Oefening 1

Beschouw de driedimensionale ruimte met een cartesiaans assenstelsel xyz en de rechte r met volgende parametervoorstelling: $\begin{cases} x = -2t \\ y = -2t + 1 \\ z = 2t - 1 \end{cases}$ met $t \in \mathbb{R}$.

Welk van onderstaande vectoren is evenwijdig met de rechte r?

(A) $(0, 1, 1)$ (B) $(0, 1, -1)$ (C) $(1, 1, 1)$ ✓ (D) $(1, 1, -1)$

Oplossing: D
juist beantwoord: 80 %
blanco: 5 %

Richtingsvector $\Rightarrow \dfrac{x}{-2} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+1}{2} \Rightarrow (-2, -2, 2)$

$\downarrow$

$x \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow (1, 1, -1)$

Oefening 2

Voor een veelterm $P(x)$ van graad 2 geldt: de hoogstegraadscoëfficiënt is 1, $x = 2$ is een nulpunt en $P(1) = 3$. Wat is de coëfficiënt bij de eerstegraadsterm?

(A) −6 (B) −4 (C) 4 (D) 6

Oplossing: A
juist beantwoord: 90 %
blanco: 3 %

$ax^2 + bx + c$

1

$\hookrightarrow x^2 + bx + c$

$P(2) = 0 \Rightarrow 2^2 + b \cdot 2 + c = 0$

$P(1) = 3 \Rightarrow (1^2 + b \cdot 1 + c = 3) \; -$

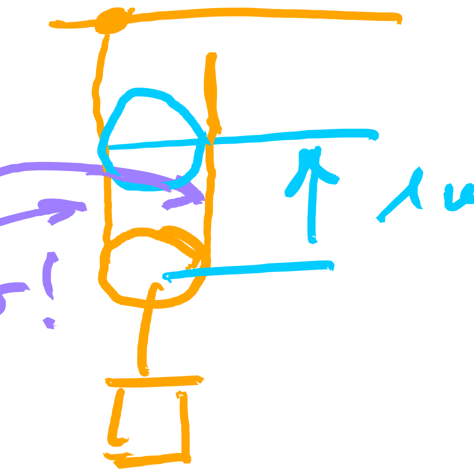
$3 + b + 0 = -3$

$\Rightarrow \boxed{b = -6}$

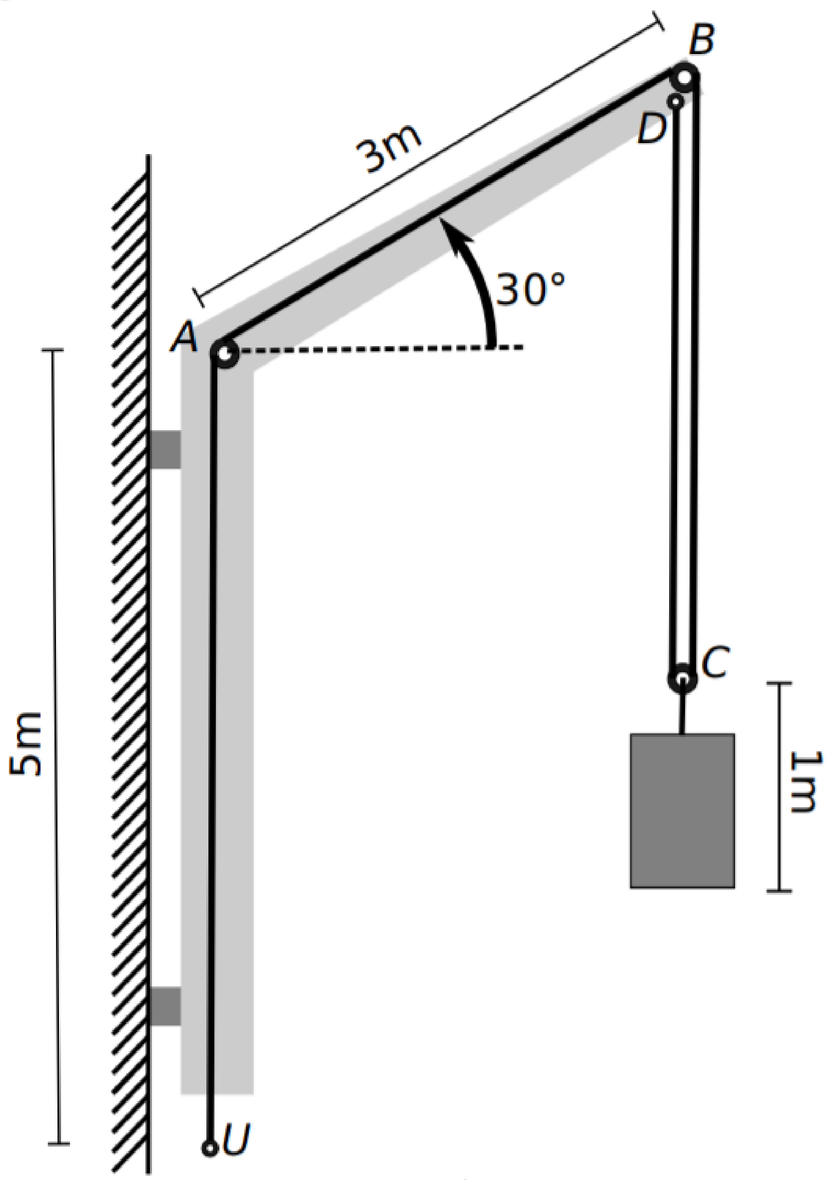
Oefening 3

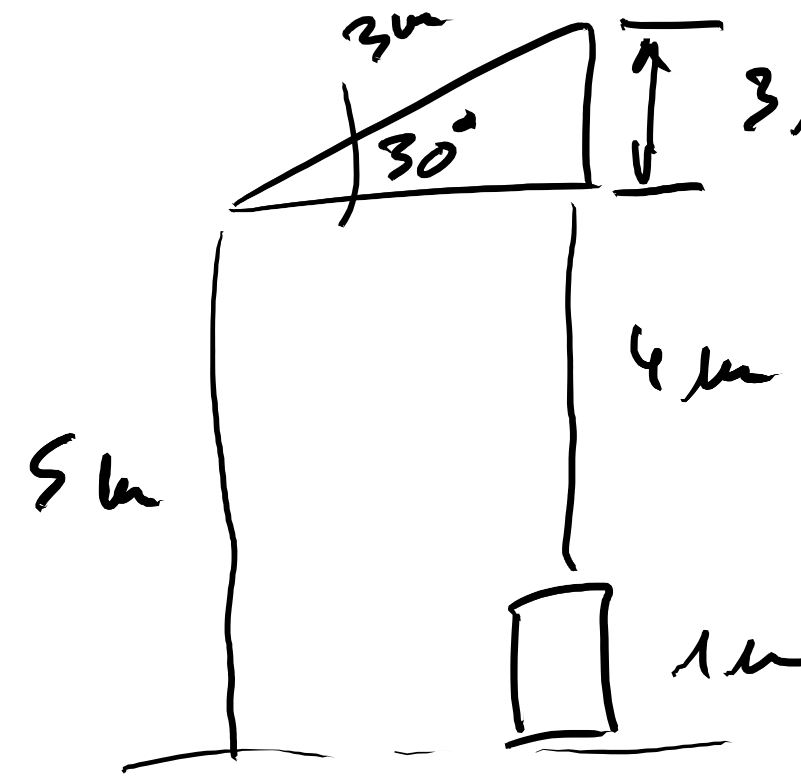
Onderstaande figuur toont een takelinstallatie die dient voor het optillen en verplaatsen van lasten in een atelier. Een kabel loopt vanaf het uiteinde *U* via de katrollen *A*, *B* en *C* naar het punt *D* van de takelinstallatie. De posities van de punten *U*, *A*, *B* en *D* zijn vast. De last hangt aan katrol *C*. Alle relevante afmetingen staan aangegeven op de figuur (niet op schaal). De bediening van de last gebeurt door de kabel langer of korter te maken. Hoe lang moet de kabel zijn opdat de onderkant van de last zich op dezelfde hoogte als het uiteinde *U* bevindt?

In de berekeningen mag de positie van *B* dezelfde genomen worden als de positie van *D* en mogen de afmetingen van de katrollen verwaarloosd worden en dus 0 genomen worden. Het resultaat mag afgerond worden tot op een geheel aantal meter.



1m touw! 2x!





$3 \sin 30° = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ m

$l = 5 + 3 + 2\left(\frac{3}{2} + 4\right)$

$l = 8 + 2\left(\frac{11}{2}\right)$

$\boxed{l = 19 \text{ m}}$

(A) 18 m ✓ (B) 19 m (C) 20 m (D) 21 m

Oplossing: B

juist beantwoord: 71 %

blanco: 5 %

Oefening 4

Bereken volgende limiet: $L = \lim_{x \to +\infty} e^{(1/x)}$.

(A) $L = 0$

(B) $L = 1$

(C) $L = e$

(D) $L = +\infty$

Oplossing: B

juist beantwoord: 95 %

blanco: 1 %

$$e^{1/\infty} = e^0 = 1$$

Oefening 5

De grafiek van de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is de rechte door de punten $(0, 1)$ en $(7, 6)$. De functie g is de inverse functie van f. Bepaal $g(3)$.

(A) $g(3) = \frac{14}{5}$ (B) $g(3) = 3$ (C) $g(3) = \frac{17}{6}$ (D) $g(3) = \frac{22}{7}$

Oplossing: A

juist beantwoord: 73 %

blanco: 17 %

f: rico $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-1}{7-0} = \frac{5}{7}$

$y - y_1 = r(x - x_1)$

$y - 1 = \frac{5}{7}x - 0$

$y = \frac{5}{7}x + 1 = f(x)$

$g(x) = (y-1)\cdot\frac{7}{5} = x$

$\Rightarrow g(3) = (3-1)\cdot\frac{7}{5} = \boxed{\frac{14}{5}}$

Oefening 6

Beschouw de driedimensionale ruimte met een cartesiaans assenstelsel xyz en de punten $A(2,2,4)$, $B(0,-4,2)$, $C(0,-5,2)$ en $D(2,-1,4)$. Welke van de onderstaande uitspraken is als enige waar?

1. De rechten AB en CD zijn evenwijdig. ✗
2. De rechten AB en CD zijn kruisend.
3. De rechten AB en CD snijden elkaar in het punt $(-1,-7,1)$. ✓
4. De rechten AB en CD snijden elkaar in het punt $(1,-3,3)$.

