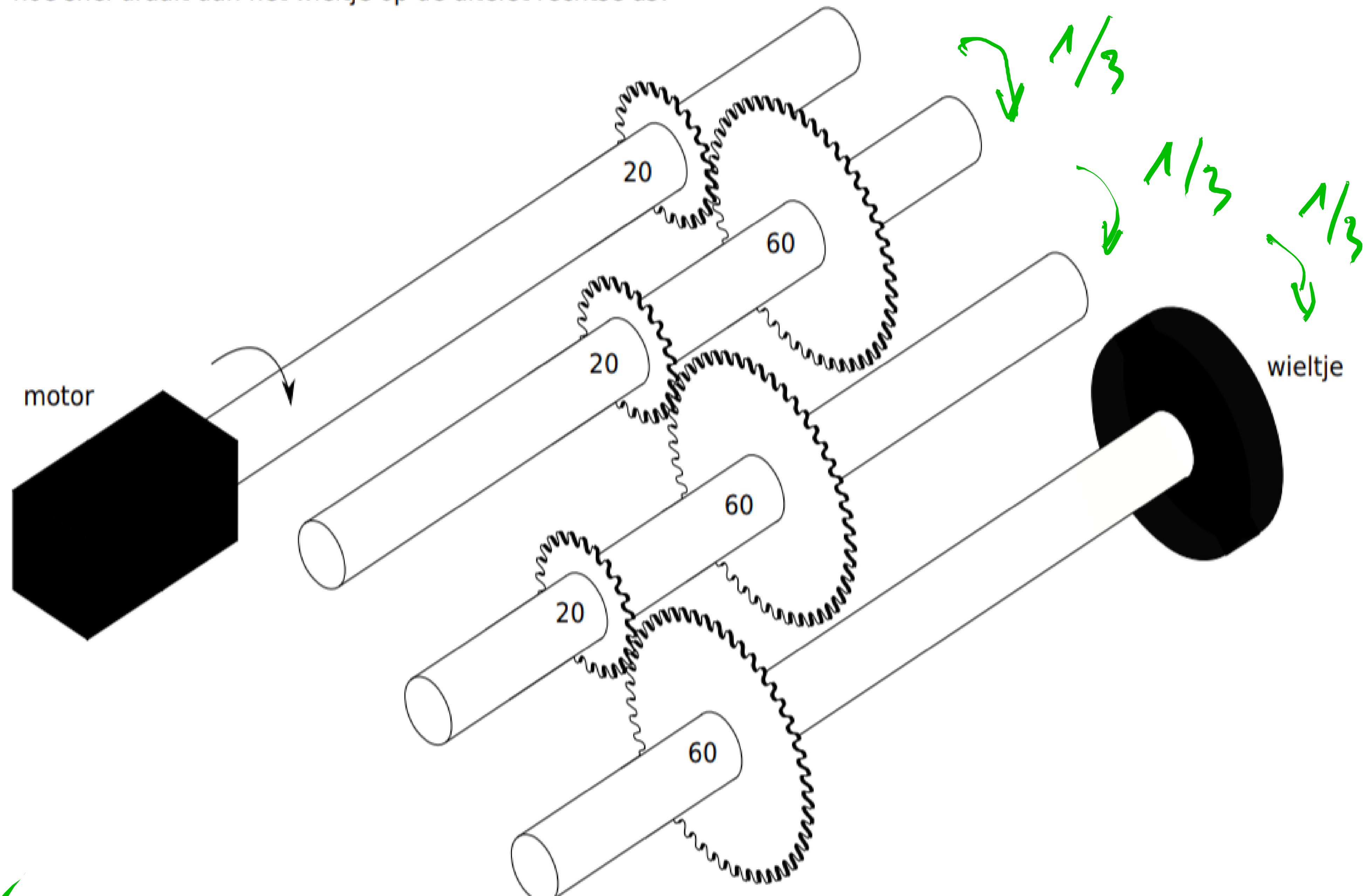
Oefening 1

In een tandwielkast bevinden zich vier parallelle assen naast elkaar. Twee opeenvolgende assen zijn steeds verbonden door een tandwieloverbrenging. De figuur hieronder toont een principetekening: de tandwielen zijn niet met het correcte aantal tanden getekend, maar in het midden van elk tandwiel staat het aantal tanden. De uiterst linkse as wordt aangedreven door een motor en draait met een toerental van n toeren/min. Als je ervan uitgaat dat de tandwielen perfect geklemd zijn op de assen en dus dezelfde rotatiesnelheid hebben als de assen, hoe snel draait dan het wieltje op de uiterst rechtse as?



(A) $\frac{n}{27}$ toeren/min (B) $\frac{n}{9}$ toeren/min (C) $9n$ toeren/min (D) $27n$ toeren/min

Oplossing: A
juist beantwoord: 82 %
blanco: 4 %

$n = 20$ moet $3\times$ draaien om $n = 60$ $1\times$ te doen draaien.

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

Dus $\frac{n}{27}$ toeren/min

Oefening 2

De grafiek van de functie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ is de rechte door de punten $(1,6)$ en $(3,0)$. De functie g is de inverse functie van f. Bepaal de afgeleide $g'(3)$.

(A) $g'(3) = -3$ ✓ (B) $g'(3) = -\frac{1}{3}$ (C) $g'(3) = \frac{1}{3}$ (D) $g'(3) = 3$

Oplossing: B

juist beantwoord: 72 %

blanco: 6 %

f: rico $r = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{0-6}{3-1} = -\dfrac{6}{2} = -3$

$y - y_2 = r(x - x_2) \Rightarrow y - 0 = -3x + 9$

inverse = x en y verwisselen : $x = \dfrac{y-9}{-3}$

$g'(y) = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow g'(3) = -\dfrac{1}{3}$

Oefening 3

Van de matrix $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ b & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ is gegeven dat $A^2 = A$ en $a, b \in \mathbb{R}$. Welke van onderstaande gelijkheden is dan waar?

