

Vraag 13

In het vlak beschouwen we twee verzamelingen, V en W , van punten (x, y) t.o.v. een orthonormaal assenstelsel. De verzameling V bestaat uit alle punten (x, y) die voldoen aan $(x-1)^2 + y^2 = 1$ en de verzameling W bestaat uit alle punten (x, y) die voldoen aan $y = 3x - 2$. Welke van onderstaande uitspraken is correct?
Tip: maak een schets.

(A) De doorsnede van V en W is leeg.

cirkel: $r=1$ m(1,0)

rechte

(B) De doorsnede van V en W bevat exact 1 punt.

$X \rightarrow$ rechte, max 2!

✓ (C) De doorsnede van V en W bevat exact 2 punten.

(D) De doorsnede van V en W bevat meer dan 2 punten.

Oplossing: C

Vul rechte y in formule cirkel:

$$(x-1)^2 + (3x-2)^2 = 1$$

$$x^2 + 1 - 2x + 9x^2 + 4 - 12x = 1$$

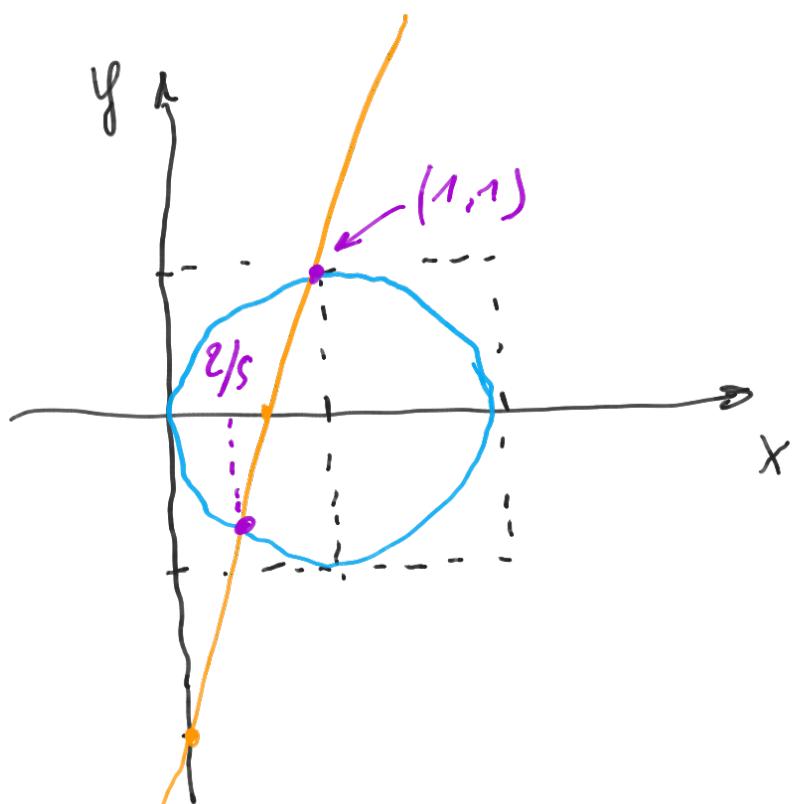
$$10x^2 - 14x + 4 = 0 \quad | :2$$

$$5x^2 - 7x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2}}{2 \cdot 5}$$

$$\cdot \frac{7}{10} \pm \frac{1}{10} \sqrt{49 - 40}$$

$$= \frac{7}{10} \pm \frac{3}{10} \quad \begin{cases} \frac{10}{10} = 1 \\ \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

OF:



$$y = 3x - 2$$

$$y = 0 \rightarrow x = 2/3$$

$$x = 0 \rightarrow y = -2$$

Vraag 14

Beschouw de volgende deelverzamelingen van de natuurlijke getallen $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$:

- $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 5\} \rightarrow \{5, 6, 7, 8, \dots\}$
- $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $C = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ even}\} \rightarrow \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

Beschouw de verzameling $(B \cap C) \cup (\mathbb{N} \setminus (A \setminus B))$. Welke van de volgende uitspraken zijn correct?

- (A) De verzameling is slecht gedefinieerd.
(B) De verzameling is ledig.
 (C) De verzameling is niet ledig maar wel eindig.
(D) De verzameling is oneindig groot.