Oplossing: C
juist beantwoord: 61 %
blanco: 11 %

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\times -\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{CD} = \vec{D} - \vec{C} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$AB \begin{cases} x = t + 0 \\ y = 3t - 4 \\ z = t + 2 \end{cases} \qquad CD \begin{cases} x = t + 0 \\ y = 2t - 5 \\ z = t + 2 \end{cases}$$

B, C

$$P(-1,-7,1)$$ ✓

$$\begin{cases} -1 = t \\ -7 = 3t - 4 \\ 1 = t + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} -1 = t \\ -7 = 2t - 5 \\ 1 = t + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = -1 \end{cases}$$

$=$

Oefening 7

Zij $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ en $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ functies. Welke van de onderstaande uitspraken is dan als enige zeker waar?

1. Als $f(2) < 0 < g(2)$, dan is $|f(2)| \neq |g(2)|$.
2. Als $f(2) \geq g(2)$, dan is $|f(2)| \geq |g(2)|$.
3. Als $g(2) < f(2) < 0$, dan is $|g(2)| > |f(2)|$.
4. $|f(-2)| = |f(2)|$ en $|g(-2)| = |g(2)|$.

Oplossing: C
juist beantwoord: 92 %
blanco: 3 %

1. $f(2) < 0 \qquad 0 < g(2)$

$|f(2)| \neq |g(2)|$?

2. $f(2) \geq g(2) \Rightarrow |f(2)| \geq |g(2)|$

$-2 \qquad -5 \qquad 2 > 5$

3. $g(2) < f(2) < 0 \Rightarrow |g(2)| > |f(2)|$

$-5 \qquad -2 \qquad 5 \qquad 2$

Oefening 8

Beschouw het volgende stelsel in de onbekenden x, y en z met c een reëel getal.

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y = 2 - 2z \\ y + z = c \end{cases} \rightarrow 2x + 2y + 2z = 2 \quad /2 \rightarrow x + y + z = 1$$

Welke van de volgende beweringen is als enige waar?

1. Er bestaat juist één waarde van c waarvoor dit stelsel geen oplossing heeft.
2. Er bestaan verschillende waarden van c waarvoor dit stelsel geen oplossing heeft.
3. Er bestaat juist één waarde van c waarvoor dit stelsel oneindig veel oplossingen heeft.
4. Er bestaan meerdere waarden van c waarvoor dit stelsel oneindig veel oplossingen heeft. ✓

Oplossing: D
juist beantwoord: 72 %
blanco: 14 %

Stelsel 3 onbekenden
slechts 2 onafhankelijke vergelijkingen!
=> ∞ veel oplossingen!

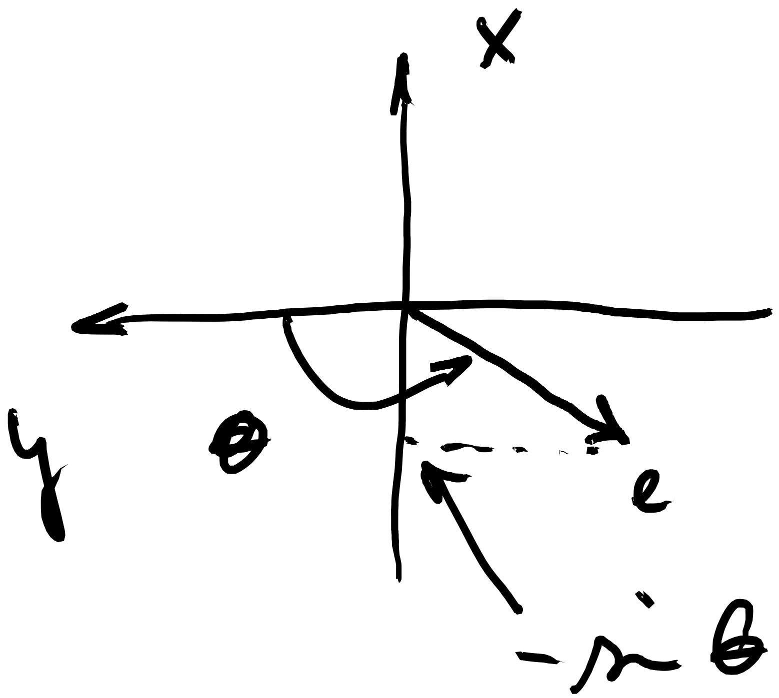
Oefening 9

Beschouw het vlak met een cartesiaans assenstelsel xy en de vector $\vec{e}$ met lengte 1. De vector $\vec{e}$ maakt een hoek θ met de positieve y-as. Hoeken in tegenwijzerzin worden positief genomen. De hoek θ voldoet aan $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, zodat de vector $\vec{e}$ in het derde kwadrant ligt. Wat is dan de x-coördinaat van de vector $\vec{e}$?

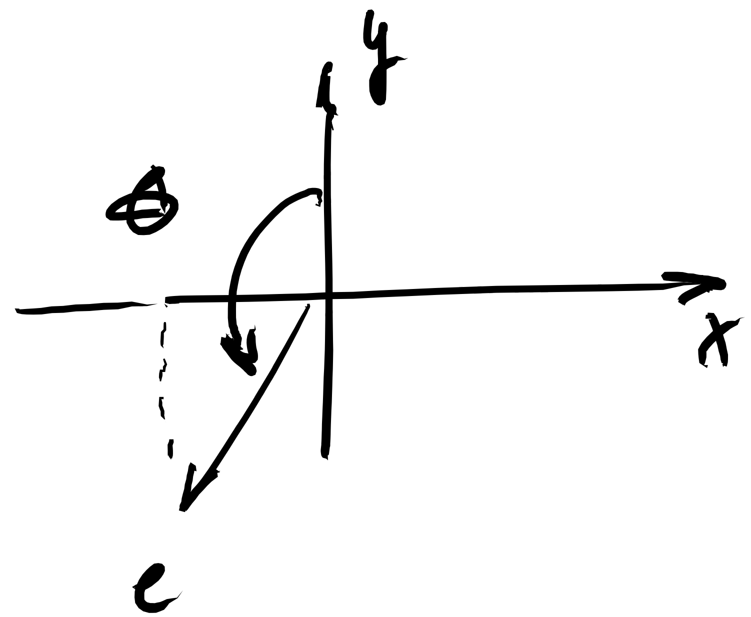
(A) $\cos\theta$ (B) $-\cos\theta$ (C) $\sin\theta$ (D) $-\sin\theta$

$$90^\circ < \theta < 180^\circ$$

Oplossing: D
juist beantwoord: 36 %
blanco: 4 %



$\Rightarrow$



$$x = -\sin\theta$$

Oefening 10

Bereken $I = \int_0^{\sqrt{\pi}} 2x \sin(x^2)\,dx$.

(A) -2

(B) -1

(C) 1

(D) 2

Oplossing: D
juist beantwoord: 71 %
blanco: 11 %

$$d(x^2) = 2x\,dx$$

$$\Rightarrow \int_0^{\sqrt{\pi}} \sin(x^2)\,d(x^2)$$

$$= -\cos(x^2)\Big|_0^{\sqrt{\pi}}$$

$$= -[\cos(\pi) - \cos 0]$$

$$= -[-1-1] = \boxed{2}$$

Oefening 11

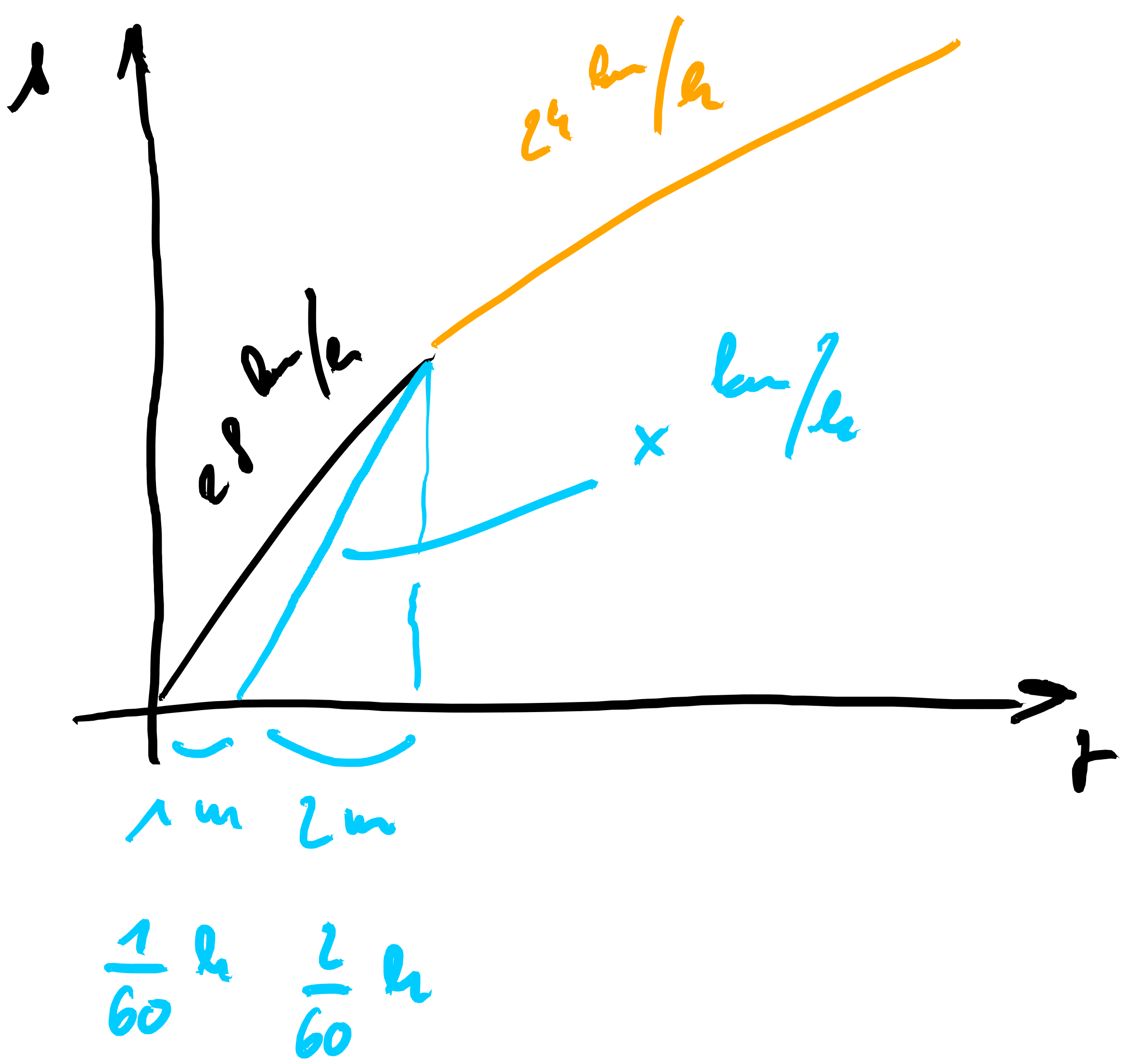
Wannes en Younes gaan fietsen op een lang recht fietspad. Ze vertrekken beiden op hetzelfde punt. Wannes fietst het eerste deel van het traject met een constante snelheid van 28 km/uur. Younes vertrekt 1 minuut later en rijdt ook met een constante snelheid. Twee minuten nadat Younes vertrokken is, haalt hij Wannes in. Daarna fietsen ze nog 4 km samen verder aan een snelheid van 24 km/uur. Wat is de gemiddelde snelheid waarmee Younes het gehele traject fietste?

