Oefening 1

Gegeven de driedimensionale ruimte met een cartesiaans assenstelsel xyz en de punten $P(1,2,3)$ en $Q(4,4,4)$.
De parametervoorstelling

$$\begin{cases} x &= 1 + 3k \\ y &= 2 + 2k \\ z &= 3 + k \end{cases}$$

beschrijft het lijnstuk $[PQ]$ als en slechts als de parameter k voldoet aan één van onderstaande voorwaarden. Welke?

(A) $k = 1$ (B) $k < 1$ (C) $k > 1$ (D) $k \in [0,1]$

Oplossing: D
juist beantwoord: 67 %
blanco: 10 %

$P(1,2,3)$

$1 = 1 + 3k \rightarrow k = 0$

$2 = 2 + 2k \rightarrow k = 0$

$3 = 3 + 3k \rightarrow k = 0$

$Q(4,4,4)$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4 = 1 + 3k \rightarrow k = 1 \\ 4 = 2 + 2k \rightarrow k = 1 \\ 4 = 3 + k \rightarrow k = 1 \end{array} \right\}$$

$k \in [0,1]$

Oefening 2

Bepaal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sin^2(5x) + \cos^2(5x)\right) dx$.

(A) $\frac{\pi}{10}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{2}{25}$ (D) 2

$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

Oplossing: B
juist beantwoord: 75 %
blanco: 14 %

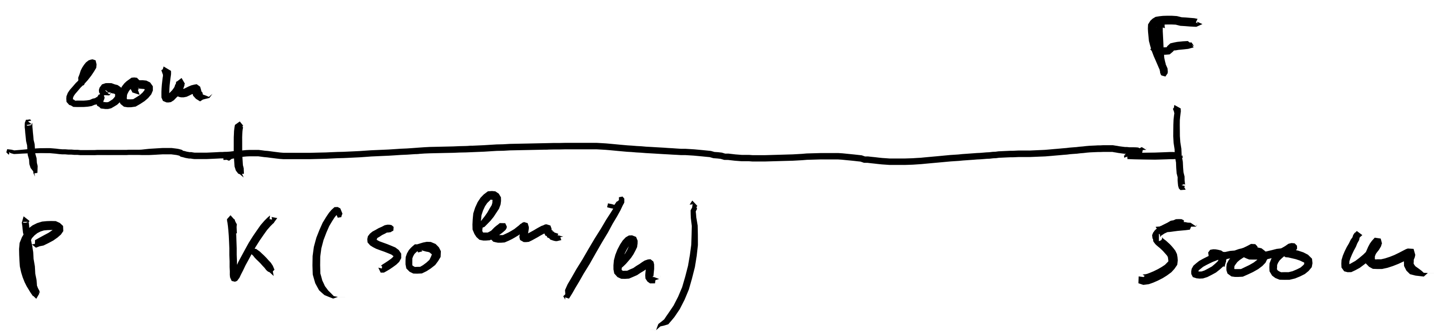
$$\int_0^{\pi/2} 1\, dx = x \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} - 0 = \boxed{\frac{\pi}{2}}$$

Oefening 3

In een wielerwedstrijd fietst een kopgroep de laatste 5 km met een gemiddelde snelheid van 50 km/uur. Wanneer de kopgroep zich op 5 km van de eindmeet bevindt, heeft het peloton 200 m achterstand. Het peloton haalt de kopgroep net op de eindmeet in. Met welke gemiddelde snelheid heeft het peloton dit laatste stuk van 5,2 km gereden?

(A) 51 km/uur ✓(B) 52 km/uur (C) 54 km/uur (D) 56 km/uur

Oplossing: B
juist beantwoord: 93 %
blanco: 2 %



$$K: \frac{5\text{ km}}{50\text{ km/h}} = \frac{1}{10}\text{ h} \qquad P: \frac{5{,}2\text{ km}}{1/10\text{ h}} = 5{,}2 \cdot 10 = \boxed{52\text{ km/h}}$$

Oefening 4

Gegeven de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = \sin^2(x^2)$. Bepaal de afgeleide $f'\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$.

(A) $f'\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = \sqrt{2\pi}$ (B) $f'\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = \sqrt{\pi}$ (C) $f'\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = \frac{1}{2}$ (D) $f'\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = 1$

Oplossing: B

juist beantwoord: 75 %

blanco: 10 %

$u = \sin(v) \qquad y = u^2$

$v = x^2$

$(u^2)' = 2u$

$(\sin(v))' = \cos(v)$

$(x^2)' = 2x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2\sin(x^2) \cdot \cos(x^2) \cdot 2x = \underset{2\cdot 2}{4}x\, \underline{\sin(x^2)\cos(x^2)}$$

$$= 2x \sin(2x^2)$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = 2\,\frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \sin\left(2\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)^2\right) = \sqrt{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \boxed{\sqrt{\pi}}$$

Oefening 5

Bereken volgende limiet: $L = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^3 + 9}$.

(A) $L = 0$ (B) $L = 1$ ✓(C) $L = +\infty$ (D) Deze limiet is onbepaald.

Oplossing: C
juist beantwoord: 54 %
blanco: 10 %

l'Hopital → teller en noemer afleiden tot het lukt.

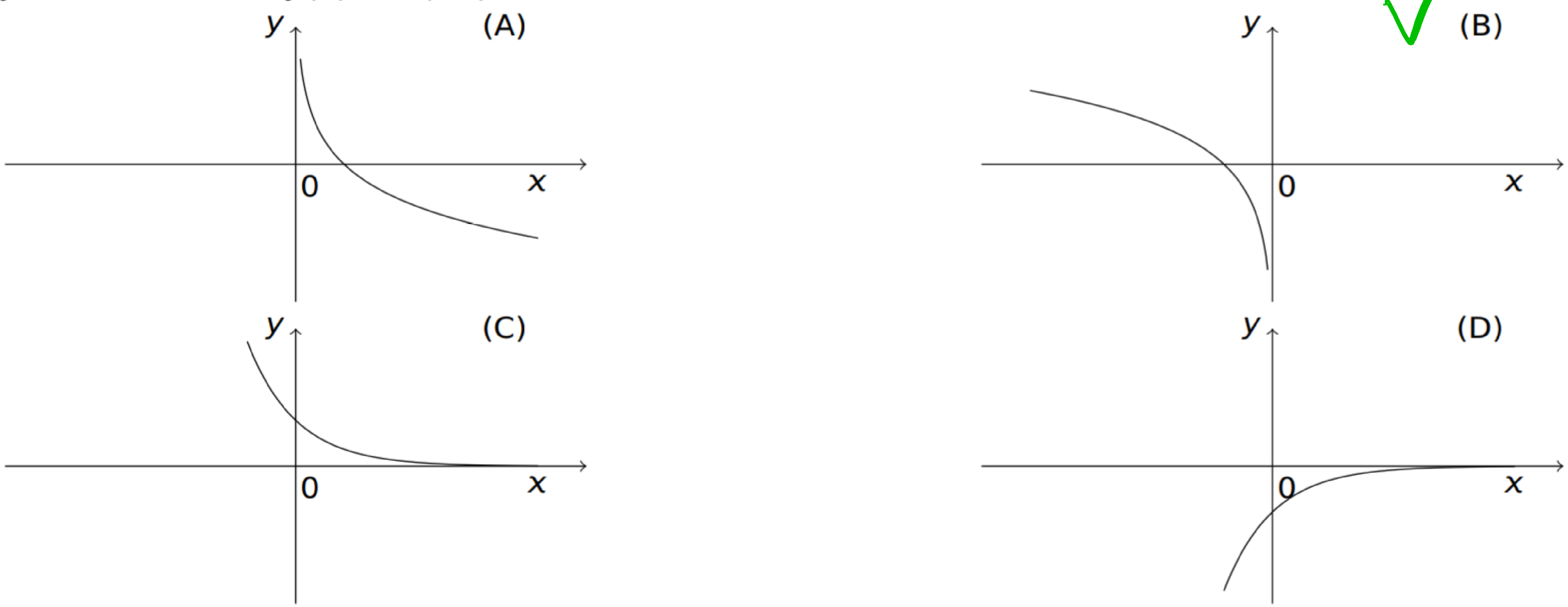
$(e^x)' = e^x$

$(x^3 + 9)' = 3x^2 \rightarrow (3x^2)' = 6x \rightarrow (6x)' = 6$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{e^x}{6} = \infty$$