Oplossing: C

$$\begin{aligned} B \cap C &= \{2, 4, 6\} \\ A \setminus B &= (\text{k maar niet } B) = \{8, 9, 10, 11, \dots\} \\ \mathbb{N} \setminus (A \setminus B) &= \{0, 1, 2, \dots, 6, 7\} \\ (B \cap C) \cup (\mathbb{N} \setminus (A \setminus B)) &= \{0, 1, \dots, 6, 7\} \end{aligned}$$

Vraag 15

Waaraan is de volgende uitdrukking gelijk?

$$\ln(4^{3/5}) - \ln\left(\frac{e}{16^{1/5}}\right) = \ln(4^{3/5}) - [\ln e - \ln(16^{1/5})]$$

(A) $\frac{2}{5}$

(B) -1

(C) $\ln(4e)$

✓ (D) $2\ln(2) - 1$

$$= \frac{3}{5} \cdot 2 \cdot \ln(2) - 1 + \frac{1}{5} 4 \cdot \ln(2)$$

$$= \left(\frac{6}{5} + \frac{4}{5}\right) \ln(2) - 1$$

$$= 2 \ln(2) - 1$$

Oplossing: D

Vraag 16

De veelterm $P(x)$ is gelijk aan $2x^3 + rx^2 + 8x$ en heeft slechts één nulpunt. Welke waarde kan r hebben?

- (A) $-64 < r < 64$
 (B) $-8 < r < 8$
 (C) $-\sqrt{8} < r < \sqrt{8}$
 (D) $r = -8 \quad \text{en} \quad r = 8$

$$2x^3 + rx^2 + 8x = 0$$

$$x(2x^2 + rx + 8) = 0 \quad \leftarrow x=0 \quad () = 0 X$$

$\hookrightarrow D < 0$

$$r^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 < 0$$

$$r^2 - 64 < 0$$

$$\pm\sqrt{r^2} < \sqrt{64}$$

$$| \quad -$$

$$r < 8 \quad -r < 8$$

$$r > -8$$

$\Rightarrow -8 < r < 8$

Vraag 17

Bereken de volgende limiet

$$L = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln[\sin(x)]}{\cos^2(x)}$$

✓ (A) $L = -\frac{1}{2}$

(B) De limiet bestaat niet

(C) $L = \frac{1}{2}$

(D) $L = +\infty$

l'Hopital: $\frac{\frac{1}{\sin x} \cdot (-\cos x)}{2\cancel{\cos x}(-\sin x)} = \frac{-1}{2\sin^2 x}$

$$\underset{x \rightarrow \frac{\pi}{2}}{\lim} \frac{-1}{2(1-\cos^2 x)}$$

$$\Rightarrow \underset{x \rightarrow \frac{\pi}{2}}{\lim} \frac{-1}{2(1-\cos^2 x)} = \frac{-1}{2(1-0)} = -\frac{1}{2}$$

Oplossing: A

Vraag 18

Bereken de afgeleide $f'(\theta)$ van de functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ met als voorschrift

$$f(\theta) = -\frac{1}{5} \cos(\theta)(\sin^2(\theta) + 2)$$

$$(fg)' = f' \cdot g + g' \cdot f$$

(A) $f'(\theta) = \frac{3}{5} \cos^2(\theta)$

(B) $f'(\theta) = \frac{3}{5} \sin^3(\theta)$

(C) $f'(\theta) = \frac{3}{5} \cos^2(\theta) + \frac{2}{5} \sin(\theta)$

(D) $f'(\theta) = \frac{3}{5} \sin^3(\theta) + \frac{2}{5} \cos^2(\theta)$

Oplossing: B

$$\begin{aligned} f'(\theta) &= -\frac{1}{5} \cos \theta \sin^2 \theta - \frac{2}{5} \cos \theta \\ &= -\frac{1}{5} [(-\sin \theta) \sin^2 \theta + \cos \theta (2 \sin \theta \cos \theta)] \\ &\quad - \frac{2}{5} (-\sin \theta) \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{5} [-\sin^3 \theta + 2 \sin \theta \cos^2 \theta] + \frac{2}{5} \sin \theta$$