✓ (A) 27 km/uur (B) 30 km/uur (C) 33 km/uur (D) 36 km/uur

Oplossing: A
juist beantwoord: 74 %
blanco: 7 %

s na 3 m : $28\,\frac{km}{h} \cdot \frac{3}{60}\,h = \frac{28}{20} = \boxed{\frac{7}{5}\ km}$

$\Rightarrow x = \frac{7/5\ km}{2/60\ h} = \frac{7}{5} \cdot \frac{60}{2} = 7 \cdot 6 = \boxed{42\ km/h}$



4 km aan 24 km/h

$t = \frac{4\ km}{24\ km/h} = \frac{1}{6}\ h$

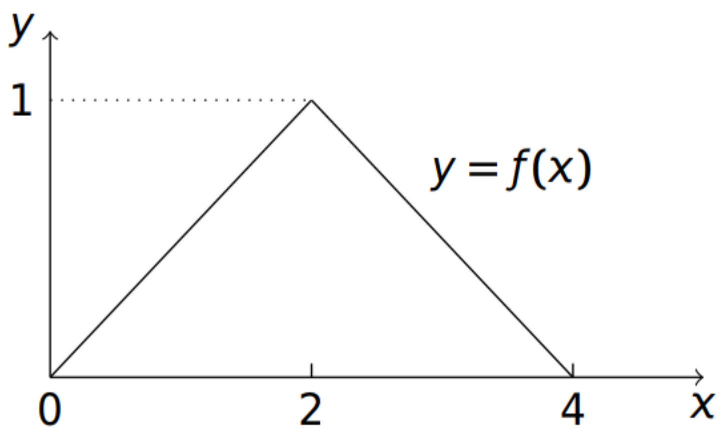
$\Rightarrow t_{tot} = \frac{1}{6} + \frac{2}{60} = \frac{10+2}{60} = \frac{1}{5}\ h$

$\Rightarrow s_{tot} = \frac{7}{5} + 4 = \frac{27}{5}\ km$

$\boxed{v_{gem} = \frac{27/5\ km}{1/5\ h} = \frac{27}{5} \cdot \frac{5}{1} = 27\ km/h}$

Oefening 12

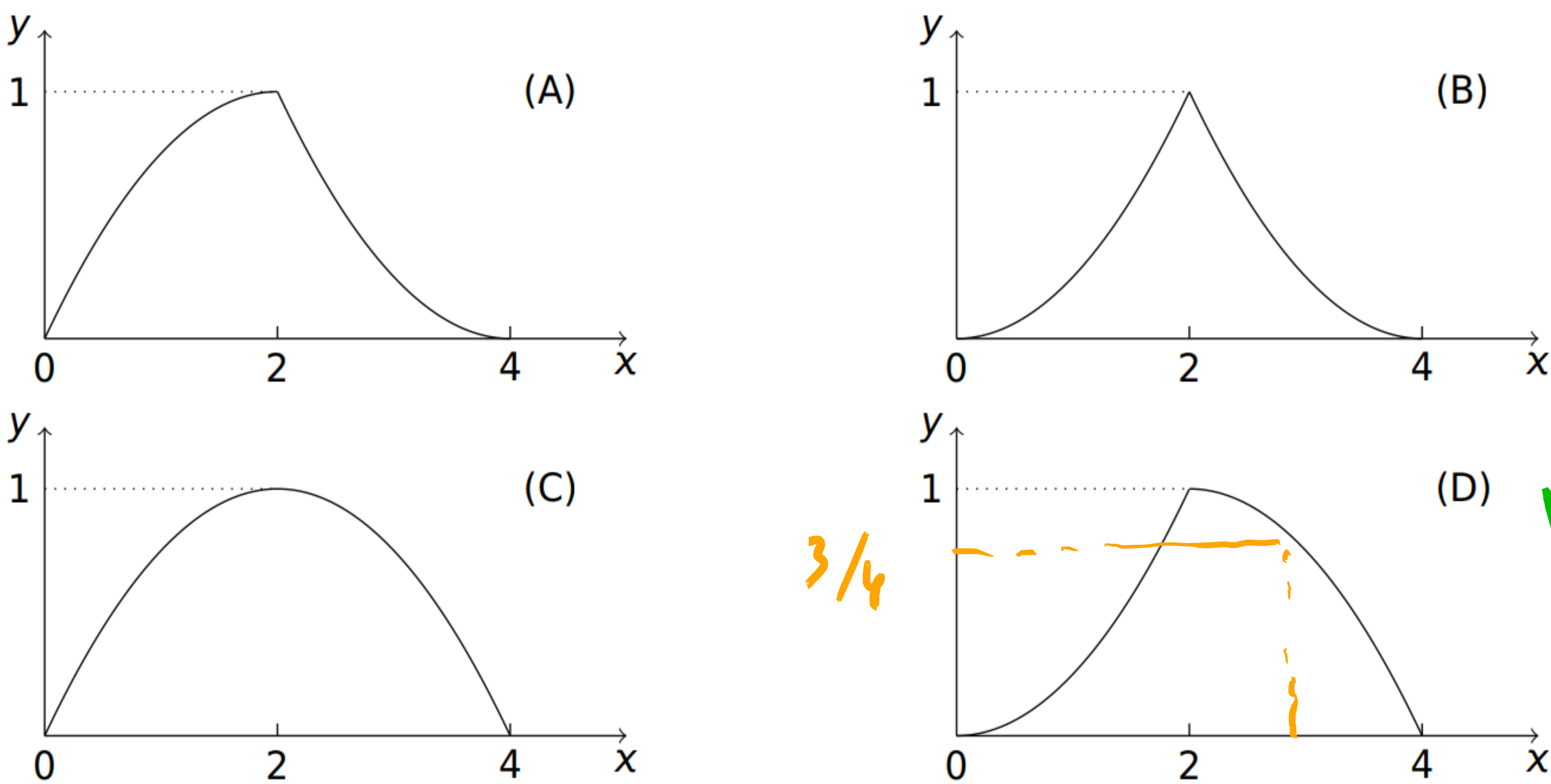
Gegeven de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met als grafiek onderstaande figuur.



$$\longrightarrow f(x) = \begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y = -\frac{1}{2}(x-2)+1 \\ \quad = -\frac{1}{2}x + 2 \end{cases} \times g(x) \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x^2}{4} \\ y = -\frac{x^2}{4} + x \end{cases}$$

Verder is de functie g gegeven door $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto g(x) = \frac{x}{2}$. Welk van onderstaande figuren toont de grafiek van het product p van deze functies $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto p(x) = f(x) \cdot g(x)$?

$$\Rightarrow x = 2 \begin{cases} y = \frac{4}{4} = 1 \\ y = -\frac{4}{4} + 2 = 1 \end{cases}$$



$$\Rightarrow x = 3 \to y = -\frac{9}{4} + 3 = \frac{-9+12}{4} = 3/4$$

Oplossing: D

juist beantwoord: 82 %

blanco: 5 %

Oefening 13

Op een elektronisch circuit wordt een spanningsbron aangesloten die een tijdsafhankelijke spanning V produceert. Het verband tussen de tijd t uitgedrukt in seconden (s) en de spanning V wordt gegeven door $V = V_0 \cos(\omega t)$, met $V_0 = 50$ volt en $\omega = 100\pi$ rad/s. Hoeveel keer wisselt de spanning V van teken gedurende de eerste seconde?

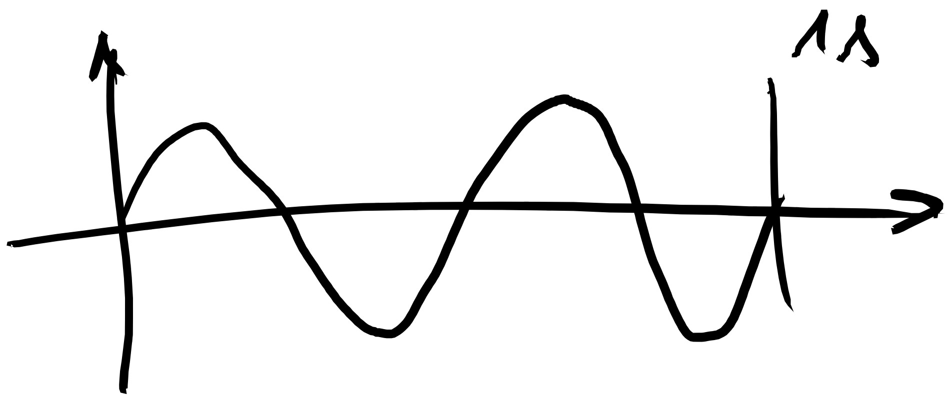
(A) 25 keer (B) 50 keer (C) 100 keer (D) 200 keer

Oplossing: C

juist beantwoord: 62 %

blanco: 7 %

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50\ \text{Hz}$$



$f = 2\ \text{Hz} \rightarrow 4$ wissels $\Rightarrow 50\ \text{Hz} \rightarrow 100$ wissels

$\times 2$

Oefening 14

In de driedimensionale ruimte bekijken we het punt $P(1,2,0)$ en het vlak v met vergelijking $x+2y-z=1$. Voor welk van volgende punten A_i ($i=1,2,3,4$) snijdt de rechte PA_i het vlak v **niet**?

// $\hookrightarrow$ vector $\perp$ op $v = \vec{v}(1,2,-1)$

$\hookrightarrow$ = normaalvector

(A) $A_1(2,2,1)$ (B) $A_2(3,1,1)$ (C) $A_3(-1,4,1)$ (D) $A_4(4,0,1)$

Oplossing: A

juist beantwoord: 62 %

blanco: 27 %

$$\vec{PA_1} = \vec{A_1} - \vec{P} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Cartesisch product : $\vec{v} \cdot \vec{PA_1} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1(-1) \stackrel{?}{=} 0$ ✓

Oefening 15

Van de matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & b \end{pmatrix}$ en $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & a \end{pmatrix}$ is gegeven dat $A \cdot B = B \cdot A$. Wat kun je besluiten over de reële getallen a en b?

1. $a = -1$ en $b = -1$.
2. $a = -1$ en $b = -2$.
3. Dergelijke getallen a en b bestaan niet.
4. De getallen a en b zijn beide willekeurig.