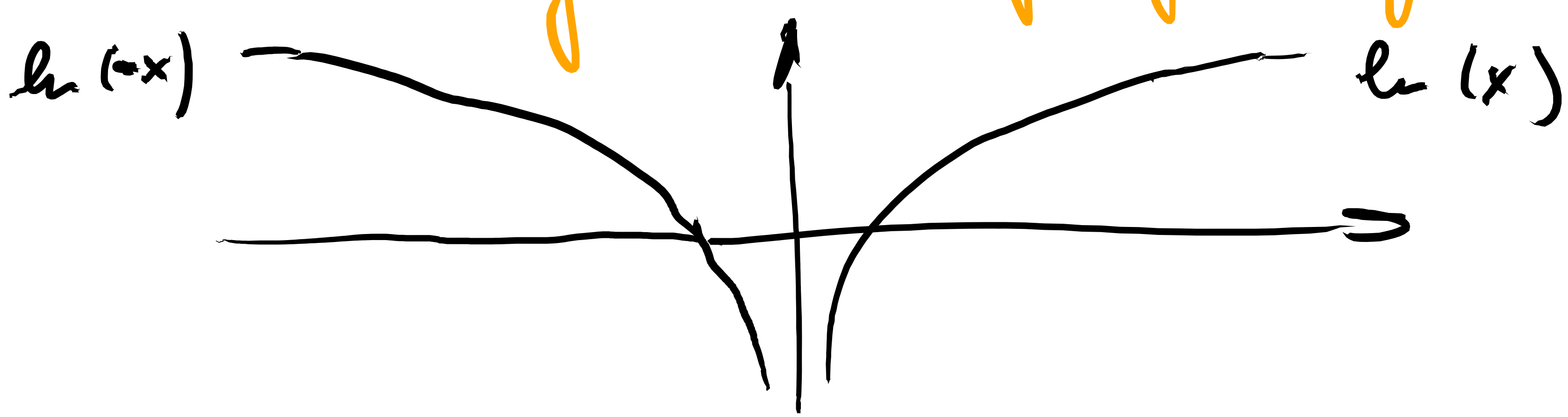
Oefening 6

Welke van onderstaande figuren kan de grafiek voorstellen van de functie
$f : A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = \ln(-x)$?



Oplossing: B
juist beantwoord: 74 %
blanco: 8 %

$f(-x)$ = spiegeling rond de y-as



Oefening 7

Gegeven de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = (x-1)(x+1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$. Bepaal de afgeleide $f'(0)$.

(A) $f'(0) = -1$ (B) $f'(0) = 0$ (C) $f'(0) = 1$ (D) $f'(0) = 4$

Oplossing: A

juist beantwoord: 87 %

blanco: 2 %

$$f(x) = (x^2-1).(x^4+x^3+x^2+x+1)$$

$$f(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2$$
$$- x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$$

$$f(x) = x^6 + x^5 + 0 + 0 + 0 - x - 1$$

$$f(x) = x^6 + x^5 - x - 1$$

$$f'(x) = 6x^5 + 5x^4 - 1 \Rightarrow \boxed{f'(0) = -1}$$

Oefening 8

Zij $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ een functie waarvoor geldt dat $f(x^2+4) = f(x^2-4)$ voor alle $x \in \mathbb{R}$. Wat kan je besluiten over de functiewaarde $f(-2)$?

1. $f(-2) = f(0)$
2. $f(-2) = f(2)$
3. $f(-2) = f(4)$
4. ✓ $f(-2) = f(6)$

Oplossing: D
juist beantwoord: 49 %
blanco: 18 %

$$f(-2) \Rightarrow \left.\begin{matrix} x^2+4 = (-2)^2+4 = 8 \\ x^2-4 = (-2)^2-4 = 0 \end{matrix}\right\} 8$$

$$f(0) \Rightarrow \left.\begin{matrix} 4 \\ -4 \end{matrix}\right\} 8 \qquad f(2) \left.\begin{matrix} 8 \\ 0 \end{matrix}\right\} 8$$

$$f(4) \Rightarrow \left.\begin{matrix} x^2+4 = (4)^2+4 = 20 \\ x^2-4 = (4)^2-4 = 12 \end{matrix}\right\} 8$$

$$f(6) \Rightarrow \left.\begin{matrix} x^2+4 = (6)^2+4 = 40 \\ x^2-4 = (6)^2-4 = 32 \end{matrix}\right\} 8$$

$$\Rightarrow \boxed{f(x) = f(x+8)} \rightarrow f(-2) = f(-2+8) = \boxed{f(6)}$$

Oefening 9

Gegeven de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = x^3 + 1$ en haar inverse functie g. Welke van volgende uitspraken is geldig?

1. $g(0) = -1$
2. $g(0) = 0$
3. $g(0) = 1$
4. De functie g is niet gedefinieerd in 0.

$$f(x) = x^3 + 1 = y$$

$$\Rightarrow g(y) = \sqrt[3]{y-1} = x$$

$$g(0) = \sqrt[3]{0-1} = \boxed{-1}$$

Oplossing: A
juist beantwoord: 75 %
blanco: 4 %

Oefening 10

Zij a, b, c en d reële parameters en beschouw de matrixproducten

$$P_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Welke van onderstaande beweringen is waar?

1. Voor alle waarden van de parameters a, b, c en d is $P_1 = P_2$.
2. Er bestaan geen waarden van de parameters a, b, c en d waarvoor $P_1 = P_2$.
3. $P_1 = P_2$ als en slechts als $a = b = c = d = 0$.
4. $P_1 = P_2$ als en slechts als $b = c = 0$. ✓

Oplossing: D
juist beantwoord: 75 %
blanco: 8 %

$$\left.\begin{array}{l} P_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix} \\ P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}\right\} \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$$

Oefening 11

Een bedrijf produceert exclusieve handgemaakte hoofdtelefoons. Het bedrijf bezit een patent op het ontwerp en heeft daardoor het monopolie op de productie en de verkoop. De totale kost voor het bedrijf om q stuks te produceren en op de markt aan te bieden bedraagt $200q + 18000$ euro. Als het bedrijf een verkoopprijs van p euro per stuk vraagt, zal de markt $2400 - 2p$ stuks kopen. Het bedrijf wil zijn winst (= opbrengst − kosten) maximaliseren. Welke verkoopprijs per stuk moet het bedrijf daartoe vragen?

√ (A) 700 euro (B) 740 euro (C) 780 euro (D) 820 euro

Oplossing: A

juist beantwoord: 52 %

blanco: 29 %

Winst W = verkoopprijs − productiekost $= p(2400 - 2p) - [200q + 18000]$

Aantal stuks geproduceerd: $q = 2400 - 2p \Rightarrow \boxed{p = \frac{2400 - q}{2} = 1200 - \frac{q}{2}}$

$\Rightarrow W = p \cdot q - 200q - 18000$

! Aantal stuks te produceren (q):

$\Rightarrow W = \left(1200 - \frac{q}{2}\right) q - 200q - 18000 = 1200q - \frac{q^2}{2} - 200q - 18000$

$W = -\frac{q^2}{2} + 1000q - 18000$

Maximaliseren: $W' = 0 = -\frac{\cancel{2}q}{\cancel{2}} + 1000 \Rightarrow \boxed{q = 1000 \text{ stuks}}$

$\Rightarrow \boxed{p = 1200 - \frac{q}{2} = 1200 - \frac{1000}{2} = 700\ €}$

Oefening 12

Noteer met A de verzameling van alle $a \in \mathbb{R}$ waarvoor de vergelijking $\sqrt{x^2+1} = a^2 + \frac{1}{2}$ minstens één reële oplossing voor x heeft. Bepaal A.

$\sqrt{\ } \geq 0\,!$

✓ 1. $A = \left]-\infty, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right[$

2. $A = \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

3. $A = \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right[$

4. $A =]0, +\infty[$

$$\Rightarrow \quad x^2 + 1 = \left(a^2 + \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$$

$$x^2 = \left(a^2 + \frac{1}{2}\right)^2 - 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(a^2 + \frac{1}{2}\right)^2} \geq \pm\sqrt{1}$$

Oplossing: A

juist beantwoord: 61 %

blanco: 17 %

$$a^2 + \frac{1}{2} \geq +1 \qquad\qquad a^2 + \frac{1}{2} \geq -1$$

$$\hookrightarrow a \begin{cases} -1/\sqrt{2} \\ +1/\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} -\infty, -1/\sqrt{2} \\ +1/\sqrt{2}, +\infty \end{cases}} \qquad \downarrow \ \text{altijd} > 0$$

Oefening 13

De oplossing van de vergelijking $3z = (2+i)z + 2$ is het complex getal $z = a + ib$ ($i^2 = -1$, $a, b \in \mathbb{R}$). Bepaal b.

