Oefening 1

Een reëel getal x moet voldoen aan de volgende voorwaarde:
"De afstand van x tot 4 is strikt kleiner dan de afstand van x tot -2." Welke ongelijkheid beschrijft deze voorwaarde?

(A) $|x+4| < |x-2|$

(B) $|x-4| < |x+2|$

(C) $x-4 < x+2$

(D) $4-x < -2-x$

Oplossing: B
juist beantwoord: 76 %
blanco: 1 %

Afstand tussen 2 getallen a en b : $|a-b|$

$\Rightarrow \quad |x-4| < |x-(-2)|$

$|x-4| < |x+2|$

Oefening 2

Gegeven de driedimensionale ruimte met een cartesiaans assenstelsel xyz, oorsprong O en het punt $P(13, 12, -2)$. Welk van de volgende vectoren staat loodrecht op de vector $\overrightarrow{OP}$?

(A) $\overrightarrow{OA}(-6, 7, 1)$ (B) $\overrightarrow{OB}(-6, 7, 2)$ ✓ (C) $\overrightarrow{OC}(-6, 7, 3)$ (D) $\overrightarrow{OD}(-6, 7, 4)$

Oplossing: C
juist beantwoord: 76 %
blanco: 15 %

$\perp$: inproduct $= 0 \Rightarrow x_1 . x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = 0$

A : $13(-6) + 12 . 7 + (-2) . 1$

$(\cancel{12}+1)(-6) + 12(\cancel{6}+1) + (-2) 1$

$-6 + 12 - 2 \neq 0$ ✗

B : $-6 + 12 + (-2)(2) \neq 0$ ✗

C : $-6 + 12 + (-2) 3 = 0$ ✓

D : $-6 + 12 + (-2) 4 \neq 0$ ✗

Oefening 3

Definieer de integraal $I = \int_1^2 \frac{x-3}{x^2-9}\, dx$. Welk van volgende uitspraken is waar?

(A) $I < 0$ ✓(B) $0 \leq I < 1$ (C) $I = 1$ (D) $I > 1$

Oplossing: B
juist beantwoord: 68 %
blanco: 7 %

$$x^2 - 9 = (x-3)(x+3) \Rightarrow \int_1^2 \frac{\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x+3)}\, dx = \int_1^2 \frac{d(x+3)}{x+3}$$

$$= \ln(x+3)\Big|_1^2$$

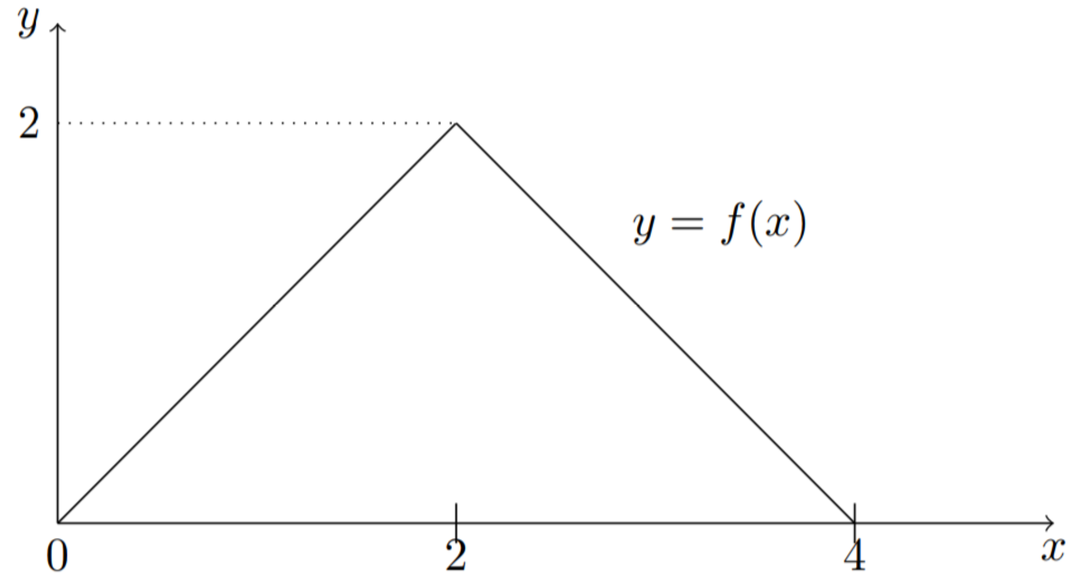
$$= \ln(5) - \ln(4)$$

$$= \boxed{\ln\left(\frac{5}{4}\right)}$$

$$\left.\begin{array}{l} \ln\left(\frac{5}{4}\right) > 0 \\ \frac{5}{4} < e \Rightarrow \ln(e) = 1 \end{array}\right\} \boxed{0 \leq I < 1}$$

Oefening 4

Beschouw de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ waarvan de grafiek gegeven is in onderstaande figuur.



Verder is de functie g gegeven door $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : t \mapsto g(t) = f(3t)$.
Waaraan is de afgeleide $g'(1)$ gelijk?

(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

Oplossing: A
juist beantwoord: 23 %
blanco: 7 %

$$y = f(x) = \begin{cases} y = x & [0,2] \\ y = -x+4 & [2,4] \end{cases}$$

$$g(t) = f(3t)$$

$$g'(t) = 3\underbrace{f'(3t)}$$

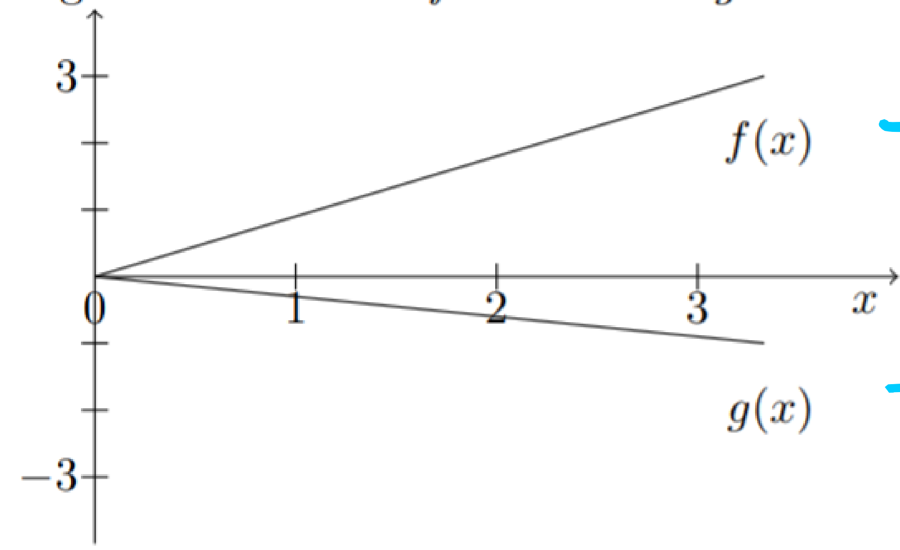
↳ rico raaklijn

↳ $= -1$ voor $x = 3$

$$\boxed{g'(1) = 3(-1) = -3}$$

Oefening 5

Gegeven de functies $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ en $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met als grafiek onderstaande figuur.



- lineair stijgend ⇒ $y = r_1 \cdot x$
- lineair dalend ⇒ $y = -r_2 \cdot x$

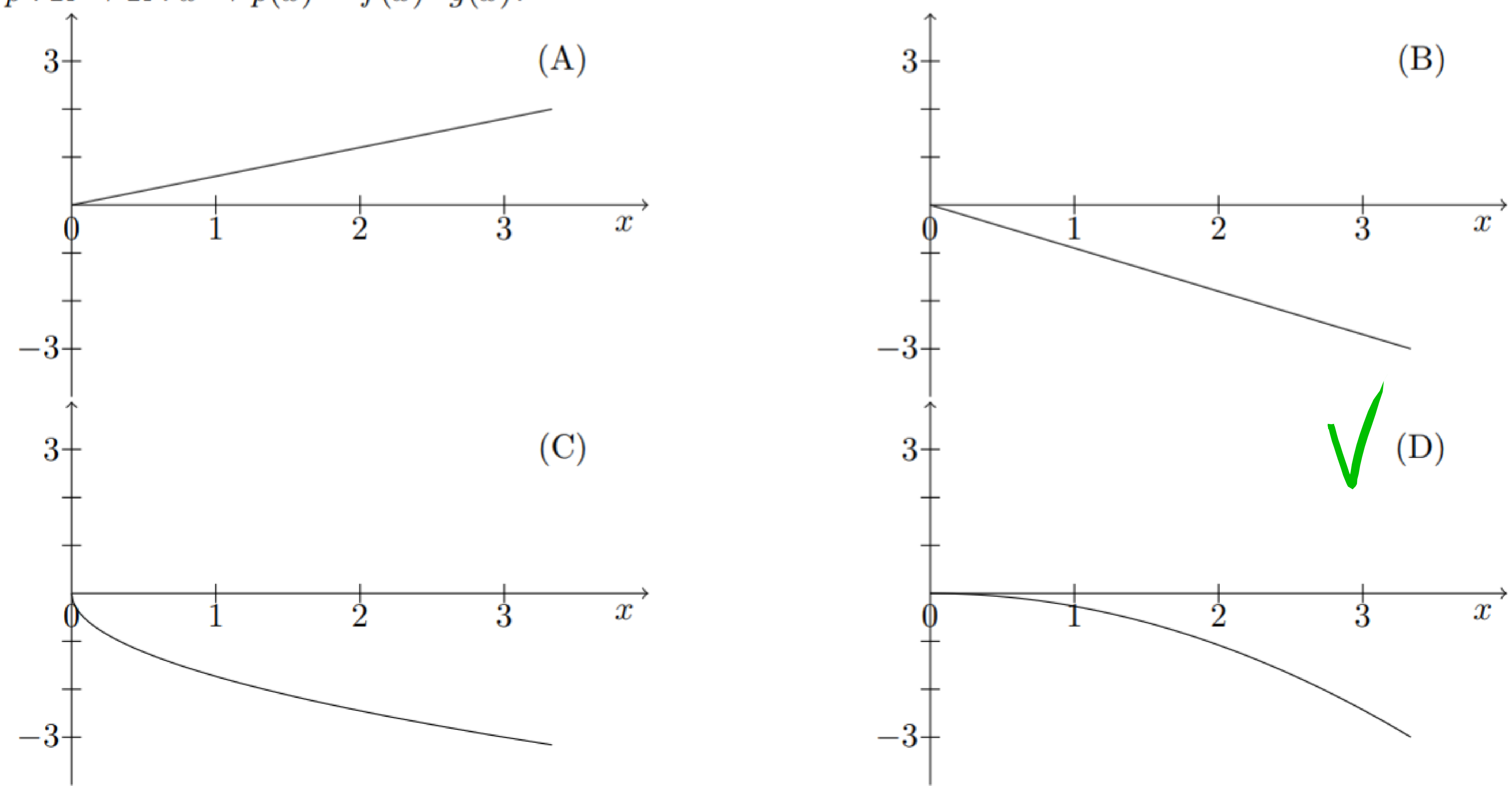
$-(r_1 r_2)x^2$

↓

kwadratische functie die steeds sneller negatief wordt.

