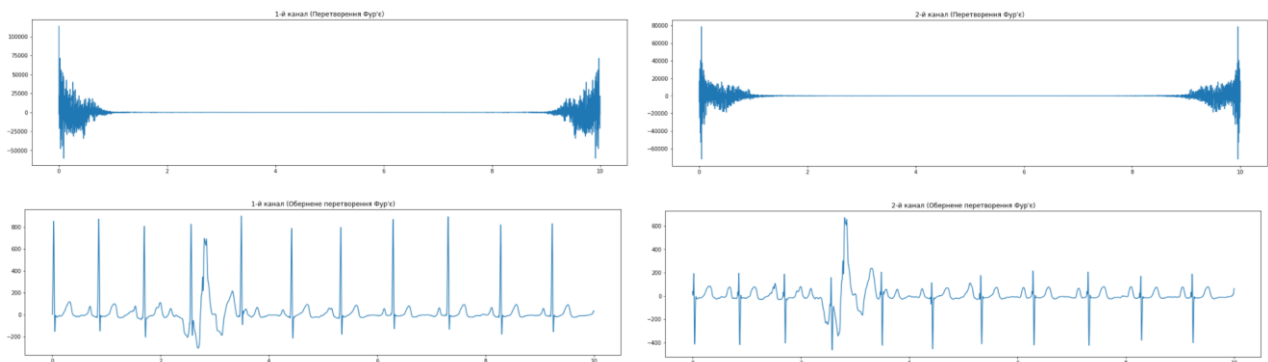
$$\frac{S_A^2}{S_0^2} > F_{\alpha}[k-1; k(n-1)] \quad , \text{аналогічно для B, а також:} \quad \frac{nS_0^2}{S_{AB}^2} > F_{\alpha}(f_1, f_2)$$

Аналізуючи результати можна сказати, що фактори А, В та АВ значущі.

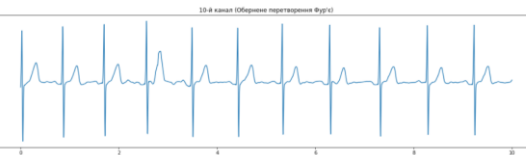
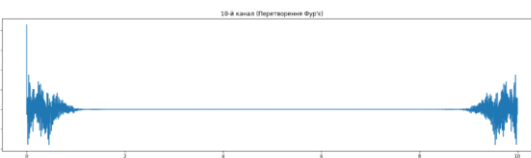
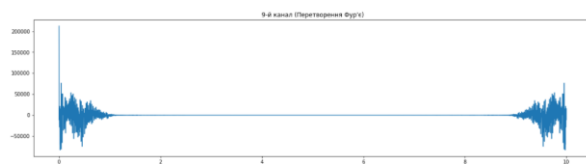
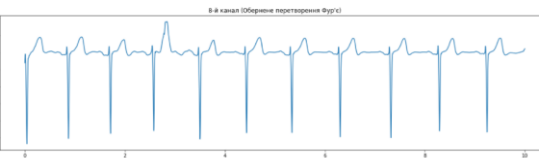
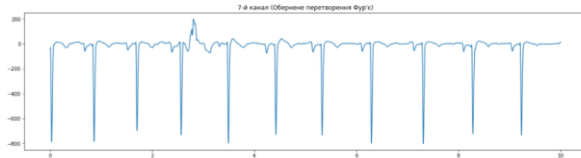
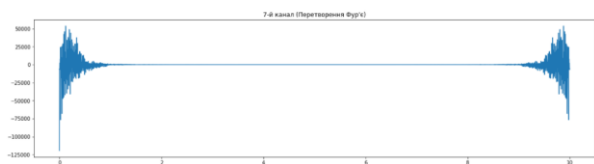
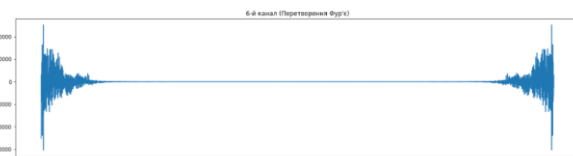
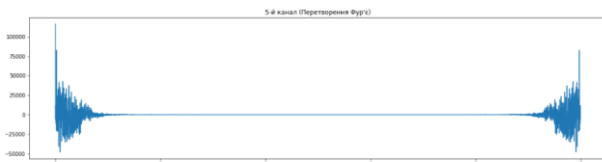
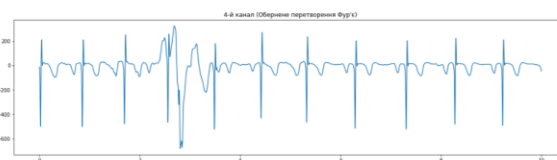
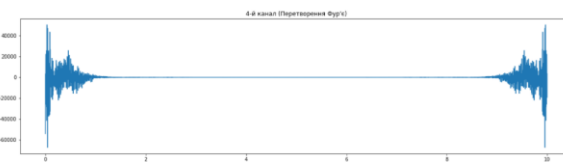
## Завдання 5. Перетворення Фур'є

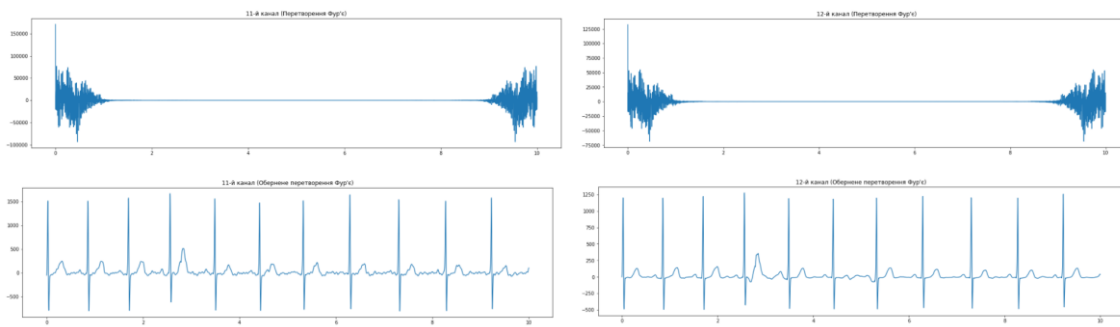
*Виконати перетворення Фур'є. Побудувати графік для кожної змінної.*

*Виконати обернене перетворення Фур'є*









## Завдання 6. Алгоритми вейвлет-аналізу

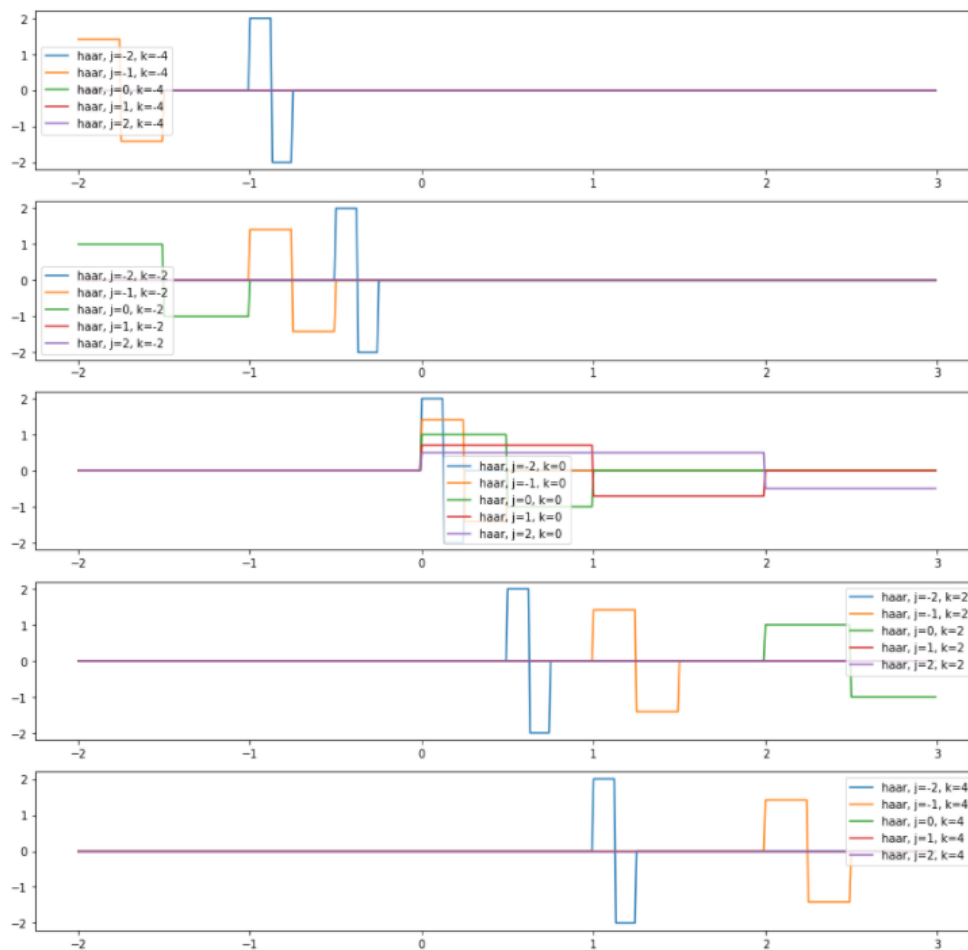
1. Побудувати вейвлет - базис для заданих батьківських вейвлетів: вейвлет Хаара, Гауссовий вейвлет, мексиканська шляпа, французька шляпа, вейвлет Wave.