(A) $b = -2$ (B) $b = -1$ (C) $b = 0$ ✓(D) $b = 1$

Oplossing: D

juist beantwoord: 57 %

blanco: 28 %

$$3(a+bi) = (2+i)(a+bi)+2$$

$$3a + 3bi = 2a + 2bi + ai - b + 2$$

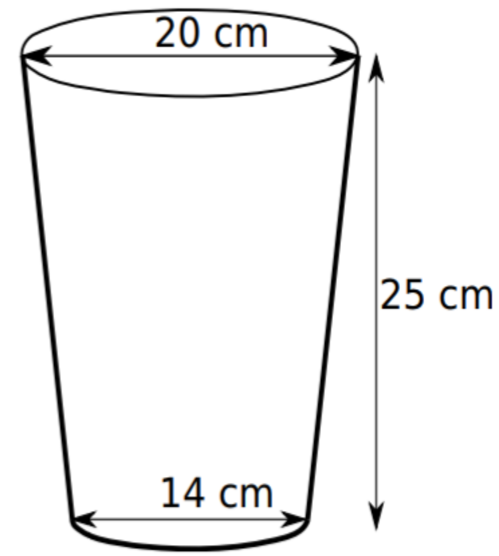
$$a + \underline{\underline{bi}} = \underline{\underline{ai}} - b + 2$$

$$ai = bi \Rightarrow a = b$$

$$a = -b + 2 \Rightarrow b = -b + 2 \Rightarrow 2b = 2 \Rightarrow \boxed{b = 1}$$

Oefening 14

De figuur toont een ronde emmer met volgende afmetingen: 20 cm diameter bovenaan, 14 cm diameter onderaan en hoogte 25 cm. Noem I de totale inhoud van deze emmer, uitgedrukt in liter. Tot welk van onderstaande intervallen behoort I?



✓ (A) [5, 6[(B) [6, 7[(C) [7, 8[(D) [8, 9[

Oplossing: A

juist beantwoord: 37 %

blanco: 27 %

$$d_{gem} = \frac{20+14}{2} = 17$$

$$\Rightarrow r = \frac{17}{2} = 8{,}5$$

$$\left(8+\frac{1}{2}\right)\left(8+\frac{1}{2}\right)$$

$$64 + \frac{8}{2} + \frac{8}{2} + \frac{1}{4}$$

$$64 + 8 + 0{,}25$$

$$72{,}25$$

$$V = \pi r^2 . h = \pi (8{,}5)^2 . 25 = \pi\, 72{,}25 . 25$$

$$= \pi (722{,}5 + 722{,}5 + 311{,}25)$$

$$= \pi\, 1756{,}25 \cong 3 . 1800 = 5400 \text{ cm}^3$$

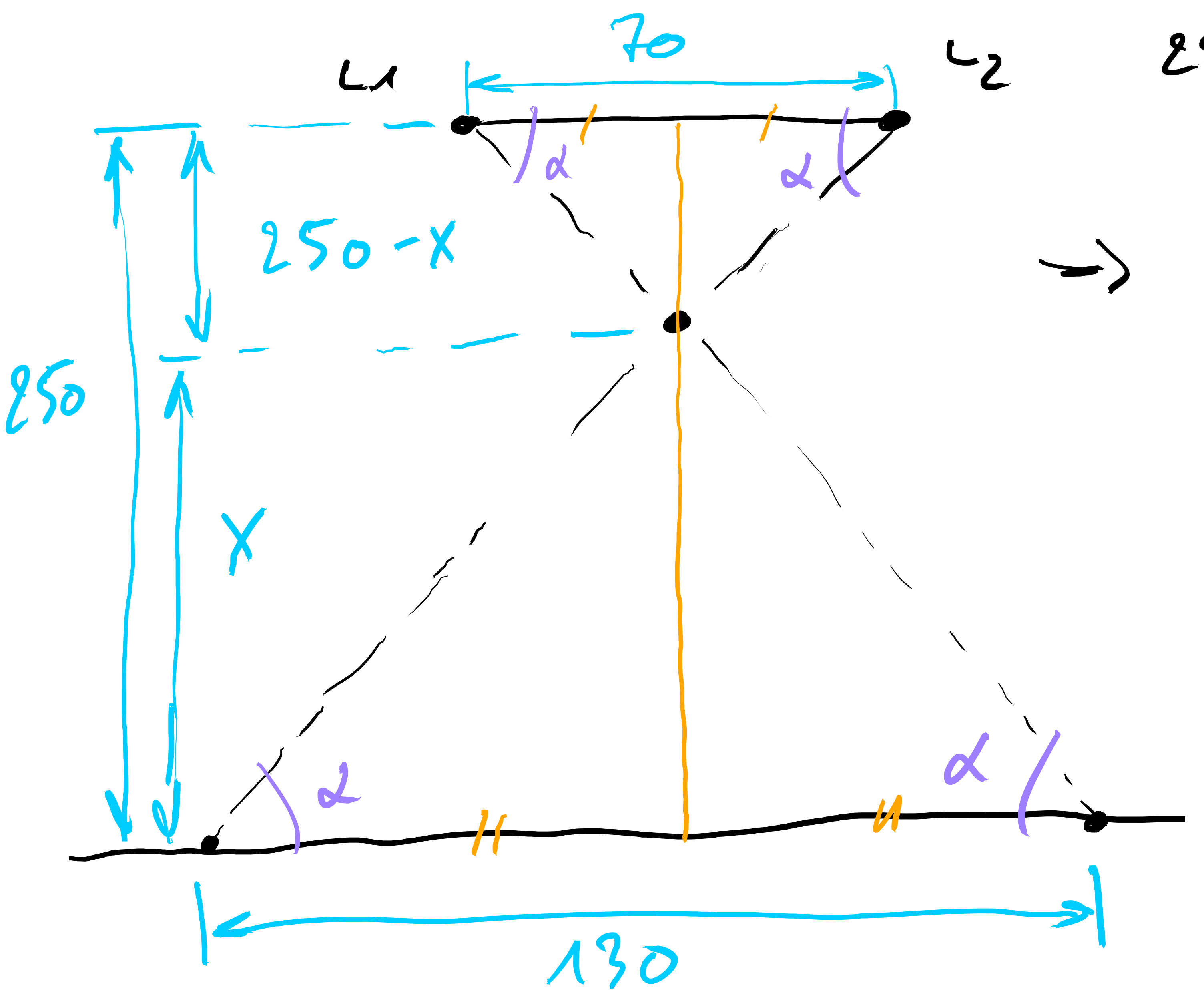
$$= \boxed{5{,}4 \ \ell}$$

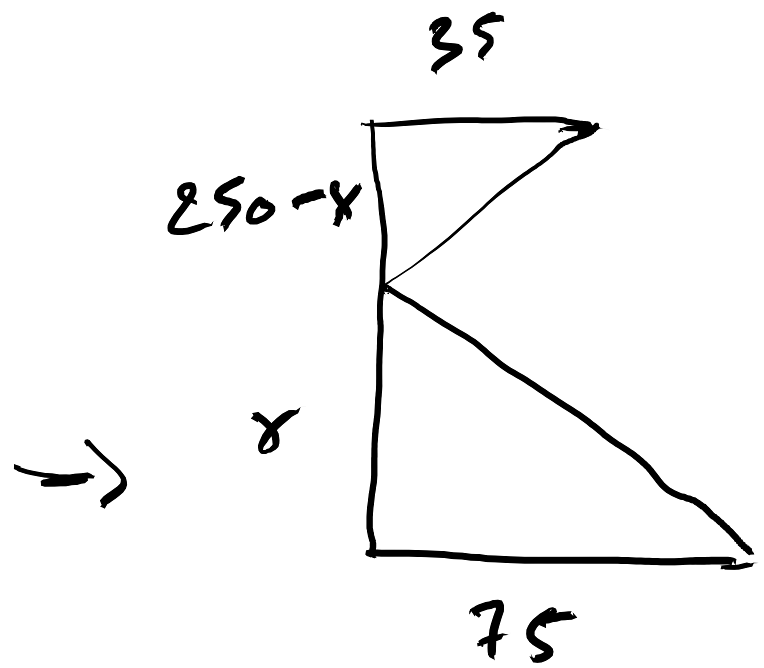
Oefening 15

Twee lampen staan op een afstand van 70 cm van elkaar. De lampen mogen gezien worden als puntbronnen. Evenwijdig aan de verbindingslijn van die lampen staat een groot scherm. De afstand tussen de verbindingslijn van de lampen en het scherm bedraagt 250 cm. Een klein object bevindt zich tussen het scherm en de verbindingslijn van de twee lampen. Op het scherm vormen zich ten gevolge van de twee lampen ook twee schaduwen van dit object. De middelpunten van beide schaduwen bevinden zich op een afstand van 130 cm van elkaar. Als de afstand van dat object tot dat scherm x bedraagt, wat kun je dan besluiten over x?

1. $130\text{ cm} \leq x < 140\text{ cm}$
2. $140\text{ cm} \leq x < 150\text{ cm}$
3. $150\text{ cm} \leq x < 160\text{ cm}$
4. $160\text{ cm} \leq x < 170\text{ cm}$

Oplossing: D
juist beantwoord: 38 %
blanco: 46 %





$$\frac{250-x}{35} = \frac{x}{65}$$

$$65 \cdot 250 - 65x = 35x$$

$$100x = 65 \cdot 250$$

$$x = \frac{65 \cdot 250}{100} = 65 \cdot 2{,}5$$

$$x = 130 + 32{,}5$$

$$\boxed{x = 162{,}25}$$

Oefening 16

Beschouw de driedimensionale ruimte met een cartesiaans assenstelsel xyz en de rechte r beschreven door het stelsel vergelijkingen:

$$\begin{cases} x + z = 3 \\ y + z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}_{①}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}_{②}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{③}, \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}_{④}$$

Welke van de volgende uitspraken is geldig?