⇒ D

Welk van onderstaande grafieken is de grafiek van het product p van deze functies $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto p(x) = f(x) \cdot g(x)$?



Oplossing: D
juist beantwoord: 92 %
blanco: 1 %

Oefening 6

Gegeven de driedimensionale ruimte met een cartesiaans assenstelsel xyz met daarin het vlak v met vergelijking $x + y + z = 1$ en het vlak w met vergelijking $x - y = 0$. De rechte l is de doorsnede van de vlakken v en w. De rechte m is de rechte door het punt $P(1, 1, 1)$, evenwijdig met de rechte l.
Welk van de volgende punten ligt op deze rechte m?

(A) $A(0, 0, 0)$ (B) $B(0, 0, 1)$ (C) $C(0, 0, 2)$ ✓ (D) $D(0, 0, 3)$

Oplossing: D
juist beantwoord: 57 %
blanco: 19 %

$$\begin{cases} x + y + z = 1 & (1) \\ x - y = 0 & (2) \end{cases}$$

Kies 2 punten: $x = 0 \to$ uit (2) $\to y = 0$
uit (1) $\to z = 1$
$P_1(0, 0, 1)$

$z = 0$: $x + y = 1$
$x - y = 0$
$2x = 1 \Rightarrow x = 1/2$
$\Rightarrow y = 1/2$

$P_2\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$

$$\vec{P_1} - \vec{P_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix} \times (-2)$$

$\Rightarrow$ richtingsvector $= (1, 1, -2)$

$\Rightarrow$ rechte door $P(1, 1, 1)$ //

$$r \equiv \begin{cases} x = t + 1 \\ y = t + 1 \\ z = -2t + 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow x = 0$ in alle oplossingen

$\Rightarrow 0 = t + 1 \Rightarrow \boxed{t = -1}$

$\Rightarrow \boxed{y = -1 + 1 = 0}$

$\Rightarrow \boxed{z = +2 + 1 = 3}$

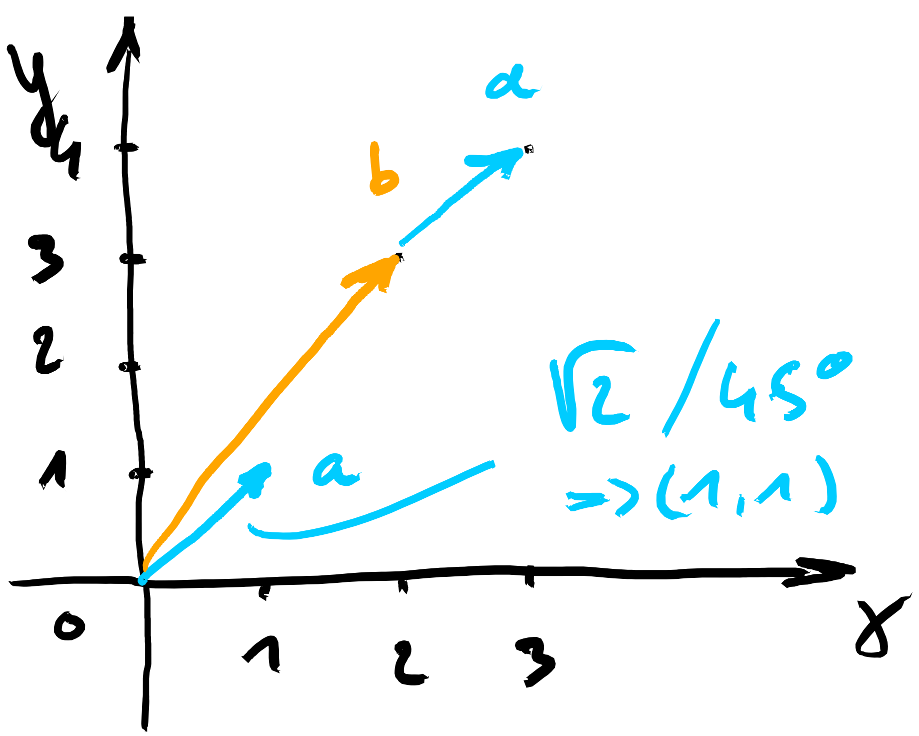
$\Rightarrow P(0, 0, 3)$ ligt op r

Oefening 7

Beschouw het vlak met cartesiaans assenstelsel xy met de x-as horizontaal naar rechts en de y-as verticaal naar boven. Hieronder worden alle hoeken gemeten vanaf de positieve x-as. We gebruiken de conventie dat hoeken in tegenwijzerzin positief zijn. De vector $\vec{a}$ met lengte $\sqrt{2}$ maakt een hoek van 45° met de positieve x-as. De vector $\vec{b}$ heeft coördinaten $(2, 3)$. De hoek α is de hoek die de vector $\vec{a} + \vec{b}$ maakt met de positieve x-as. Bepaal $\tan\alpha$.

(A) $\tan\alpha = 3/5$ (B) $\tan\alpha = 4/5$ (C) $\tan\alpha = 4/3$ (D) $\tan\alpha = 5/3$

Oplossing: C
juist beantwoord: 70 %
blanco: 19 %

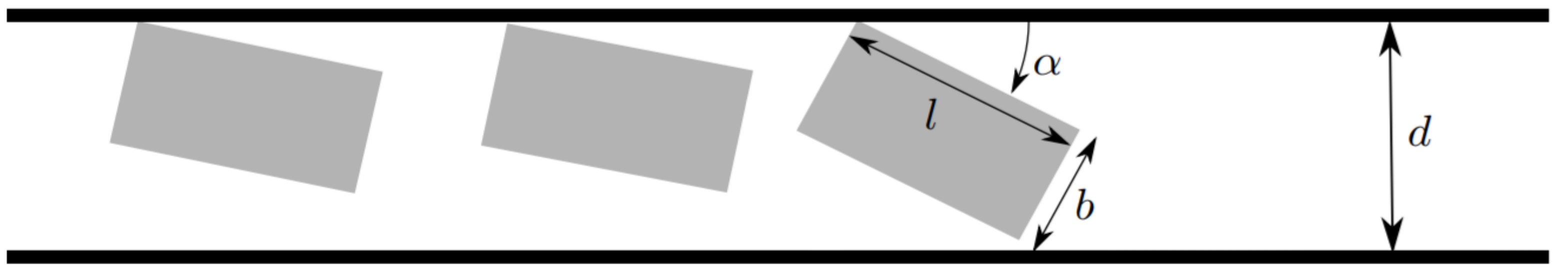


$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{4}{3}$$

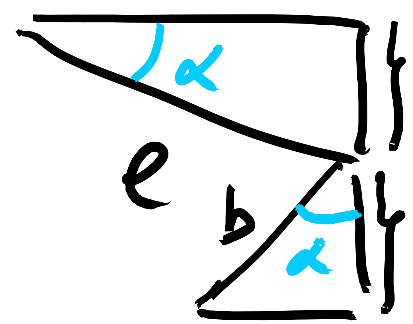
Oefening 8

Op een transportband liggen balkvormige pakjes zoals aangegeven op de figuur. Alle pakjes liggen zodanig dat ze de rand van de transportband raken. Het grondvlak van elk pakje heeft afmetingen $l \times b$, met $l > b$. De ribbe met lengte l maakt een hoek α met de rand van de transportband. Voor elk pakje voldoet deze hoek aan $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{6}$. Wat is de minimale breedte d van de transportband opdat de pakjes nooit over de rand uitsteken?



↳ $\alpha < 30^\circ$

(A) $\frac{l+b}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}l+b}{2}$ (C) $\frac{l+\sqrt{3}b}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}(l+b)}{2}$



$\rightarrow = l \sin\alpha$

$\rightarrow = b \cos\alpha$

Oplossing: C
juist beantwoord: 65 %
blanco: 16 %

$\Rightarrow l \sin\alpha + b \cos\alpha \Rightarrow$ voor $\alpha = 30^\circ$

$\Rightarrow l \cdot \frac{1}{2} + b\frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{\frac{l+b\sqrt{3}}{2}}$

Oefening 9

Indien twee elektrische weerstanden R_1 en R_2 in parallel geschakeld worden, dan kan die schakeling vervangen worden door een weerstand met waarde R_P, die voldoet aan $\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.
Indien deze weerstanden in serie geschakeld worden, dan kan die serieschakeling vervangen worden door een weerstand met waarde $R_S = R_1 + R_2$.
Voor twee weerstanden R_1 en R_2 is hun serieweerstand acht keer groter dan hun parallelweerstand. Wat is dan de beste benadering voor de verhouding $\frac{R_2}{R_1}$ indien $R_2 > R_1$?