$j = [-2, -1, 0, 1, 2]$

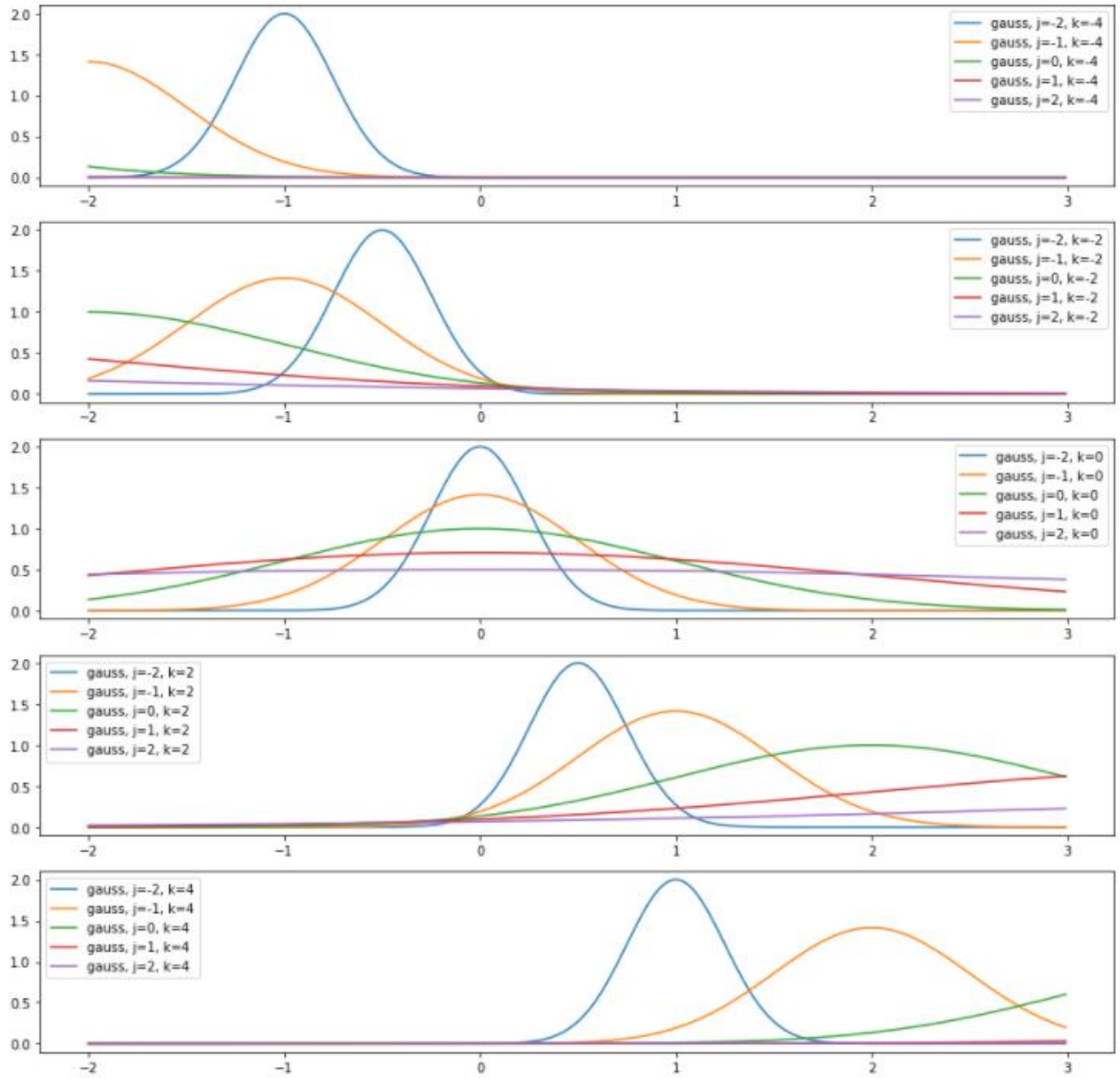
$k = [-4, -2, 0, 2, 4]$

$t = [-2, 3]$

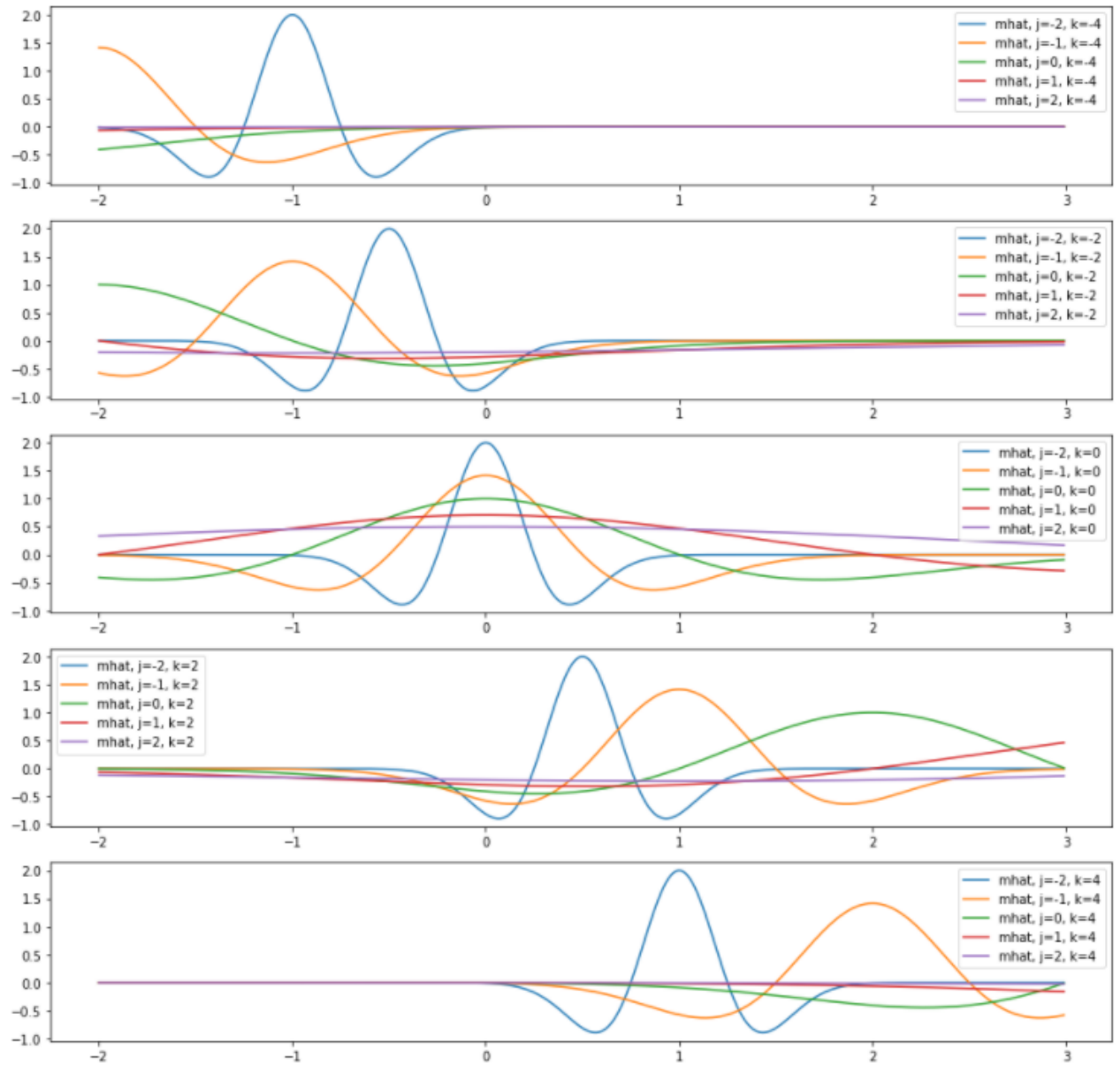
Вейвлет для базиса Хаара



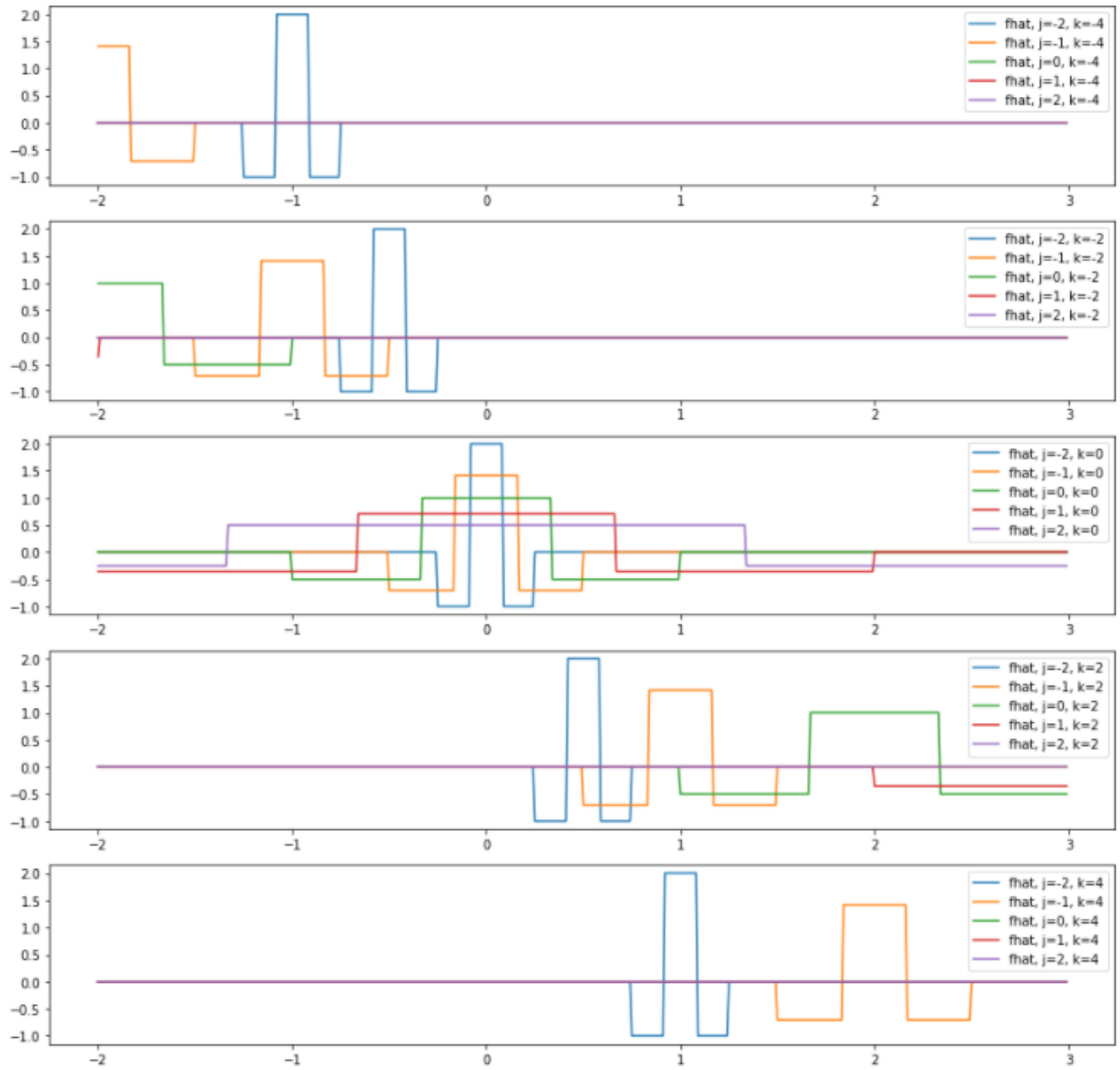
Вейвлет для базиса Гаусса



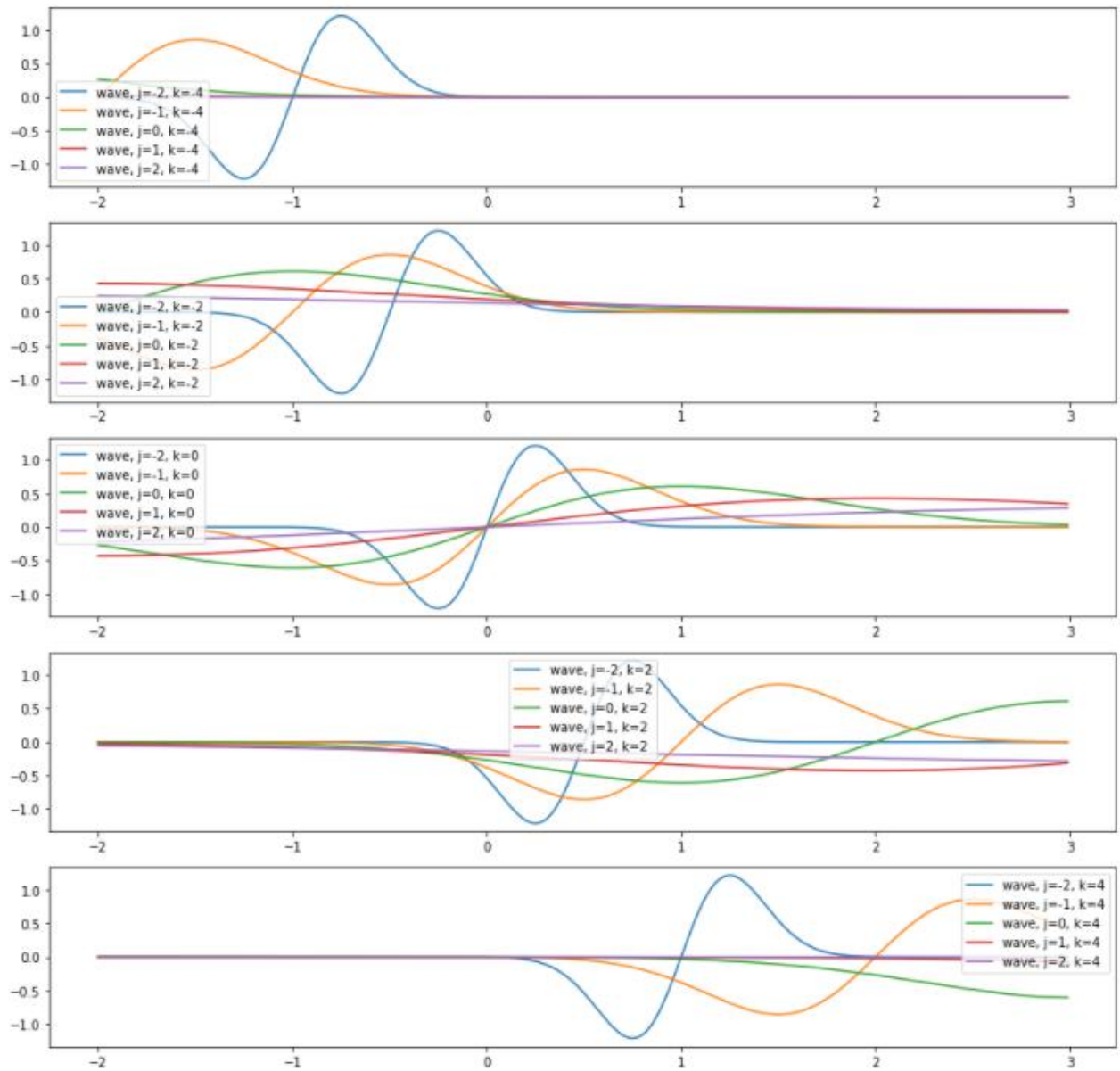
Вейвлет для базиса "мексиканська шляпа"



Вейвлет для базиса "французька шляпа"



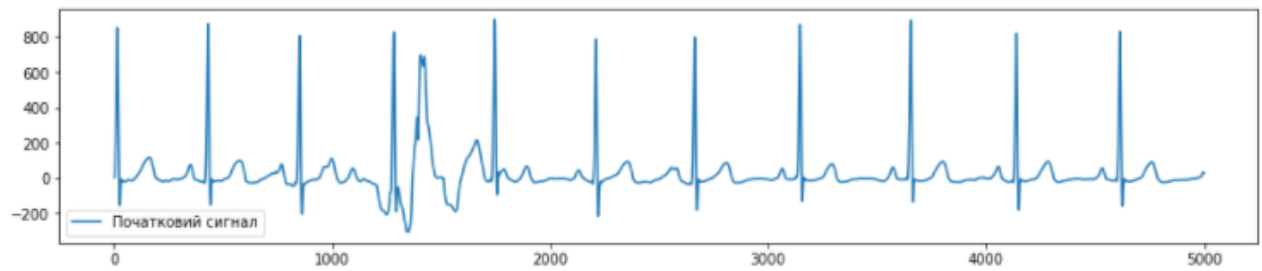
Вейвлет для базиса "Wave"



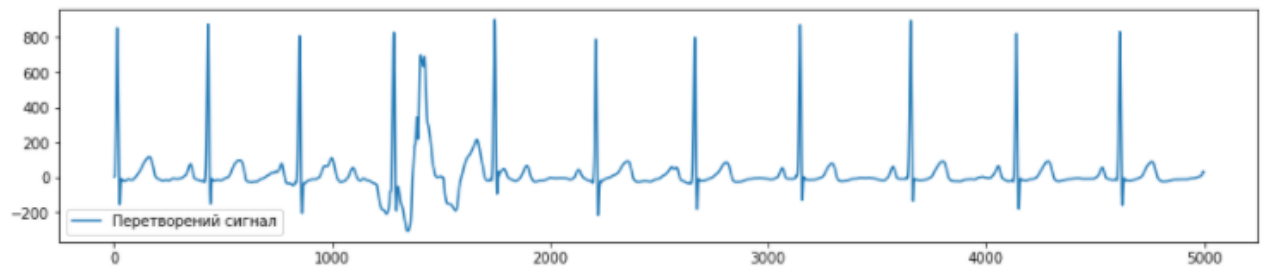
2. Виконати пряме вейвлет - перетворення для заданого базису. Для даних із DataSet виконати по одному вейвлет – перетворенню.