1. Alle punten die voldoen aan de vergelijking $x - y = 3$ behoren tot de rechte r.
2. Alle punten van de rechte r voldoen aan $y^2 + z^2 = 2(x-3)^2$.
3. De rechte r bevat juist één punt dat voldoet aan $x - y = 3$.
4. De rechte r bevat juist één punt dat voldoet aan $y^2 + z^2 = 2(x-3)^2$.

z willekeurig $= 10$

$x = 6$, $y = 3$

$\{ 6 + 10 \neq 3$

① $9 + 9 = 2(6-3)^2$

② $4 + 4 = 2(1-3)^2$

③ $0 + 0 = 2(3-3)^2$

④ $9 + 9 = 2(0-3)^2$

Oplossing: B

juist beantwoord: 27 %

blanco: 17 %

③ $3 + 0 = 3$

$0 + 0 = 0$

④ $0 + 3 = 3$

$-3 + 3 = 0$

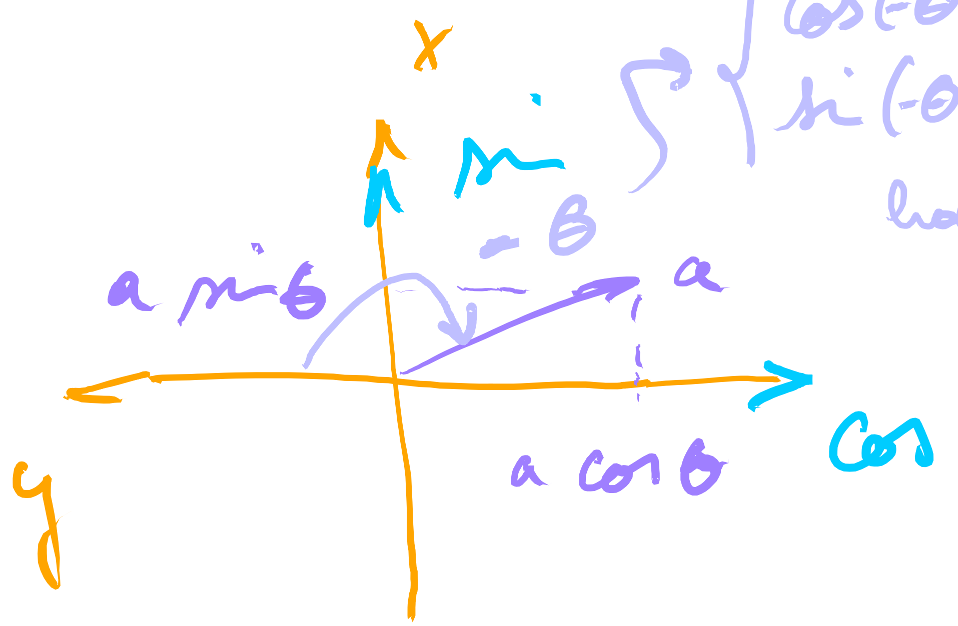
2 punten!

Oefening 17

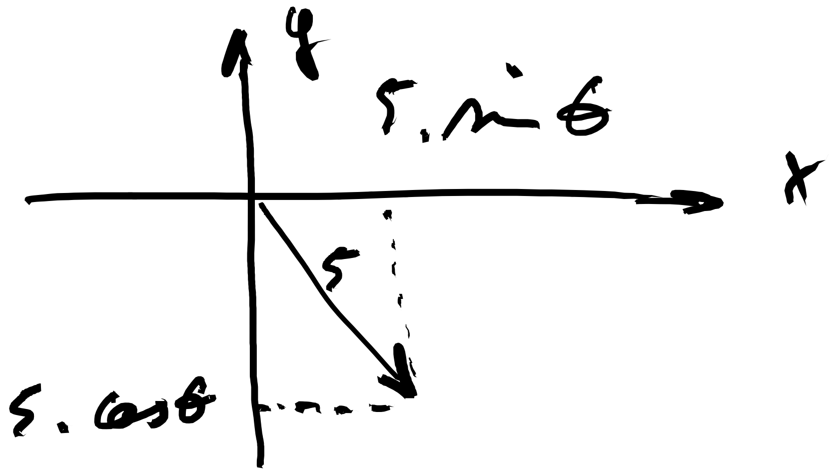
Beschouw het vlak met een cartesiaans assenstelsel xy met de vector $\vec{a}$. De vector $\vec{a}$ heeft een lengte 5 en maakt een hoek θ met de positieve y-as, met $\cos\theta = \frac{3}{5}$ en $\sin\theta < 0$. Hoeken in tegenwijzerzin worden positief genomen. Wat is de x-coördinaat van de vector $\vec{a}$?

(A) -4 (B) -3 (C) 3 (D) 4

Oplossing: D
juist beantwoord: 24 %
blanco: 16 %

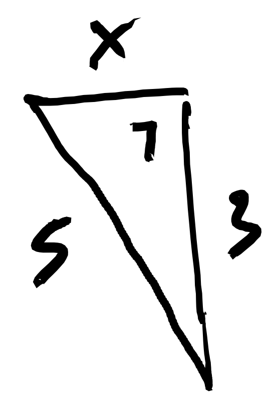


$\cos(-\theta) = \cos(\theta) \rightarrow +$
$\sin(-\theta) = -\sin\theta \rightarrow -$
hoek in wijzerzin



$= -5 \cdot \frac{3}{5}$

$= -3$



$\boxed{x =} \sqrt{5^2 - 3^2}$

$= \sqrt{25 - 9}$

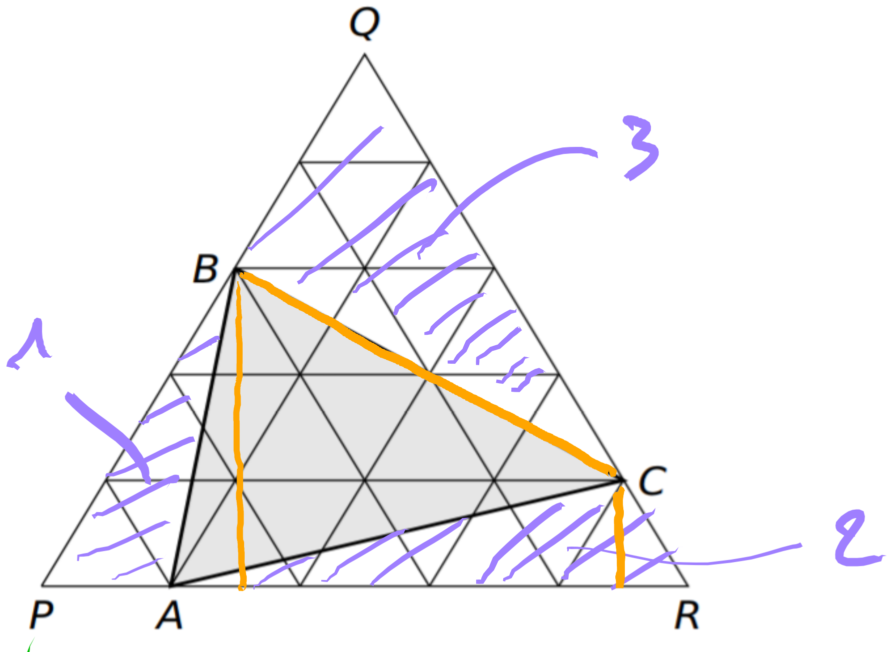
$= \sqrt{16}$

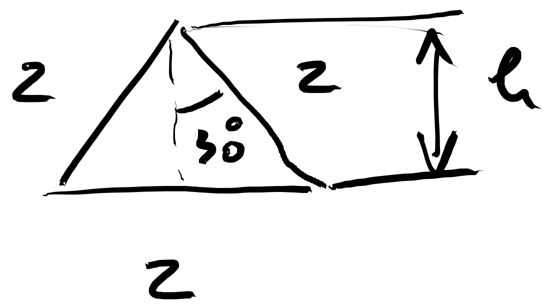
$= \boxed{4}$

Oefening 18

Onderstaande figuur toont de gelijkzijdige driehoek PQR die is opgebouwd uit 25 identieke gelijkzijdige driehoeken.