(A) 5,6 (B) 5,7 ✓(C) 5,8 (D) 5,9

Oplossing: C
juist beantwoord: 24 %
blanco: 60 %

$$R_1 + R_2 = 8 \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 8 \frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} = 8 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow (R_1 + R_2)^2 = 8(R_1 R_2)$$

Het gaat om verhoudingen $\Rightarrow$ werkelijke waarden doen er niet echt toe $\Rightarrow$ kies $\boxed{R_1 = 1\,\Omega}$

$$\Rightarrow (1 + R_2)^2 = 8 R_2$$

$$1 + R_2^2 + 2R_2 = 8 R_2$$

$$R_2^2 - 6R_2 + 1 = 0$$

$$R_2 = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4.1.1}}{2} = \frac{6}{2} \pm \frac{\sqrt{36-4}}{2} = 3 \pm \sqrt{\frac{32}{4}} = 3 \pm \sqrt{8} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

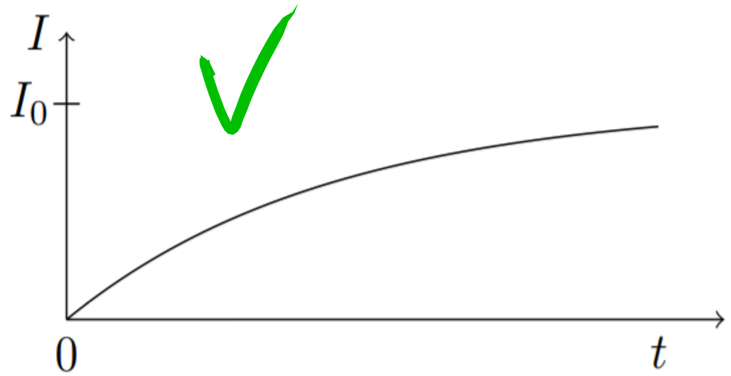
$$\Rightarrow R_2 > R_1 \Rightarrow R_2 = 3 + 2\sqrt{2}$$

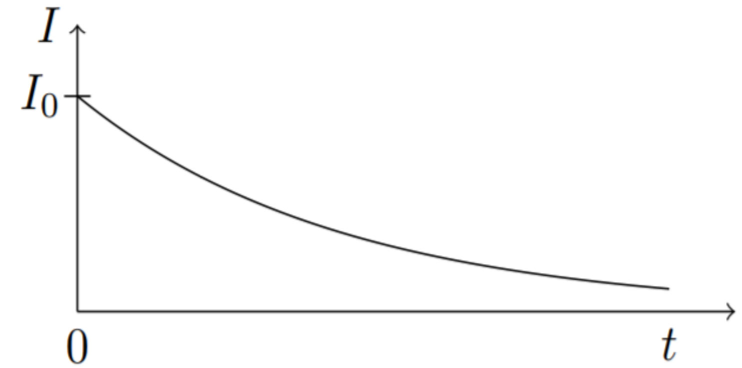
$$\boxed{R_2 \simeq 3 + 2 . 1{,}4 = 5{,}8\,\Omega}$$

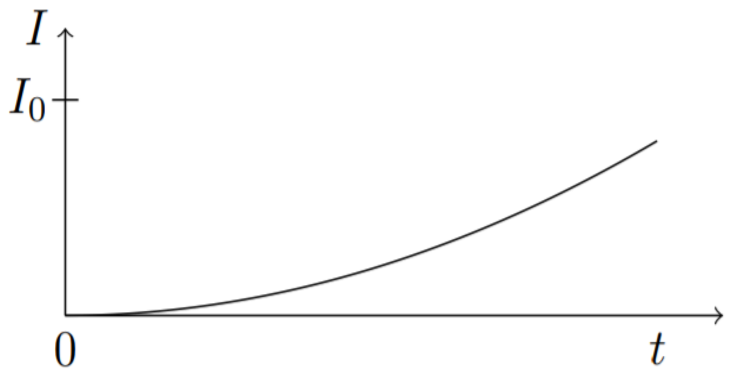
$$\boxed{\frac{R_2}{R_1} = \frac{5{,}8}{1} = 5{,}8}$$

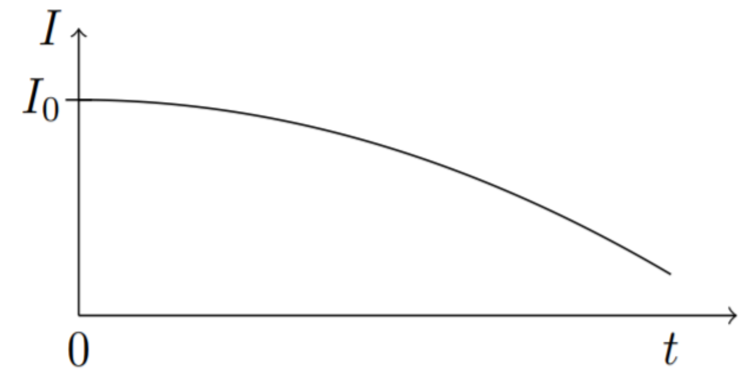
Oefening 10

In een elektrisch circuit is een weerstand zo geschakeld dat het verband tussen de stroom I door deze weerstand en de tijd t gegeven is door $I = I_0(1 - e^{-t/\tau})$. Hierbij zijn I_0 en τ positieve constanten die bepaald worden door de andere componenten aanwezig in het circuit. Welke van onderstaande figuren toont de grafiek van dit verband?

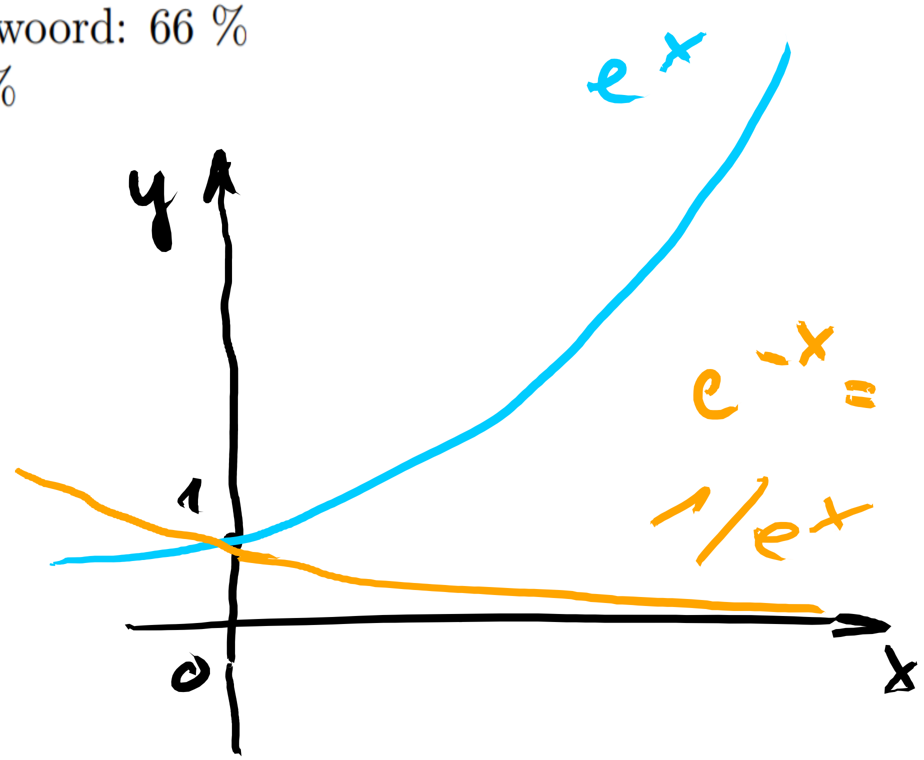
(A)


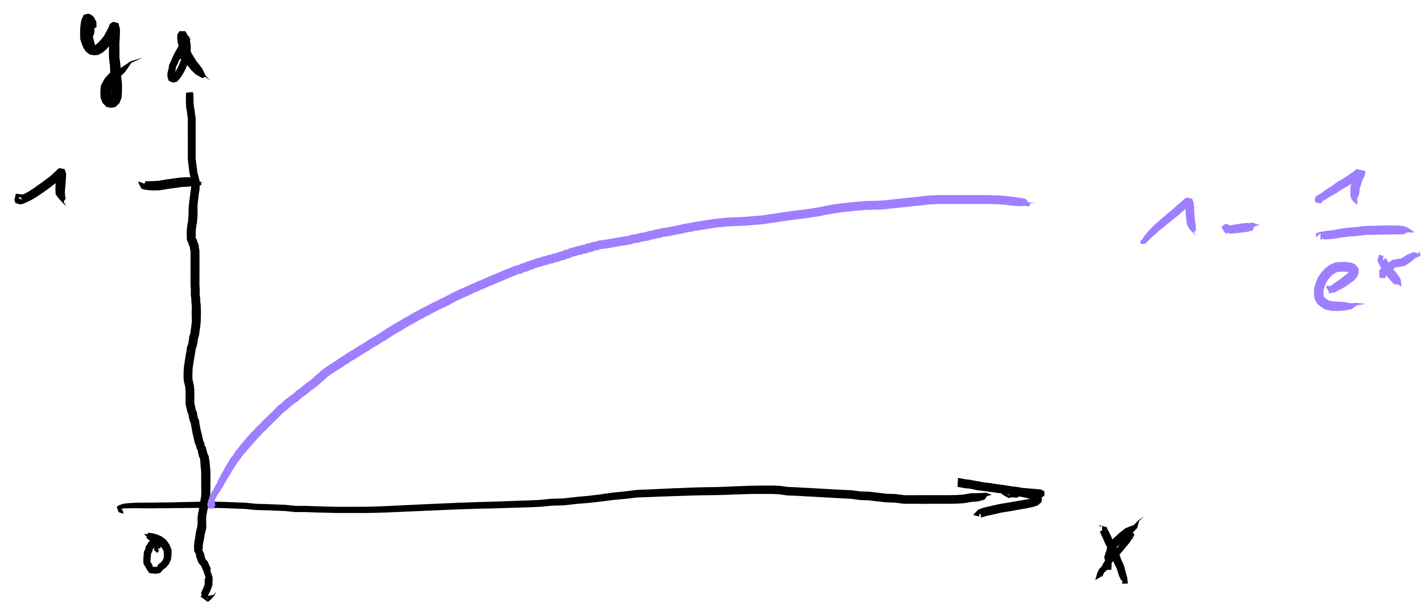
(B)


(C)


(D)


Oplossing: A
juist beantwoord: 66 %
blanco: 3 %





Oefening 11

De rij getallen x_n, met $n \in \mathbb{N}$, wordt recursief gedefinieerd: $x_0 = 1$, en $x_n = e \cdot x_{n-1}$ voor $n \geq 1$.

Bereken $\displaystyle\sum_{i=0}^{10} \ln x_i$.