Перетворення для вейвлета Хаара

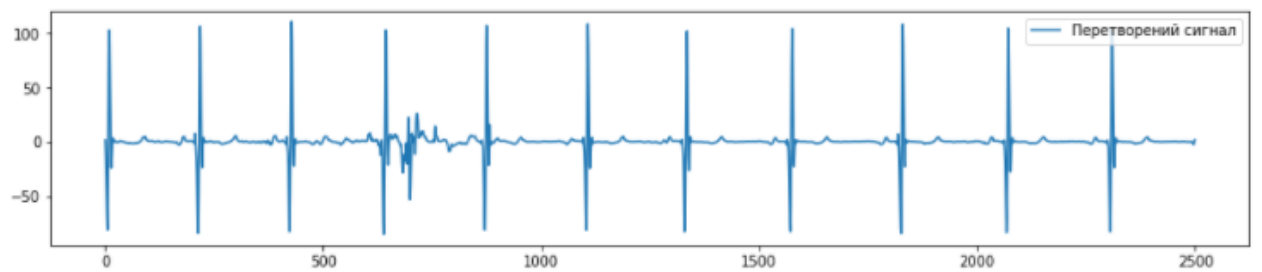
1-й канал



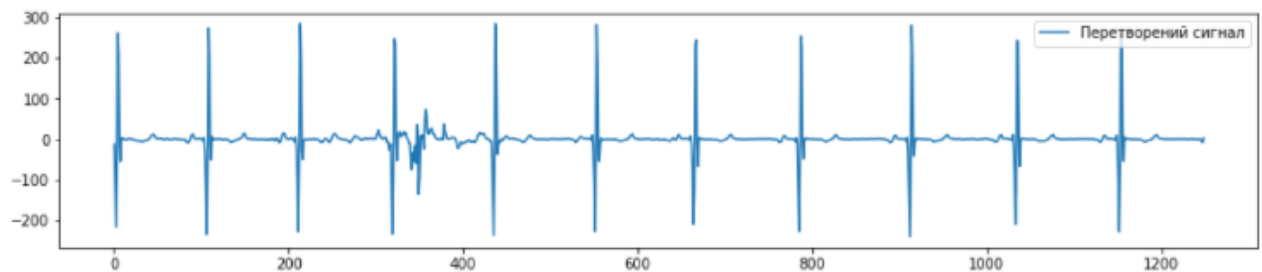
Рівень вейвлет-перетворення  $j=0$



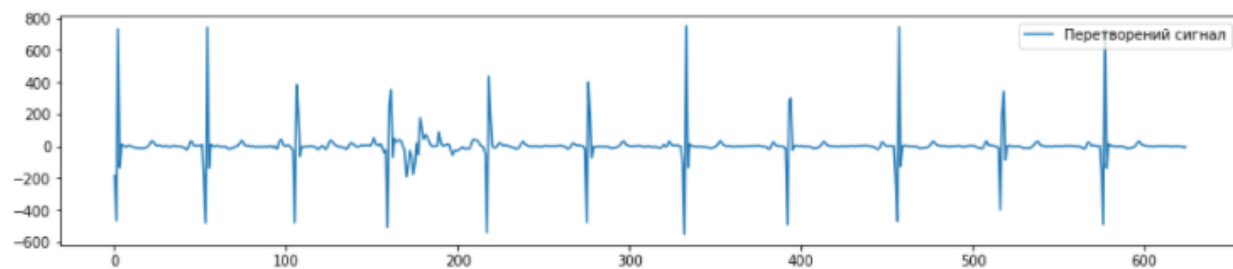
Рівень вейвлет-перетворення  $j=1$



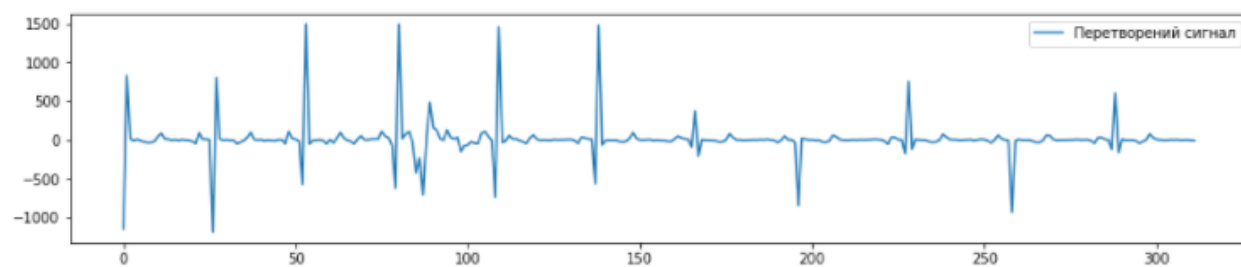
Рівень вейвлет-перетворення  $j=2$



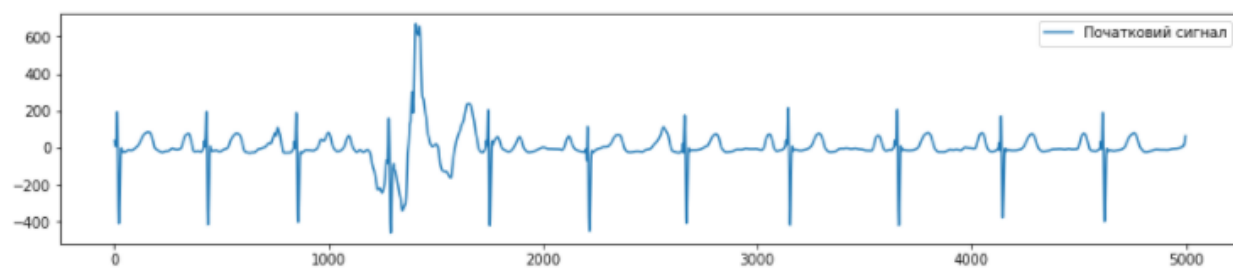
Рівень вейвлет-перетворення  $j=3$



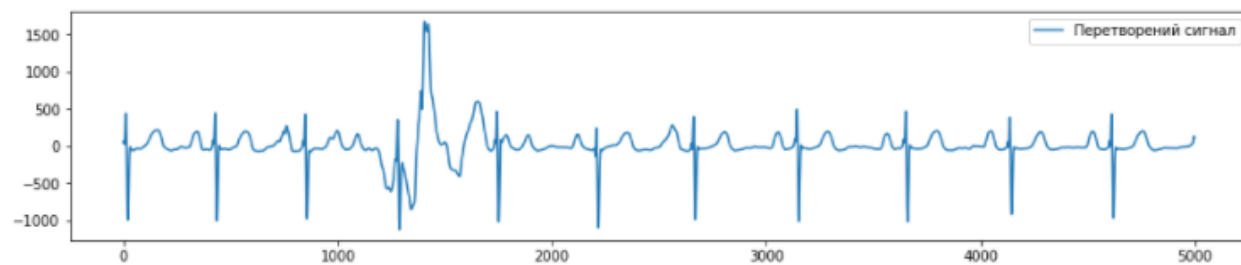
Рівень вейвлет-перетворення  $j=4$



Перетворення для вейвлета Гаусса  
2-й канал

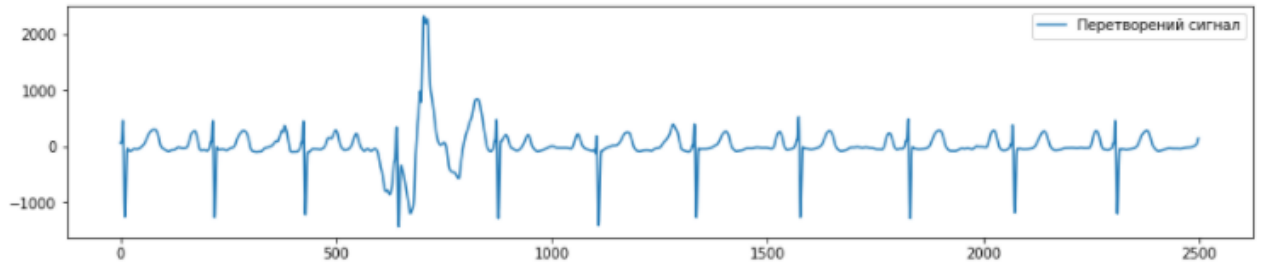


Рівень вейвлет-перетворення  $j=0$

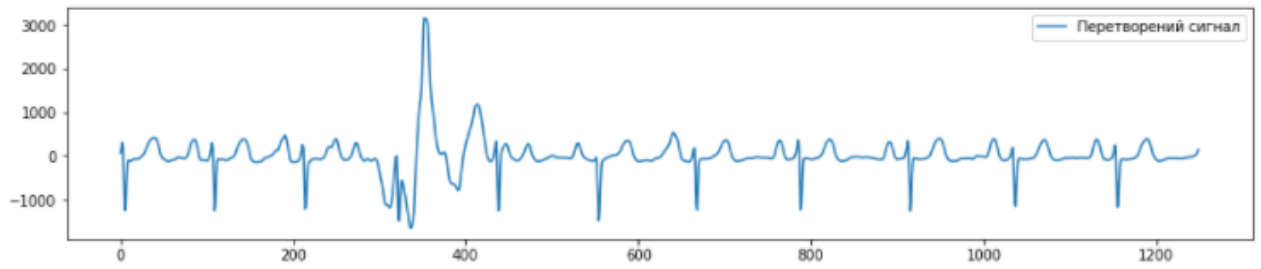




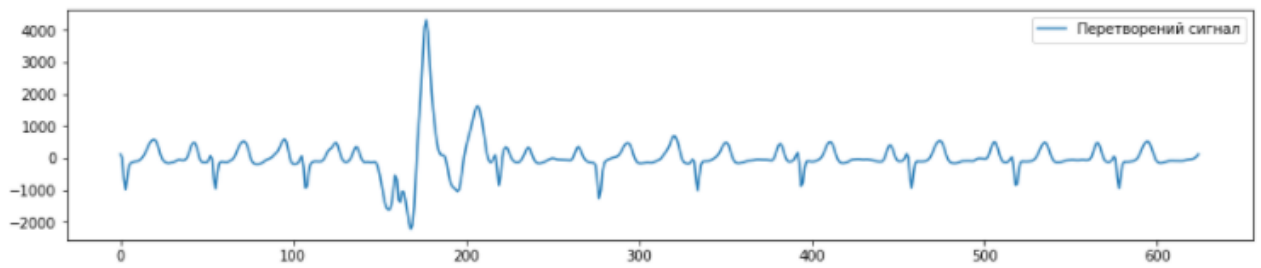
Рівень вейвлет-перетворення  $j=1$



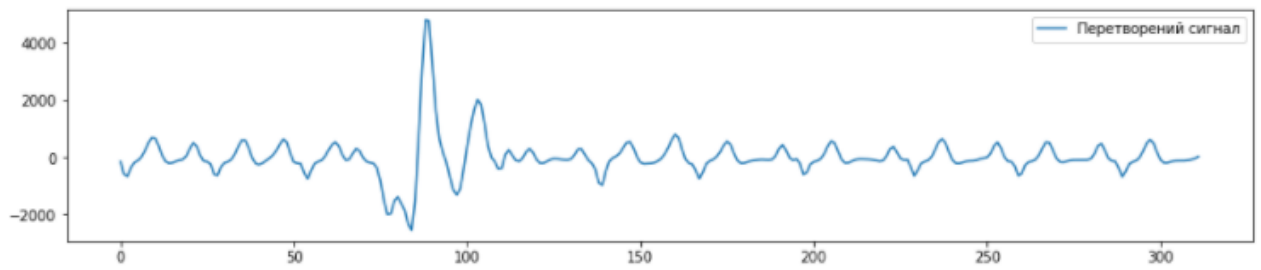
Рівень вейвлет-перетворення  $j=2$



Рівень вейвлет-перетворення  $j=3$

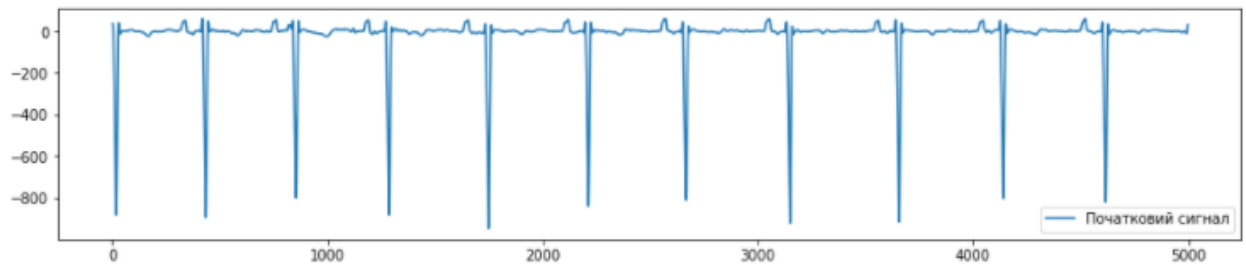


Рівень вейвлет-перетворення  $j=4$

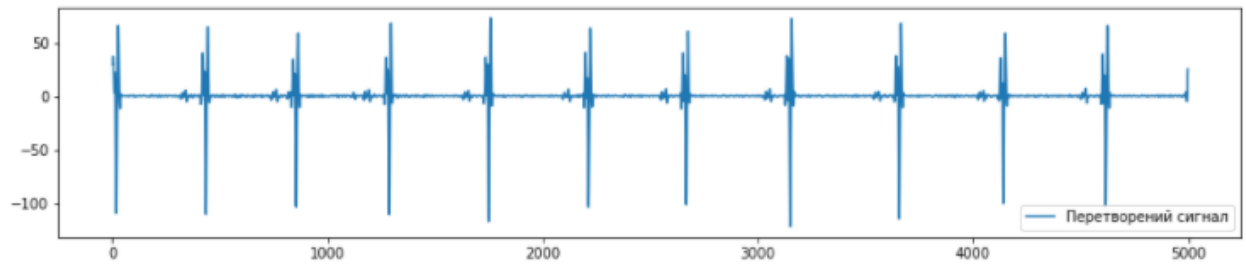


Перетворення для вейвлета "мексиканська шляпа"