$$= -\frac{1}{5} [\sin \theta (-\sin^2 \theta + \underline{2 \cos^2 \theta})] + \frac{2}{5} \sin \theta$$

$$= -\frac{1}{5} [\sin \theta (-\sin^2 \theta + \underline{2 - 2 \sin^2 \theta})] + \frac{2}{5} \sin \theta$$

$$= -\frac{1}{5} [\sin \theta (\cancel{2} - 3 \sin^2 \theta)] + \frac{2}{5} \sin \theta$$

$$= -\frac{1}{5} [-3 \sin^3 \theta] = \frac{3}{5} \sin^3 \theta$$

Vraag 19

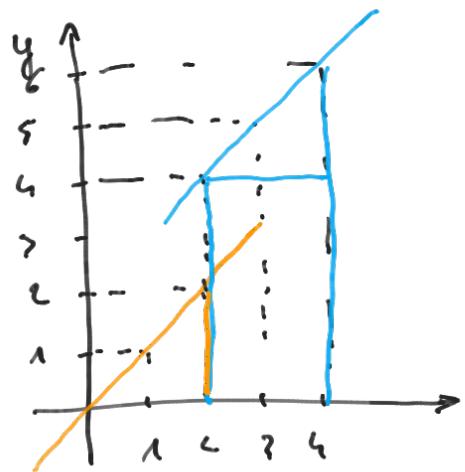
Gegeven de functie met meervoudig voorschrift

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{als } x \in [0, 2], \\ x + 2, & \text{als } x \in]2, 4]. \end{cases}$$

Waaraan is $\int_0^4 f(x) dx$ gelijk?

- (A) 8
- (B) 12
- (C) 16
- (D) De integraal bestaat niet want f is niet continu

Oplossing: B



△ + □ + △

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2$$

$$= 2 + 8 + 2 = \boxed{12}$$

Vraag 20

Beschouw de onbepaalde integraal $F(x) = \int e^x \sin(x) dx$. Welke van volgende uitdrukkingen, waarin c de integratieconstante voorstelt, is dan correct?

(A) $\frac{F(x)}{\sin(x) - \cos(x)} = \frac{1}{2}e^x + \frac{c}{\sin(x) - \cos(x)}$

$$\int f dg = f \cdot g - \int g df$$

(B) $\frac{F(x)}{\cos(x) + \sin(x)} = \frac{1}{2}e^x + \frac{c}{\cos(x) + \sin(x)}$

(C) $F(x)(\cos(x) + \sin(x)) = \frac{1}{2}e^x(\cos^2(x) - \sin^2(x)) + c(\cos(x) + \sin(x))$

(D) $F(x)(\sin(x) - \cos(x)) = e^x(\sin(x) - \cos(x))^2 + c(\sin(x) - \cos(x))$

Oplossing: A

$$\begin{aligned} \int e^x \sin(x) dx &= \int \sin(x) d(e^x) \\ \hookrightarrow F(x) &= \sin(x) \cdot e^x - \int e^x d(\sin(x)) \\ &= - \int e^x \cos(x) dx = - \int \cos(x) d(e^x) \\ &= - \left[\cos(x) e^x - \int e^x d(\cos(x)) \right] \quad d(\cos(x)) = - \sin(x) dx \\ &= - \cos(x) e^x - \int e^x \sin(x) dx \\ &\quad \hookrightarrow F(x) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2F(x) = \sin(x) e^x - \cos(x) e^x + C$$

$$F(x) = \frac{e^x}{2} (\sin(x) - \cos(x)) + C$$

$$\Rightarrow \frac{F(x)}{\sin(x) - \cos(x)} = \frac{e^x}{2} + \frac{C}{\sin(x) - \cos(x)}$$

Vraag 22

De uitdrukking

$$\frac{n!}{(n+1)!} - \frac{(n+1)!}{(n+2)!} - \frac{(n+2)!}{(n+3)!} - \frac{n!}{(n+3)!}$$

is gelijk aan:

(A) $\frac{n^2}{(n+1)(n+2)}$

(B) $\frac{-2n}{(n+2)(n+3)}$

(C) $-\frac{n}{(n+1)(n+3)}$

(D) $-\frac{n+2}{n+3}$

$$(1) \quad \frac{(n+2)n! - (n+1)n!}{(n+2)(n+1)n!} = \frac{1}{(n+2)(n+1)}$$

$$(2) \quad \frac{-(n+2)(n+1)n! - n!}{(n+3)(n+2)(n+1)n!}$$

Oplossing: C

$$= \frac{1 + (n+2)(n+1)}{(n+3)(n+2)(n+1)}$$

$$(1)+(2) : \quad \frac{(n+3) - 1 - (n+2)(n+1)}{(n+3)(n+2)(n+1)}$$

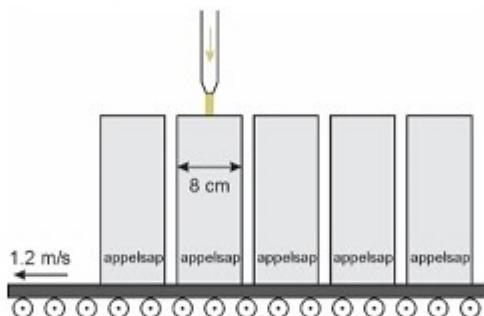
$$= \frac{(n+2) - (n+2)(n+1)}{(n+3)(n+2)(n+1)}$$

$$= \frac{(n+2)(1 - (n+1))}{(n+3)(n+2)(n+1)}$$

$$= \frac{-n}{(n+3)(n+1)}$$

Vraag 23

Op een transportband worden lege tetrabricks geplaatst die moeten gevuld worden met appelsap. De tetrabricks hebben een vierkant grondvlak met een zijde van 8 cm. De transportband beweegt met een constante snelheid van 1.2 m/s. Als een brick onder een sputtkop komt, wordt deze gevuld met appelsap. Voor alle zekerheid wordt het brick pas gevuld als de sputtkop zich boven het brick bevindt en minstens 1 cm verwijderd is van de rand van het brick. Bereken het debiet waarmee het appelsap uit de sputtkop moet stromen om het tetrabrick met 1.5 liter appelsap te vullen. Onderstaande figuur geeft de situatie weer.



(A) 20 l/s

(B) 25 l/s

(C) 30 l/s

(D) 35 l/s

$$1,2 \text{ m/s} = 120 \text{ cm/s}$$

\Rightarrow minstens 1 cm verwijderd van de rand
 $\Rightarrow 8 - 2 = 6 \text{ cm}$ om te vullen!

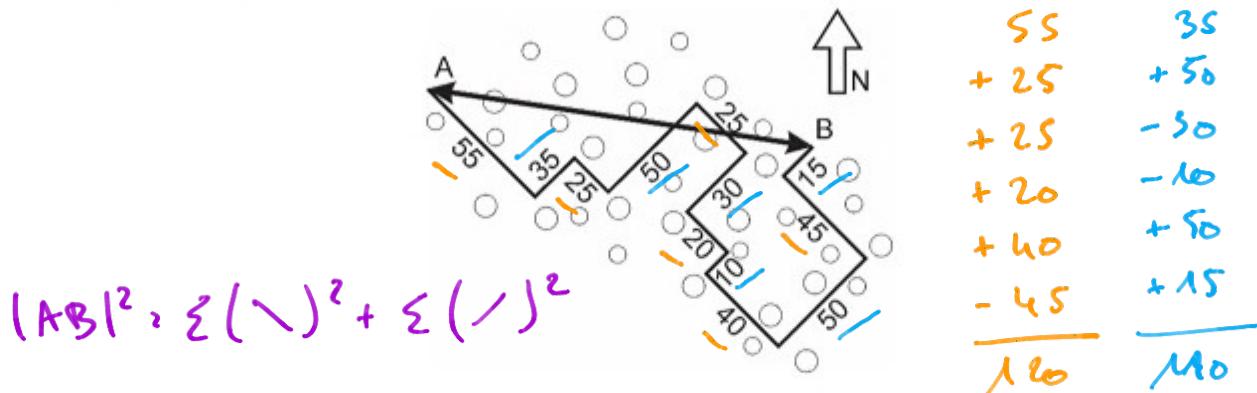
Oplossing: C

$$\text{tyd} : \frac{6 \text{ cm}}{120 \text{ cm/s}} = \frac{6}{120} \text{ s} = \frac{1}{20} \text{ s}$$

$$\Rightarrow \frac{1,5 \text{ l}}{\frac{1}{20} \text{ s}} = 1,5 \cdot 20 = 30 \text{ l/s}$$