Oplossing: B
juist beantwoord: 64 %
blanco: 13 %

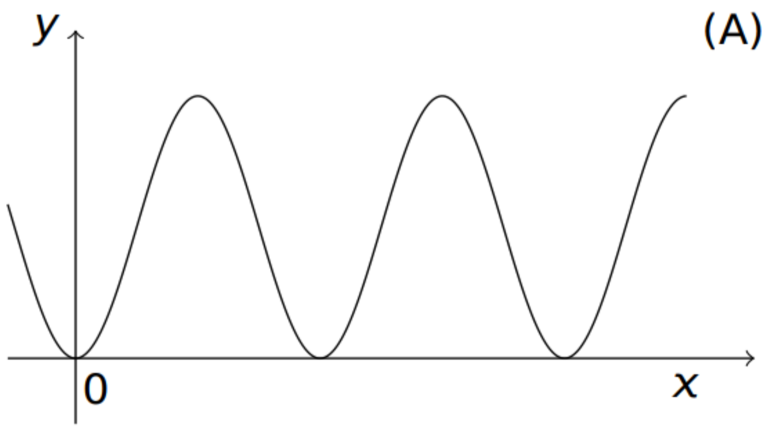
$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ a & b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-2 & 2a+a \\ a-2b & 2a+ab \end{pmatrix}$$

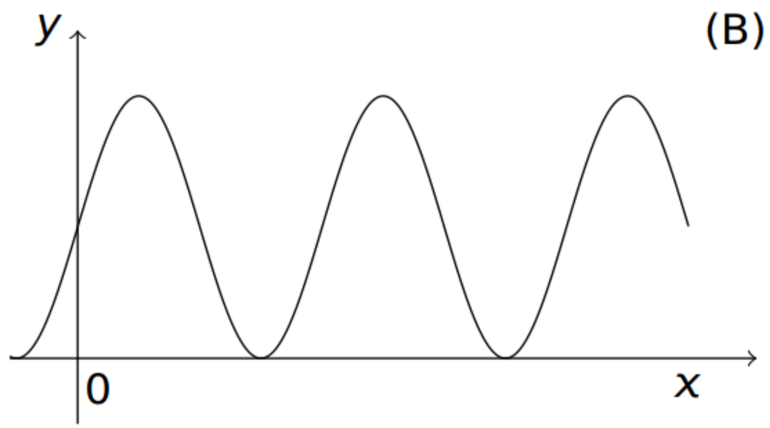
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & 1 \\ a & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2a & 1+2b \\ -2a+a^2 & -2+ab \end{pmatrix}$$

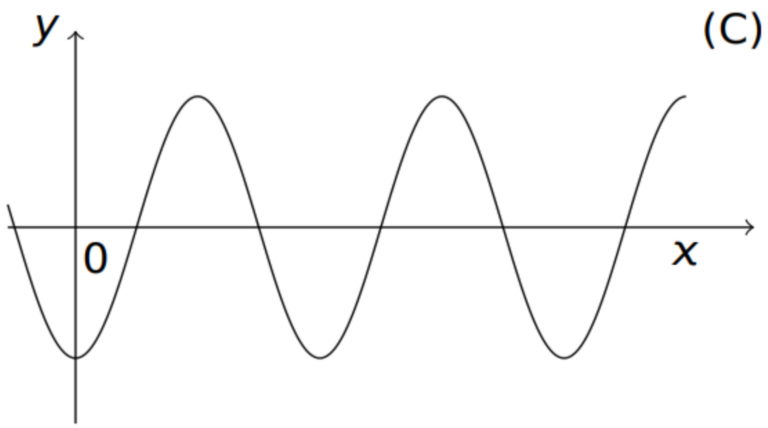
$$\Rightarrow \begin{cases} \cancel{a}-2 = \cancel{a}+2a \rightarrow a = \boxed{-1} \\ a-2b = -2a+a^2 \\ 3a = 1+2b \rightarrow -3 = 1+2b \Rightarrow -4 = 2b \Rightarrow b = \boxed{-2} \\ 2a+ab = -2+ab \end{cases}$$

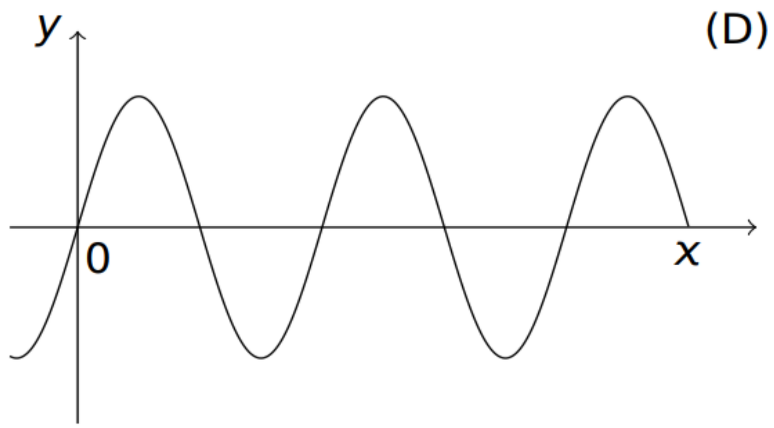
Oefening 16

Welke van onderstaande figuren kan de grafiek voorstellen van de functie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}: x\mapsto f(x)=\int_0^x \sin t\,\mathrm{d}t$?





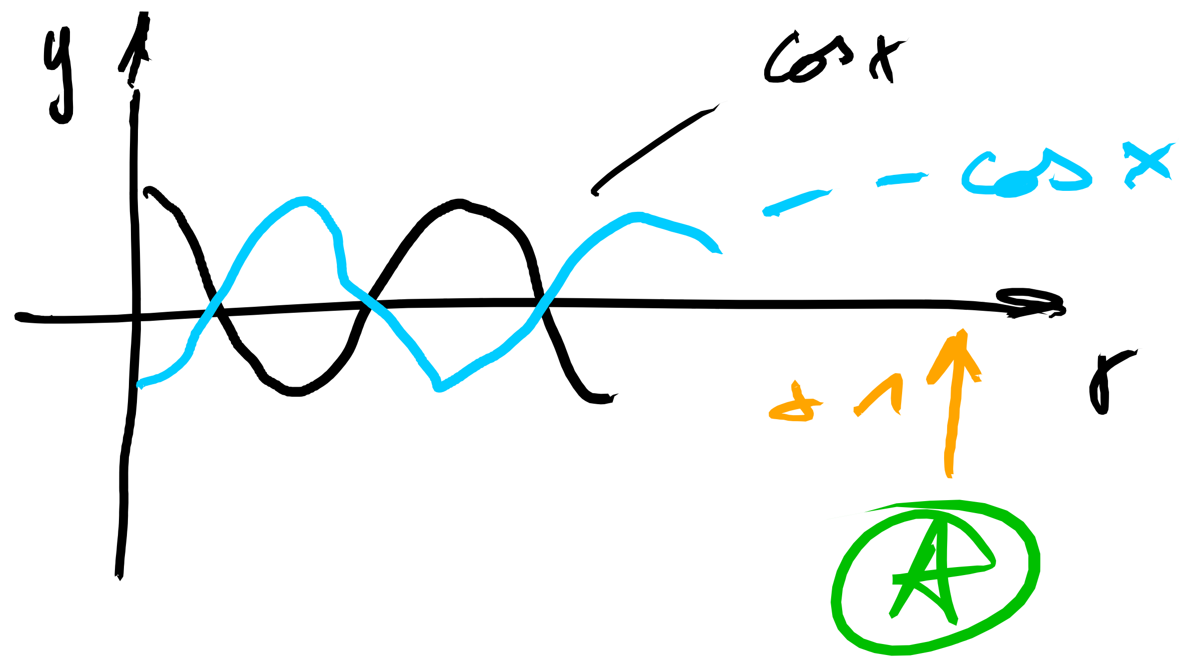




$$= -\cos t \Big|_0^x$$

$$= -\left[\cos(x) - \cos(0)\right]$$

$$= -\cos x + 1$$



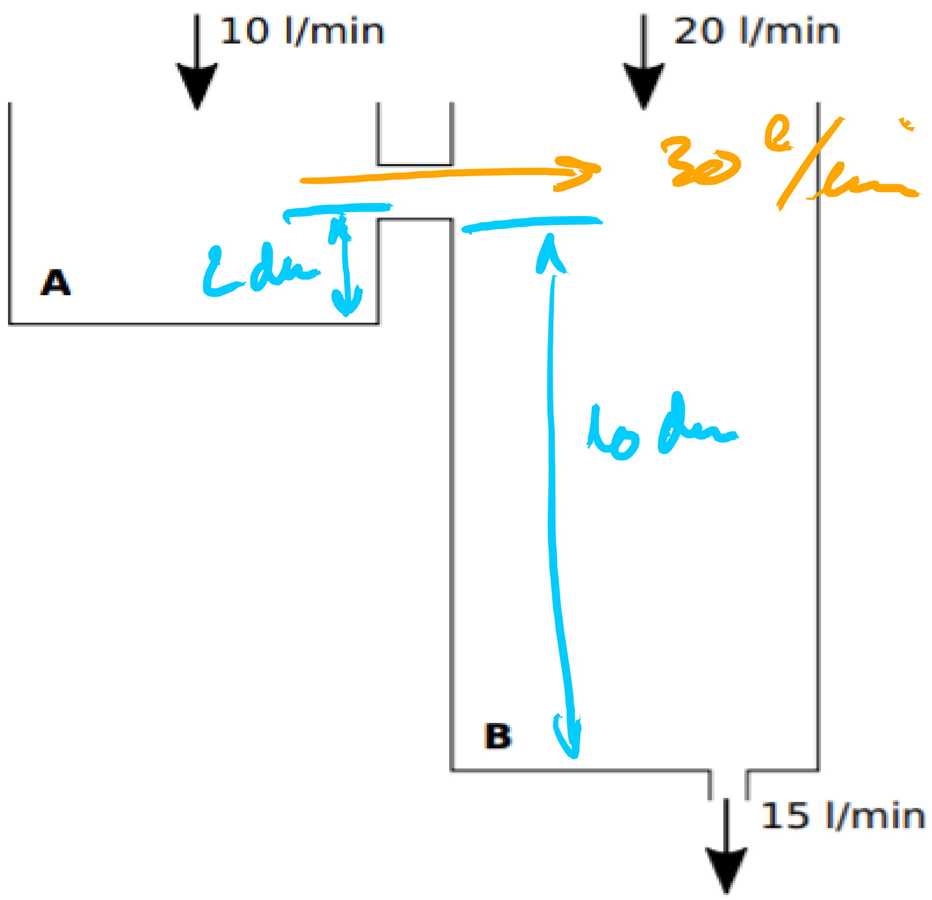
Oplossing: A

juist beantwoord: 59 %

blanco: 4 %

Oefening 17

Een klein vat A en een groot vat B zijn met elkaar verbonden zoals getekend in onderstaande figuur. Beide vaten hebben een grondvlak van 25 dm^2. De onderkant van de verbinding bevindt zich op een hoogte van 2 dm boven het grondvlak van vat A en 10 dm boven het grondvlak van vat B. Door de verbinding kan tot 30 liter per minuut stromen.