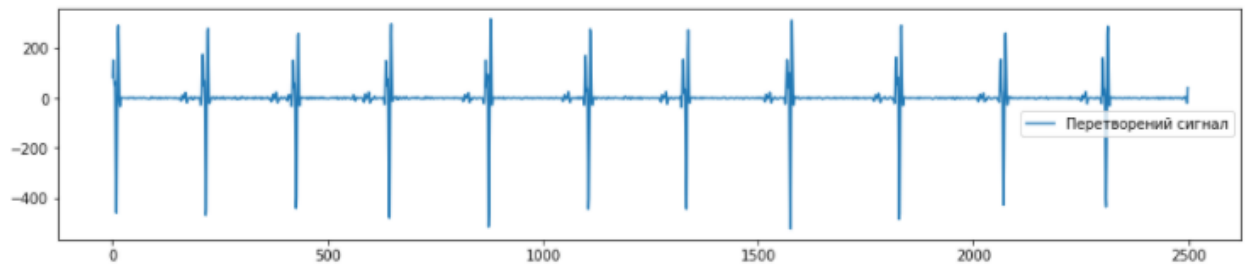
3-й канал



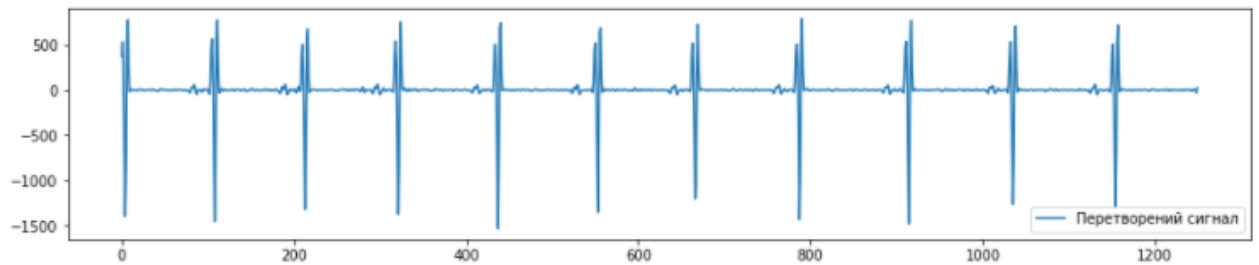
Рівень вейвлет-перетворення  $j=0$



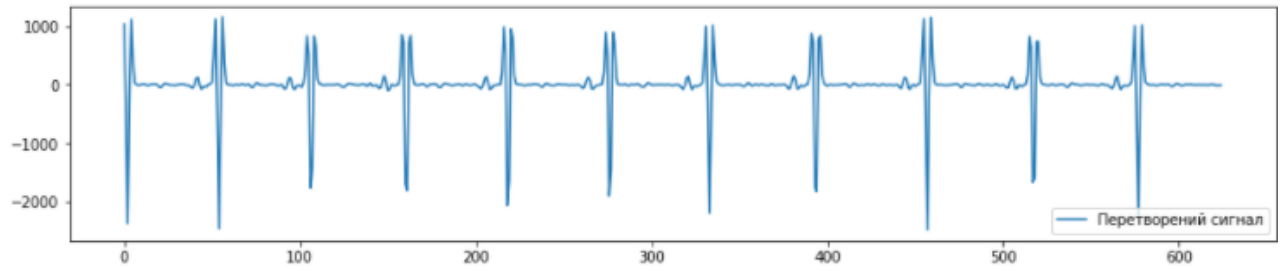
Рівень вейвлет-перетворення  $j=1$



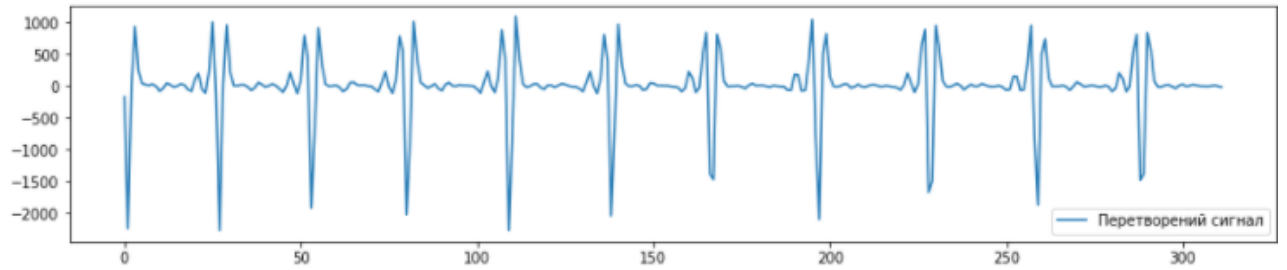
Рівень вейвлет-перетворення  $j=2$



Рівень вейвлет-перетворення  $j=3$

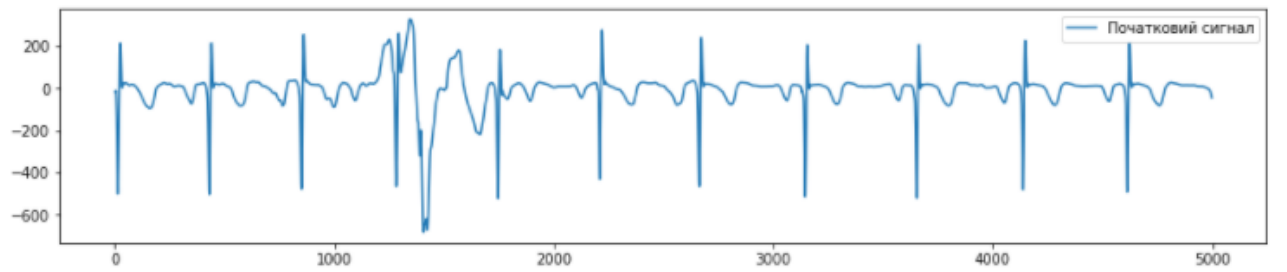


Рівень вейвлет-перетворення  $j=4$

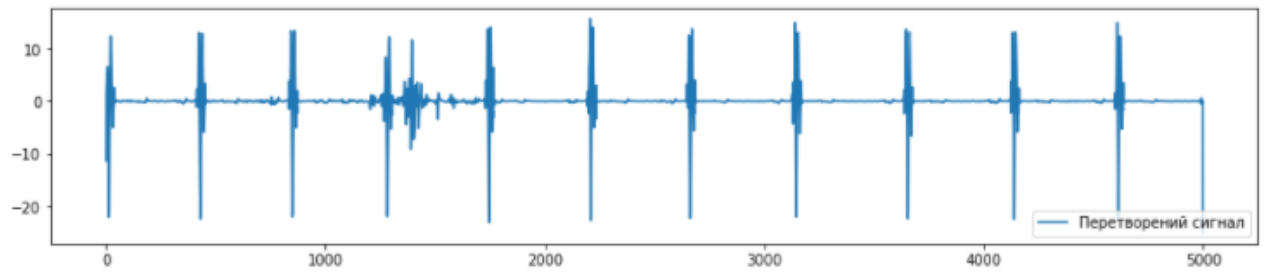


Перетворення для вейвлета "французька шляпа"