In driehoek PQR staat in het grijs de driehoek ABC getekend. Bepaal de verhouding $\dfrac{\text{oppervlakte driehoek } ABC}{\text{oppervlakte driehoek } PQR}$.





$$\boxed{h = z \cdot \cos 30^\circ = z \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$1 \rightarrow \frac{1}{2} b \cdot h = \frac{1}{2} 1z \cdot 3 \cdot z\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} z^2$$

$$2 \rightarrow \frac{1}{2} b \cdot h = \frac{1}{2} 4z \cdot z\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{4} z^2$$

$$3 \rightarrow \frac{1}{2} b \cdot h = \frac{1}{2} 2z \cdot 4 \cdot z\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{4} z^2$$

(A) $\frac{2}{5}$ ✓ (B) $\frac{5}{11}$ (C) $\frac{7}{15}$ (D) $\frac{12}{25}$

Oplossing: A
juist beantwoord: 73 %
blanco: 14 %

$$\Delta PQR = \frac{1}{2} \cdot 5z \cdot 5 \cdot z\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4} \cdot z^2$$

$$\Delta ABC = \Delta PQR - 1 - 2 - 3 = \frac{z^2\sqrt{3}}{4}(25 - 3 - 4 - 8) = \frac{z^2\sqrt{3}}{4} \cdot 10$$

$$\boxed{\frac{ABC}{PQR} = \frac{\cancel{z^2}\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{4}} \cdot 10 \cdot \frac{\cancel{4}}{25\cancel{\sqrt{3}}} \cdot \frac{1}{\cancel{z^2}} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}}$$

Oefening 19

De rij $(x_0, x_1, x_2, \cdots)$ wordt recursief gedefinieerd als volgt: $x_0 = 1$, en $x_{n+1} = x_n + \sum_{i=0}^{n} x_i$ voor alle $n \in \mathbb{N}$. Als je weet dat $x_{98} \approx 6{,}6 \cdot 10^{40}$ en $x_{99} \approx 17{,}3 \cdot 10^{40}$, welke van de volgende waarden is dan de beste benadering van x_{100}?

(A) $40 \cdot 10^{40}$ (B) $42 \cdot 10^{40}$ ✓ (C) $45 \cdot 10^{40}$ (D) $47 \cdot 10^{40}$

Oplossing: C
juist beantwoord: 47 %
blanco: 30 %

$$x_{n+1} = x_n + \sum_{i=0}^{n-1} x_i + x_n = 2x_n + \sum_{i=0}^{n-1} x_i$$

$$x_{99} - x_{98} = 2x_{98} + \sum_{i=0}^{97} x_i - 2x_{97} - \sum_{i=0}^{96} x_i \qquad \sum_{i=0}^{97} x_i = \sum_{i=0}^{96} x_i + x_{97}$$

$$x_{99} - x_{98} = 2(x_{98} - x_{97}) + x_{97} = 2x_{98} - x_{97}$$

$$\Rightarrow x_{99} = 3x_{98} - x_{97}$$

$$\Rightarrow x_{100} = 3x_{99} - x_{98} = 3 \cdot 17{,}3 - 6{,}6 = 51{,}9 - 6{,}6 = \boxed{45{,}3}$$

Oefening 20

Beschouw de vierkantsvergelijking in x: $x^2 + 2x - 4\alpha^2 - 4\alpha = 0$ met $\alpha > 0$ een parameter. Noem x_1 de grootste en x_2 de kleinste wortel van deze vierkantsvergelijking en beschouw de functie $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ met $f(\alpha) = \dfrac{x_1}{x_2}$.

Bepaal een primitieve van f.

(A) $-\alpha - \ln(\alpha + 1)$ (B) $-\alpha - \ln(\alpha)$ (C) $-\alpha + \ln(\alpha)$ ✓ (D) $-\alpha + \ln(\alpha + 1)$

Oplossing: D
juist beantwoord: 17 %
blanco: 72 %

$$\left.\begin{matrix} 2x \\ -4\alpha \\ -4\alpha^2 \end{matrix}\right\} \quad (x - 2\alpha)(x + 2\alpha + 2) = x^2 + \cancel{2x\alpha} + 2x - \cancel{2x\alpha} - 4\alpha^2 - 4\alpha$$

$$x - 2\alpha = 0 \Rightarrow x = 2\alpha$$

$$x + 2\alpha + 2 = 0 \Rightarrow x = -2\alpha - 2$$

$$\left.\begin{matrix} \\ \end{matrix}\right\} \alpha > 0 \Rightarrow \left\{\begin{matrix} \text{grootste } x_1 \\ \text{kleinste } x_2 \end{matrix}\right.$$

$$f(\alpha) = \frac{x_1}{x_2} = \frac{2\alpha}{-2\alpha - 2} = \frac{-\alpha}{\alpha + 1}$$

$$F(\alpha) = \int \frac{-\alpha}{\alpha + 1}\, d\alpha = -\left[\int \frac{\alpha + 1}{\alpha + 1}\, d\alpha + \int \frac{-1}{\alpha + 1}\, d\alpha\right]$$

$$= -\alpha + \ln(\alpha + 1) + C$$

Oefening 21

In de wachtzaal zitten vier patiënten. De doktersassistent haalt de identiteitskaart van elk van hen op en nadat hij de nodige gegevens heeft ingebracht in de computer geeft hij in een willekeurige volgorde aan elke patiënt een identiteitskaart terug. Hoe groot is de kans dat geen enkele patiënt zijn of haar eigen identiteitskaart terugkrijgt?

(A) $\frac{1}{4}$ ✓(B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{2}{3}$

Oplossing: B
juist beantwoord: 22 %
blanco: 20 %

persoon	1	2	3	4

\# mogelijke gevallen : $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$

\# gunstige : 1 geval

2	1	4	3
2	3	4	1
2	4	1	3

} 3 mogelijkheden

$\Rightarrow \times 3$ want p1 kan ook 4 of 3 krijgen $= 9$ mogelijke

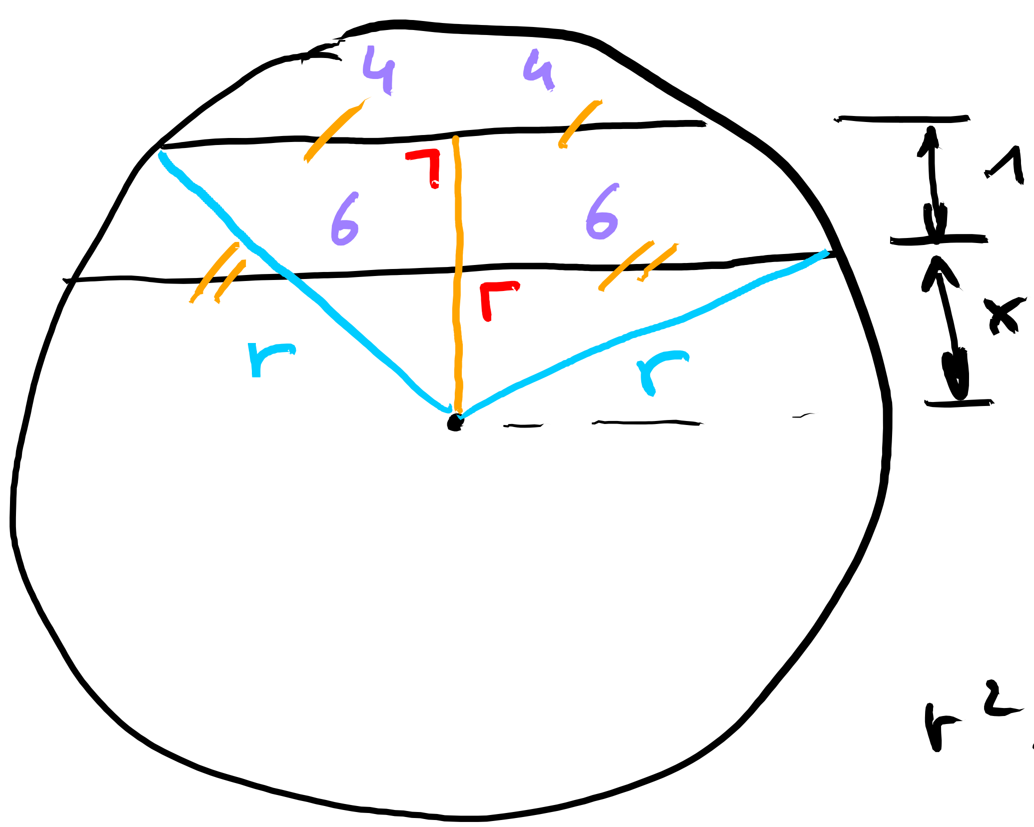
$\Rightarrow \frac{\#\text{ gunstige}}{\#\text{ mogelijke}} = \frac{9}{24} = \boxed{\frac{3}{8}}$

Oefening 22

In een cirkel zijn $[AB]$ en $[CD]$ twee evenwijdige koorden met lengtes 8 en 12. De afstand tussen AB en CD is 1.
Hoeveel bedraagt de oppervlakte van die cirkel?