$V_A = 25 \cdot 2 = 50\ dm^3 = 50\ \ell$

Na 5 min begint A over te lopen in B

0 − 5 : B : 20 ℓ/min − 15 ℓ/min = 5 ℓ/min

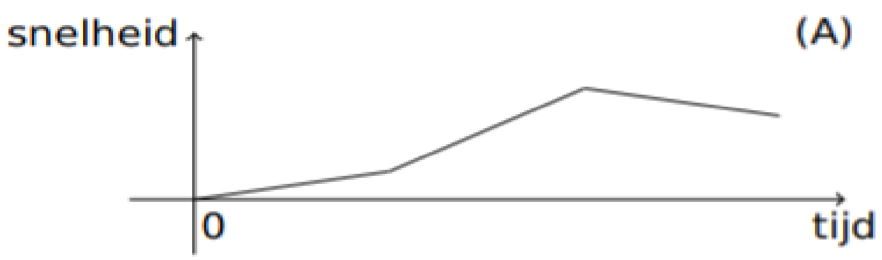
5 − 10 : A → B : 10 ℓ/min

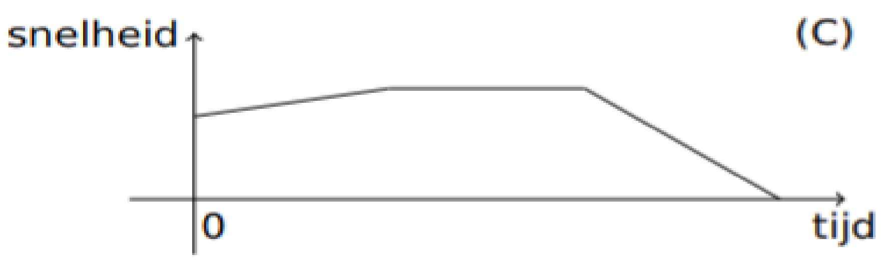
B : 20 ℓ/min − 15 ℓ/min = 5 ℓ/min } 15 ℓ/min

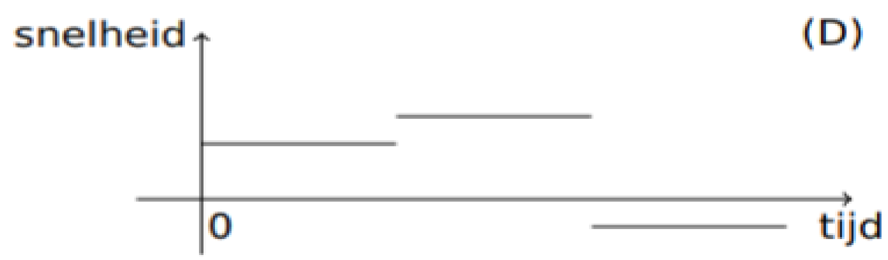
10 − ... : A → B : 10 ℓ/min } B : 0 ℓ/min

→ (10 − 15) ℓ/min = −5 ℓ/min

Aanvankelijk zijn beide vaten leeg. Vanaf een bepaald ogenblik (tijd=0) stroomt er 10 liter vloeistof per minuut in vat A en 20 liter per minuut in vat B. De vloeistof loopt ook weg uit vat B langs een leiding waardoor 15 liter per minuut kan stromen. 5 minuten nadat vloeistof van vat A naar vat B begint te stromen wordt de rechtstreekse toevoer van de vloeistof aan vat B afgesloten, terwijl de toevoer aan vat A gelijk blijft aan 10 liter per minuut. Welke van de volgende grafieken geeft weer met welke snelheid het niveau van de vloeistof in vat B toeneemt?







Oplossing: B
juist beantwoord: 70 %
blanco: 6 %

Oefening 18

Gegeven de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = |x^2 - 4x + 3|$. Voor de waarde $x = a$ bereikt deze functie een minimum. Bepaal $f(a)$.

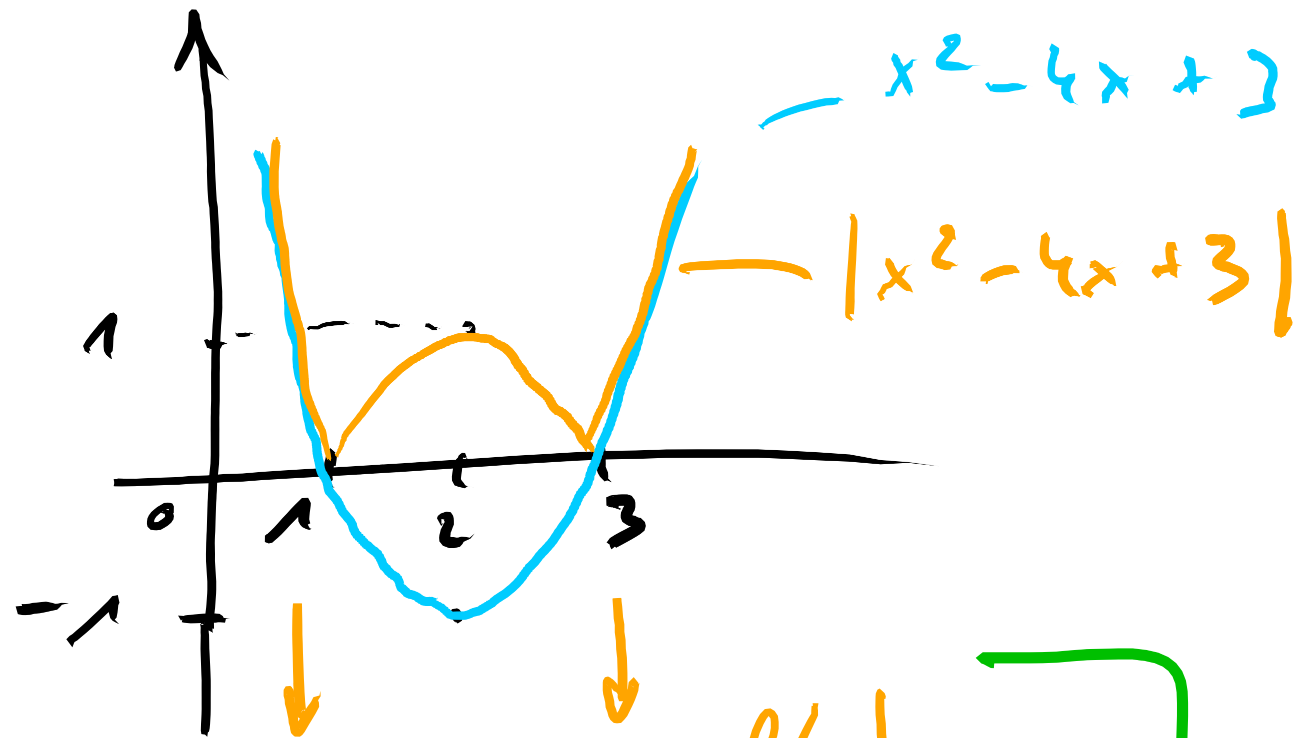
(A) $f(a) = 0$ (B) $f(a) = 1$ (C) $f(a) = 2$ (D) $f(a) = 3$

Oplossing: A
juist beantwoord: 57 %
blanco: 3 %

$$x^2 - 4x + 3 \Rightarrow (x-1)(x-3)$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 3 \\ x_1 + x_2 = -4 \end{cases} \rightarrow -1 \,,\, -3$$

$$f'(x) = 2x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$$

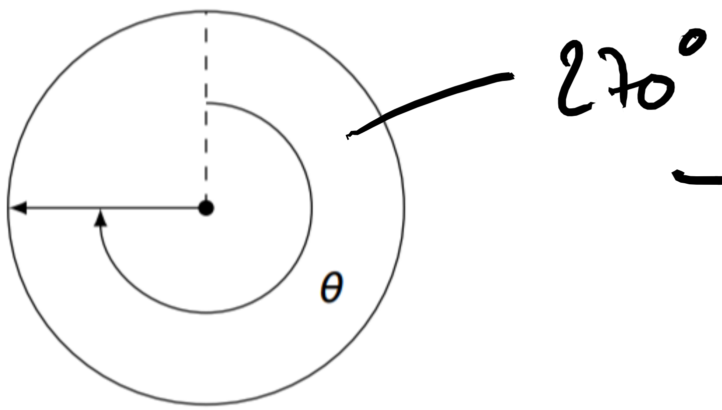


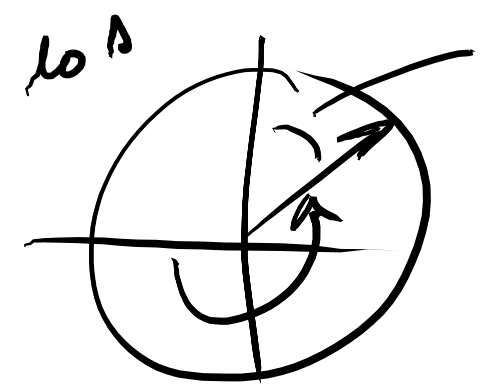
α min α

$$\boxed{f(\alpha) = 0}$$

Oefening 19

Een wijzer van een meetinstrument maakt een hoek θ met de verticale, zoals getoond op onderstaande figuur. Een hoek in wijzerzin wordt hier positief gekozen, alle hoeken zijn uitgedrukt in radialen. Op tijdstip $t = 0$ s staat de wijzer zoals aangeduid op de figuur, $\theta = \dfrac{3\pi}{2}$.