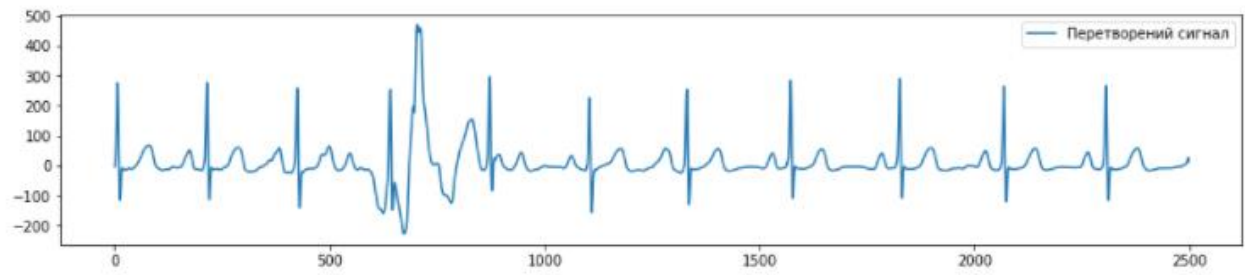
4-й канал



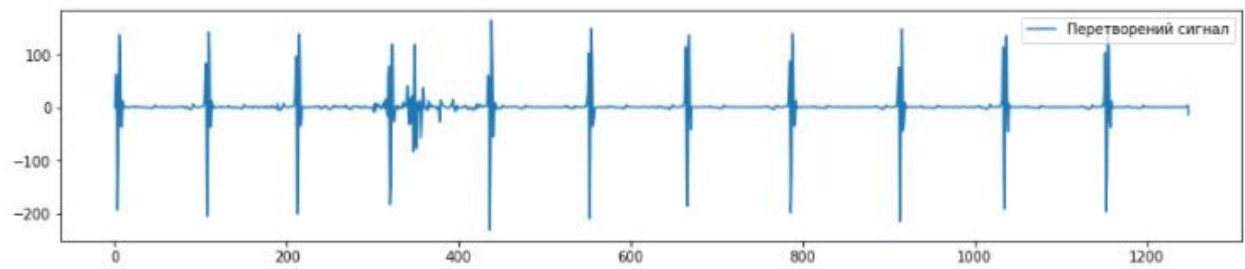
Рівень вейвлет-перетворення  $j=0$



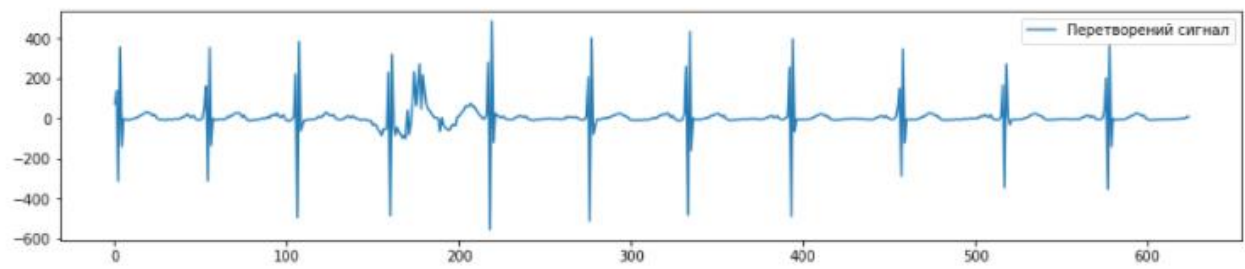
Рівень вейвлет-перетворення  $j=1$



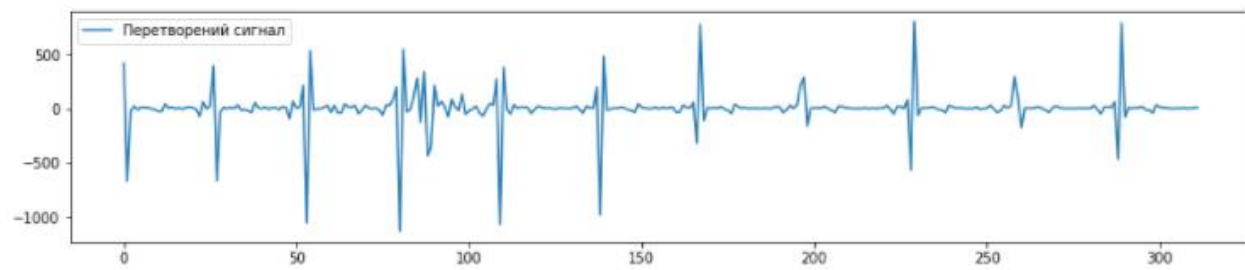
Рівень вейвлет-перетворення  $j=2$



Рівень вейвлет-перетворення  $j=3$

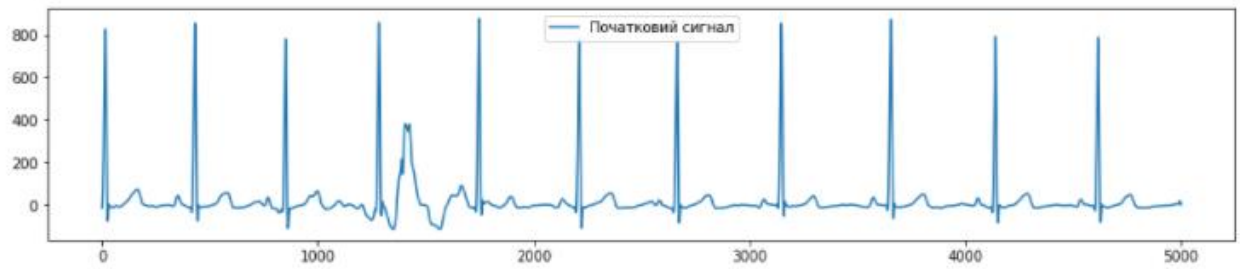


Рівень вейвлет-перетворення  $j=4$

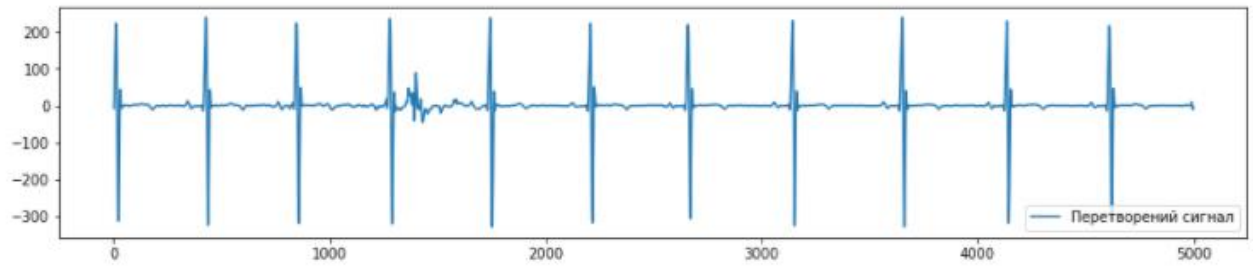


Перетворення для вейвлета "Wave"

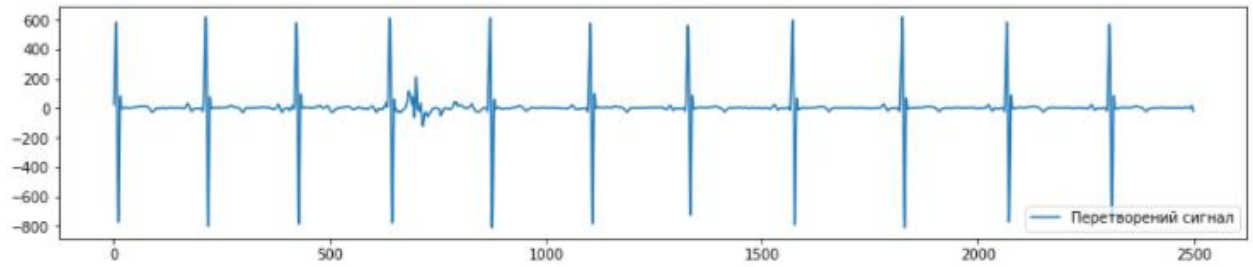
5-й канал



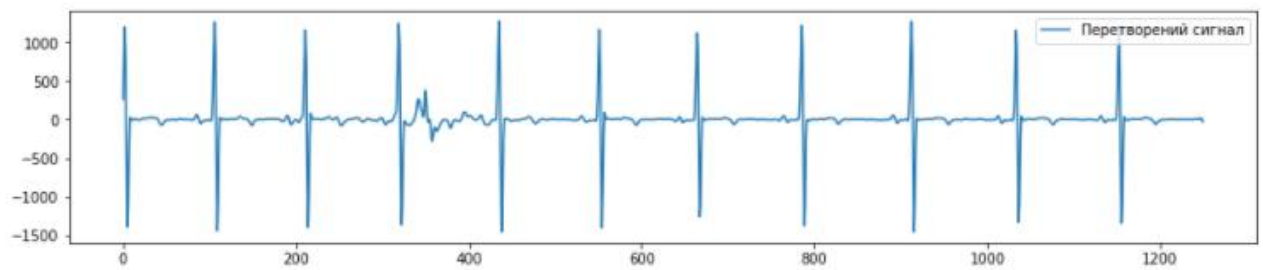
Рівень вейвлет-перетворення  $j=0$



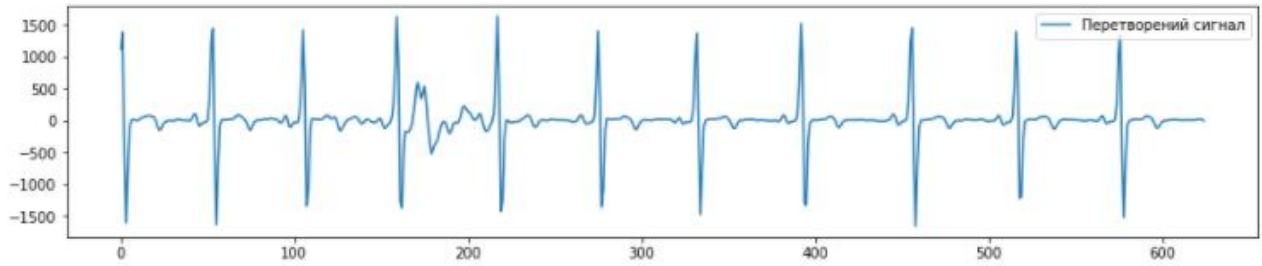
Рівень вейвлет-перетворення  $j=1$



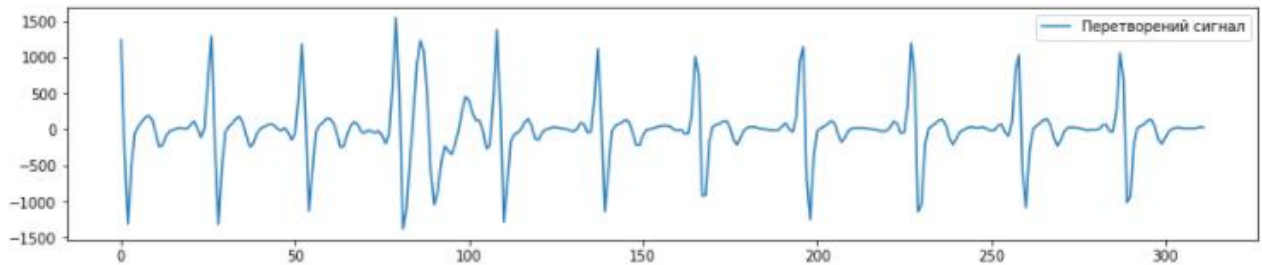
Рівень вейвлет-перетворення  $j=2$



Рівень вейвлет-перетворення  $j=3$



Рівень вейвлет-перетворення  $j=4$



## Завдання 7. Кореляційний аналіз

Визначити коефіцієнт кореляції між  $x$  та  $y$ . Побудувати кореляційну матрицю вихідних ознак.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	1.000000	0.505215	-0.718292	-0.909829	0.932521	-0.218027	-0.547561	-0.137205	0.536454	0.640283	0.783869	0.799061
1	0.505215	1.000000	0.233716	-0.817314	0.162991	0.730854	0.376200	0.630241	0.652335	0.632260	0.487484	0.467539
2	-0.718292	0.233716	1.000000	0.366768	-0.915241	0.833198	0.923042	0.669614	-0.069617	-0.204305	-0.484304	-0.519554
3	-0.909829	-0.817314	0.366768	1.000000	-0.700183	-0.205746	0.186299	-0.209379	-0.669831	-0.729523	-0.756239	-0.757122
4	0.932521	0.162991	-0.915241	-0.700183	1.000000	-0.550814	-0.776972	-0.413019	0.345356	0.473347	0.697451	0.722242
5	-0.218027	0.730854	0.833198	-0.205746	-0.550814	1.000000	0.858578	0.819956	0.311725	0.208182	-0.067588	-0.102718
6	-0.547561	0.376200	0.923042	0.186299	-0.776972	0.858578	1.000000	0.825169	0.141956	0.008614	-0.302974	-0.355206
7	-0.137205	0.630241	0.669614	-0.209379	-0.413019	0.819956	0.825169	1.000000	0.658527	0.541196	0.220944	0.147912
8	0.536454	0.652335	-0.069617	-0.669831	0.345356	0.311725	0.141956	0.658527	1.000000	0.960785	0.832211	0.783493
9	0.640283	0.632260	-0.204305	-0.729523	0.473347	0.208182	0.008614	0.541196	0.960785	1.000000	0.923434	0.886801
10	0.783869	0.487484	-0.484304	-0.756239	0.697451	-0.067588	-0.302974	0.220944	0.832211	0.923434	1.000000	0.985654
11	0.799061	0.467539	-0.519554	-0.757122	0.722242	-0.102718	-0.355206	0.147912	0.783493	0.886801	0.985654	1.000000

## Завдання 8. Факторний аналіз

Знайти власні числа і власні вектори кореляційної матриці. Виділити основні фактори. Проаналізувати отримані дані.

Нормалізація змінних:

```
[[-0.14485041 0.38628422 0.47647102 ... -0.66748244 -0.40360461
-0.17683275]
[-0.15801712 0.30488662 0.42609076 ... -0.46221134 -0.26140655
-0.04274091]
[-0.11980475 0.22200044 0.31646164 ... -0.24758114 -0.10200422
0.10557264]
...
[ 0.07634872 0.5265996 0.2865628 ... -0.01154443 0.24583113
0.10056144]
[ 0.06257669 0.60166532 0.36235533 ... 0.00466483 0.28907259
0.08733652]
[ 0.04726244 0.6759328 0.43926298 ... 0.02022037 0.32860193
0.06657859]]
```

Кореляційна матриця:

```
[ [ 1. 0.50521513 -0.71829152 -0.90982945 0.93252096 -0.21802691
-0.5475613 -0.13720487 0.5364536 0.64028314 0.78386913 0.79906095]
[ 0.50521513 1. 0.23371611 -0.81731432 0.16299072 0.73085437
0.37620042 0.63024108 0.65233508 0.63225973 0.48748439 0.46753896]
[-0.71829152 0.23371611 1. 0.36676762 -0.91524126 0.83319779
0.92304179 0.66961366 -0.06961681 -0.2043048 -0.48430392 -0.51955433]
[-0.90982945 -0.81731432 0.36676762 1. -0.70018294 -0.20574628
0.18629919 -0.20937883 -0.66983053 -0.7295229 -0.7562395 -0.75712209]
[ 0.93252096 0.16299072 -0.91524126 -0.70018294 1. -0.55081398
-0.77697154 -0.41301941 0.34535602 0.47334723 0.69745134 0.72224156]
[-0.21802691 0.73085437 0.83319779 -0.20574628 -0.55081398 1.
0.85857781 0.81995619 0.31172507 0.20818173 -0.0675883 -0.10271764]
[-0.5475613 0.37620042 0.92304179 0.18629919 -0.77697154 0.85857781
1. 0.82516864 0.14195623 0.0086142 -0.30297398 -0.35520588]
[-0.13720487 0.63024108 0.66961366 -0.20937883 -0.41301941 0.81995619
0.82516864 1. 0.65852709 0.54119629 0.22094396 0.14791155]
[ 0.5364536 0.65233508 -0.06961681 -0.66983053 0.34535602 0.31172507
0.14195623 0.65852709 1. 0.96078489 0.83221076 0.78349323]
[ 0.64028314 0.63225973 -0.2043048 -0.7295229 0.47334723 0.20818173
0.0086142 0.54119629 0.96078489 1. 0.92343397 0.88680112]
[ 0.78386913 0.48748439 -0.48430392 -0.7562395 0.69745134 -0.0675883
-0.30297398 0.22094396 0.83221076 0.92343397 1. 0.98565373]
[ 0.79906095 0.46753896 -0.51955433 -0.75712209 0.72224156 -0.10271764
-0.35520588 0.14791155 0.78349323 0.88680112 0.98565373 1. ]]
```

Власні значення:

```
[6.35355004e+00 4.49700435e+00 8.75129432e-01 1.67279746e-01
6.78409416e-02 1.84162257e-02 9.37252778e-03 1.76383288e-04
6.39785658e-04 9.31940050e-04 5.19109501e-03 4.46753370e-03]
```