(A) $\frac{503\pi}{4}$ ✓ (B) $\frac{505\pi}{4}$ (C) $\frac{507\pi}{4}$ (D) $\frac{509\pi}{4}$

Oplossing: B
juist beantwoord: 13 %
blanco: 80 %



$$r^2 = 6^2 + x^2 = 36 + x^2$$

$$r^2 = 4^2 + (x+1)^2$$

$$= 16 + x^2 + 2x + 1$$

$$= x^2 + 2x + 17$$

$$r^2 = r^2 \Rightarrow 36 + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 2x + 17$$

$$2x = 36 - 17 = 19$$

$$\boxed{x = \frac{19}{2}}$$

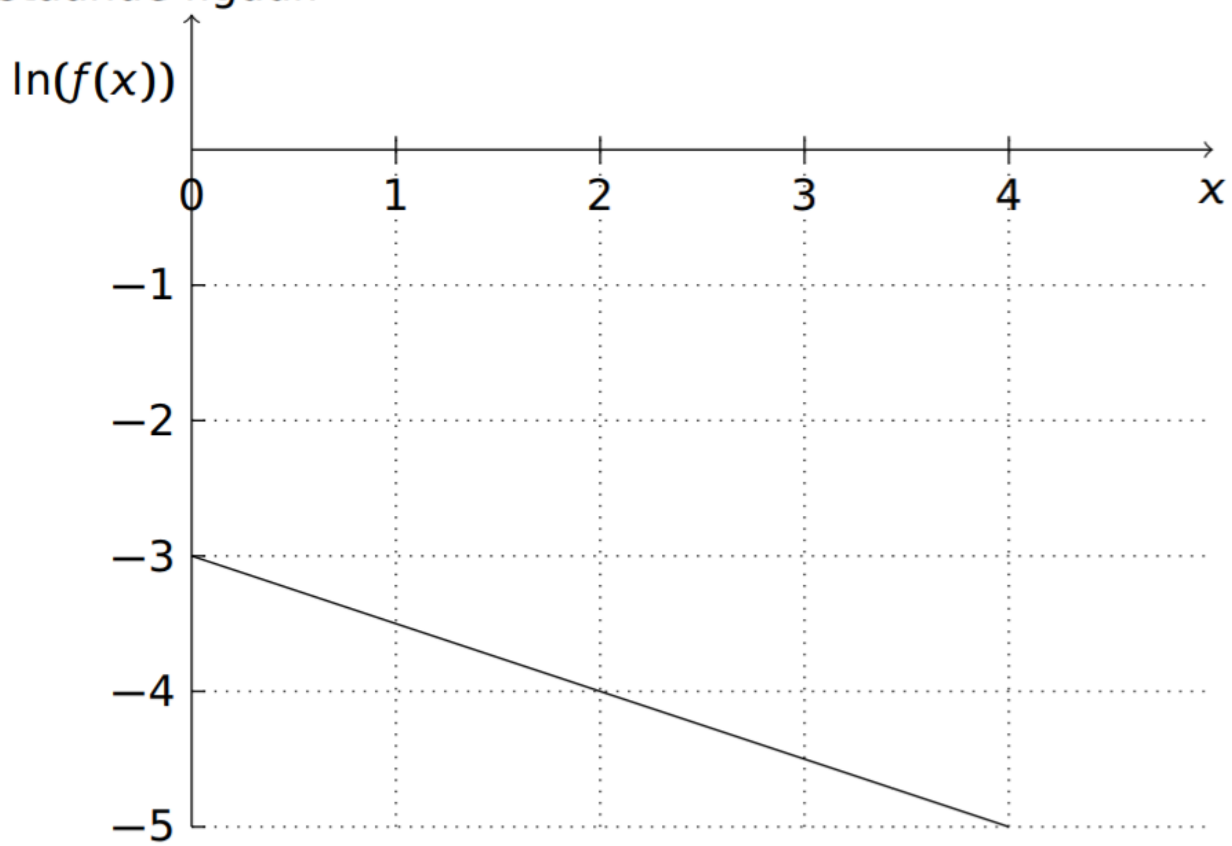
$$r^2 = 6^2 + \left(\frac{19}{2}\right)^2 = 36 + \frac{190 + 171}{4}$$

$$\boxed{r^2 = \frac{144}{4} + \frac{361}{4} = \frac{505}{4}}$$

$$\boxed{A = \pi r^2 = \pi \cdot \frac{505}{4}}$$

Oefening 23

Gegeven is de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. De grafiek die het verband weergeeft tussen x en $\ln(f(x))$ is gegeven in onderstaande figuur.



x	$\ln(f(x))$
0	−3
1	−3,5
2	−4
3	−4,5
4	−5

$f(x) = e^{\ln(f(x))}$

$f(x) = e^{\left(-\frac{x}{2}-3\right)}$

$\left(-\frac{x}{2}-3\right)$

Bepaal de afgeleide $f'(2)$.

(A) $f'(2) = \frac{-1}{2e}$ (B) $f'(2) = \frac{-1}{2e^2}$ (C) $f'(2) = \frac{-1}{2e^3}$ ✓ (D) $f'(2) = \frac{-1}{2e^4}$

Oplossing: D
juist beantwoord: 46 %
blanco: 35 %

$$f'(x) = -\frac{1}{2} e^{\left(-\frac{x}{2}-3\right)} \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{2} e^{\left(-\frac{2}{2}-3\right)} = \boxed{\frac{-1}{2e^4}}$$

Oefening 24

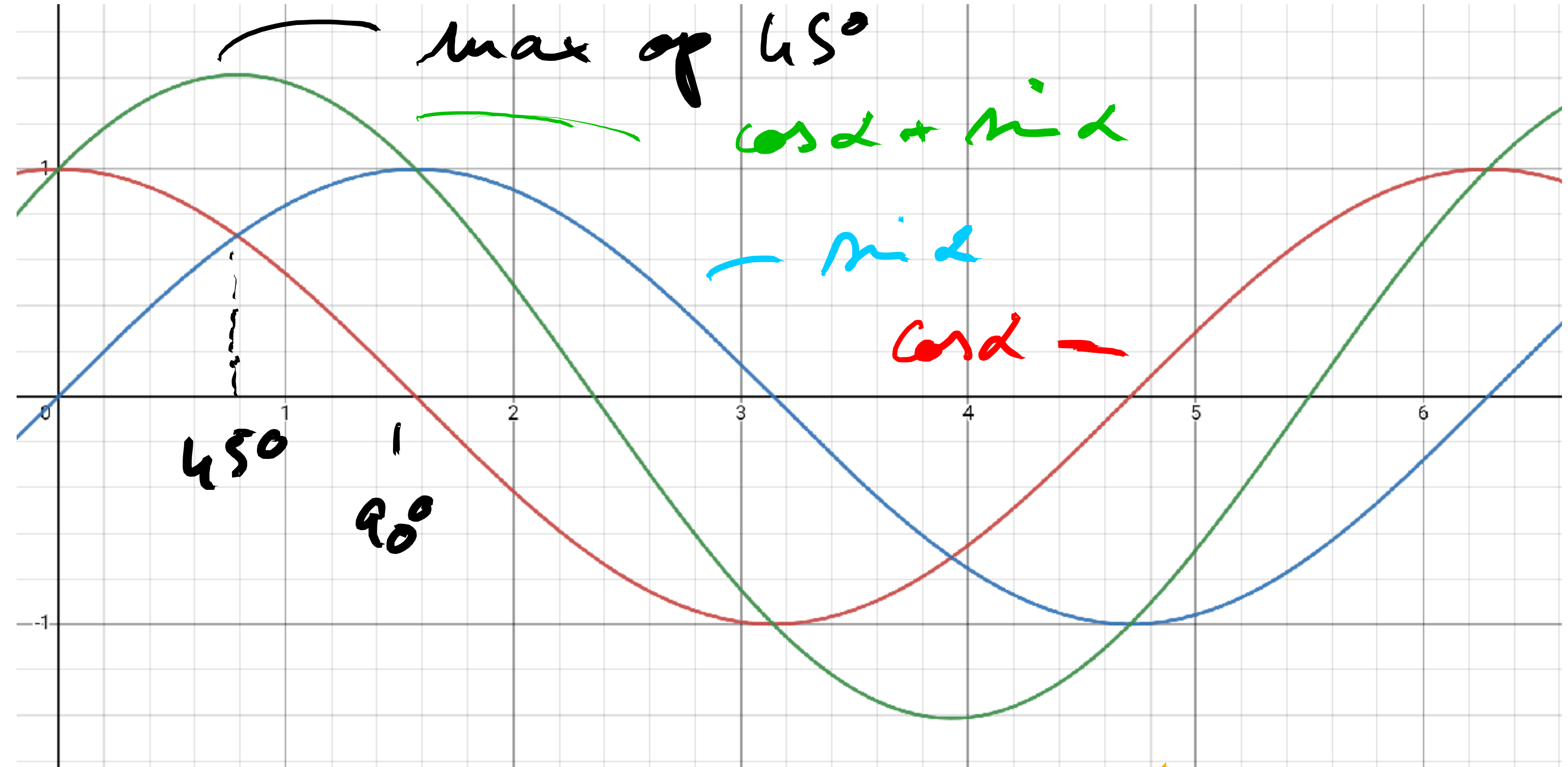
Indien $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 2$, wat is dan de maximale waarde van $x+y$?