(A) $a^2 = a$ (B) $a^2 = b$ (C) $b^2 = a$ (D) $b^2 = b$

Oplossing: B

juist beantwoord: 67 %

blanco: 15 %

$$A^2 = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ b & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ b & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+b & 2a & 0 \\ 2ab & b+a^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ b & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

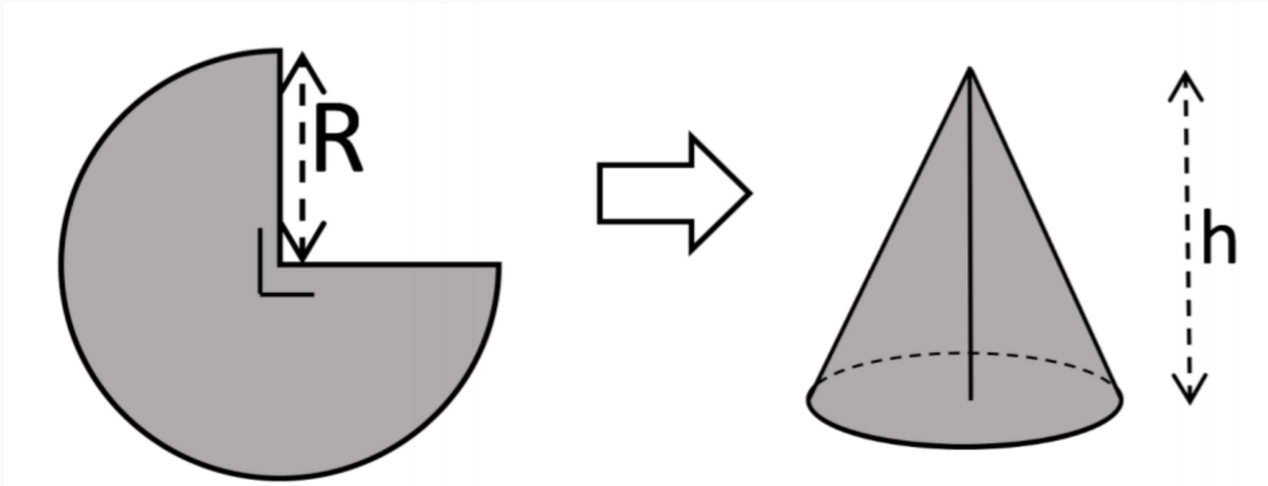
$$\Rightarrow \begin{cases} a = a^2 + b \\ 2a = 1 \\ 2ab = b \\ a = b + a^2 \end{cases} \longrightarrow \boxed{a = 1/2} \longrightarrow \begin{aligned} a - a^2 &= b \\ \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{4} &= b = \tfrac{1}{4} \end{aligned}$$

Dus

$a^2 = b$ B

Oefening 4

Het stuk karton uit onderstaande figuur (links) wordt omgevormd tot een kegel. Wat is de hoogte h van deze kegel?



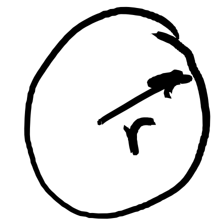
(A) $h = \frac{\sqrt{7}}{4}R$ ✓   (B) $h = \frac{\sqrt{8}}{4}R$ (C) $h = \frac{\sqrt{9}}{4}R$ (D) $h = \frac{\sqrt{12}}{4}R$

Oplossing: A
juist beantwoord: 40 %
blanco: 37 %

Omtrek grondvlak

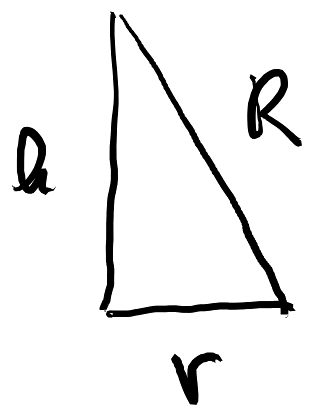
$= \frac{3}{4} 2\pi R$

$\Updownarrow$



$O = \cancel{2}\pi r = \frac{3}{4} \cancel{2\pi} R$

$\Rightarrow r = \frac{3}{4} R$



$$\Rightarrow \boxed{h} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{3}{4}R\right)^2}$$

$$= \sqrt{R^2 - \frac{9}{16}R^2} = \sqrt{\frac{7}{16}R^2} = \boxed{\frac{\sqrt{7}}{4}R}$$

Oefening 5

Beschouw de driedimensionale ruimte met een cartesiaans assenstelsel *xyz* en de rechte *r* met parametervergelijking

$$r \leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t, \ t \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Verder hebben we 2 vlakken v_1 en v_2 met vergelijkingen
$v_1 \leftrightarrow x + 2y + 3z = 3$ en $v_2 \leftrightarrow x + y + z = 6$.
Welke van volgende uitspraken is waar?

(A) De rechte *r* is evenwijdig met het vlak v_1.

(B) De rechte *r* is evenwijdig met het vlak v_2.

(C) De rechte *r* staat loodrecht op het vlak v_1.

✓ (D) De rechte *r* staat loodrecht op het vlak v_2.

Oplossing: D
juist beantwoord: 43 %
blanco: 19 %

$$\begin{cases} t = x - 1 \\ t = y - 2 \\ t = z - 3 \end{cases}$$

Steunvector = (1, 2, 3)

Richtingsvector = (1, 1, 1)

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$$

$\alpha : ux + vy + wz + t = 0$

Normaalvector $\perp$ op vlak

$\Rightarrow k(u, v, w)$

$v_1 : x + 2y + 3z = 3$

$v_2 : x + y + z = 6$

D

Oefening 6

Wat is het product van de oplossingen van de volgende vergelijking in $x \in \mathbb{R}$?