Vraag 24

In een bos wil men de afstand tussen twee punten A en B bepalen. Men kan dit echter niet rechtstreeks meten omdat er steeds bomen in de weg staan. Daarom werkt men volgens een patroon met loodrechte richtingen zoals weergegeven in Figuur 1, waar eerder gemeten afstanden (in meter) zijn aangeduid. Welke van de volgende uitspraken is dan correct?



Figuur 1: Afstanden gemeten in het bos

- (A) De afstand tussen de punten A en B is minder dan 120 m.
- (B) De afstand tussen de punten A en B ligt tussen de 120 m en 140 m.
- (C) De afstand tussen de punten A en B ligt tussen de 140 m en 160 m.
- (D) De afstand tussen de punten A en B is meer dan 160 m.

Oplossing: D

$$12^2 + 11^2$$

$$= 144 + 121$$

$$= 265$$

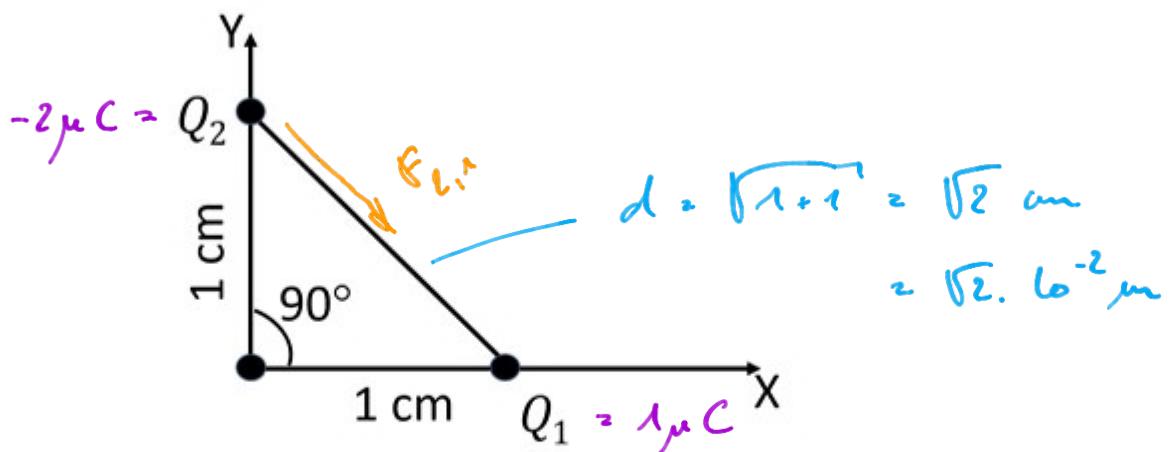
$$\Rightarrow |AB| = \sqrt{26500}$$

$$16^2 = 256 \Rightarrow 25600 < 26500$$

$$\Rightarrow |AB| > 160 \text{ m}$$

Vraag 25

Beschouw een opstelling waarin de lading $Q_1 = 1\mu C$ en de lading $Q_2 = -2\mu C$ zich bevinden zoals weergegeven in de onderstaande figuur.



Wat is grootte van de kracht op de lading Q_2 ten gevolge van de lading Q_1 ?

- (A) $9000 N$
- (B) $-9000 N$
- (C) $1273 N$
- (D) $90 N$

Oplossing: D

$$F_2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 d^2} = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{d^2}$$