(A) 10 (B) 50 (C) 55 (D) 100

Oplossing: C
juist beantwoord: 74 %
blanco: 14 %

$x_0 = 1$

$x_1 = e \cdot 1 = e$

$x_2 = e \cdot e = e^2$

$\vdots$

$x_{10} = e^{10}$

$$\sum_{i=0}^{10} \ln(x_i) = \ln(1) + \underbrace{\ln(e)}_{=1} + \underbrace{\ln(e^2)}_{=2\ln(e)} + \dots + \underbrace{\ln(e^{10})}_{=10\ln(e)}$$

$$= 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10$$

$$= 11 \cdot 5 = \boxed{55}$$

Oefening 12

altijd 2e € van de rij

Gegeven een willekeurige (4×4)-matrix A, de matrix $M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ en de matrix $M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

altijd 3e € van de rij

altijd 1e € van de rij, rest 0

altijd laatste € van de rij × 2

Welk van de onderstaande matrices heeft

- als eerste kolom de eerste kolom van matrix A,
- als tweede kolom het dubbele van de vierde kolom van matrix A,
- als derde kolom de derde kolom van matrix A,
- als vierde kolom de tweede kolom van matrix A?

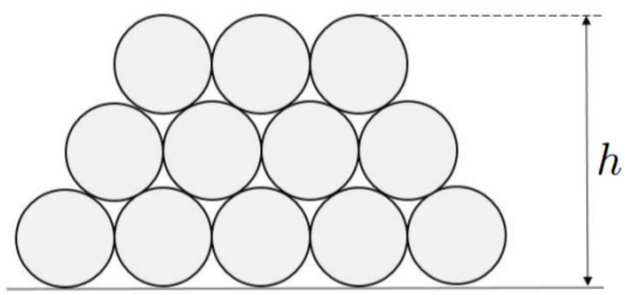
(A) AM_1 (B) AM_2 (C) M_1A (D) M_2A

Oplossing: B
juist beantwoord: 55 %
blanco: 28 %

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}}_{= A} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{= M_2} = \begin{pmatrix} 1 & 26 & 9 & 5 \\ 2 & 28 & 10 & 6 \\ 3 & 30 & 11 & 7 \\ 4 & 32 & 12 & 8 \end{pmatrix}$$

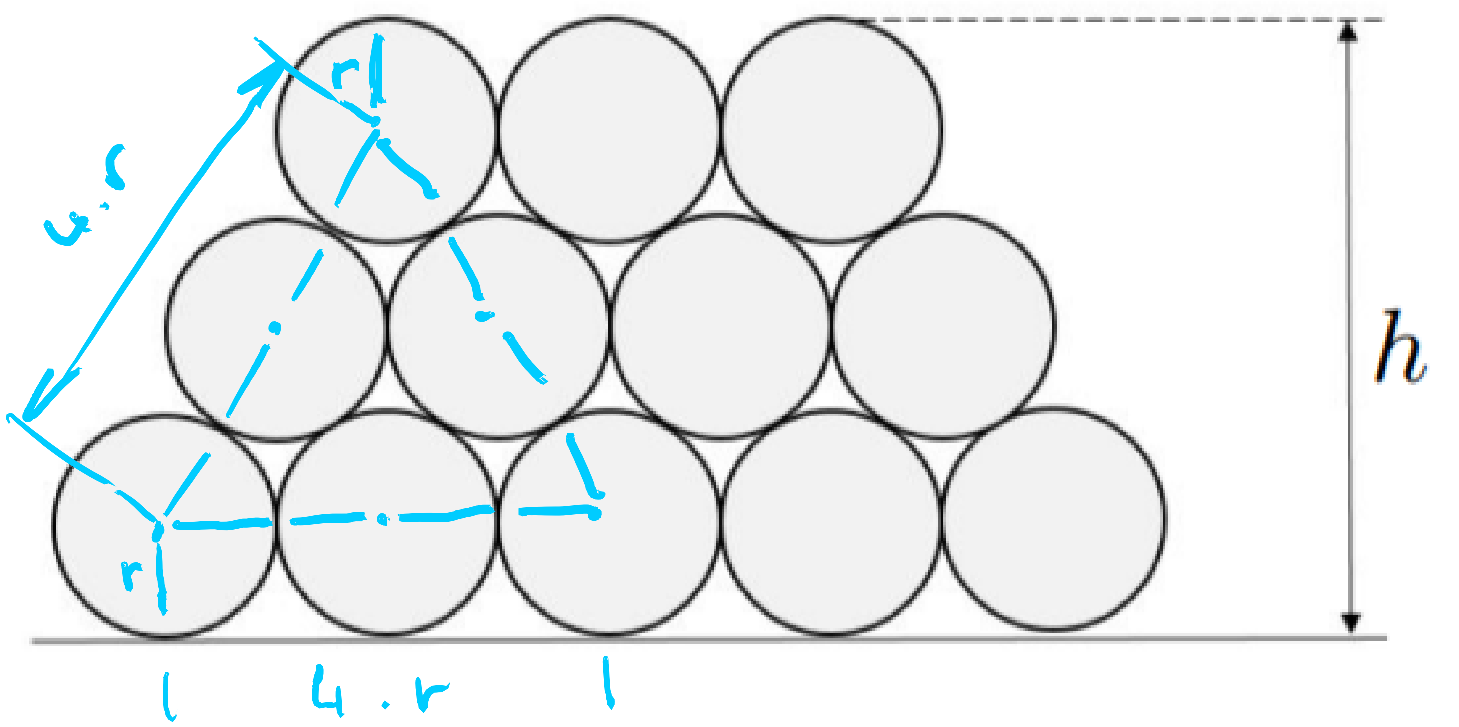
Oefening 13

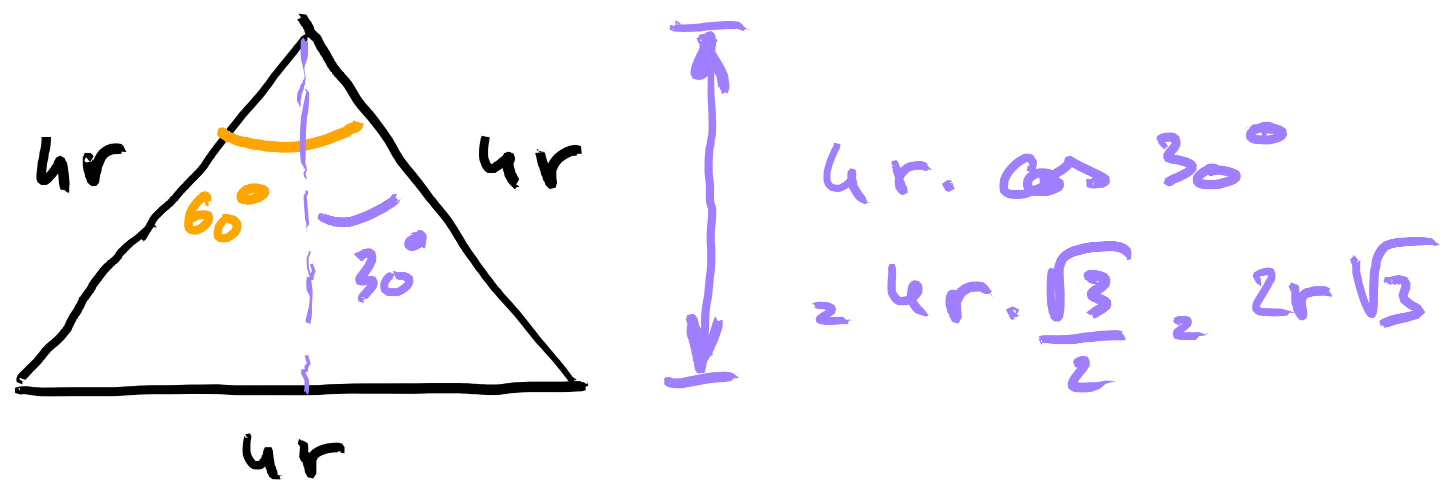
Afvoerbuizen met een diameter van 10,0 cm worden gestapeld zoals aangegeven op onderstaande figuur. De afvoerbuizen zijn gestapeld in drie lagen tot een hoogte h. Welk van onderstaande alternatieven is de beste benadering voor deze hoogte h?



(A) $h = 26{,}4$ cm (B) $h = 26{,}7$ cm (C) $h = 27{,}0$ cm ✓ (D) $h = 27{,}3$ cm

Oplossing: D
juist beantwoord: 57 %
blanco: 26 %





$$h = 2r + 2r\sqrt{3} = 2r(1+\sqrt{3})$$
$$\approx 10\,(1+1{,}73) = 10 \cdot 2{,}73$$
$$\boxed{h = 27{,}3 \text{ cm}}$$

Oefening 14

De functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = e^{|x-2|}$ bereikt in het punt $(a, f(a))$ een absoluut minimum. Bepaal $f(a)$.

(A) $f(a) = 0$ ✓(B) $f(a) = 1$ (C) $f(a) = e$ (D) $f(a) = e^2$

Oplossing: B
juist beantwoord: 70 %
blanco: 10 %

$e^{|x-2|} \to$ minimum als $|x-2| =$ minimum

$\Rightarrow |x-2| = 0 \Rightarrow x = 2 = a$

$e^0 = \boxed{1 = f(a)}$

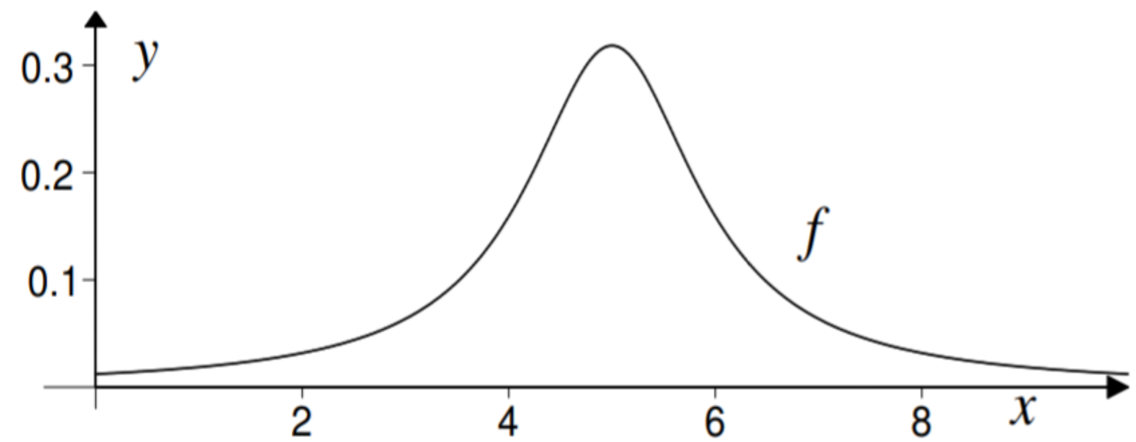
Oefening 15

De dichtheidsfunctie die de maximumtemperatuur x (in ^{o}C) in Reykjavik voor de maand april beschrijft, wordt benaderd door

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+(x-5)^2}, \text{ waarbij}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \left[\frac{1}{\pi}\text{Bgtan}\,(x-5)\right]_{-\infty}^{+\infty} = 1,$$

en waarbij de grafiek volgend verloop heeft:



De kans dat de maximumtemperatuur tussen 4^{o}C en 6^{o}C ligt noemen we P. Aan welke van volgende ongelijkheden voldoet P?