$9^{x^2+1} - 3^{5x} = 0$

(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

Oplossing: C

juist beantwoord: 74 %

blanco: 6 %

$$(3^2)^{x^2+1} - 3^{5x} = 0$$

$$3^{2x^2+2} = 3^{5x} \Rightarrow 2x^2 + 2 = 5x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

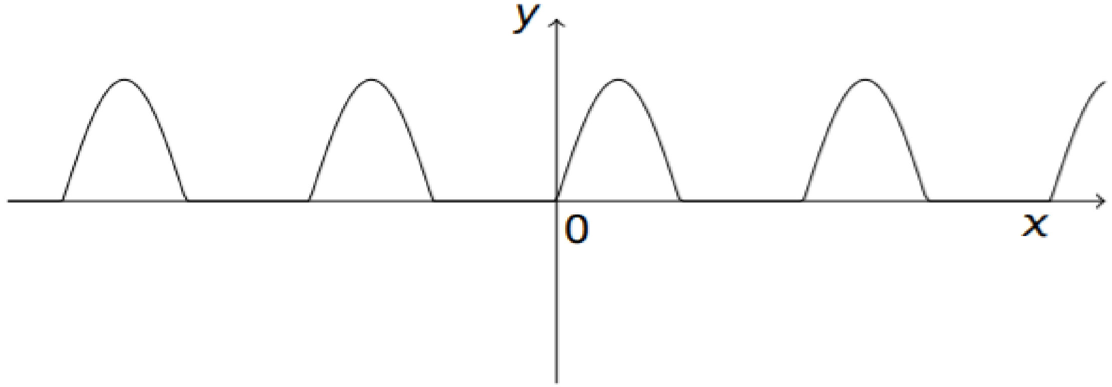
$$\Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4.2.2}}{2.2} = \frac{5}{4} \pm \frac{\sqrt{9}}{4} = \frac{5}{4} \pm \frac{3}{4} \begin{cases} 8/4 = 2 \\ 2/4 = 1/2 \end{cases}$$

$$\boxed{x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1}$$

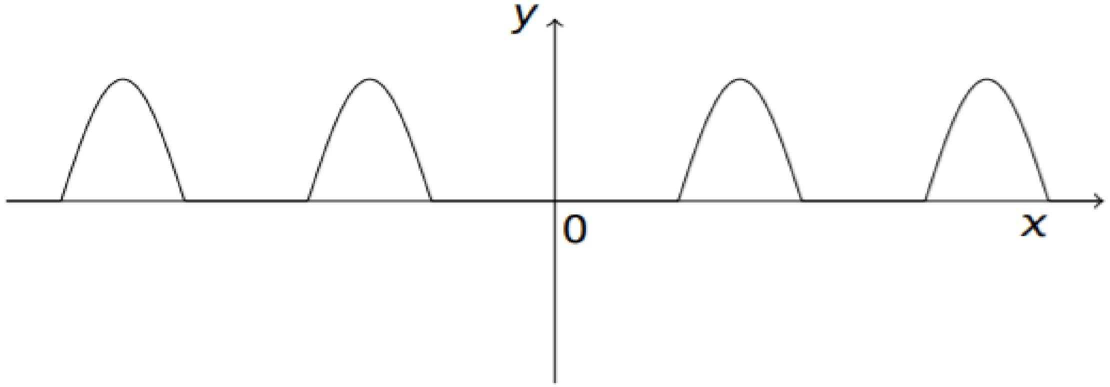
Oefening 7

Welke van onderstaande figuren toont de grafiek van de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = \max(0, -\sin|x|)$?

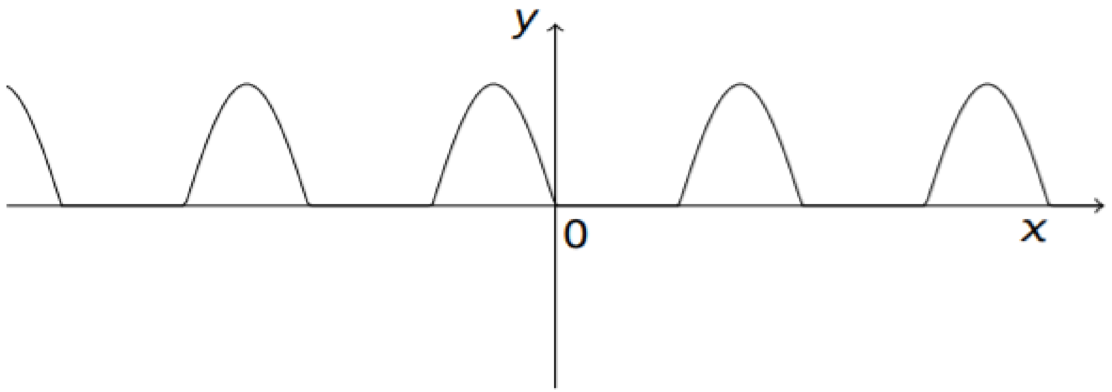
(A)



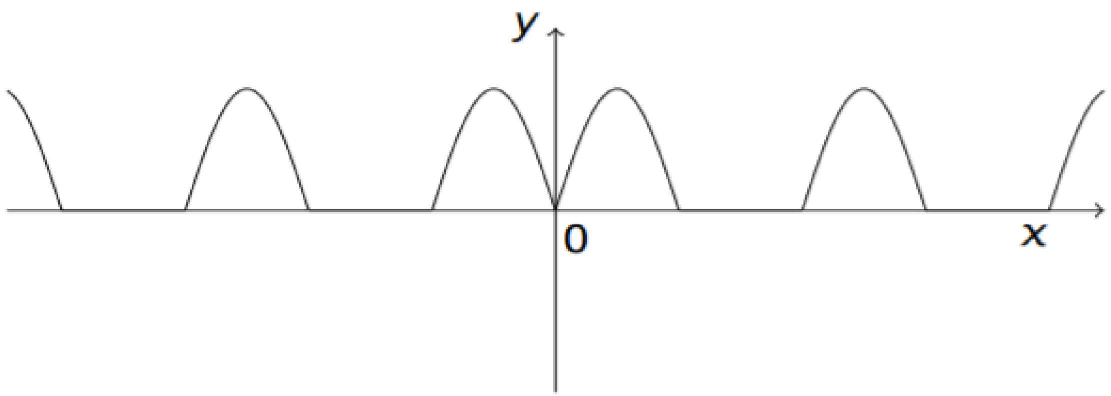
✓ (B)