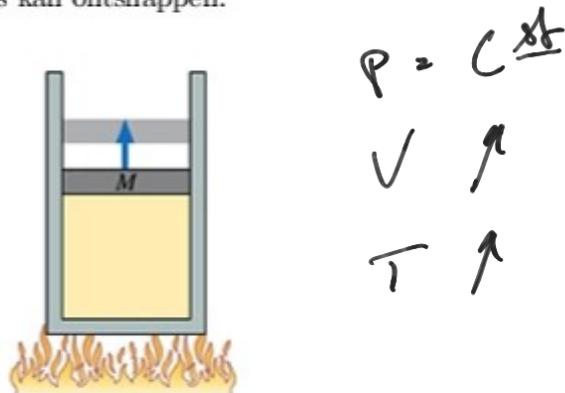
$$= 8,988 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2} \cdot 10^{-2})^2}$$

$$= \frac{8,988 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4}} = 8,988 \cdot 10$$

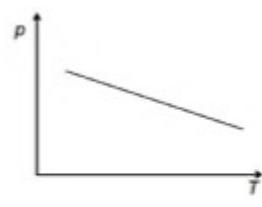
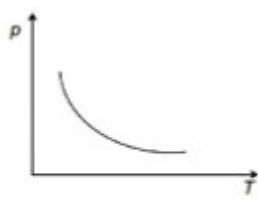
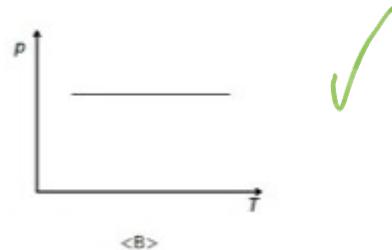
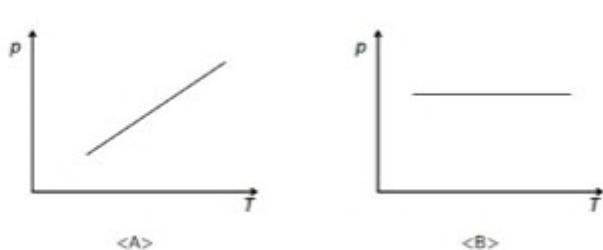
$$\approx 90 N$$

Vraag 26

In een vat bevindt zich een gas dat kan worden beschreven als een ideaal gas (zie figuur). De zuiger met massa M aan de bovenkant van het vat kan vrij bewegen zonder wrijving. De temperatuur T van het gas wordt langzaam verhoogd terwijl er geen gas kan ontsnappen.



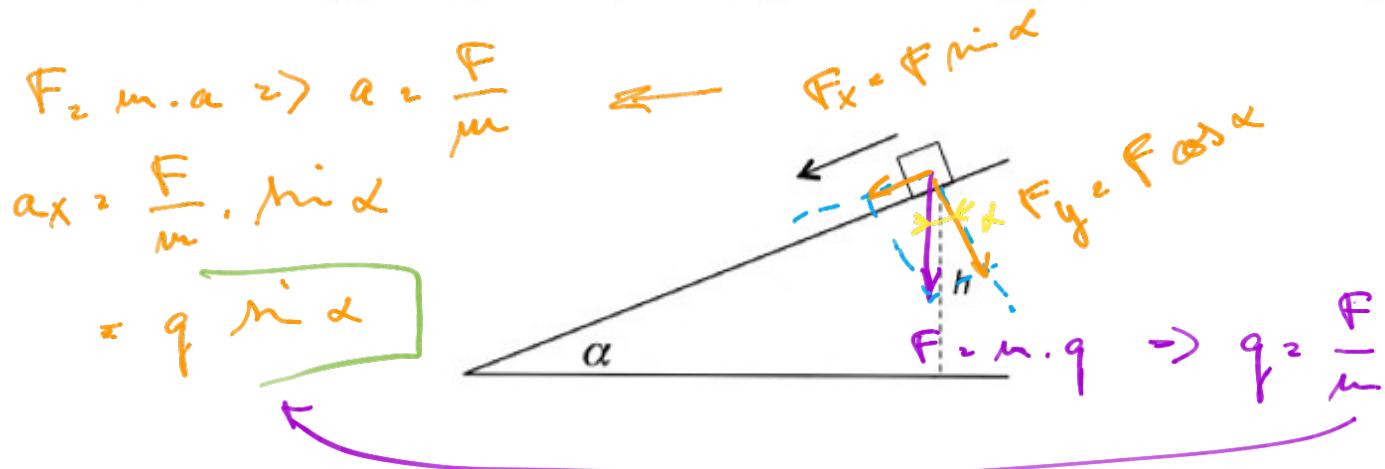
Welke van de onderstaande figuren beschrijft het best de afhankelijkheid van de druk p als een functie van de temperatuur T indien we veronderstellen dat er geen warmteverlies is uit het systeem?