(A) $50\% \leq P < 55\%$

(B) $55\% \leq P < 60\%$

(C) $60\% \leq P < 65\%$

(D) $65\% \leq P < 70\%$

Oplossing: A
juist beantwoord: 63 %
blanco: 15 %

$$\Rightarrow \int_4^6 f(x)\,dx = \frac{1}{\pi}\,\text{Bgtg}\,(x-5)\Big|_4^6$$

$$= \frac{1}{\pi}\left(\underline{\text{Bgtg}\,(1)} - \text{Bgtg}\,\underline{(-1)}\right)$$

↳ boog waarvoor de tg = 1 ⇒ 45°

tg = −1 ⇒ −45°

$$= \frac{1}{\pi}\left(\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = \frac{1}{\cancel{\pi}}\cdot\cancel{\pi}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \boxed{50\ \%}$$

Oefening 16

Zij b een reëel getal. Beschouw het volgende stelsel in de onbekenden x en y.

$$\begin{cases} x + by = 1 - 2b \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

Welke van de volgende beweringen is als enige waar?

(A) Er bestaat een koppel (x, y) dat een oplossing is van het stelsel voor eender welke waarde van b.

(B) Voor elke waarde van b heeft het stelsel juist één oplossing.

(C) Er bestaat een waarde van b waarvoor de enige oplossing van het stelsel $x = 0$ en $y = 0$ is.

(D) Voor elk koppel (x, y) kan je een waarde van b vinden zodat (x, y) aan het stelsel voldoet voor die keuze van b.

Oplossing: A
juist beantwoord: 44 %
blanco: 6 %

$$\begin{array}{l} x + by = 1 - 2b \\ (2x + y = 0) \quad (\times(-b)) \\ \hline (1-2b)x = 1 - 2b \end{array}$$

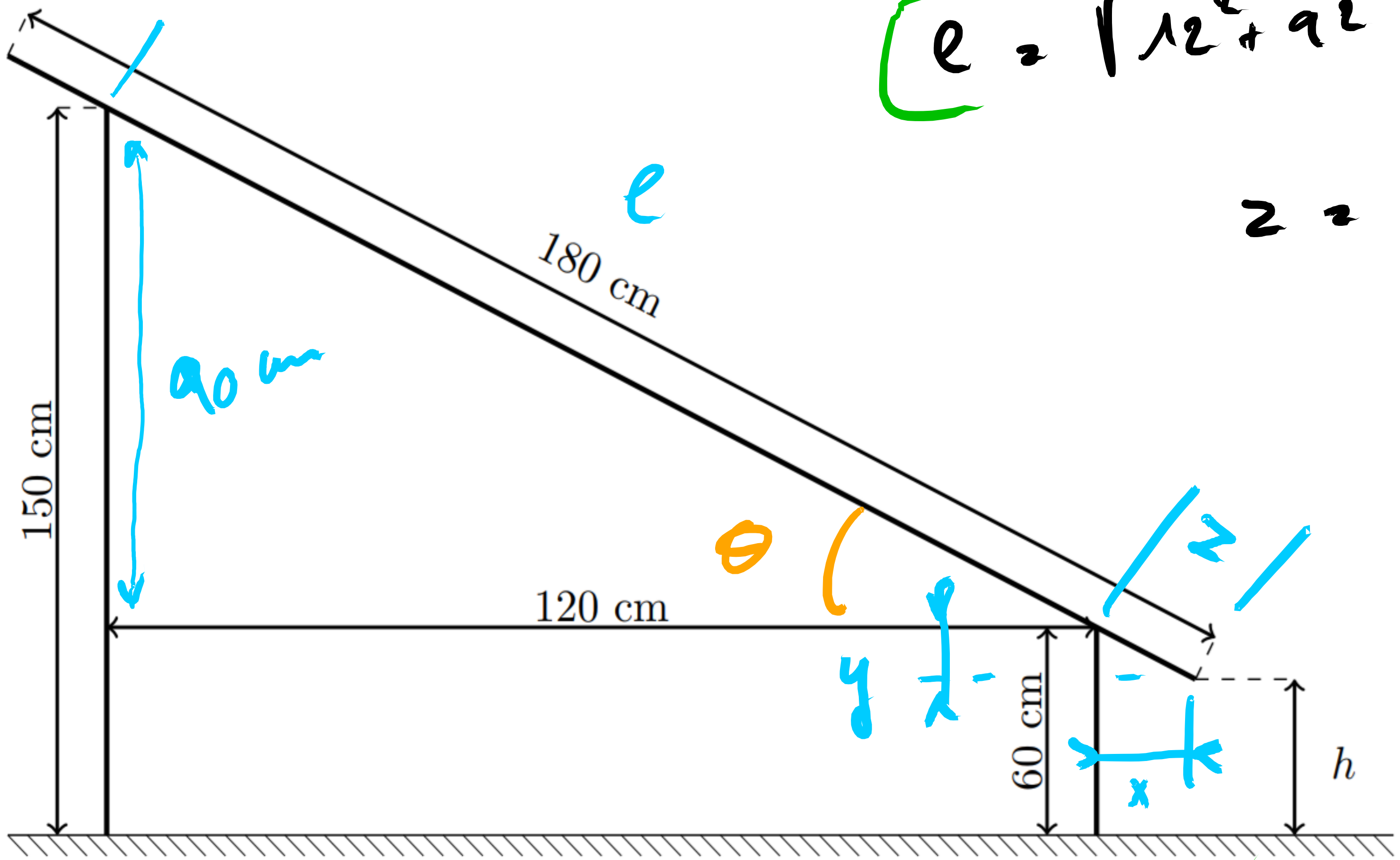
$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{1-2b}{1-2b} = 1}$$

$$\begin{array}{l} (x + by = 1 - 2b) \quad (\times(-2)) \\ 2x + y = 0 \\ \hline y(1-2b) = -2 + 4b \end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{-2+4b}{1-2b} = \frac{-2\cancel{(1-2b)}}{\cancel{1-2b}} = -2}$$

Oefening 17

Een vlakke glijbaan van 180 cm lang wordt ondersteund door 2 steunpunten op respectievelijk 150 cm en 60 cm hoogte ten opzichte van een horizontale grond. Beide steunpunten staan op een horizontale afstand van 120 cm uit mekaar. De glijbaan wordt zo geplaatst dat beide steunpunten even ver van het midden van de glijbaan verwijderd zijn. Bepaal de hoogte h van het laagste punt van de glijbaan ten opzichte van de grond. De figuur hieronder is een principetekening en is niet op schaal getekend.



$$\boxed{\ell = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15 \text{ dm}}$$

$$z = \frac{180 - 150}{2} = 15 \text{ cm}$$

$$\tan\theta = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = \frac{y}{x}$$

$$\sin\theta = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\cos\theta = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$\boxed{y = z \cdot \sin\theta = 15 \cdot \frac{9}{15} = 9 \text{ cm}}$$

(A) $h = 42$ cm

(B) $h = 45$ cm

(C) $h = 48$ cm

✓ (D) $h = 51$ cm

Oplossing: D
juist beantwoord: 61 %
blanco: 21 %

$$\Rightarrow \boxed{h = 60 - 9 = 51 \text{ cm}}$$

Oefening 18

Voor welke waarde van k heeft de veeltermfunctie met voorschrift $p(x) = 8x^3 - 12x^2 - 2x + k$ twee tegengestelde nulpunten?

(A) -3 (B) -1 (C) 1 ✓ (D) 3

Oplossing: D
juist beantwoord: 51 %
blanco: 37 %

↳ 3 nulpunten

⇒ Stel: a, $-a$ en b

$$\Rightarrow p(x) = 8(x-a)(x+a)(x-b)$$
$$= 8(x^2-a^2)(x-b) = 8(x^3 - bx^2 - a^2x + a^2b)$$
$$= 8x^3 - 8bx^2 - 8a^2x + 8a^2b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -8b = -12 \Rightarrow b = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ -8a^2 = -2 \Rightarrow a^2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = +1/2 \text{ ✓ of } -1/2 \text{ ✓} \\ k = 8a^2b \Rightarrow \boxed{k = 8 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = 3} \end{cases}$$

Oefening 19

Zij $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ de functie met voorschrift $f(x) = \dfrac{1}{(x-1)^3}$.

Welke van onderstaande uitspraken is als enige waar?

(A) Als $x_1 \neq 1, x_2 \neq 1$ en $x_1 < x_2$, dan is $f(x_1) > f(x_2)$.

✓ (B) Als $x_1 \neq 1, x_2 \neq 1$ en $x_1 - 1 = 1 - x_2$, dan is $|f(x_1)| = |f(x_2)|$.

(C) Voor alle $x \neq 1$ is $f(x) = f(2-x)$.

(D) Voor alle $x \neq 1$ is $f(x) = -f(-x)$.

Oplossing: B
juist beantwoord: 66 %
blanco: 4 %

A: $\underset{-1}{x_1} < \underset{2}{x_2} \Rightarrow \dfrac{1}{(-1-1)^3} > \dfrac{1}{(2-1)^3}$

$\dfrac{1}{(-2)^3} > \dfrac{1}{1^3}$

$-\dfrac{1}{8} > 1$ ✗

B: $x_1 - 1 = 1 - x_2 \Rightarrow x_1 = 2 - x_2$

x_1: $\dfrac{1}{(2-x_2-1)^3} = \dfrac{1}{(1-x_2)^3} = \dfrac{1}{[(-1)(x_2-1)]^3} = -\dfrac{1}{(x_2-1)^3}$

x_2: $\dfrac{1}{(x_2-1)^3}$

$\left|\dfrac{1}{(x_2-1)^3}\right| = \left|\dfrac{-1}{(x_2-1)^3}\right|$ ✓

Oefening 20

Beschouw een complex getal $a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$, $i^2 = -1$) dat voldoet aan $(a + bi)^2 = \frac{5}{4 + 3i}$.
Welke van onderstaande uitspraken is **niet** geldig?