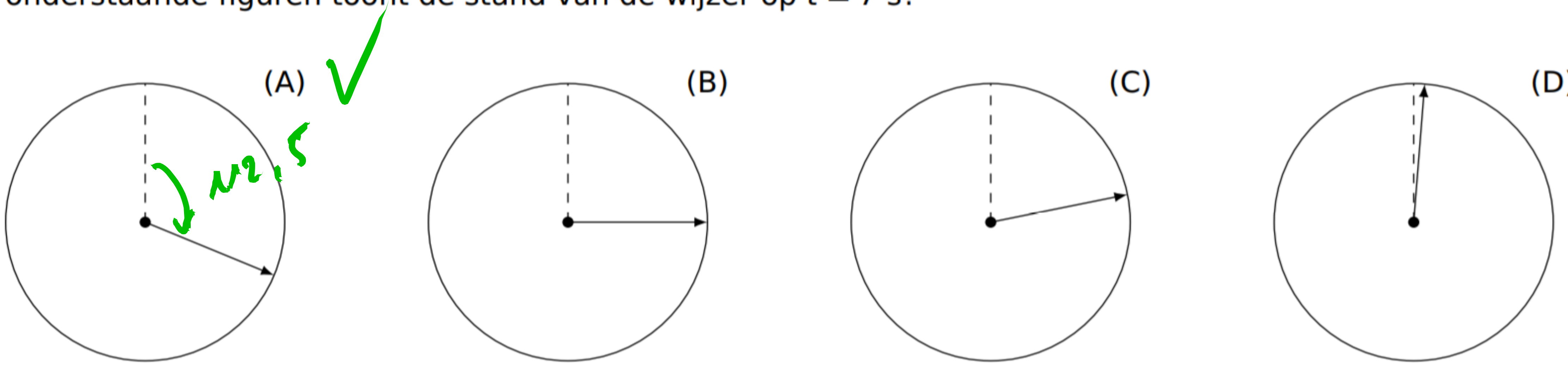




$\pi/4 = 45^\circ$

$\Rightarrow 270^\circ - 45^\circ = 225^\circ = 5\dfrac{\pi}{4}$

Het verband tussen de hoek θ en de tijd t is gegeven door $\theta = \dfrac{3\pi}{2} - \omega t$ met $\omega > 0$ een constante hoeksnelheid die zo gekozen is dat bij $t = 10$ s de wijzer de eerste keer een hoek $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ maakt met de verticale. Welke van onderstaande figuren toont de stand van de wijzer op $t = 7$ s?



na 6 s:

$\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{3\pi}{2} - \omega \cdot 6$

$\omega \cdot 6 = \dfrac{6\pi}{4} - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{5\pi}{4}$

$\boxed{\omega = \dfrac{5\pi}{40}}$

Oplossing: A
juist beantwoord: 70 %
blanco: 4 %

na 7 s:

$x = \dfrac{3\pi}{2} - \dfrac{5\pi}{40} \cdot 7 = \dfrac{60\pi}{40} - \dfrac{35\pi}{40} = \dfrac{25\pi}{40}$

$\boxed{x = \dfrac{1}{2}\pi + \dfrac{5}{40}\pi = \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{8} = 90^\circ + 22{,}5^\circ = 112{,}5^\circ}$

Oefening 20

De matrix A is een 2×2-matrix die de migratie van de bevolking tussen een bepaalde stad (S) en haar omliggende landelijke omgeving (L) beschrijft op jaarbasis.

Als $X = \begin{pmatrix} x_S \\ x_L \end{pmatrix}$, met x_S het aantal inwoners in S en x_L het aantal inwoners in L, dan geeft AX het respectievelijk aantal inwoners weer na één jaar.

$$\begin{array}{c|cc} & S & L \\ \hline S & & \\ L & & \end{array} \quad \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}8 \end{pmatrix}$$

Ga uit van volgende gegevens:

- het totaal aantal inwoners blijft constant;
- 90% van de stadsbevolking verblijft na één jaar nog steeds in de stad;
- 80% van de bevolking in de landelijke omgeving verblijft na één jaar nog steeds in deze landelijke omgeving;
- deze migratietendens blijft enkele jaren dezelfde.

Met welk percentage is het aantal inwoners in de stad na twee jaar veranderd (toegenomen of afgenomen) wanneer de beginsituatie gegeven is door $x_S = 200\,000$ en $x_L = 130\,000$?

$$X = \begin{pmatrix} 200 \\ 130 \end{pmatrix}$$

(A) −5,95% (B) +3% ✓ (C) +5,1% (D) +10%

Oplossing: C
juist beantwoord: 68 %
blanco: 16 %

na 1 jaar : $\begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 200 \\ 130 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 180 + 26 \\ 20 + 104 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 206 \\ 124 \end{pmatrix}$

na 2 jaar : $\begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 206 \\ 124 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 185{,}4 + 24{,}8 \\ 20{,}6 + 99{,}2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 210{,}2 \\ 119{,}8 \end{pmatrix}$

Stad : toename : $\dfrac{210{,}2}{200} = \dfrac{105{,}1}{100} = 1{,}051 \Rightarrow \boxed{+5{,}1\,\%}$

Oefening 21

Welk van de volgende getallen is het grootst? Alle hoeken zijn uitgedrukt in radialen.

(A) $\tan(4{,}5)$ (B) $\dfrac{1}{\cos(3{,}5)}$ (C) $3\sin(3)$ (D) $\cos(6)$

Oplossing: A
juist beantwoord: 58 %
blanco: 10 %

A $4{,}5 \cong \pi + \frac{\pi}{2} = 180° + 90° = 270° \rightsquigarrow tg(270°) = \infty$

$4{,}5 < \pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ zeer groot!

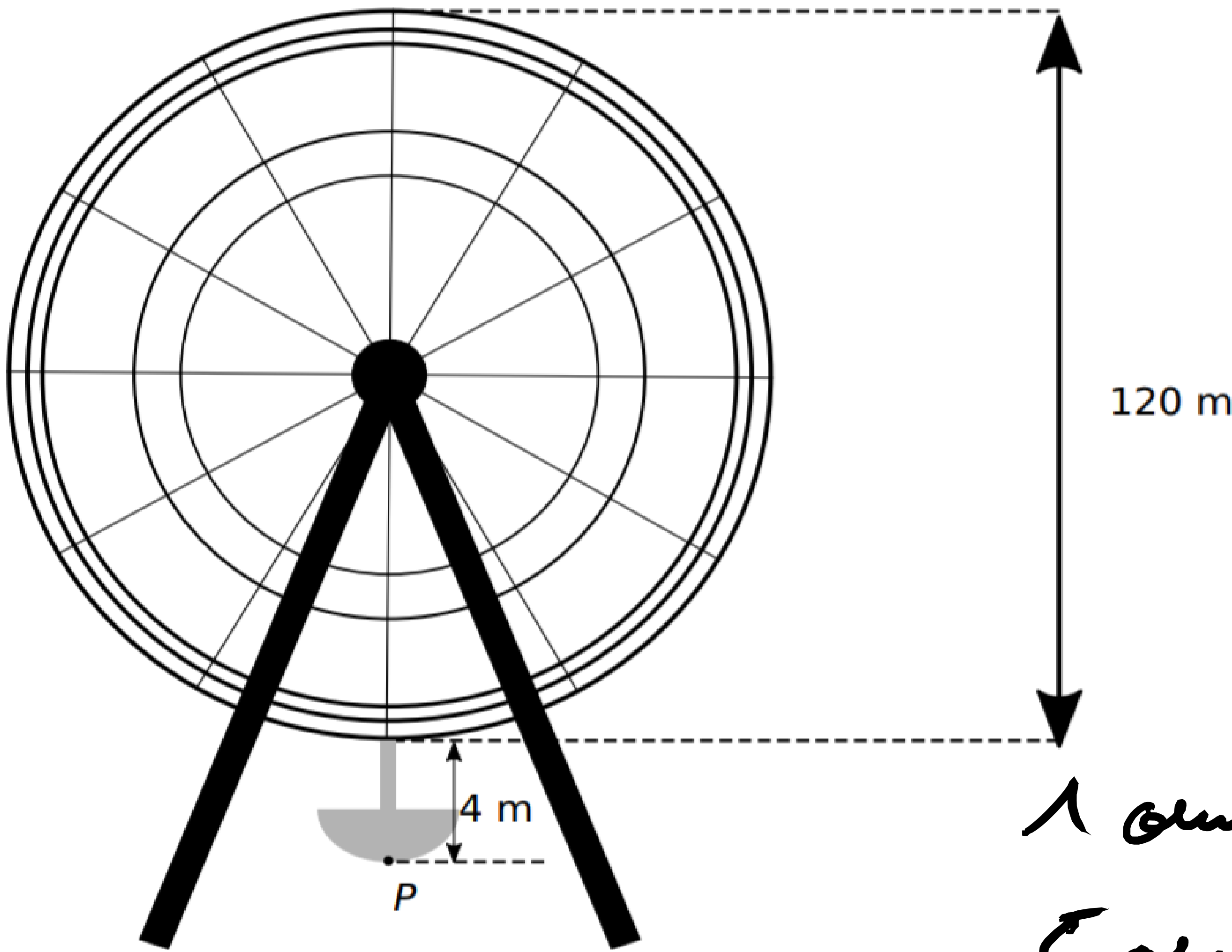
B $3{,}5 \cong \pi \qquad \frac{1}{\cos \pi} = -1$

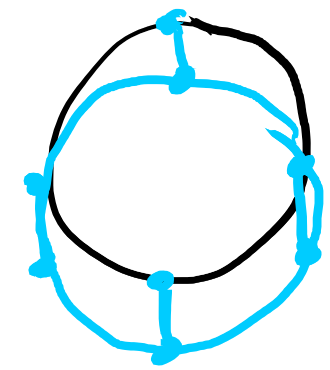
$\hookrightarrow 3{,}5 > \pi \rightarrow \frac{1}{\cos(3{,}5)} = \frac{1}{-0{,}\ldots}$ ✗

C $3 \cong \pi \rightarrow \sin(\pi) = 0 \rightarrow 3\sin(3) \cong 0$ ✗

D $6 \cong 2\pi \rightarrow \cos(2\pi) = 1 \rightarrow \cos(6) < 1$ ✗

Oefening 22





(beschrijft zelfde cirkelbaan!

1 omwenteling $= 2\pi r = 2\pi \cdot \frac{120}{2} = 120\pi$

5 omwentelingen $= 5 \cdot 120\pi = 600\pi$

De figuur toont een principetekening van een reuzenrad met één gondel. Het wiel van het reuzenrad heeft een diameter van 120 m en roteert met een constante hoeksnelheid omheen de centrale as. De gondel is scharnierend opgehangen aan de buitenkant van het wiel van het reuzenrad. Het onderste punt P van de gondel hangt 4 m onder het scharnier. In de berekeningen mag je het wiebelen van de gondel verwaarlozen en veronderstellen dat het punt P zich op elk moment verticaal onder het scharnier bevindt. De lengte van het afgelegde pad van het punt P nadat het reuzenrad vijf volledige omwentelingen heeft gemaakt noemen we l. Welk van de volgende uitspraken is dan geldig?