Oplossing: B

Vraag 27

Een massa m wordt geplaatst op een helling met hellingshoek α zoals aangegeven in de onderstaande figuur.



Indien we veronderstellen dat de wrijving tussen de massa en de helling verwaarloosbaar is en we de valversnelling aanduiden met g , welke van de volgende uitspraken is dan correct?

- (A) De massa schuift naar beneden met een constante snelheid.
- (B) De massa schuift naar beneden met een versnelling $a = g$.
- (C) De massa schuift naar beneden met een versnelling $a = g \cos(\alpha)$.
- (D) De massa schuift naar beneden met een versnelling $a = g \sin(\alpha)$.

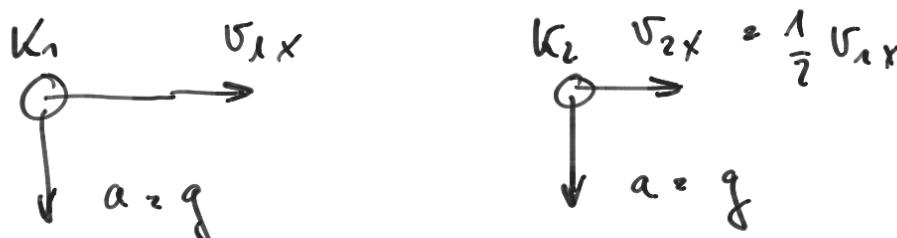
Oplossing: D

Vraag 28

Twee zware loden knikkers (K_1 en K_2) rollen wrijvingsloos over een tafel. Ze hebben dezelfde afmetingen en dezelfde massa, maar de snelheid van K_1 is twee keer groter dan de snelheid van K_2 . Ze komen gelijktijdig aan de rand van het tafelblad en vallen naar beneden. Welk van de volgende uitspraken is geldig:

- (A) Knikker K_1 komt eerst aan op de grond maar op dezelfde horizontale afstand ten opzichte van de tafel dan knikker K_2 .
- (B) Beide knikkers komen gelijktijdig aan op de grond maar de horizontale afstand ten opzichte van de tafel is groter voor knikker K_1 .
- (C) Knikker K_1 komt eerst aan op de grond en de horizontale afstand ten opzichte van de tafel is groter voor knikker K_1 .
- (D) Beide knikkers komen gelijktijdig aan op de grond en op dezelfde horizontale afstand ten opzichte van de tafel.

Oplossing: B



$$\Rightarrow v_{1y} = g \cdot t$$

$$\Rightarrow v_{2y} = g \cdot t$$

v_x en v_y zijn onafhankelijk!

$\Rightarrow K_1$ gaat verder in de x-richting
maar valt even snel als K_2

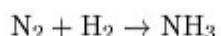
$$a = \frac{dr}{dt}$$

$$\Rightarrow r = \int a dt$$

$$= \frac{1}{2} a t^2$$

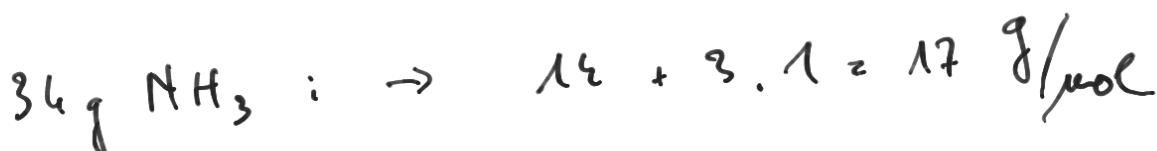
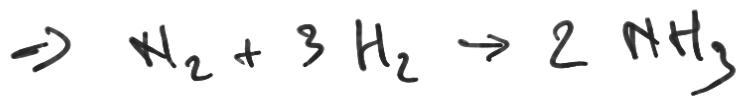
Vraag 29

Het Haber-Boschproces is het meest gebruikte proces voor de chemische synthese van ammoniak (NH_3). Hierbij wordt een zuurstofvrij gasmengsel van stikstofgas (N_2) en waterstofgas (H_2) in contact gebracht met een katalysator, in de vorm van deeltjes vaste ijzer, en onder hoge druk verhit. Dit verloopt volgens de ongebalanceerde reactie:



Je wil 34,0 g ammoniak produceren door waterstofgas en stikstofgas te laten reageren. Wat is dan de benodigde massa aan waterstofgas om 34,0 g ammoniak te produceren?