(C)



(D)



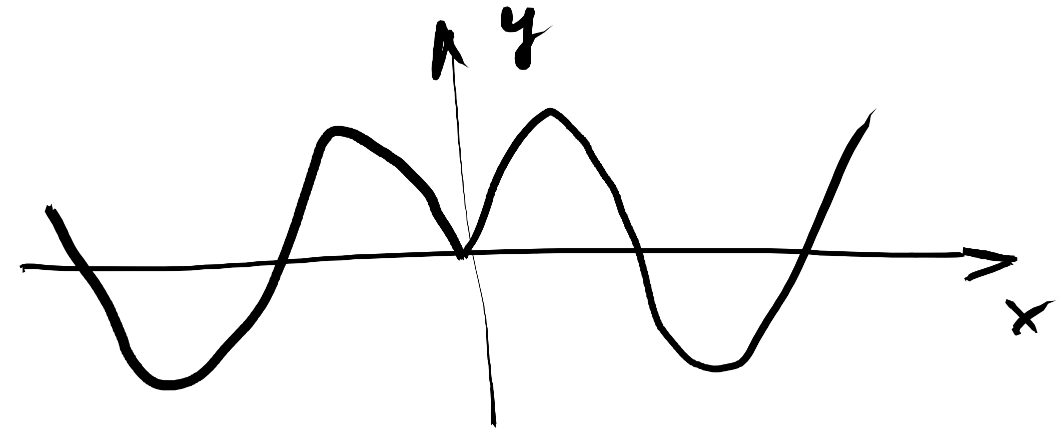
Oplossing: B

juist beantwoord: 28 %

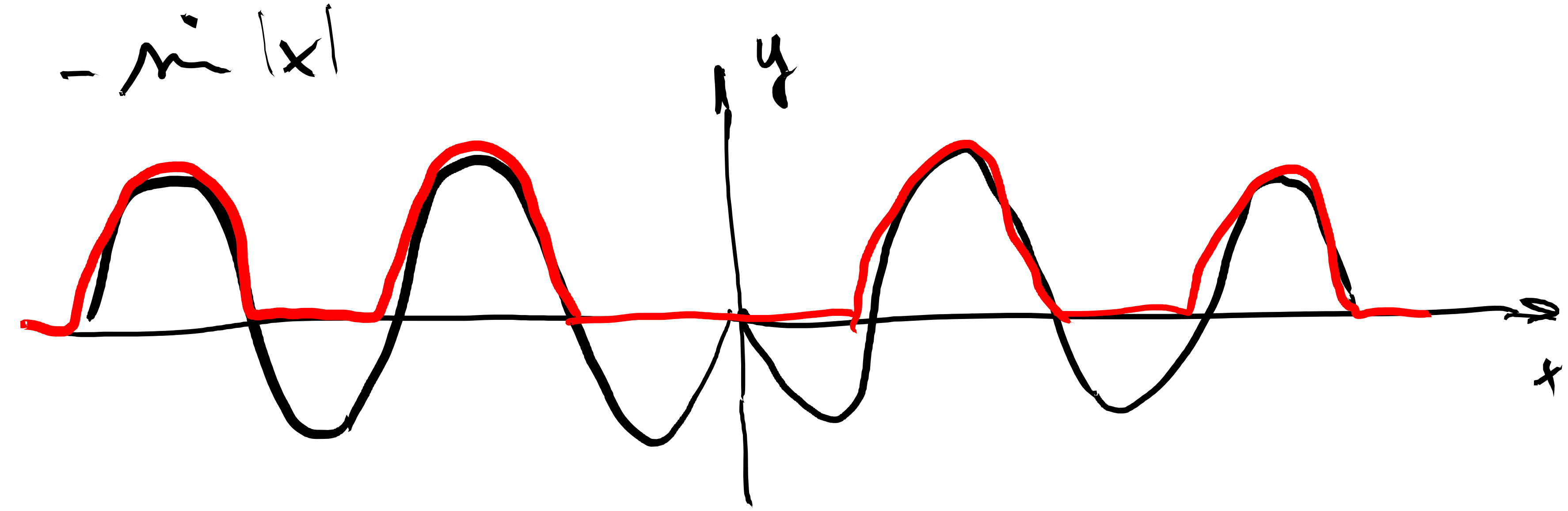
blanco: 30 %

$\sin|x| \rightarrow 0 \rightarrow 360°$

$\geq -360° \rightarrow 0°$



$-\sin|x|$



$\max(0, -\sin|x|)$

Oefening 8

Een functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heet strikt stijgend als $f(x) < f(y)$ voor alle $x < y$ en strikt dalend als $f(x) > f(y)$ voor alle $x < y$. Neem een strikt stijgende functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ en een strikt dalende functie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Definieer de functies $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto F(x) = f(g(x))$ en $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto G(x) = g(g(x))$. Welke uitspraak is correct?

(A) De functie F is strikt stijgend en de functie G is strikt stijgend.

(B) De functie F is strikt dalend en de functie G is strikt dalend.

✓ (C) De functie F is strikt dalend en de functie G is strikt stijgend.

(D) De functie F is strikt stijgend en de functie G is strikt dalend.

Oplossing: C
juist beantwoord: 64 %
blanco: 17 %

$$\left.\begin{array}{l} f(x) \to y = x \\ g(x) \to y = -x \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} F(x) \to f(g(x)) \Rightarrow y = -x \quad \searrow \\ G(x) \to g(g(x)) \Rightarrow y = -(-x) = x \quad \nearrow \end{array}$$

C

Oefening 9

Noem y en z twee complexe getallen die voldoen aan de voorwaarden $y+z=3-i$ en $\frac{z}{y}=1+i$. Wat is de modulus van z?