Власні вектори:

```
[ [ 0.37051906 0.09168536 -0.30770594 -0.19488701 -0.08431844 0.00973791
-0.00665792 -0.7205573 -0.30744658 0.31328174 0.04616044 -0.01985734]
[ 0.22073245 -0.33153077 -0.46961649 0.10393677 0.09658789 -0.00455278
0.04630806 -0.15775955 0.68582404 -0.18118613 -0.25642784 0.06856606]
[-0.23808359 -0.37193821 -0.01970844 0.28027312 0.16044747 -0.00370999
-0.12554849 -0.08134916 0.18373242 0.47633527 0.61867811 -0.18569858]
[-0.35302643 0.09764077 0.43299138 0.0732521 -0.00462782 -0.00236716
-0.02170562 -0.6509582 0.21549687 -0.44136181 0.08320702 -0.02416457]
[ 0.33247078 0.24066124 -0.15148019 -0.26883262 -0.18573883 -0.00262046
-0.13129859 0.15584237 0.16856349 -0.41328936 0.67328523 -0.088099 ]
[-0.04322103 -0.44721621 -0.28997742 0.27859246 0.15328465 -0.02964305
-0.05459981 -0.02603852 -0.56995666 -0.52313682 0.07831535 -0.06114638]
[-0.1620978 -0.41735867 0.02327351 -0.24839414 -0.74147952 0.23687574
0.04477051 0.01297394 0.00655214 0.00624007 -0.10538356 -0.34355852]
[ 0.04124321 -0.45119523 0.22695163 -0.3881055 -0.04383099 -0.21403714
-0.06165067 -0.0146581 -0.02878216 0.02280599 0.13122059 0.72268448]
[ 0.30564834 -0.24412483 0.33526589 -0.32374292 0.48915678 0.57180413
-0.03002406 0.00885808 -0.0008178 -0.03835218 -0.04341539 -0.24330801]
[ 0.34113789 -0.19025163 0.31563024 -0.03300372 0.05495738 -0.6779226
0.32900529 0.00622931 0.01398157 -0.00927923 -0.03124417 -0.41782428]
[ 0.37601174 -0.04455402 0.26990304 0.35018869 -0.20272101 -0.06288093
-0.76671132 0.00216984 0.01641021 0.02692748 -0.16461295 -0.01256042]
[ 0.37565807 -0.018605 0.23011364 0.52588611 -0.25435754 0.32644212
0.5084878 -0.00865077 -0.01801252 0.00303943 0.15715789 0.272208 ]]
```



Впорядковані власні значення:

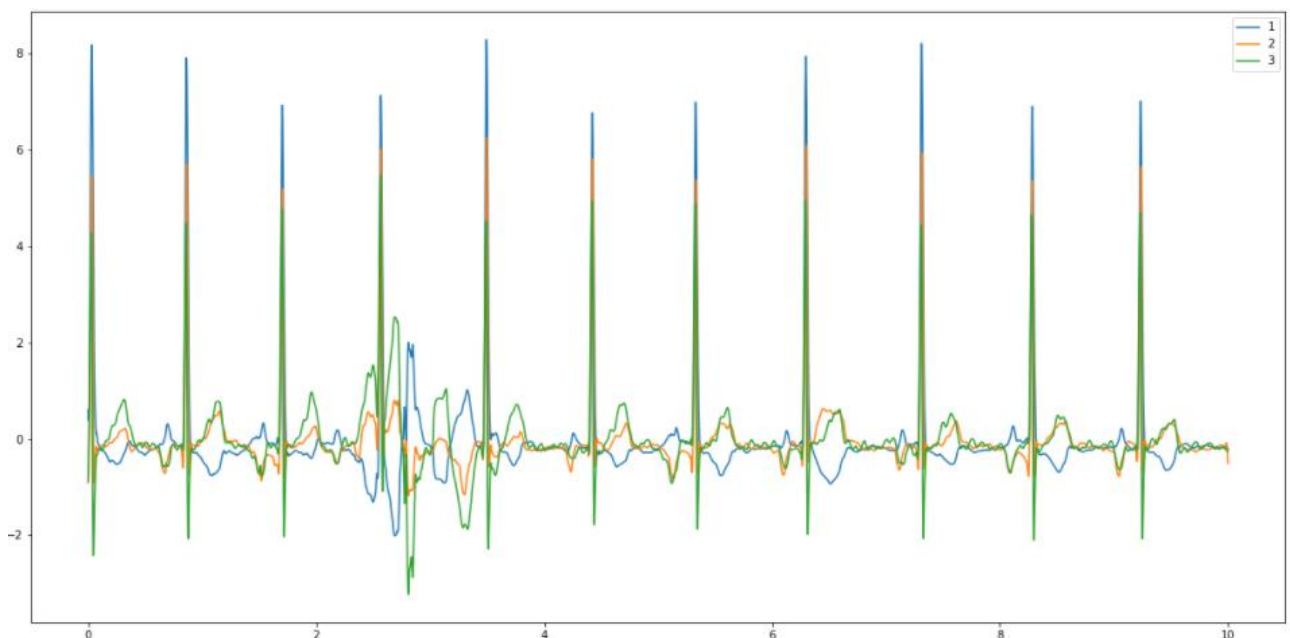
```
6.353550038568697 (1) 52.95%
4.497004350643076 (2) 37.48%
0.8751294324363933 (3) 7.29%
0.167279745557061 (4) 1.39%
0.067840941622796 (5) 0.57%
0.018416225687796627 (6) 0.15%
0.0093725277806271 (7) 0.08%
0.005191095009776895 (11) 0.04%
0.0044675336983212525 (12) 0.04%
0.0009319400495142777 (10) 0.01%
0.0006397856577222544 (9) 0.01%
0.00017638328821419574 (8) 0.0%
```

Головні компоненти:

```
[[ 0.37051906  0.09168536 -0.30770594 -0.19488701 -0.08431844  0.00973791
  -0.00665792 -0.7205573  -0.30744658  0.31328174  0.04616044 -0.01985734]
 [ 0.22073245 -0.33153077 -0.46961649  0.10393677  0.09658789 -0.00455278
  0.04630806 -0.15775955  0.68582404 -0.18118613 -0.25642784  0.06856606]
 [-0.23808359 -0.37193821 -0.01970844  0.28027312  0.16044747 -0.00370999
  -0.12554849 -0.08134916  0.18373242  0.47633527  0.61867811 -0.18569858]]
```

Фінальний датасет:

```
[[ 0.60713308 -0.91220271 -0.86992495]
 [ 0.47839015 -0.78861606 -0.63007432]
 [ 0.38800748 -0.62382858 -0.38883304]
 ...
 [-0.18520141 -0.34115422 -0.243116 ]
 [-0.19674223 -0.42439343 -0.24681361]
 [-0.20585223 -0.5107428 -0.25152969]]
```



## Завдання 9. Кластеризація

Результати спостережень являють собою  $N=5000$  точок, кожна точка є вектором розмірності 12 (у випадку головних компонент – розмірності 3).



Провести розбиття на  $k$  класів різними методами. Належність класу задати номерами точок.

Крок 1. Вибрати метод кластеризації

Крок 2. Провести розбиття на класи для різних  $k$  ( $k=7$ ,  $k=11$ ). Графічно відобразити точки з різних класів.

Крок 3. Серед отриманих класів вибрати клас, що відповідає QRS – комплексу (на рис. 2 – клас з номером 6). Провести попередній аналіз точок класу – перевірити наявність сусідніх точок за їх номерами. Якщо є сусідні точки, наприклад, з номерами 121 та 122, то залишити одну, що має більший модуль. Якщо сусідніх точок більше двох - залишити одну. Результатом є точки QRS – комплексу.

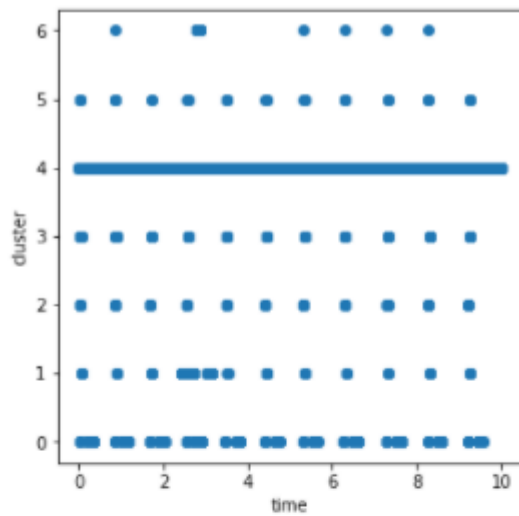
Визначити при якому з розбиттів  $k=7$  чи  $k=11$  клас QRS – комплексу містить найменше сусідніх точок.

Крок 4. Впорядкувати точки QRS – комплексу за їх номерами. Для точок QRS – комплексу порахувати відстань  $\{S_i\}$  між точками (різниця номерів). Для масиву  $\{S_i\}$  обчислити основні статистичні характеристики – середнє, дисперсія, мода, медіана, коефіцієнт асиметрії, коефіцієнт ексцесу. Побудувати гістограму.

Крок 5. Повторити кроки 2-4 для точок розмірності 12 і для точок головних компонент (розмірність 3)

Для кластеризації було обрано метод  $k$ -середніх.

Точки розмірності 12.  $k = 7$



Точка 424 належить кластеру 6

Точки 1398-1436 належить кластеру 6

Точка 2657 належить кластеру 6

Точка 3140 належить кластеру 6

Точка 3648 належить кластеру 6

Точка 4133 належить кластеру 6

QRS = [424, 1436, 2657, 3140, 3648, 4133]

Si = [1012, 1221, 483, 508, 485]

Середнє = 741.8

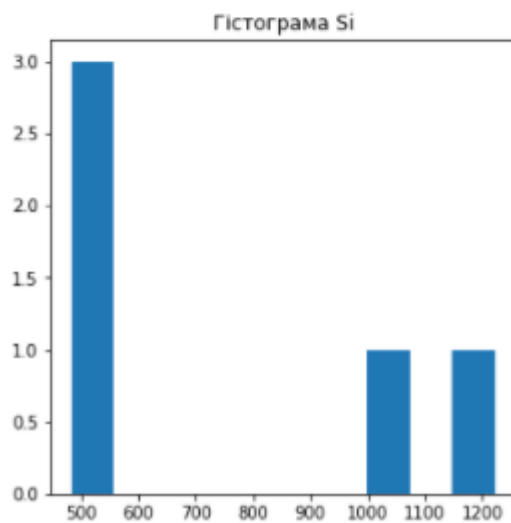
Дисперсія = 98045.36

Мода = [483]. Кількість = 1

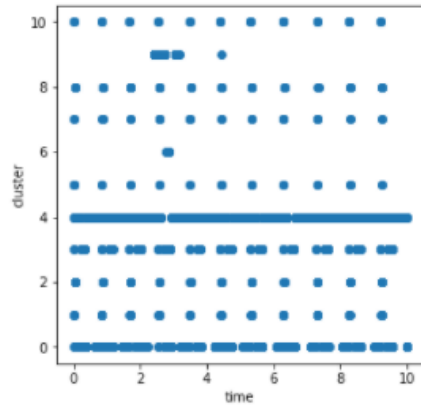
Медіана = 508.0

Асиметрія = 0.5388761008320867

Ексцес = -1.5460320337622697



Точки розмірності 12.  $k = 11$



Точки 8-10 належить кластеру 10

Точки 423-425 належить кластеру 10

Точки 844-846 належить кластеру 10

Точки 1276-1278 належить кластеру 10

Точки 1739-1741 належить кластеру 10

Точки 2204-2206 належить кластеру 10

Точки 2656-2659 належить кластеру 10

Точки 3139-3142 належить кластеру 10

Точки 3647-3649 належить кластеру 10

Точки 4132-4135 належить кластеру 10

Точки 4608-4610 належить кластеру 10

QRS = [10, 425, 846, 1278, 1741, 2206, 2659, 3142, 3649, 4135, 4610]

Si = [415, 421, 432, 463, 465, 453, 483, 507, 486, 475]

Середнє = 460.0

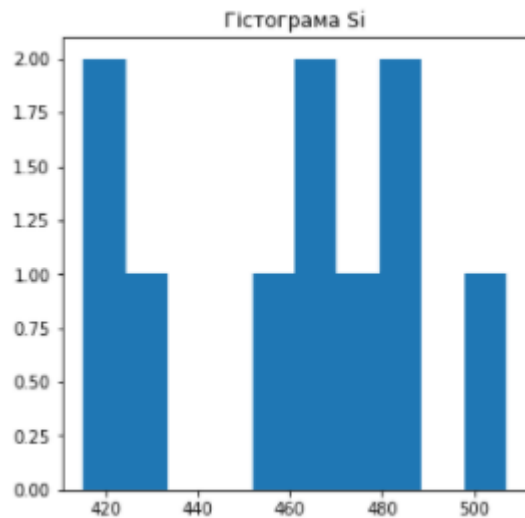
Дисперсія = 805.2

Мода = [415]. Кількість = 1

Медіана = 464.0

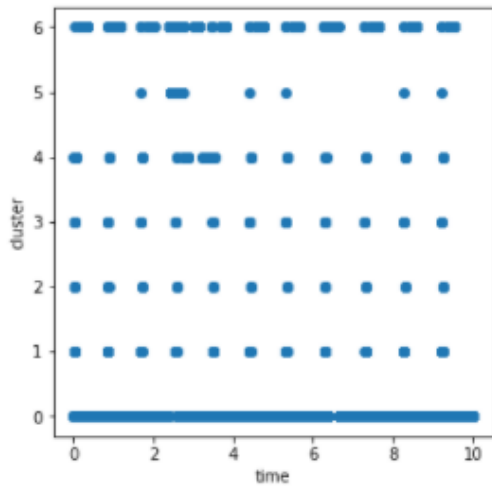
Асиметрія = -0.15601097587123064

Екссес = -1.0413341595575112



QRS містить менше сусідніх точок при  $k=7$ .