1. $l \leq 600\pi$ m
2. 600π m $< l \leq 640\pi$ m
3. 640π m $< l \leq 680\pi$ m
4. 680π m $< l$

Oplossing: A
juist beantwoord: 62 %
blanco: 11 %

Oefening 23

Hoeveel verschillende oplossingen (x, y) heeft het volgende stelsel vergelijkingen?

$$\begin{cases} (2x-y+3)(x+2y)=0 \\ (x+y-3)(4x-2y-3)=0 \end{cases}$$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Oplossing: C
juist beantwoord: 31 %
blanco: 32 %

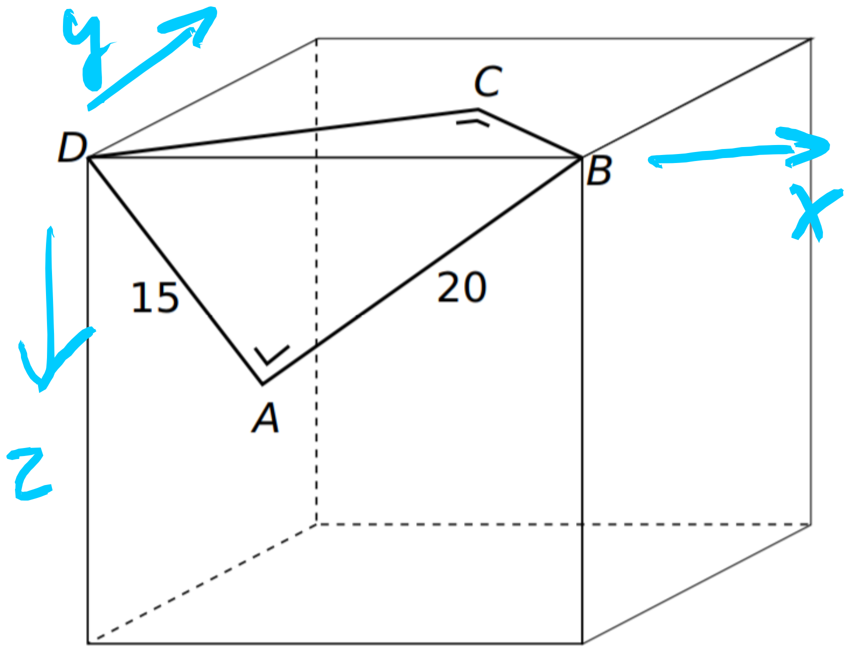
	$2x - y + 3 = 0$	$x + 2y = 0$
$x + y - 3 = 0$	$2x - y + 3 = 0$ $x + y - 3 = 0$ $3x + 0 + 0 = 0$ $\to x = 0$ $\to y = 3$	$-(x + 2y) = 0$ $x + y - 3 = 0$ $0 - y - 3 = 0$ $\to y = -3$ $\to x = 6$
$4x - 2y - 3 = 0$	$(2x - y + 3 = 0)(\cdot 2)$ $4x - 2y - 3 = 0$ $0 + 0 - 6 = 0$ ✗	$x + 2y = 0$ $4x - 2y - 3 = 0$ $5x + 0 - 3 = 0$ $x = 3/5$ $y = -3/10$

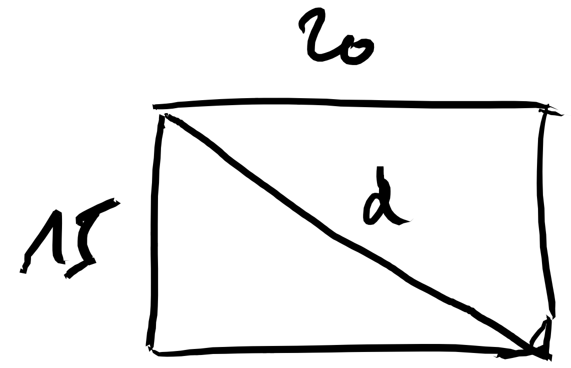
$$\begin{cases} 2x - y = -3 \\ 2x - y = 3/2 \end{cases}$$

3 oplossingen!

Oefening 24

De rechthoek *ABCD* met lengte 20 en breedte 15 wordt gevouwen zodat de diagonaal *BD* gemeenschappelijk is met een ribbe van een kubus en de hoekpunten *A* en *C* in de zijvlakken van deze kubus liggen. Bepaal de afstand tussen de punten *A* en *C* nadat de rechthoek gevouwen is.

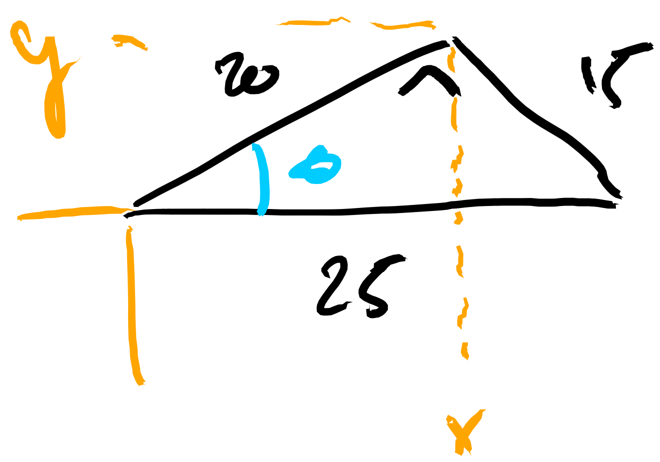




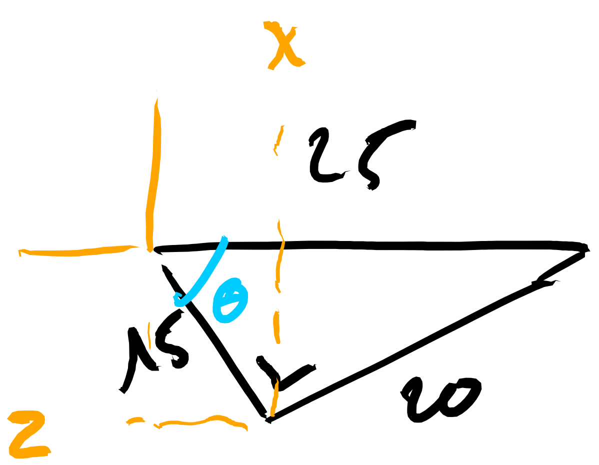
$$\boxed{d = \sqrt{20^2+15^2} = \sqrt{400+225} = \sqrt{625} = 25}$$

(A) $|AC| = \sqrt{271}$ (B) $|AC| = 12\sqrt{2}$ (C) $|AC| = \frac{25}{2}\sqrt{2}$ (D) $|AC| = \sqrt{337}$

Oplossing: D
juist beantwoord: 18 %
blanco: 46 %



$$\left.\begin{aligned} \cos\theta &= 20/25 = 4/5 \\ \sin\theta &= 15/25 = 3/5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{x = 20\cos\theta = \frac{20\cdot 4}{5} = 16} \quad \boxed{y = 20\cdot\sin\theta = \frac{20\cdot 3}{5} = 12} \quad \boxed{z = 0}$$



$$\left.\begin{aligned} \cos\theta &= 15/25 = 3/5 \\ \sin\theta &= 20/25 = 4/5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{x = 15\cdot\cos\theta = \frac{15\cdot 3}{5} = 9} \quad \boxed{z = 15\cdot\sin\theta = \frac{15\cdot 4}{5} = 12} \quad \boxed{y = 0}$$

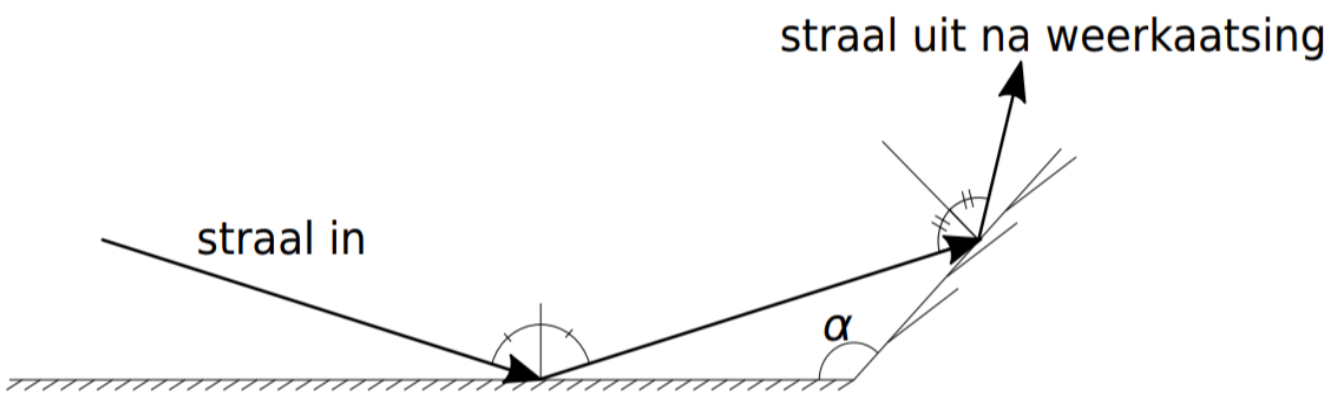
$$d = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2} = \sqrt{(16-9)^2+(12-0)^2+(0-12)^2}$$

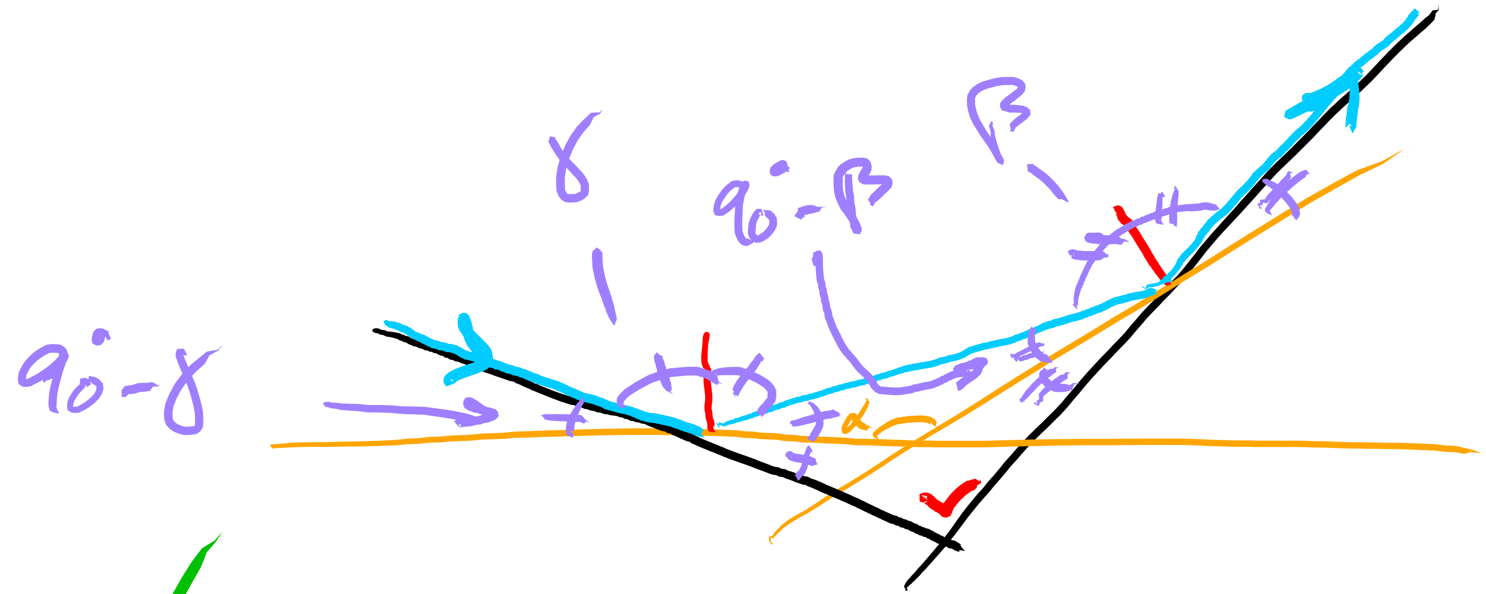
$$\boxed{d = \sqrt{7^2+12^2+12^2} = \sqrt{49+144+144} = \sqrt{337}}$$