(A) $|z|=1$ ✓(B) $|z|=2$ (C) $|z|=3$ (D) $|z|=4$

Oplossing: B

juist beantwoord: 48 %

blanco: 39 %

$$y+z=3-i$$

$$\frac{z}{y}=1+i \Rightarrow z=y+yi \Rightarrow y+y+yi=3-i$$

$$2y+yi=3-i$$

$$y(2+i)=3-i$$

$$\Rightarrow \boxed{y=\frac{3-i}{2+i}\cdot\frac{(2-i)}{(2-i)}=\frac{6-3i-2i+i^2}{4-i^2}=\frac{5-5i}{5}=1-i}$$

$i^2 = -1$

$$\Rightarrow y+z=3-i \Rightarrow 1-i+z=3-i \Rightarrow \boxed{z=3-i-1+i=2}$$

Dus: $|z|=2$

Oefening 10

Bepaal de waarde van de bepaalde integraal $\int_1^e \frac{2\,dx}{x(1+\ln(x))}$.

(A) $\ln 2$ (B) 1 ✓(C) $2\ln 2$ (D) e

Oplossing: C

juist beantwoord: 73 %

blanco: 17 %

$x = e^u \rightarrow dx = e^u\,du$

$\ln x = u$

$$\int \frac{2\cancel{e^u}\,du}{\cancel{e^u}(1+u)} = 2\int \frac{d(1+u)}{1+u}$$

$$= 2\ln(1+u)$$

$$\Rightarrow \quad 2\ln(1+\ln x)\Big|_1^e = 2\left(\ln(1+\ln e) - \ln(1+\ln 1)\right)$$

$$= 2\left(\ln(1+1) - \ln(1+0)\right)$$

$$= 2\left(\ln(2) - 0\right)$$

$$= \boxed{2\ln(2)}$$

Oefening 11

Beschouw de veelterm $p(x) = x^3 + ax^2 - b^2x + a^3$ waarbij a, b reële getallen zijn en $a \neq 0$. Er is gegeven dat p deelbaar is door $x - a$. Bepaal de rest bij deling van p door $x - b$.

(A) $3a^3$ ✓ (B) $4a^3$ (C) $-4a^3$ (D) $-3a^3$

Oplossing: B

juist beantwoord: 39 %

blanco: 50 %

	1	a	$-b^2$	a^3
a	1	a	$2a^2$	$2a^3 - ab^2$
	1	$2a$	$2a^2 - b^2$	$3a^3 - ab^2 = 0$

$\Rightarrow a(3a^2 - b^2) = 0$

$\rightarrow a = 0$

$\rightarrow 3a^2 - b^2 = 0$

$\Rightarrow b^2 = 3a^2$

	1	a	$-b^2$	a^3
b	1	b	$ab + b^2$	ab^2
	1	$a+b$	ab	$a^3 + ab^2$

$\Rightarrow a^3 + a \cdot 3a^2$

$= \boxed{4a^3}$

B

Oefening 12

Beschouw de matrix $A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$, met parameter $\alpha \in \mathbb{R}$.

Voor welke α is $A^2 = -I$, met I de 2×2 -eenheidsmatrix?

(A) $\alpha = (2k+1)\frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$

(B) $\alpha = (2k+1)\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$

✓ (C) $\alpha = (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

(D) $\alpha = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$

Oplossing: C
juist beantwoord: 45 %
blanco: 24 %

$$A^2 = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha & -2\sin\alpha\cos\alpha \\ 2\sin\alpha\cos\alpha & -\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{\pi}{2}}$

C

Oefening 13

Gegeven de functie $f : [-1, 1] \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = (6x^2 - 3)\,\mathrm{Bgsin}\,x + 3x\sqrt{1 - x^2} - \pi x^2$. Bepaal de afgeleide $f'\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(A) $2\sqrt{3}\,\pi$ (B) $3\sqrt{3}\,\pi$ (C) $9 - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}\,\pi$ (D) $9 - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3}\,\pi$

Oplossing: B

juist beantwoord: 37 %

blanco: 36 %

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$-\frac{3x^2}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f'(x) = 12x \cdot \mathrm{Bgsin}\,x + (6x^2 - 3) \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + 3 \cdot \sqrt{1-x^2} + 3x \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \frac{-\cancel{2}x}{\sqrt{1-x^2}} - 2\pi x$$

$$f'(x) = 12x \cdot \mathrm{Bgsin}\,x + \frac{3x^2 - 3}{\sqrt{1-x^2}} + 3\sqrt{1-x^2} - 2\pi x$$

$$f'(x) = 12x \cdot \mathrm{Bgsin}\,x \cancel{- \frac{3(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}}} \cancel{+ 3\sqrt{1-x^2}} - 2\pi x$$

$$f'(x) = 12x\,\mathrm{Bgsin}\,x - 2\pi x \Rightarrow f'\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{12\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) - 2\pi\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

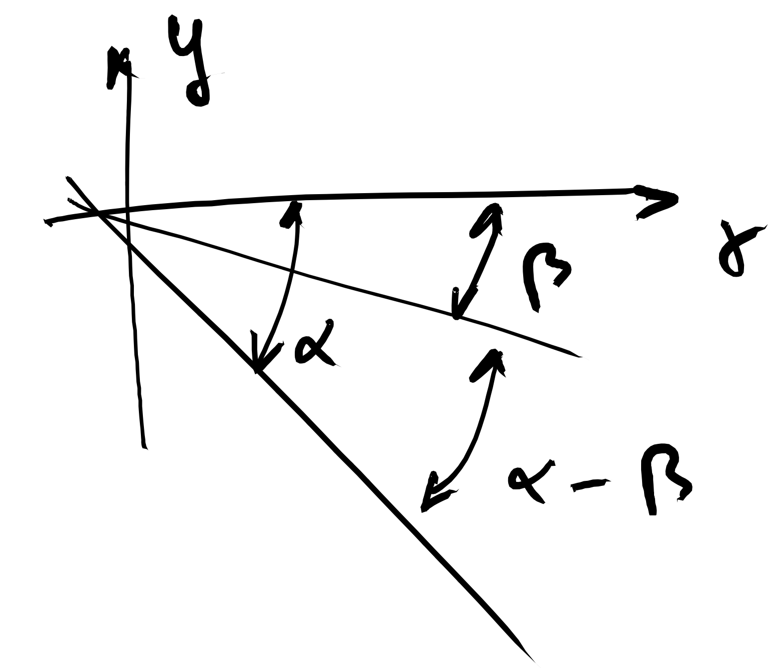
$$= 2\pi\sqrt{3} + \pi\sqrt{3} = \boxed{3\pi\sqrt{3}}$$

Oefening 14

Beschouw het vlak met cartesiaans assenstelsel xy met de vectoren $\left(-\frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right)$ en $(-3, 2)$. Bepaal de sinus van de hoek tussen deze vectoren.