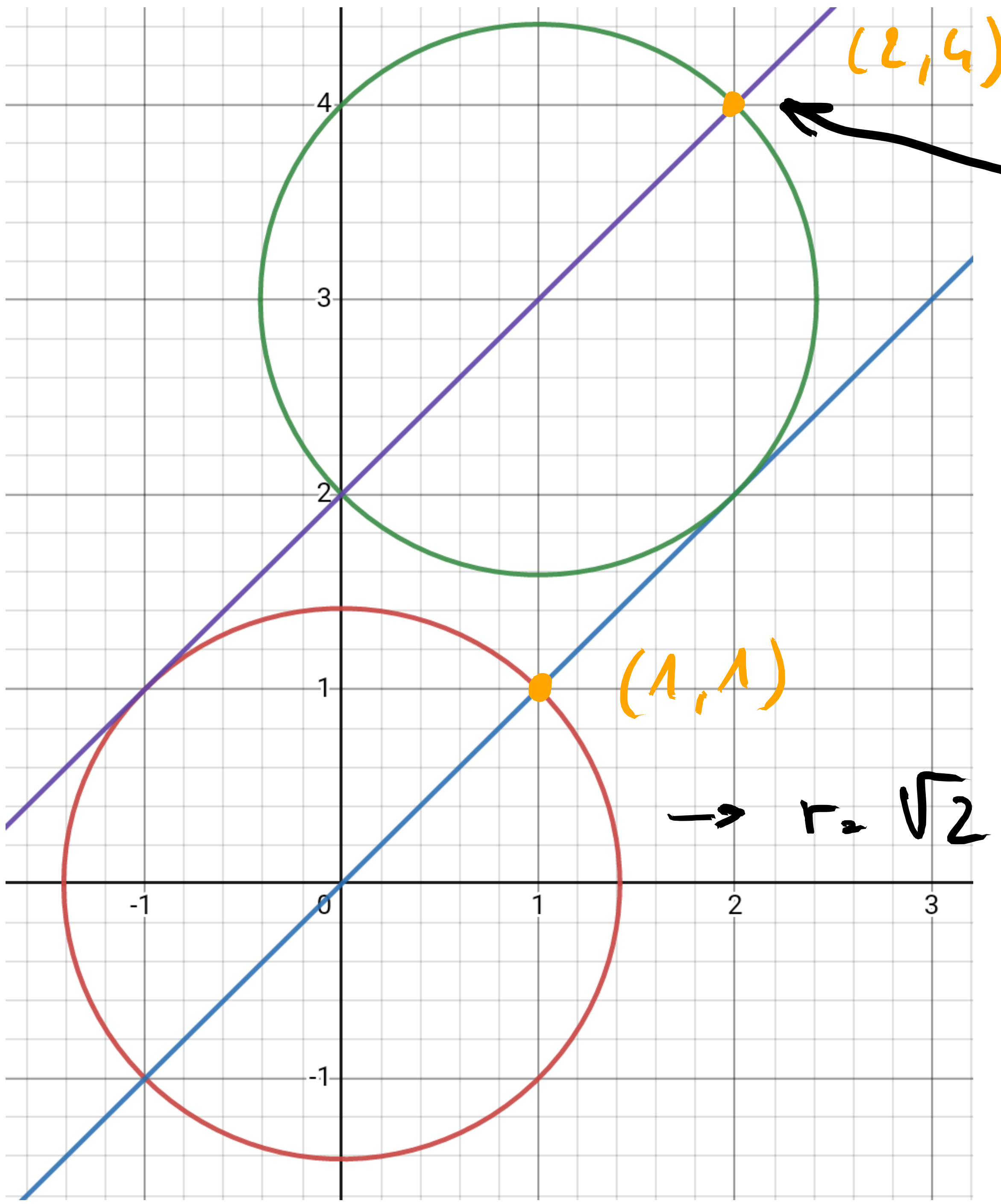
(A) $4-\sqrt{2}$ (B) $4+\sqrt{2}$ ✓ (C) 6 (D) $4+2\sqrt{2}$

Oplossing: C

juist beantwoord: 25 %

blanco: 35 %





$$\begin{cases} x+1 = 1+1 = 2 \\ y+3 = 1+3 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{2}\cos 45° = \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \\ y = \sqrt{2}\sin 45° = \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Max} = 2+4 = 6}$$

$f(x) = \cos x + \sin x$

$f(x) = \max \Rightarrow f'(x) = 0$

$f'(x) = -\sin x + \cos x = 0$

$\Rightarrow \cos x = \sin x$

$\downarrow$ max

45°

Oefening 25

In een cilindervormige buis plant zich een drukgolf voort. De druk $p(x,t)$ op plaats x in de buis en tijdstip t kan beschreven worden als $p(x,t) = p_0 + f(x - vt)$. In deze uitdrukking is f een reële functie met juist één maximum. De druk $p_0 = 1013$ hPa en de geluidssnelheid $v = 340$ m/s zijn constant.

Op tijdstip $t = 0$ s is de druk in de buis maximaal op positie $x = 100$ cm. Op welke positie is de druk maximaal op tijdstip $t = 0{,}001$ s?

(A) $x = 66$ cm (B) $x = 87$ cm (C) $x = 113$ cm ✓(D) $x = 134$ cm

Oplossing: D

juist beantwoord: 45 %

blanco: 36 %

$t = 0 \to x = 100$ cm $= 1$ m $\Rightarrow p_0 + f(1 - 340 \cdot 0) = p_0 + f(1)$

$t = \frac{1}{1000} \to \max = p_0 + f\left(x - \frac{340}{1000}\right)$

$\Rightarrow \cancel{p_0} + f(1) = \cancel{p_0} + f\left(x - \frac{340}{1000}\right) \Rightarrow 1 = x - \frac{360}{1000}$

$\frac{1000 + 360}{1000} = x = \boxed{\frac{1340}{1000}\text{ m}}$

$\Rightarrow \boxed{x = 134 \text{ cm}}$

Oefening 26

Hoeveel verschillende functies $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = a - bx$, met $a, b \in \mathbb{R}$ bestaan er die voldoen aan $f(f(x)) = x + 1$ voor alle reële waarden x?

(A) geen enkele ✓(B) precies één (C) precies twee (D) oneindig veel

Oplossing: B

juist beantwoord: 31 %

blanco: 28 %

$$f(f(x)) = a - b(a - bx) = a - ab + b^2x = x + 1$$

$$\begin{cases} b^2 x = x \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow b = \pm 1 \\ a - ab = 1 \end{cases}$$

$b = -1$: $a + a = 1 \Rightarrow a = 1/2$ ✓

$b = 1$: $a - a = 1$ ✗

1

Oefening 27

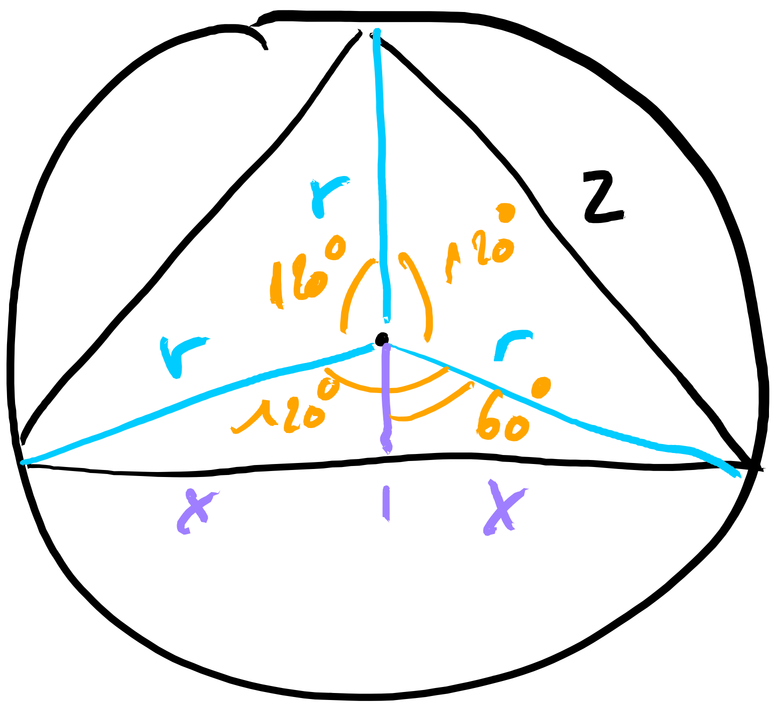
Beschouw een gelijkzijdige driehoek en de cirkel die door zijn drie hoekpunten gaat. Bepaal de verhouding van de omtrek van de driehoek tot de omtrek van de cirkel.