- ✓
(A) 4 g
(B) 6 g
(C) 12 g
(D) 14 g



Oplossing: B

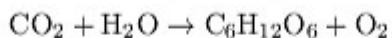
$$\rightarrow 34 \text{ g} = \frac{34 \text{ g}}{17 \text{ g/mol}} = 2 \text{ mol}$$



$$\Rightarrow 3 \text{ mol} \cdot 2 \text{ g/mol H}_2 = 6 \text{ g H}_2$$

Vraag 30

Het aanplanten van nieuw bos remt de klimaatopwarming af doordat bomen koolstofdioxide (CO_2) vastleggen door middel van fotosynthese. Dit verloopt via de ongebalanceerde reactie:



Hoeveel ton glucose ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) moet geproduceerd worden door het nieuwe bos om 10 000 ton CO_2 vast te leggen?



- (A) minder dan 10^3 ton
 (B) tussen 10^3 en 10^6 ton
 (C) tussen 10^6 en 10^9 ton
 (D) meer dan 10^9 ton

$$\begin{aligned} \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 &= 6 \cdot 12 + 12 \cdot 1 + 6 \cdot 16 \\ &= 72 + 12 + 96 = 180 \text{ g/mol} \end{aligned}$$

Oplossing: B

$$\text{CO}_2 = 1 \cdot 12 + 2 \cdot 16 = 44 \text{ g/mol}$$

$$10000 \text{ ton CO}_2 = 10000 \cdot 10^3 \text{ kg} = 10 \cdot 10^6 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \frac{10 \cdot 10^6 \text{ kg}}{44 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}} \rightarrow \frac{10}{44} \cdot 10^9 \text{ mol CO}_2$$

$$1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \rightarrow 6 \text{ mol CO}_2$$

$$\frac{1}{6} \rightarrow 1$$

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{10}{44} \cdot 10^9 \rightarrow \frac{10}{44} \cdot 10^9$$

$$\frac{5}{3.44} \cdot 10^9 = \frac{5}{132} \cdot 10^9 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \text{ nodig}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{132} \cdot 10^9 \text{ mol} \cdot 180 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$$

$$\frac{900}{132} \cdot 10^6 \text{ kg} = \frac{900}{132} \cdot 10^3 \text{ ton C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

$$\approx 6818 \text{ ton C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

Vraag 1 = vraag 12 van juli 2022 ind. ing. biowet. en bio-industriële wet.

Vraag 2 = vraag 7 van juli 2022 ind. ing. biowet. en bio-industriële wet.

Vraag 3 = vraag 23 van juli 2022 ind. ing. biowet. en bio-industriële wet.

Vraag 4 = vraag 15 van juli 2022 ind. ing. biowet. en bio-industriële wet.

Vraag 5 = oefening 25 van juli 2022 burgerlijk ingenieur, wiskunde en natuurkunde

Vraag 6 = oefening 2 van juli 2022 burgerlijk ingenieur, wiskunde en natuurkunde

Vraag 7 = oefening 5 van juli 2022 burgerlijk ingenieur, wiskunde en natuurkunde

Vraag 8 = vraag 18 van juli 2022 ind. ing. biowet. en bio-industriële wet.

Vraag 9 = vraag 19 van juli 2022 ind. ing. biowet. en bio-industriële wet.

Vraag 10 = vraag 21 van juli 2022 ind. ing. biowet. en bio-industriële wet.

Vraag 11 = vraag 24 van juli 2022 ind. ing. biowet. en bio-industriële wet.

Vraag 12 = oefening 6 van juli 2022 burgerlijk ingenieur, wiskunde en natuurkunde

Vraag 21 = oefening 18 van juli 2022 burgerlijk ingenieur, wiskunde en natuurkunde