(A) 0 ✓ (B) $\frac{5}{13}$ (C) $\frac{12}{13}$ (D) 1

Oplossing: B
juist beantwoord: 45 %
blanco: 32 %

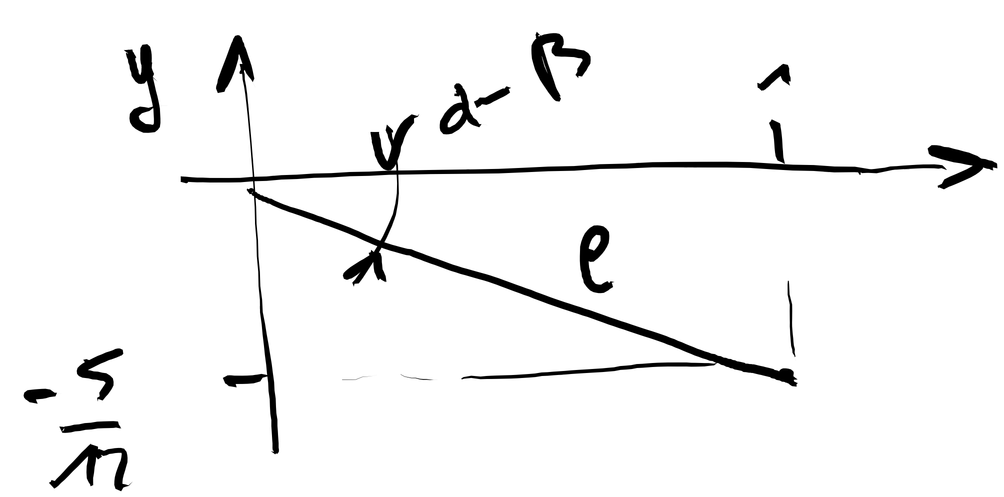


$$v_1 : \text{rico} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{1/4}{-1/6} = -\frac{1}{4}\cdot 6 = -\frac{3}{2}$$

$$v_2 : \text{rico} = \operatorname{tg}\beta = -\frac{2}{3}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} = \frac{-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}}{1+\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{-\frac{9}{6}+\frac{6}{6}}{1+\frac{6}{6}} = -\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha-\beta) = -\frac{5}{12} \rightarrow$$



$$\ell = \sqrt{1^2 + \left(-\frac{5}{12}\right)^2}$$

$$\ell = \sqrt{\frac{144+25}{144}}$$

$$\ell = \sqrt{\frac{169}{144}} = \frac{13}{12}$$

$$\Longleftarrow$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \frac{5/12}{13/12}$$

$$\boxed{\sin(\alpha-\beta) = \frac{5}{13}}$$

Oefening 15

Twee treinen rijden in de tegenovergestelde richting op twee parallelle rechte sporen naar mekaar toe. Trein a heeft een constante snelheid van 50 m/s. Op het moment dat trein b vertrekt, bevindt de voorkant van trein a zich op 16 km van de voorkant van trein b. Trein b vertrekt uit rust en heeft een snelheid die afhangt van de tijd t tot de trein een snelheid van 40 m/s haalt. De tijdsafhankelijkheid van deze snelheid is gegeven door $v_b = 0{,}4\,t$ m/s^2. Daarna rijdt de trein verder met een constante snelheid van 40 m/s. Waar beginnen beide treinen elkaar te kruisen?

(A) op 6,0 km van het vertrekpunt van trein b

(B) op 6,5 km van het vertrekpunt van trein b

(C) op 7,0 km van het vertrekpunt van trein b

(D) op 7,5 km van het vertrekpunt van trein b

$$\begin{cases} v_b = 40 \text{ m/s} \\ v_b = 0{,}4\,t \end{cases} \Rightarrow \boxed{t = \frac{40}{0{,}4} = 100 \text{ s}}$$