✓ (A) $|b| = \frac{3}{\sqrt{10}}$

(B) $a^2 + b^2 = 1$ (of $|a + bi| = 1$)

(C) $a^2 - b^2 = \frac{4}{5}$

(D) $ab < 0$

Oplossing: A
juist beantwoord: 30 %
blanco: 39 %

$$(a+bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi = \frac{5}{4+3i}$$

$$\Rightarrow (a^2 - b^2 + 2abi)(4+3i) = 5$$

$$4a^2 + 3a^2 i - 4b^2 - 3b^2 i + 8abi - 6ab = 5$$

$$(4a^2 - 4b^2 - 6ab) + i(3a^2 - 3b^2 + 8ab) = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a^2 - 4b^2 - 6ab = 5 & (\times 3) \\ 3a^2 - 3b^2 + 8ab = 0 & (\times(-4)) \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} 12a^2 - 12b^2 - 18ab = 15 \\ -12a^2 + 12b^2 - 32ab = 0 \\ \hline 0 + 0 - 50ab = 15 \end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{a \cdot b = -\frac{15}{50} = -\frac{3}{10}} \quad (1)$$

D ✓

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a^2 - 4b^2 - 6\left(-\frac{3}{10}\right) = 5 \\ \left(3a^2 - 3b^2 + 8\left(-\frac{3}{10}\right) = 0\right) & (\times(-1)) \end{cases}$$

$$a^2 - b^2 + \left(\frac{18}{10} + \frac{24}{10}\right) = 5 \Rightarrow \boxed{a^2 - b^2 = \frac{50}{10} - \frac{42}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}} \quad (2)$$

C ✓

$$\Rightarrow (1) \Rightarrow a = -\frac{3}{10b} \text{ in } (2) \Rightarrow \left(-\frac{3}{10b}\right)^2 - b^2 = \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{100b^2} - b^2 = \frac{4}{5} \quad (\times 100b^2)$$

$$9 - 100b^4 = 80b^2$$

$$\Rightarrow 100b^4 + 80b^2 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow b^2 = \frac{-80 \pm \sqrt{80^2 - 4 \cdot 100(-9)}}{200} = \frac{-80}{200} \pm \frac{\sqrt{6400 + 3600}}{200}$$

$$b^2 = -\frac{80}{200} \pm \frac{\sqrt{10000}}{200} = -\frac{80}{200} \pm \frac{100}{200} = -\frac{4}{10} \pm \frac{5}{10}$$

$$b^2 = \begin{cases} 1/10 \Rightarrow \boxed{b = \pm\frac{1}{\sqrt{10}}} \Rightarrow \boxed{a = \mp \frac{3}{10 \frac{1}{\sqrt{10}}} = \mp \frac{3}{\sqrt{10}}} \quad \text{A} \times \\ -9/10 \Rightarrow \boxed{b = \pm \frac{3i}{\sqrt{10}}} \Rightarrow a = \mp \frac{\cancel{3}}{\sqrt{10}\,\frac{\cancel{3}i}{\cancel{\sqrt{10}}}} \cdot \frac{i}{i} \end{cases}$$

$$\boxed{a = \pm \frac{i}{\sqrt{10}}}$$

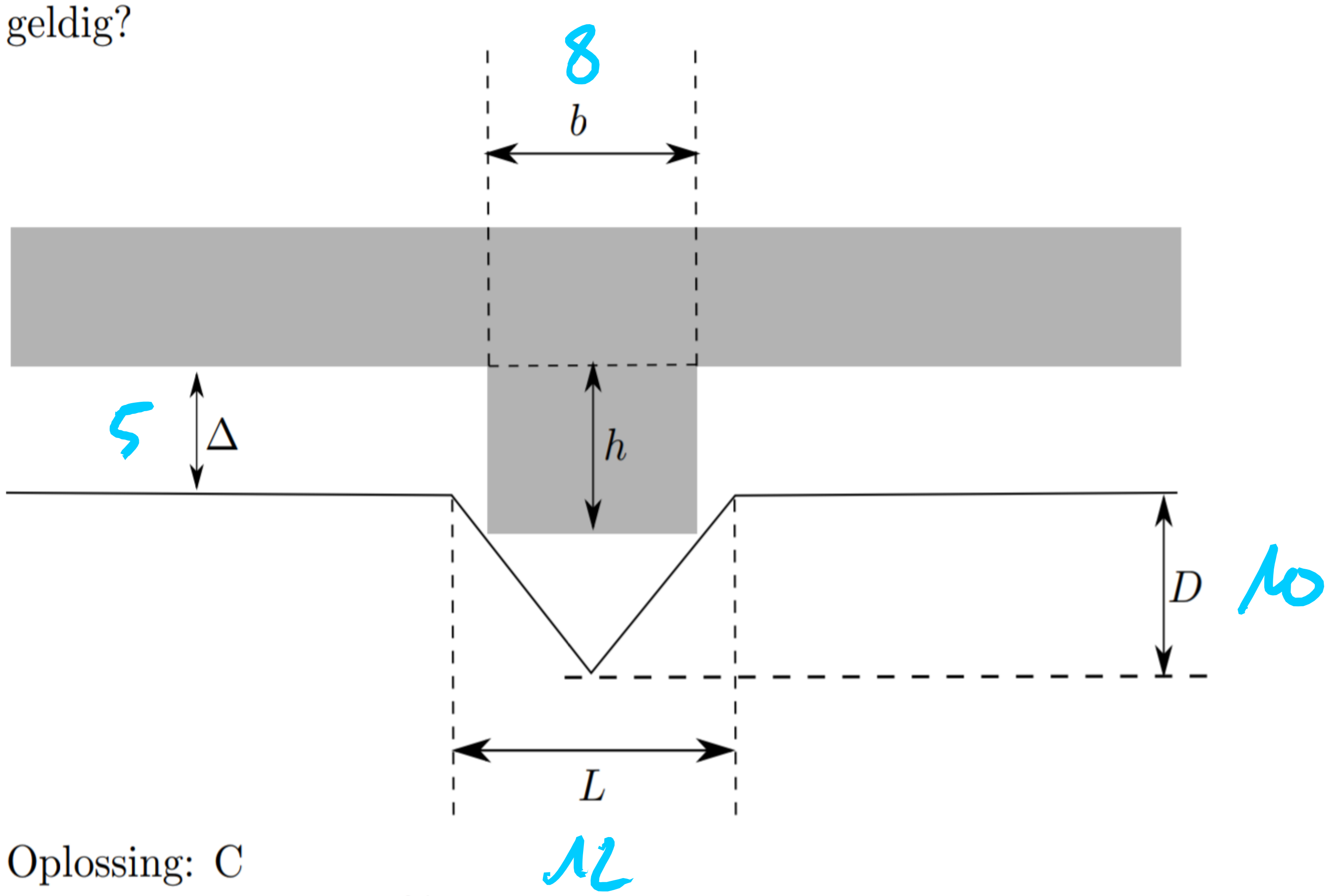
$$\boxed{a^2 + b^2 = \frac{9}{10} + \frac{1}{10} = \frac{10}{10} = 1}$$

$$\boxed{|a + bi| = \left|\frac{i}{\sqrt{10}} + \frac{3i}{\sqrt{10}} i\right| = \left|\frac{i - 3}{\sqrt{10}}\right| = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2} = \sqrt{\frac{10}{10}} = 1}$$

B ✓

Oefening 21

Om twee microchips op een gewenste afstand van elkaar te monteren, wordt onderstaande aanpak gevolgd. In de onderste chip wordt een driehoekige groef voorzien (breedte $L = 12\mu$m, hoogte $D = 10\mu$m) en op de bovenste chip wordt een balkvormige uitstulping aangebracht (breedte $b = 8\mu$m en hoogte h). De hoogte h wordt zo gekozen dat de chipoppervlakken op een afstand $\Delta = 5\mu$m van elkaar komen te liggen. Welke van onderstaande uitspraken is dan geldig?

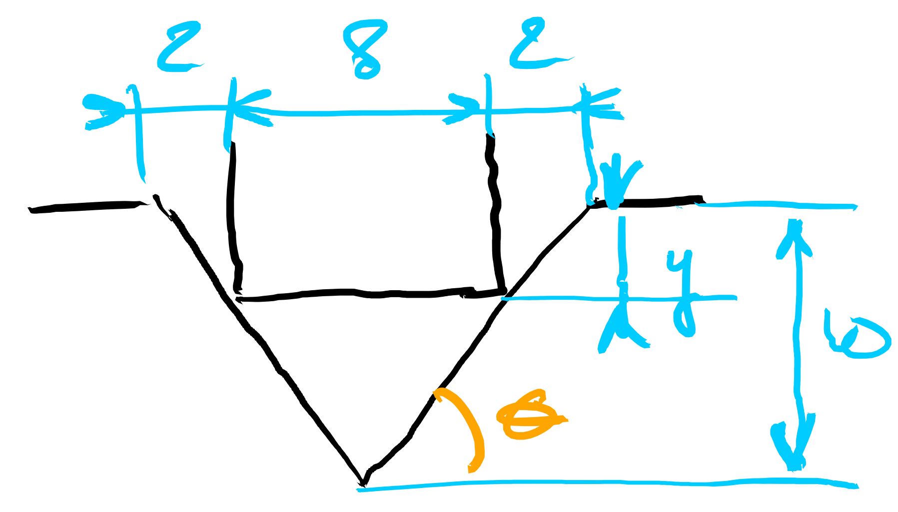


(A) $6\mu\text{m} \leq h < 7\mu\text{m}$

(B) $7\mu\text{m} \leq h < 8\mu\text{m}$

✓ (C) $8\mu\text{m} \leq h < 9\mu\text{m}$

(D) $9\mu\text{m} \leq h < 10\mu\text{m}$



$$\tan\theta = \frac{10}{\left(\frac{8}{2}+2\right)} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{2} = \frac{5}{3} \Rightarrow \boxed{y = \frac{10}{3}}$$

Oplossing: C
juist beantwoord: 53 %
blanco: 21 %

$$\Rightarrow \boxed{h = 5 + \frac{10}{3} = \frac{15}{3} + \frac{10}{3} = \frac{25}{3} = 8 + \frac{1}{3}}$$

Oefening 22

Gegeven zijn twee willekeurige reële getallen a en b waarvoor geldt $1 < a < b$. Welke van volgende getallen is het grootst?