Точки головних компонентів (розмірності 3).  $k = 7$



Точка 6 належить кластеру 6

Точки 96-177 належить кластеру 6

Точки 420-422 належить кластеру 6

Точки 507-596 належить кластеру 6

Точки 840-842 належить кластеру 6

Точки 937-1010 належить кластеру 6

Точки 1191-1217 належить кластеру 6

Точки 1263-1271 належить кластеру 6

Точки 1298-1313 належить кластеру 6

Точки 1366-1373 належить кластеру 6

Точки 1515-1581 належить кластеру 6

Точки 1735-1738 належить кластеру 6

Точки 1840-1910 належить кластеру 6

Точки 2199-2201 належить кластеру 6

Точки 2296-2377 належить кластеру 6

...

QRS = [6, 177, 422, 596, 842, 1010, 1217, 1271, 1313, 1373, 1581, 1738, 1910, 2201, 2377, 2654, 2826, 3138, 3316, 3646, 3816, 4130, 4300, 4606, 4774]

Si = [171, 245, 174, 246, 168, 207, 54, 42, 60, 208, 157, 172, 291, 176, 277, 172, 312, 178, 330, 170, 314, 170, 306, 168]

Середнє = 198.66666666666666

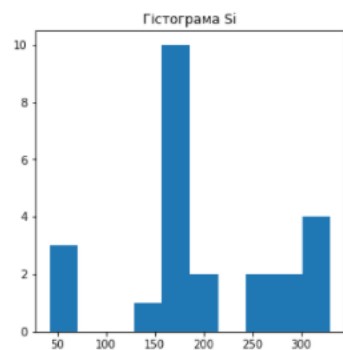
Дисперсія = 6159.138888888889

Мода = [168]. Кількість = 2

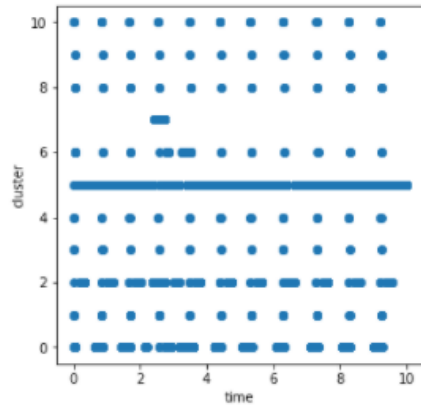
Медіана = 175.0

Асиметрія = -0.15900418660371957

Екссес = -0.4618505307909686



Точки головних компонентів (розмірності 3).  $k = 11$



Точки 7-9 належить кластеру 10

Точки 422-425 належить кластеру 10

Точки 843-845 належить кластеру 10

Точки 1275-1277 належить кластеру 10

Точки 1738-1740 належить кластеру 10

Точки 2202-2205 належить кластеру 10

Точки 2655-2658 належить кластеру 10

Точки 3138-3141 належить кластеру 10

Точки 3646-3648 належить кластеру 10

Точки 4131-4134 належить кластеру 10

Точки 4607-4609 належить кластеру 10

QRS = [9, 425, 845, 1277, 1740, 2205, 2658, 3141, 3648, 4134, 4609]

Si = [416, 420, 432, 463, 465, 453, 483, 507, 486, 475]

Середнє = 460.0

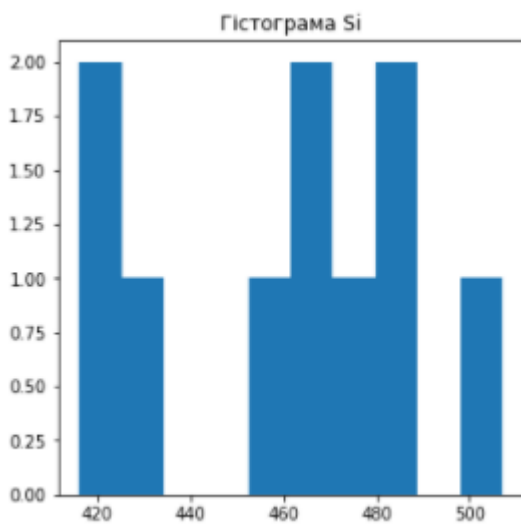
Дисперсія = 804.2

Мода = [416]. Кількість = 1

Медіана = 464.0

Асиметрія = -0.15077715892288787

Ексцес = -1.0528453547252952



QRS містить менше сусідніх точок при  $k=11$ .

## Завдання 10. Класифікація об'єктів

В кожному файлі даних містяться результати ЕКГ дослідження конкретної людини. За результатами етапу 9 (кластеризація даних) отримані основні статистичні характеристики QRS – комплексу. За результатами досліджень двох і більше пацієнтів перевірити про рівність закону розподілу величини  $\{S_i\}$

Порівняти результати для початкових даних (розмірність 12) та для головних компонент (розмірність 3).

Факторний аналіз, кластеризація для файлу A15.txt:

```
[[ [ 7.0757 64.498 53.173 ... 251.91 167.55 137.27 ]
[ 8.7817 64.46 51.522 ... 249.97 167.03 137.33 ]
[ 10.79 63.849 48.995 ... 247.49 165.6 136.7 ]
...
[ -34.121 -53.442 -24.608 ... -113.85 -86.133 -73.271 ]
[ -34.94 -49.774 -20.249 ... -111.04 -86.29 -71.665 ]
[ -34.306 -42.636 -13.873 ... -107.01 -85.274 -68.384 ]]]

Нормалізація змінних:
[[ [ 0.10888161 0.70991232 0.34841783 ... 0.90543441 0.78965844
1.13646596]
[ 0.11810505 0.70952991 0.33896525 ... 0.89825438 0.7867759
1.1370532 ]
[ 0.12896287 0.70338116 0.32449725 ... 0.88907579 0.77884893
1.13088716]
...
[ -0.11384729 -0.47696817 -0.09690683 ... -0.44825972 -0.61659182
-0.92417411]
[ -0.1182752 -0.44005552 -0.07194996 ... -0.43785978 -0.61746213
-0.90845561]
[ -0.11484749 -0.36822279 -0.03544503 ... -0.42294457 -0.6118301
-0.87634329]]

Кореляційна матриця:
[[ [ 1. 0.19025748 -0.79630902 -0.58577346 0.81932853 -0.44461286
-0.74011819 -0.18274013 -0.04095449 0.07255452 0.02390055 -0.14983854]
[ 0.19025748 1. 0.33802872 -0.84846123 -0.05791575 0.74738302
0.39666407 0.749494 0.80732463 0.8504488 0.7799511 0.70821143]
[ -0.79630902 0.33802872 1. 0.10778441 -0.93522363 0.69763893
0.85832824 0.50087473 0.4219282 0.34178544 0.33198957 0.42219662]
[ -0.58577346 -0.84846123 0.10778441 1. -0.35495552 -0.36657037
0.0386365 -0.47029977 -0.58188294 -0.70092598 -0.63749066 -0.50394238]
[ 0.81932853 -0.05791575 -0.93522363 -0.35495552 1. -0.41838457
-0.71733851 -0.25533046 -0.17623934 -0.09843669 -0.10629789 -0.19729848]
[ -0.44461286 0.74738302 0.69763893 -0.36657037 -0.41838457 1.
0.80784196 0.80966537 0.75563148 0.70098884 0.66992351 0.73637328]
[ -0.74011819 0.39666407 0.85832824 0.0386365 -0.71733851 0.80784196
1. 0.71861452 0.60902488 0.45909967 0.39630408 0.46957089]
[ -0.18274013 0.749494 0.50087473 -0.47029977 -0.25533046 0.80966537
0.71861452 1. 0.97306375 0.76177905 0.57605174 0.51954572]
[ -0.04095449 0.80732463 0.4219282 -0.58188294 -0.17623934 0.75563148
0.60902488 0.97306375 1. 0.85053126 0.65083363 0.54201353]
[ 0.07255452 0.8504488 0.34178544 -0.70092598 -0.09843669 0.70098884
0.45909967 0.76177905 0.85053126 1. 0.93626347 0.82442032]
[ 0.02390055 0.7799511 0.33198957 -0.63749066 -0.10629789 0.66992351
0.39630408 0.57605174 0.65083363 0.93626347 1. 0.95599534]
[ -0.14983854 0.70821143 0.42219662 -0.50394238 -0.19729848 0.73637328
0.46957089 0.51954572 0.54201353 0.82442032 0.95599534 1. ]]]

Власні значення:
[6.83347325e+00 3.43036551e+00 8.60187673e-01 4.19299232e-01
2.78468275e-01 7.81120560e-02 5.31113008e-02 3.67296955e-02
5.03975925e-03 3.20307598e-03 1.23107918e-03 7.79086614e-04]
```

Власні вектори:

```
[[ 0.10338966 0.5026773 0.10294578 0.24291037 0.14988302 0.02257939
   0.58724328 -0.09162393 0.49764324 0.19685655 0.06182987 -0.02396338]
 [-0.32815106 0.22064099 0.06847131 0.37337668 -0.28939389 -0.15700173
   0.35193442 -0.15597386 -0.5440434 -0.37375635 -0.04366593 0.07326784]
 [-0.25265381 -0.37794997 -0.05296998 0.40143125 0.00376722 -0.08690466
   -0.11060211 -0.01329071 0.57585525 -0.51955872 0.08646123 0.01910102]
 [ 0.20735638 -0.41234313 -0.04657635 -0.42346133 0.23564274 -0.4169717
   0.52390903 -0.23970972 -0.04160236 -0.20372018 -0.00856842 0.0291071 ]
 [ 0.1535284 0.44771788 0.09644616 -0.51540398 -0.31879727 0.09683139
   -0.14896303 -0.11835975 0.20321695 -0.55311216 0.07827811 0.02167766]
 [-0.35186121 -0.0914272 0.03800635 -0.1705681 -0.59266905 -0.34323635
   -0.0320784 -0.32439816 0.25002513 0.42951178 -0.08821087 -0.08480401]
 [-0.28921562 -0.31261732 0.16153382 -0.18859769 -0.09043852 0.77535175
   0.32125287 -0.17027625 -0.00829811 0.02094469 0.1185473 -0.02923364]
 [-0.33536908 0.01597659 0.47756542 -0.21338513 0.11409843 -0.09492038
   0.09877175 0.52213048 0.10038422 -0.04952408 -0.5215482 0.15723804]
 [-0.33625853 0.09399248 0.42928828 -0.11637662 0.31367268 -0.22276535
   -0.13318499 0.00568155 -0.08745992 0.02524946 0.63125918 -0.32818177]
 [-0.34246046 0.18575701 -0.10900826 -0.09175184 0.44210157 0.02093752
   -0.22479487 -0.49605997 0.01306112 0.04814052 -0.11419685 0.56558336]
 [-0.32033345 0.1696111 -0.45130548 -0.12912256 0.24709418 0.05464975
   0.0100493 -0.06185325 0.00561581 -0.10653594 -0.35464553 -0.66569171]
 [-0.31359046 0.08280584 -0.56123307 -0.21597746 -0.09622264 -0.05482438
   0.20005941 0.48872158 0.03494351 0.05000822 0.3865802 0.29811442]]
```

Впорядковані власні значення:

```
6.833473254183488 (1) 56.95%
3.430365512627228 (2) 28.59%
0.8601876731389232 (3) 7.17%
0.41929923207916403 (4) 3.49%
0.27846827461933027 (5) 2.32%
0.07811205599998122 (6) 0.65%
0.05311130082326256 (7) 0.44%
0.036729695508697785 (8) 0.31%
0.005039759249056045 (9) 0.04%
0.003203075978817758 (10) 0.03%
0.0012310791781085639 (11) 0.01%
0.0007790866139445797 (12) 0.01%
```

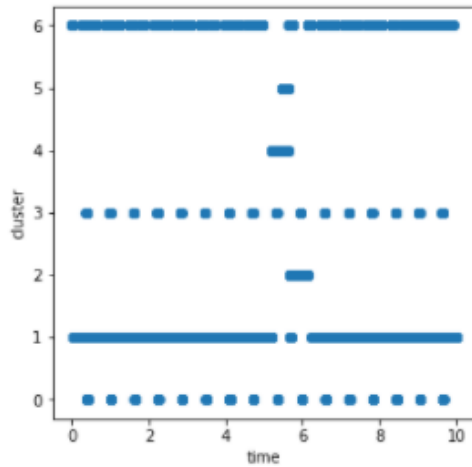
Головні компоненти:

```
[[ 0.10338966 0.5026773 0.10294578 0.24291037 0.14988302 0.02257939
   0.58724328 -0.09162393 0.49764324 0.19685655 0.06182987 -0.02396338]
 [-0.32815106 0.22064099 0.06847131 0.37337668 -0.28939389 -0.15700173
   0.35193442 -0.15597386 -0.5440434 -0.37375635 -0.04366593 0.07326784]
 [-0.25265381 -0.37794997 -0.05296998 0.40143125 0.00376722 -0.08690466
   -0.11060211 -0.01329071 0.57585525 -0.51955872 0.08646123 0.01910102]]
```

Фінальний датасет:

```
[[ 0.83535446 -0.82534059 -0.5521908 ]
 [ 0.81441811 -0.84000415 -0.54996244]
 [ 0.78300518 -0.85592167 -0.54488899]
 ...
 [-0.48832821 0.58974995 0.39227331]
 [-0.48007934 0.57541152 0.3634745 ]
 [-0.44661638 0.55219671 0.30293283]]
```

Точки розмірності 12.  $k = 7$



Точки 0-20 належить кластеру 6

Точки 129-146 належить кластеру 6

Точки 179-181 належить кластеру 6

Точка 191 належить кластеру 6

Точки 272-321 належить кластеру 6

Точки 434-460 належить кластеру 6

Точки 488-491 належить кластеру 6

Точка 501 належить кластеру 6

Точки 585-634 належить кластеру 6

Точки 745-768 належить кластеру 6

Точки 798-801 належить кластеру 6

Точка 810 належить кластеру 6

Точки 894-940 належить кластеру 6

Точки 1050-1073 належить кластеру 6

Точки 1103-1106 належить кластеру 6

...