Oefening 25

Bij een vlakke spiegel wordt elke straal zo weerkaatst dat de hoek die de inkomende straal maakt met de loodrichting op de spiegel, dezelfde is als de hoek die de uitgaande straal maakt met de loodrichting op de spiegel. De inkomende en de uitgaande straal bevinden zich ook steeds in eenzelfde loodvlak op de spiegel.

Twee vlakke spiegels worden tegen elkaar gemonteerd zoals aangegeven op de figuur. De hoek α tussen beide spiegels kan ingesteld worden. Bij welk van onderstaande waardes voor de hoek α zal elke straal die door beide spiegels weerkaatst werd, loodrecht staan op de inkomende straal?





(A) $\alpha = 112{,}5°$ (B) $\alpha = 120°$ (C) $\alpha = 127{,}5°$ (D) $\alpha = 135°$

Oplossing: D
juist beantwoord: 38 %
blanco: 50 %

kleine Δ : $(90-\gamma) + (90-\beta) + \alpha = 180$

$\Rightarrow \alpha = \gamma + \beta$

grote Δ (L) : $2(90-\gamma) + 2(90-\beta) + 90 = 180$

$180 - 2\gamma + 180 - 2\beta + 90 = 180$

$2\gamma + 2\beta = 270$

$\Rightarrow \gamma + \beta = \frac{270}{2} = 135 = \alpha$

Oefening 26

Het complexe getal $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ met $r > 0$, voldoet aan $3r = 5z + 20i$. Bepaal $\sin\theta$.

✓ (A) $\sin\theta = -\frac{4}{5}$ (B) $\sin\theta = -\frac{3}{5}$ (C) $\sin\theta = \frac{3}{5}$ (D) $\sin\theta = \frac{4}{5}$

Oplossing: A
juist beantwoord: 33 %
blanco: 50 %

$$\begin{cases} z = a + bi \\ z = r(\cos\theta + i\sin\theta) \end{cases} \Rightarrow 3r = 5a + \underbrace{5bi + 20i}_{= 0}$$

$$\Rightarrow 5bi + 20i = 0 \Rightarrow \boxed{b = -\frac{20}{5} = -4}$$

$$3r = 5a \Rightarrow r = \frac{5}{3}a$$

$$a = r\cos\theta$$

$$\cancel{r} = \frac{5}{3}\cancel{r}\cos\theta \Rightarrow \boxed{\cos\theta = \frac{3}{5}}$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \Rightarrow \sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$\sin\theta = \pm\frac{4}{5}$$

$$\boxed{\sin\theta = -\frac{4}{5}}$$

$a = 3 \leftarrow r = 5$

Oefening 27

Gegeven de functie $f : [a, +\infty[\to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = x\sqrt{2x+3}$, met $a \in \mathbb{R}$ de kleinste waarde waarvoor $x\sqrt{2x+3}$ gedefinieerd is. A is het punt op de grafiek van f met x-coördinaat a. B is het punt op de grafiek van f met x-coördinaat 3. C is het snijpunt van de x-as met de raaklijn in B aan de grafiek van f. Bepaal de oppervlakte O van de driehoek ABC.

(A) $O = \dfrac{27}{8}$ ✓ (B) $O = \dfrac{81}{8}$ (C) $O = \dfrac{135}{8}$ (D) $O = \dfrac{243}{8}$

$\sqrt{2x+3}$

$\hookrightarrow 2x+3 \geq 0$

$2\alpha = -3$

$\boxed{\alpha = -3/2}$

Oplossing: B
juist beantwoord: 42 %
blanco: 42 %

$f(-3/2) = -\frac{3}{2}\sqrt{0} = 0$

$\boxed{f(3) = 3\sqrt{6+3} = 3\sqrt{9} = 9}$

raaklijn: $f'(x) = \sqrt{2x+3} + x\frac{1}{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}}{\sqrt{2x+3}} \Rightarrow \boxed{f'(3) = 3 + \frac{3}{\sqrt{9}} = 4}$

$y - y_0 = r(x - x_0)$

$y - 9 = 4x - 12$

$y = 4x - 3 \longrightarrow y = 0 \Rightarrow 4x = 3 \rightarrow \boxed{x = 3/4}$

Δ: $b = \frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{4} + \frac{6}{4} = \frac{9}{4}$
$h = 9$

$\left.\right\} A = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{4} \cdot 9 = \boxed{\frac{81}{8}}$

Oefening 28

Je mag aannemen dat volgende bewering waar is:

> Als minstens één deelnemer aan de ijkingstoets op ruimtereis is geweest, dan eten alle deelnemers deze namiddag een ijsje.

Welke van onderstaande beweringen is dan zeker waar?

1. Alle deelnemers eten deze namiddag een ijsje. X → we weten niet of er een ruimtereiziger is
2. Geen enkele deelnemer eet deze namiddag een ijsje. X → sommigen hebben goesting in ijs
3. Als er een deelnemer is die deze namiddag geen ijsje eet, dan is geen enkele deelnemer op ruimtereis geweest.
4. Als alle deelnemers deze namiddag een ijsje eten, dan is een deelnemer op ruimtereis geweest. X → niet noodzakelijk

Oplossing: C
juist beantwoord: 83 %
blanco: 2 %

Oefening 29

Twee robotten bevinden zich op een lijn van 100 m lang, afgebakend met twee muren (zie onderstaande figuur). Op tijdstip $t = 0$ s vertrekken beide robotten: robot A vertrekt op plaats $x = 0$ m met een snelheid van $+10$ m/s en robot B vertrekt op plaats $x = 100$ m met een snelheid van -10 m/s. Een positieve snelheid betekent dat de robot naar rechts beweegt, een negatieve snelheid komt overeen met een beweging naar links.

Bij elke botsing van robot A (met de andere robot of met de muur op $x = 0$ m) wordt zijn snelheid met een factor -2 vermenigvuldigd (m.a.w. terugkerend aan dubbele snelheid). Bij elke botsing van robot B (met de andere robot of met de muur op $x = 100$ m) wordt zijn snelheid met een factor $-1/2$ vermenigvuldigd (m.a.w. terugkerend aan halve snelheid).

Bijvoorbeeld op tijdstip $t = 5$ s botsen de robotten op $x = 50$ m tegen elkaar (eerste robotbotsing), waarna robot A met snelheid -20 m/s beweegt en dus terugkeert richting $x = 0$ m en robot B met snelheid $+5$ m/s beweegt en dus terugkeert richting $x = 100$ m. Robot A botst even later tegen de muur op $x = 0$ m, waarna hij zich beweegt met snelheid $+40$ m/s. Op welke locatie vindt de tweede robotbotsing dan plaats? Geef de afgeronde x-coördinaat. De afmetingen van de robotten mogen verwaarloosd worden.

(A) 63 m (B) 71 m (C) 82 m (D) 93 m

Oplossing: B
juist beantwoord: 73 %
blanco: 6 %

B1: $x = 50$ m $\quad v_A = -20$ m/s
$t = 5$ s $\quad v_B = -5$ m/s

B2: A met muur: $v_A = +40$ m/s $\quad x_A = 0$

$t = 5 + \frac{50\text{ m}}{20\text{ m/s}} = 5 + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ s

$\boxed{x_B = \frac{100}{2} + \frac{5}{2}\text{ s} \cdot 5\text{ m/s} = \frac{125}{2}\text{ m}}$

A: 40 m/s $\rightarrow$ 100 m $\Rightarrow \boxed{t = \frac{100\text{ m}}{40\text{ m/s}} = \frac{10}{4}\text{ s}}$

B: $\frac{10}{4}\text{ s} \cdot 5\text{ m/s} = \frac{50}{4}$ m $\Rightarrow x_B = \frac{125}{2} + \frac{50}{4} = \frac{250+50}{4} = 75$ m

$\Rightarrow$ A haalt B in voor B botst met de muur!

$\Rightarrow v_A \cdot t = v_B \cdot t + \frac{125}{2}$

$40 \cdot t = 5t + \frac{125}{2} \Rightarrow 35t = \frac{125}{2} \Rightarrow \boxed{t = \frac{125}{2 \cdot 35} = \frac{125}{70}\text{ s}}$

$\Rightarrow x_A = v_A \cdot t = 40 \cdot \frac{125}{70} = \frac{500}{7} = 71 + \frac{3}{7}$ m

Oefening 30

Gegeven zijn een continue functie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ en de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met $f(x) = g(x+1)$ voor alle $x \in \mathbb{R}$. Verder zijn twee reële getallen a en b gegeven met $a < b < 0$. Welke van de volgende beweringen is als enige altijd waar?

1. $\int_a^b f(x)\,dx = \int_{a-1}^{b-1} g(x)\,dx$
2. $\int_a^b f(x)\,dx = 1 + \int_a^b g(x)\,dx$
3. $\int_a^b f(x)\,dx = b - a + \int_a^b g(x)\,dx$
4. $\int_a^b f(x)\,dx = \int_{a+1}^{b+1} g(x)\,dx$ ✓

Oplossing: D
juist beantwoord: 44 %
blanco: 15 %

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b g(x+1)\,dx$$

Stel

$x+1 = u$

$\Rightarrow d(x+1) = dx = du$

$$\begin{cases} x = a \to u = a+1 \\ x = b \to u = b+1 \end{cases}$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_{a+1}^{b+1} g(u)\,du$$

$$= \int_{a+1}^{b+1} g(x)\,dx$$