① $0 \rightarrow 100$ s

$s_A = 50 \cdot 100 = 5000$ m

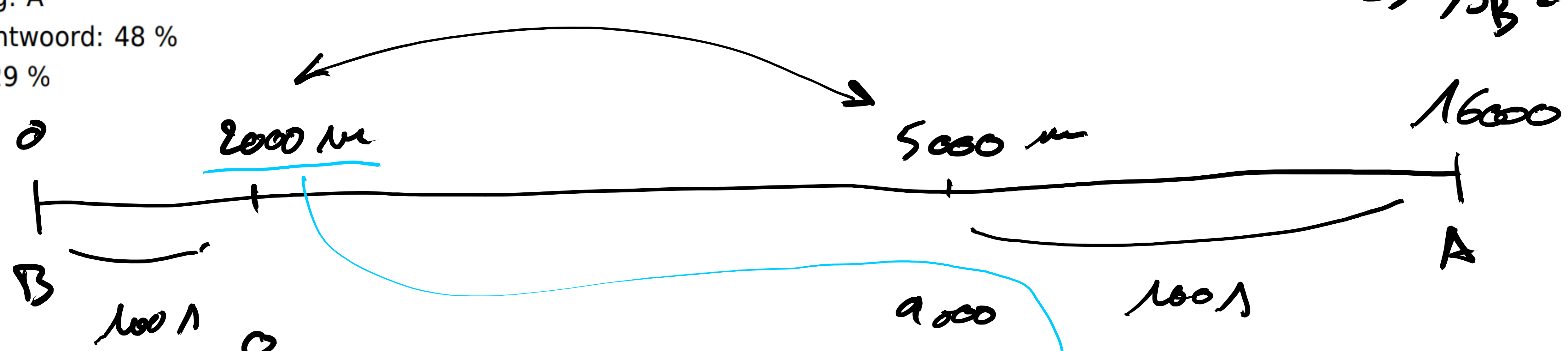
$v_B = 0{,}4 \cdot 100 = 40$ m/s

$v_{B\,gem} = \frac{40 - 0}{2} = 20$ m/s

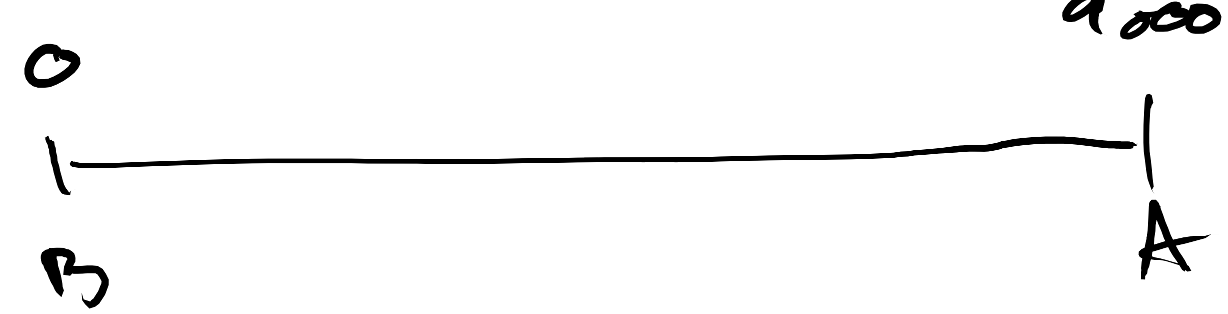
$\Rightarrow s_B = 20 \cdot 100 = 2000$ m

Oplossing: A
juist beantwoord: 48 %
blanco: 29 %

9000 m = 16000 − 2000 − 5000



② $\Rightarrow$



$s_B = 40 \cdot t$ $\qquad$ $s_A = 50\,t$

$\Rightarrow s_A + s_B = 9000 = 50t + 40t = 90t$

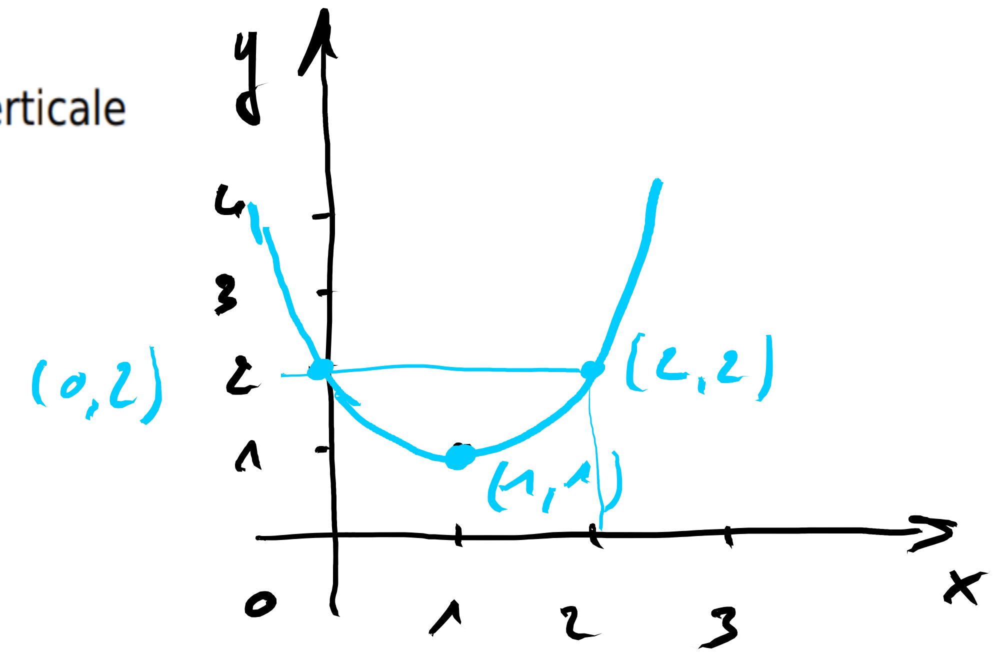
$\Rightarrow t = \frac{9000}{90} = 100$ s

$$\Rightarrow \begin{cases} s_A = 50 \cdot 100 = 5000 \text{ m} \\ s_B = 40 \cdot 100 = 4000 \text{ m} \end{cases} \longrightarrow \boxed{2 \text{ km} + 4 \text{ km} = 6 \text{ km}}$$

Oefening 16

De functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is zodanig dat de grafiek van de functie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto y = e^{f(x)}$ de parabool is met verticale as en top $(1, 1)$ die door het punt $(0, 2)$ gaat. Bepaal $f(0)$.