QRS = [20, 146, 181, 191, 321, 460, 491, 501, 634, 768, 801, 810, 940, 1073, 1106, 1115, 1248, 1384, 1416, 1425, 1561, 1694, 1728, 1737, 1872, 2001, 2036, 2046, 2177, 2310, 2345, 2354, 2488, 2825, 2871, 3116, 3249, 3284, 3294, 3427, 3557, 3591, 3601, 3732, 3867, 3900, 3909, 4042, 4173, 4207, 4217, 4352, 4475, 4511, 4521, 4653, 4774, 4811, 4820, 4953]

Si = [126, 35, 10, 130, 139, 31, 10, 133, 134, 33, 9, 130, 133, 33, 9, 133, 136, 32, 9, 136, 133, 34, 9, 135, 129, 35, 10, 131, 133, 35, 9, 134, 337, 46, 245, 133, 35, 10, 133, 130, 34, 10, 131, 135, 33, 9, 133, 131, 34, 10, 135, 123, 36, 10, 132, 121, 37, 9, 133]

Середнє = 83.61016949152543

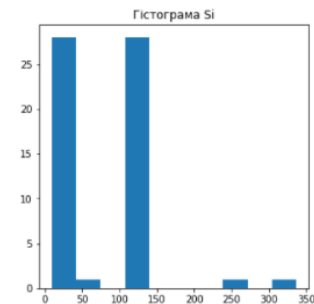
Дисперсія = 4556.068371157713

Мода = [133]. Кількість = [9]

Медіана = 121.0

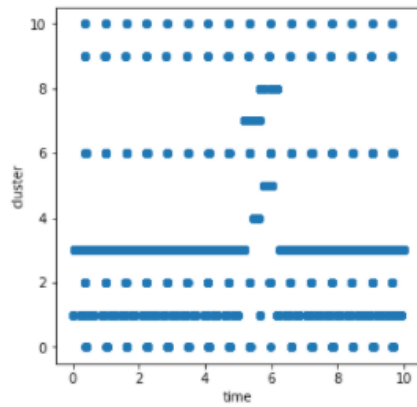
Асиметрія = 0.894697619222705

Екссес = 1.465001045203283





Точки розмірності 12.  $k = 11$



Точки 190-192 належить кластеру 10  
 Точки 500-502 належить кластеру 10  
 Точки 809-811 належить кластеру 10  
 Точки 1114-1116 належить кластеру 10  
 Точки 1424-1426 належить кластеру 10  
 Точки 1736-1738 належить кластеру 10  
 Точки 2045-2046 належить кластеру 10  
 Точки 2353-2355 належить кластеру 10  
 Точки 2666-2668 належить кластеру 10  
 Точки 2979-2980 належить кластеру 10  
 Точки 3292-3294 належить кластеру 10  
 Точки 3600-3601 належить кластеру 10  
 Точки 3908-3910 належить кластеру 10  
 Точки 4216-4217 належить кластеру 10  
 Точки 4520-4521 належить кластеру 10

...

QRS = [192, 502, 811, 1116, 1426, 1738, 2046, 2355, 2668, 2980, 3294, 3601, 3910, 4217, 4521, 4821]

Si = [310, 309, 305, 310, 312, 308, 309, 313, 312, 314, 307, 309, 307, 304, 300]

Середнє = 308.6

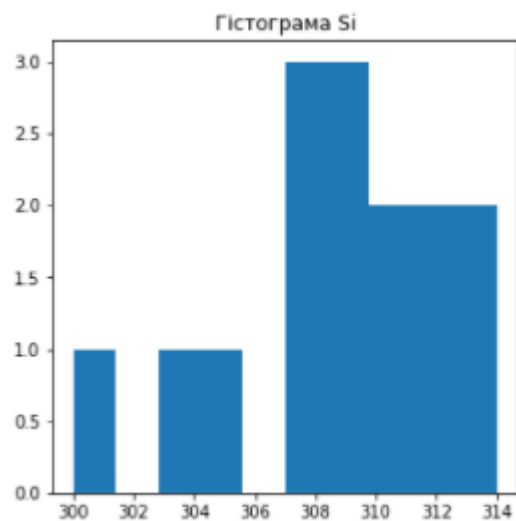
Дисперсія = 12.640000000000002

Мода = [309]. Кількість = [3]

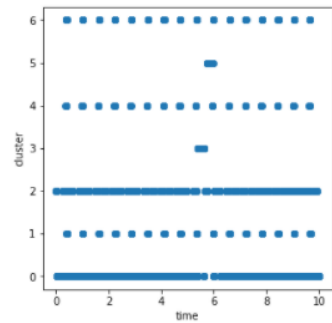
Медіана = 309.0

Асиметрія = -0.6846658333800013

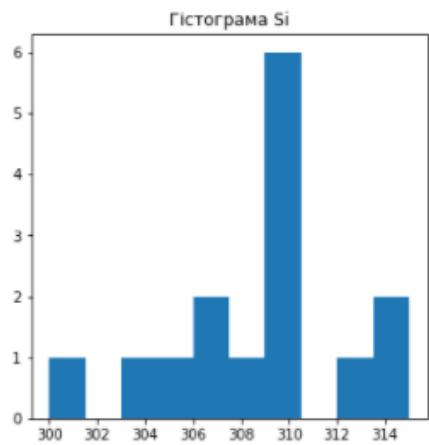
Ексцес = 0.17088607594938354



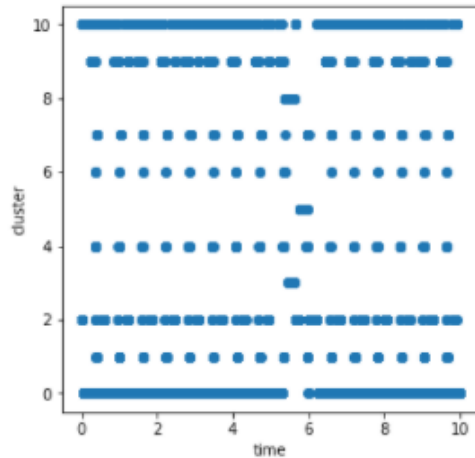
Точки головних компонентів (розмірності 3). k = 7



Точки 195-203 належить кластеру 6  
Точки 505-512 належить кластеру 6  
Точки 814-822 належить кластеру 6  
Точки 1119-1127 належить кластеру 6  
Точки 1429-1437 належить кластеру 6  
Точки 1741-1749 належить кластеру 6  
Точки 2049-2057 належить кластеру 6  
Точки 2358-2366 належить кластеру 6  
Точки 2671-2680 належить кластеру 6  
Точки 2985-2990 належить кластеру 6  
Точки 3297-3305 належить кластеру 6  
Точки 3604-3612 належить кластеру 6  
Точки 3913-3921 належить кластеру 6  
Точки 4220-4228 належить кластеру 6  
Точки 4524-4532 належить кластеру 6  
...  
QRS = [203, 512, 822, 1127, 1437, 1749, 2057, 2366, 2680, 2990, 3305, 3612, 3921, 4228, 4532, 4832]  
Si = [309, 310, 305, 310, 312, 308, 309, 314, 310, 315, 307, 309, 307, 304, 300]  
Середнє = 308.6  
Дисперсія = 13.440000000000001  
Мода = [309]. Кількість = [3]  
Медіана = 309.0  
Асиметрія = -0.43448740645203915  
Екссес = 0.23759920634921672



Точки головних компонентів (розмірності 3).  $k = 11$



Точки 11-30 належить кластеру 10  
 Точки 85-100 належить кластеру 10  
 Точки 118-127 належить кластеру 10  
 Точки 147-153 належить кластеру 10  
 Точки 177-178 належить кластеру 10  
 Точки 255-273 належить кластеру 10  
 Точки 315-326 належить кластеру 10  
 Точки 409-431 належить кластеру 10  
 Точки 460-466 належить кластеру 10  
 Точки 486-488 належить кластеру 10  
 Точки 572-594 належить кластеру 10  
 Точки 632-642 належить кластеру 10  
 Точки 708-718 належить кластеру 10  
 Точки 734-744 належить кластеру 10  
 Точки 767-773 належить кластеру 10

...

...  
 QRS = [30, 100, 127, 153, 178, 273, 326, 431, 466, 488, 594, 642, 718, 744, 773, 798, 901, 946, 1049, 1079, 1102, 1204, 1252, 1357, 1392, 1412, 1515, 1569, 1670, 1700, 1725, 1829, 1883, 1976, 2016, 2033, 2136, 2187, 2272, 2286, 2318, 2341, 2444, 2495, 2603, 2626, 2655, 2825, 3127, 3224, 3256, 3281, 3300, 3436, 3530, 3564, 3588, 3694, 3742, 3843, 3877, 3896, 4001, 4049, 4142, 4180, 4204, 4308, 4362, 4448, 4483, 4508, 4605, 4659, 4742, 4779, 4808, 4914, 4961]  
 Si = [70, 27, 26, 25, 95, 53, 105, 35, 22, 106, 48, 76, 26, 29, 25, 103, 45, 103, 30, 23, 102, 48, 105, 35, 20, 103, 54, 101, 30, 25, 104, 54, 93, 40, 17, 103, 51, 85, 14, 32, 23, 103, 51, 108, 23, 29, 170, 302, 97, 32, 25, 99, 56, 94, 34, 24, 106, 48, 101, 34, 19, 105, 48, 93, 38, 24, 104, 54, 86, 35, 25, 97, 54, 83, 37, 29, 106, 47]  
 Середнє = 63.217948717948715  
 Дисперсія = 1935.606344510191  
 Мода = [25]. Кількість = [5]  
 Медіана = 49.5  
 Асиметрія = 2.199556183583986  
 Екссес = 8.976238199628504



Перевірка на рівність закону розподілу величини  $\{S_i\}$ .

Порівняння результатів для початкових даних (розмірність 12) та для головних компонент (розмірність 3).

Порівнюємо дані із файлу A14.txt та файлу A15.txt.

A14.txt. Розмірність: 12.  $k = 7$ .  $S = [415, 421, 431, 463, 466, 452, 483, 508, 485, 475]$

Статистика = 0.958,  $p = 0.758$

Приймаємо  $H_0$

A14.txt. Розмірність: 12.  $k = 11$ .  $S = [112, 73, 167, 62, 114, 68, 174, 64, 115, 65, 86, 166, 100, 100, 215, 49, 127, 52, 218, 67, 117, 63, 208, 65, 116, 65, 238, 64, 116, 67, 260, 65, 120, 62, 240, 63, 118, 64, 231, 62, 120, 61, 215]$

Статистика = 0.832,  $p = 0.000$

Відхиляємо  $H_0$

A14.txt. Розмірність: 3.  $k = 7$ .  $S = [419, 13, 90, 837, 453, 1952]$

Статистика = 0.839,  $p = 0.128$

Приймаємо  $H_0$

A14.txt. Розмірність: 3.  $k = 11$ .  $S = [416, 419, 433, 464, 463, 453, 484, 508, 484, 476]$

Статистика = 0.951,  $p = 0.686$

Приймаємо  $H_0$

A15.txt. Розмірність: 12.  $k = 7$ .  $S = [117, 11, 82]$

Статистика = 0.963,  $p = 0.630$

Приймаємо  $H_0$

A15.txt. Розмірність: 12.  $k = 11$ .  $S = [310, 309, 305, 310, 312, 308, 309, 314, 312, 313, 307, 309, 307, 304, 300]$

Статистика = 0.955,  $p = 0.598$

Приймаємо  $H_0$

A15.txt. Розмірність: 3.  $k = 7$ .  $S = [11]$

Відхиляємо  $H_0$

A15.txt. Розмірність: 3.  $k = 11$ .  $S = [310, 309, 305, 310, 312, 309, 308, 317, 622, 308, 308, 307, 305, 299]$

Статистика = 0.339,  $p = 0.000$

Відхиляємо  $H_0$