(A) $a\sqrt[3]{ab}$ (B) $a\sqrt[3]{b^2}$ (C) $b\sqrt{a}$ (D) $b\sqrt[3]{a^2}$

Oplossing: D
juist beantwoord: 71 %
blanco: 4 %

Oefening 23

A : $\sqrt[3]{a^4 . b} < D \qquad a . \sqrt[3]{ab} < C$

B : $\sqrt[3]{a^3 b} < D \qquad a . \sqrt[3]{b} < C$

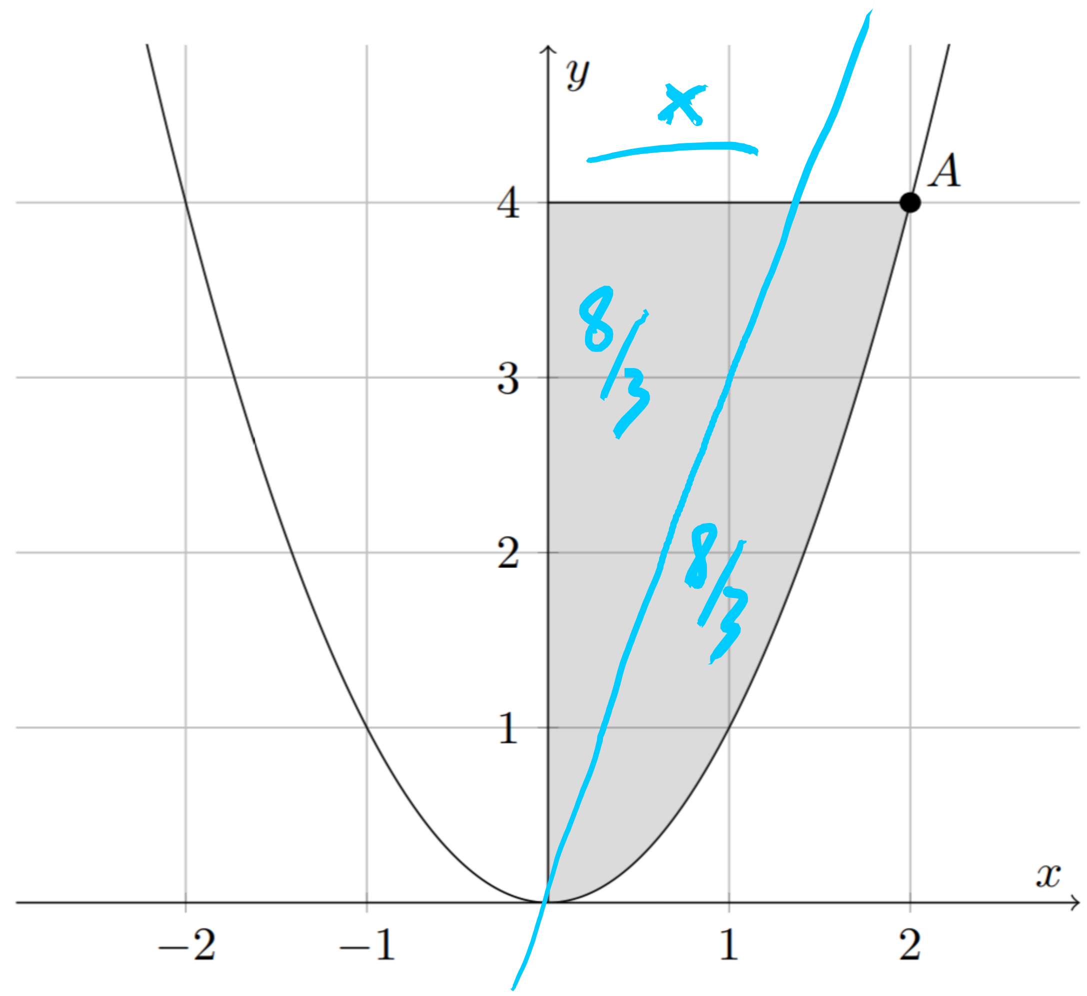
C : $\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$

D : $\sqrt[3]{a^2 b^3}$

$$\left\{ \begin{array}{ccc} \left(\sqrt[3]{a^2 b^3}\right)^{3.2} & & \left(\sqrt{ab^2}\right)^{2.3} \\ a^4 . b^6 & > & a^3 b^6 \end{array} \right.$$

Oefening 23

Op bijgaande figuur is de parabool met als vergelijking $y = x^2$ en het punt $A(2, 4)$ afgebeeld. Wat is de vergelijking van de rechte door de oorsprong die het ingekleurde gebied begrensd door de y-as, de parabool, en de horizontale rechte $y = 4$ in twee even grote delen verdeelt?



- (A) $y = 3x$ ✓
- (B) $y = \frac{10}{3}x$
- (C) $y = 4x$
- (D) $y = \frac{16}{3}x$

Oplossing: A
juist beantwoord: 50 %
blanco: 16 %

$$O = \square - \triangle$$

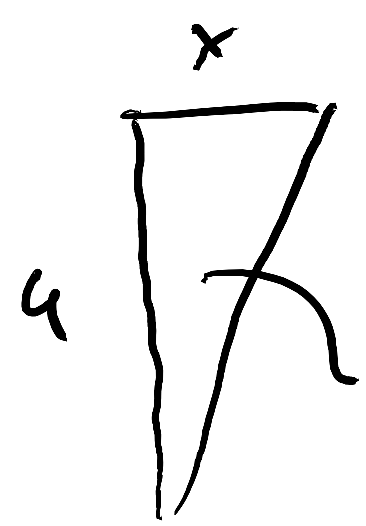
$$= 2 \cdot 4 - \int_0^2 x^2\,dx$$

$$= 8 - \frac{1}{3}x^3\Big|_0^2$$

$$= 8 - \frac{1}{3}8$$

$$= \frac{2}{3}8 = \boxed{\frac{16}{3}}$$

$$\boxed{\frac{O}{2} = \frac{16}{2\cdot 3} = \frac{8}{3}} \Rightarrow$$



$\Leftarrow$

$$\frac{1}{2}x \cdot 4 = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{8}{3}\cdot\frac{2}{4} = \frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4/3 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{rico} = \frac{4}{4/3} = 3 \Rightarrow \boxed{y = 3x}$$

Oefening 24

Twee treinen leggen eenzelfde traject af, maar in tegengestelde richting. De eerste trein rijdt van A naar B met een constante snelheid van 90 km/u. De tweede trein rijdt van B naar A met een constante snelheid van 60 km/u. Als de treinen op hetzelfde moment vertrekken, dan kruisen ze elkaar op 45 km van A. Waar kruisen de treinen elkaar als de tweede trein een kwartier later dan de eerste trein vertrekt?

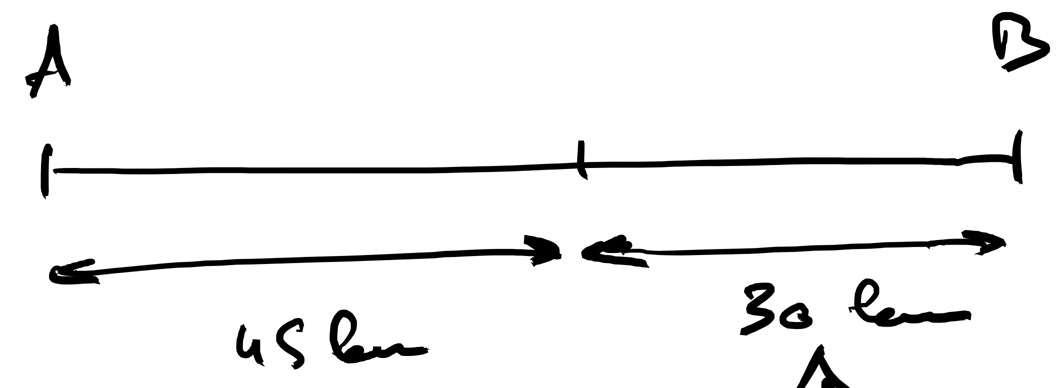
(A) Op 54 km van A.

(B) Op 55 km van A.

(C) Op 56 km van A.

(D) Op 57 km van A.

Oplossing: A
juist beantwoord: 65 %
blanco: 18 %



$v_A = 90 \text{ km/h}$

$\Rightarrow 45 \text{ km} = \frac{1}{2} \text{ h}$

$s_B = 60 \text{ km/h} \cdot \frac{1}{2} \text{ h}$

$s_B = 30 \text{ km}$

$\boxed{s_{AB} = 75 \text{ km}}$

$1/4 \text{ h}: \quad s_{A1} = 90 \text{ km/h} \cdot \frac{1}{4} \text{ h} = \frac{90}{4} \text{ km}$

$\Rightarrow s = 75 - \frac{90}{4} = \frac{300-90}{4} = \frac{210}{4} \text{ km}$

$s_A + s_B = \frac{210}{4} = 90 \cdot t + 60 t \Rightarrow t = \frac{210}{4} \cdot \frac{1}{150} = \frac{21\cancel{0}}{60\cancel{0}} = \frac{7}{20} \text{ h}$

$s_{A2} = 9\cancel{0} \cdot \frac{7}{2\cancel{0}} = \frac{63}{2} \text{ km}$

$\Rightarrow s_A = s_{A1} + s_{A2} = \frac{90}{4} + \frac{63}{2} = \frac{90+126}{4} = \frac{216}{4} = \boxed{54 \text{ km}}$