(A) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{2\pi}$ (D) $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$

Oplossing: D

juist beantwoord: 45 %

blanco: 33 %



$$x = r \sin 60^\circ = r\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$z = 2x = r\sqrt{3}$$

$$\left.\begin{aligned} O_\Delta &= 3 \cdot r\sqrt{3} \\ O_o &= 2\pi r \end{aligned}\right\} \quad \frac{O_\Delta}{O_o} = \frac{3\cancel{r}\sqrt{3}}{2\pi\cancel{r}} = \boxed{\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}}$$

Oefening 28

Jef gooit vier keer met een niet-vervalste kubusvormige dobbelsteen. Elke zijde van de dobbelsteen bevat een verschillend aantal ogen van 1 tot en met 6. Wat is de kans dat hij na vier worpen evenveel keer even als oneven ogen gooide?

(A) 6,25 % (B) 16,66...% (C) 37,5% (D) 50 %

Oplossing: C
juist beantwoord: 50 %
blanco: 14 %

$P(\text{Even}) = \frac{1}{2}$

$P(\text{Oneven}) = \frac{1}{2}$

4 x gooien:

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

16 verschillende mogelijkheden voor eender welke combinatie!

gunstige:

1	2	3	4
E	E	O	O
E	O	E	O
E	O	O	E

3 => x 2 want 1 kan ook oneven zijn en dan krijg je precies het omgekeerde (E -> O en O -> E)

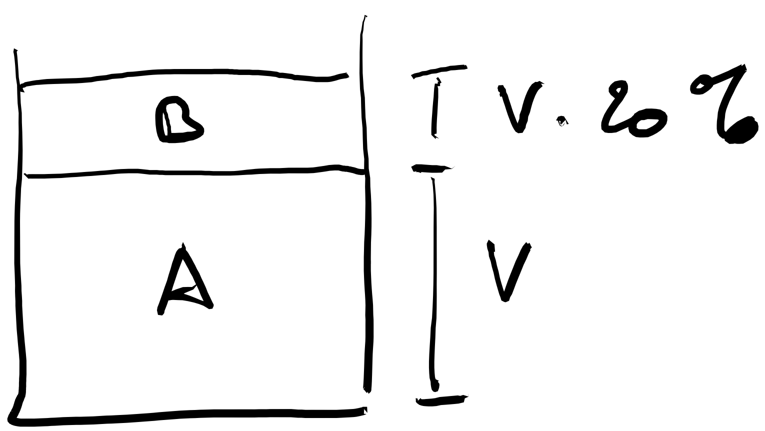
$$\Rightarrow \frac{\#\text{gunstige}}{\#\text{mogelijke}} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 3 \cdot 0{,}125 = 0{,}375 = \boxed{37{,}5\ \%}$$

Oefening 29

Een vat is gevuld met een vloeistof A. Daaraan wordt een vloeistof B die niet chemisch reageert met vloeistof A toegevoegd zodat het volume met 20 procent toeneemt. Dit wordt goed gemengd en gebruikt om capsules van 10 ml die op voorhand reeds gedeeltelijk gevuld zijn met vloeistof A, verder volledig te vullen. Hoeveel ml, uitgedrukt tot op 0,1 ml nauwkeurig, van vloeistof A moet in de capsules aanwezig zijn vooraleer het mengsel wordt toegevoegd zodat het volumeprocent van vloeistof B in de volledig gevulde capsules 2 procent bedraagt?

(A) 8,8 ml (B) 9,0 ml (C) 9,1 ml (D) 9,8 ml

Oplossing: A
juist beantwoord: 51 %
blanco: 23 %



$$\Rightarrow \%A = \frac{A}{1{,}2} = \frac{A}{6/5} = A \cdot \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{5}{6}$$

$$\%B = \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

factor 5

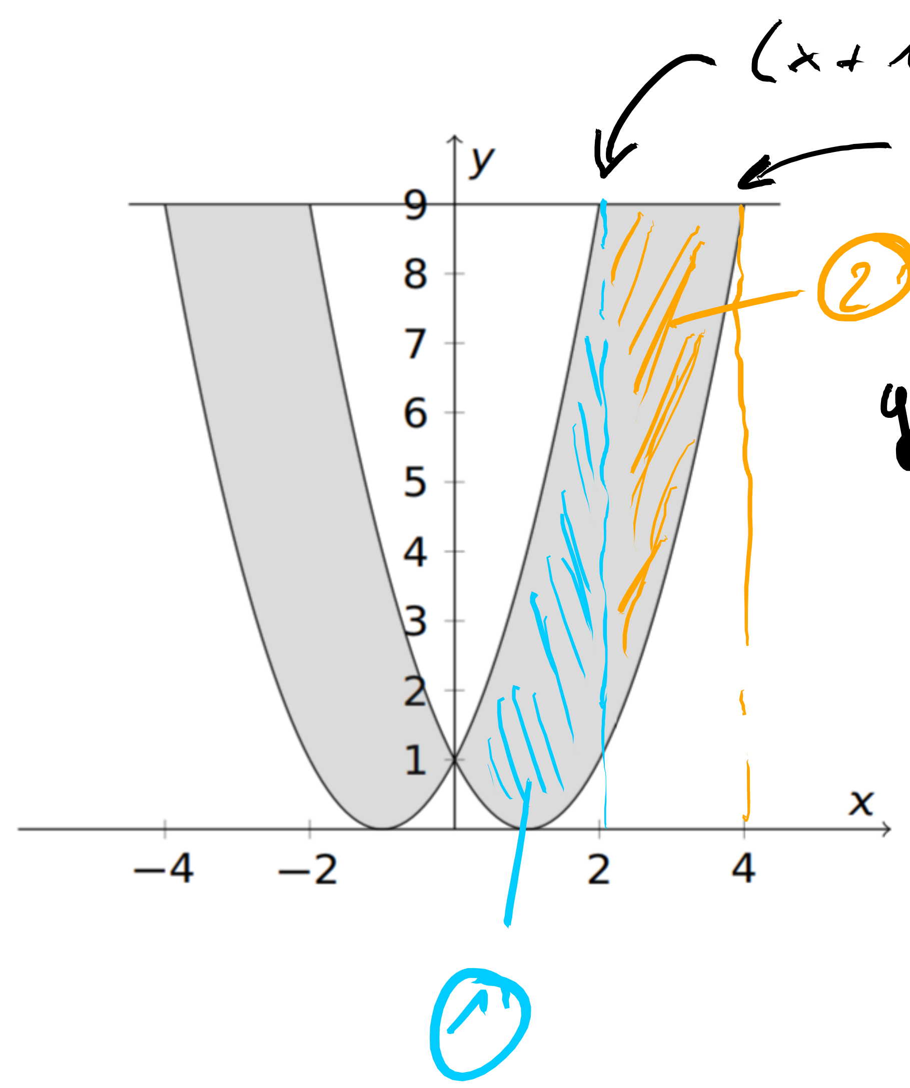
Capsule: 9,8 ml A
0,2 ml B $\longrightarrow$ × 5 = 1 ml A

$$\Rightarrow 9{,}8 \text{ ml } A - 1 \text{ ml } A = \boxed{8{,}8 \text{ ml } A}$$

Oefening 30

Op bijgaande figuur worden de parabolen met vergelijking $y = (x-1)^2$ en $y = (x+1)^2$ en de rechte met vergelijking $y = 9$ afgebeeld. Bepaal de oppervlakte van het ingekleurde deel in de figuur.

(A) $\frac{104}{3}$ (B) $\frac{106}{3}$ (C) $\frac{108}{3}$ (D) $\frac{110}{3}$



$$y = 9: \begin{cases} 9 = (x+1)^2 \\ 3 = x+1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9 = (x-1)^2 \\ 3 = x-1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Oplossing: A
juist beantwoord: 36 %
blanco: 43 %

$$① \quad A = \int_0^2 (x+1)^2\,dx - \int_0^2 (x-1)^2\,dx = \frac{1}{3}(x+1)^3\Big|_0^2 - \frac{1}{3}(x-1)^3\Big|_0^2$$

$$= \frac{1}{3}\left[\left(3^3 - 1\right) - \left(1^3 - (-1)^3\right)\right] = \frac{1}{3}(26 - 2) = \frac{24}{3}$$

$$② \quad A = (4-2)\cdot 9 - \int_2^4 (x-1)^2\,dx = 18 - \frac{1}{3}(x-1)^3\Big|_2^4$$

$$= \frac{54}{3} - \frac{1}{3}\left(3^3 - 1^3\right) = \frac{54}{3} - \frac{26}{3} = \frac{28}{3}$$

$$A_{tot} = 2\left(A_1 + A_2\right) = 2\left(\frac{24}{3} + \frac{28}{3}\right) = 2\cdot\frac{52}{3} = \boxed{\frac{104}{3}}$$