Oefening 25

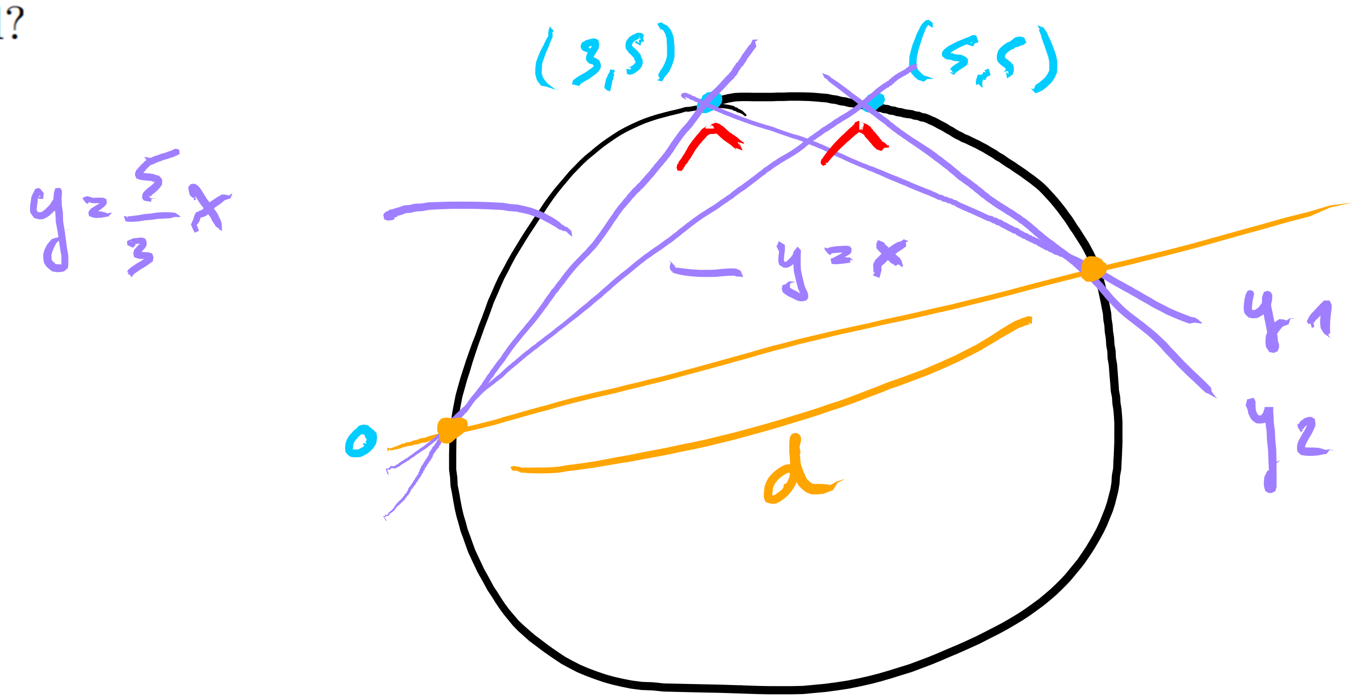
Gegeven een vlak met een cartesiaans assenstelsel xy met daarin een cirkel door de drie punten $O(0,0)$, $P(3,5)$ en $Q(5,5)$. Welk van onderstaande rechten raakt aan deze cirkel?

(A) de rechte met vergelijking $y = -3x$

✓ (B) de rechte met vergelijking $y = -4x$

(C) de rechte met vergelijking $y = -5x$

(D) de rechte met vergelijking $y = -10x$



$y_1 \rightarrow$ rico $= -\frac{3}{5}$

$y_2 \rightarrow$ rico $= -1$

Oplossing: B
juist beantwoord: 35 %
blanco: 45 %

$$\left.\begin{aligned} y_1 &: \ y - 5 = -\frac{3}{5}(x-3) \Rightarrow y = -\frac{3}{5}x + \frac{34}{5} \\ y_2 &: \ y - 5 = -1(x-5) \Rightarrow y = -x + 10 \end{aligned}\right\} \ y_1 = y_2$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{5}x + \frac{34}{5} = -\frac{5}{5}x + \frac{50}{5} \Rightarrow \frac{2}{5}x = \frac{16}{5} \Rightarrow \boxed{x = 8}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = -x + 10 = -8 + 10 = 2}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68} \Rightarrow \boxed{r = \frac{d}{2} = \sqrt{\frac{68}{4}} = \sqrt{17}}$$

$$d: \ \text{rico} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{4}x} \qquad \boxed{M = \left(\frac{8}{2}, \frac{2}{2}\right) = (4,1)}$$

$$\Rightarrow \text{raaklijn} \perp \text{op } d \Rightarrow \text{rico} = -\frac{1}{1/4} = -4 \Rightarrow \boxed{y = -4x}$$

Oefening 26

De getallen $3, -1, 7$ zijn drie opeenvolgende getallen uit de rij $\dfrac{5+(-2)^n}{3}$, $n \in \mathbb{N}$. De opvolger van 7 is:

(A) -15 (B) -9 (C) 9 (D) 15

Oplossing: B
juist beantwoord: 92 %
blanco: 2 %

$3: \quad 3 = \dfrac{5+(-2)^n}{3} \Rightarrow 9-5 = (-2)^n = 4 \Rightarrow n = 2$

$-1: \quad -1 = \dfrac{5+(-2)^n}{3} \Rightarrow -3-5 = (-2)^n = -8 \Rightarrow n = 3$

$7: \quad 7 = \dfrac{5+(-2)^n}{3} \Rightarrow 21-5 = (-2)^n = 16 \Rightarrow n = 4$

$n = 5: \quad \dfrac{5+(-2)^5}{3} = \dfrac{5-32}{3} = \dfrac{-27}{3} = \boxed{-9}$

Oefening 27

Van de matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 1+a & 1 \end{pmatrix}$ en $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix}$ is gegeven dat $A \cdot B = B \cdot A$. Wat kan je besluiten over de reële getallen a en b?

(A) niets

✓ (B) $a = -1$ en $b = 0$

(C) a is willekeurig en $b = 0$

(D) $a = -1$ en b is willekeurig

Oplossing: B
juist beantwoord: 63 %
blanco: 19 %

$$\begin{pmatrix} 1 & b \\ 1+a & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+ab & b-b \\ 1+a+a & b+ab-1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & b \\ 1+a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+b+ab & b+b \\ a-1-a & ab-1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 1+ab = 1+b+ab \\ 0 = 2b \longrightarrow \boxed{b=0} \\ 1+2a = -1 \longrightarrow 2a = -2 \Rightarrow \boxed{a=-1} \\ b+ab-1 = ab-1 \end{cases}$$

Oefening 28

Gegeven de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = e^x - x$. De raaklijn in het punt $(a, f(a))$ aan de grafiek van f gaat door de oorsprong. Bepaal de richtingscoëfficiënt van deze raaklijn.

(A) 1 (B) $e - 1$ (C) e (D) $1 + e$

Oplossing: B
juist beantwoord: 61 %
blanco: 26 %

$y = ax$

$y - f(a) = f'(a)(x - a)$

$\Rightarrow f'(x) = e^x - 1 \Rightarrow f'(a) = e^a - 1$

$\Rightarrow f(a) = e^a - a$

$\Rightarrow y - (e^a - a) = (e^a - 1)(x - a)$

$y = e^a x - ae^a - x + \cancel{a} + e^a - \cancel{a} = (e^a - 1)x + \underbrace{(1-a)e^a}_{=0\,!}$

$\rightarrow (1-a)e^a = 0 \Rightarrow e^a = ae^a \Rightarrow \boxed{a = 1}$

$\Rightarrow \boxed{\text{rico}} = f'(a) = f'(1) = e^1 - 1 = \boxed{e - 1}$

Oefening 29

Bij een dobbelspel wordt 5 keer met een eerlijke dobbelsteen gegooid. Indien op de dobbelsteen 1 of 2 ogen zichtbaar zijn, dan ontvang je hiervoor een negatieve score van -0,25. Indien op de dobbelsteen een 5 of 6 tevoorschijn komt, dan krijg je hiervoor een positieve score van +1,0. Voor een 3 of een 4 krijg je een score van 0,0. De score van het spel is de som van de scores behaald in de 5 worpen samen. Wat is de kans dat je een score hebt die minstens 3 punten bedraagt?

(A) $\frac{11}{3^5}$ (B) $\frac{16}{3^5}$ ✓(C) $\frac{21}{3^5}$ (D) $\frac{26}{3^5}$

Oplossing: C
juist beantwoord: 40 %
blanco: 34 %

$$\begin{cases} 1 \text{ of } 2 : -0{,}25 \\ 3 \text{ of } 4 : 0 \\ 5 \text{ of } 6 : 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \text{ mogelijkheden} \\ 5 \times \text{ gooien} \end{cases}$$

$= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$\Rightarrow \boxed{3^5 \text{ mogelijke gevallen}}$

minstens 3:
1. $1 + 1 + 1 + 1 + 1$
2. $1 + 1 + 1 + 1 - 0{,}25$
3. $1 + 1 + 1 + 1 + 0$
4. $1 + 1 + 1 + 0 + 0$

1. $C_5^5 = 1$
2. $C_5^4 = \frac{5!}{4!(5-4)!} = \frac{5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!} \cdot 1} = 5$
3. $C_5^4 = 5$
4. $C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \cdot \overset{2}{\cancel{4}} \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!} \cdot \cancel{2!}} = 10$

$1 + 2 + 3 + 4 = \boxed{21 \text{ gunstige gevallen}}$

$\Rightarrow \boxed{P = \frac{\# \text{ gunstige}}{\# \text{ mogelijke}} = \frac{21}{3^5}}$

Oefening 30

Als z_1 en z_2 de complexe oplossingen zijn van de vergelijking $z^2 - 2z\cos(\frac{\pi}{12}) + 1 = 0$, waaraan is $z_1^{16} + z_2^{16}$ dan gelijk?

(A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) $-i\sqrt{3}$

Oplossing: A
juist beantwoord: 12 %
blanco: 73 %

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z = \frac{2\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \pm \sqrt{\left(-2\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

$$z = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \pm \frac{1}{2}\sqrt{4\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) - 4} = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \pm \frac{1}{\cancel{2}}\sqrt{\cancel{4}\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) - 1\right)}$$

$$z = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \pm \sqrt{-\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right)} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \\ z_2 = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_1 = 1 \cdot e^{+i\frac{\pi}{12}} \\ z_2 = 1\, e^{-i\frac{\pi}{12}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1^{16} = 1^{16}\, e^{i\frac{\pi}{12}\cdot 16} = 1\, e^{i\frac{4\pi}{3}} \\ z_2^{16} = 1^{16}\, e^{-i\frac{\pi}{12}\cdot 16} = 1\, e^{-\frac{4\pi}{3}} \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} z_1^{16} &= \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \\ z_2^{16} &= \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}\right\} \boxed{z_1^{16} + z_2^{16} = -1}$$