(A) 0 (B) 1 (C) $\ln 2$ (D) e^2



Oplossing: C
juist beantwoord: 56 %
blanco: 24 %

$y = x^2$

$y = x^2 + 1$

$\boxed{y = (x-1)^2 + 1}$

$\Rightarrow \quad e^{f(x)} = (x-1)^2 + 1$

$\ln\left(e^{f(x)}\right) = \ln\left((x-1)^2 + 1\right)$

$f(x) = \ln\left((x-1)^2 + 1\right)$

$f(0) = \ln\left((0-1)^2 + 1\right) = \boxed{\ln(2)}$

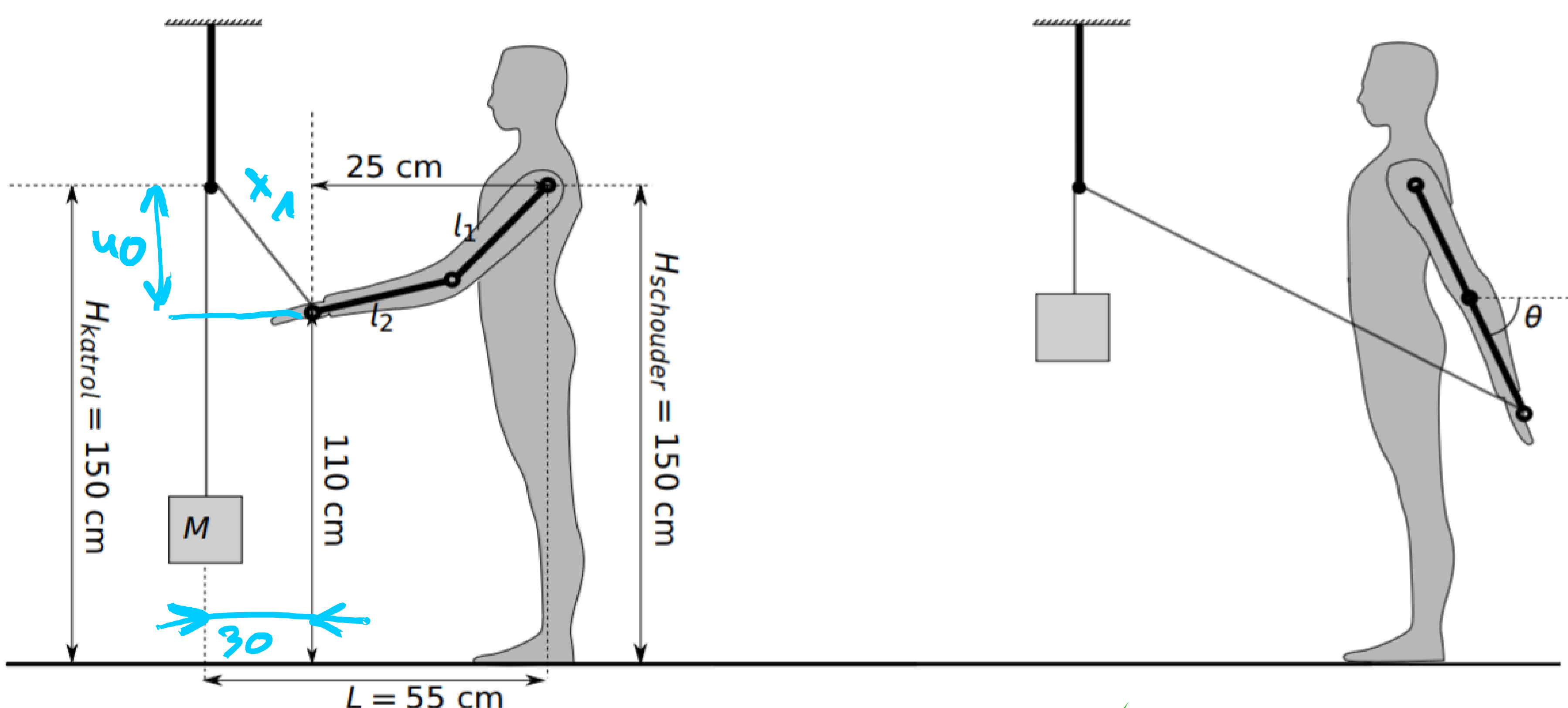
C

Oefening 17

Een fitnesser voert een armoefening uit met behulp van het fitnesstoestel getekend in onderstaande figuur. Hij houdt een massa M tegen via een kabel die over een katrol gespannen is. Hij staat op een afstand $L = 55$ cm verwijderd van het verticale stuk van de kabel. De linkerfiguur toont de eerste situatie waarbij hij zijn armen zodanig houdt dat zijn handen zich 110 cm boven de grond bevinden, op een horizontale afstand van 25 cm voor zijn schoudergewricht. Daarna strekt hij zijn armen, zodat zijn armen een hoek θ maken met de horizontale (zie rechterfiguur). Van deze hoek weten we dat $\cos\theta = \frac{5}{13}$ en $\sin\theta = \frac{12}{13}$. De totale lengte van de kabel wijzigt niet tijdens de oefening. Hoeveel gaat de massa M bij deze oefening naar boven?

Volgende afmetingen zijn gegeven:
lengte bovenarm $l_1 = 30$ cm
lengte onderarm $l_2 = 35$ cm
hoogte schoudergewricht $H_{schouder} = 150$ cm
hoogte katrol $H_{katrol} = 150$ cm

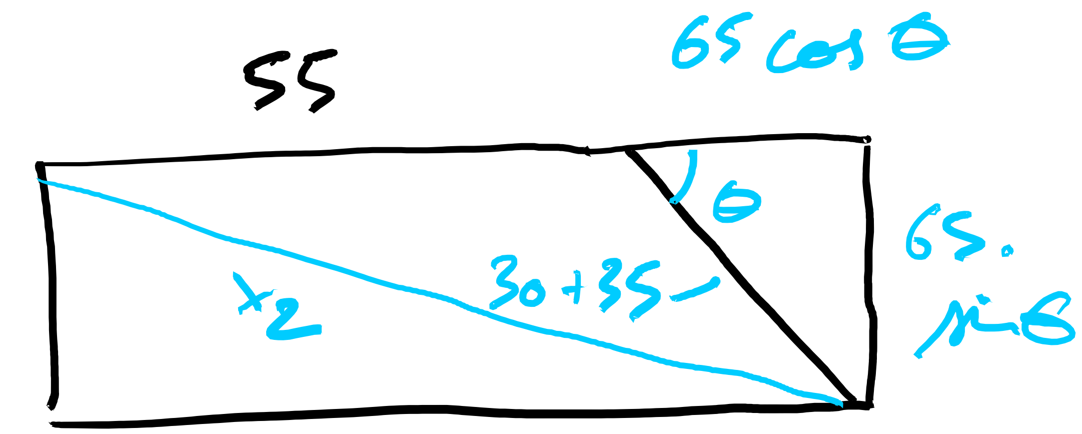
De afmetingen van de katrol zijn verwaarloosbaar klein. De figuur is een principetekening en is niet op schaal getekend.



(A) 20 cm (B) 30 cm (C) 40 cm (D) 50 cm

Oplossing: D
juist beantwoord: 21 %
blanco: 59 %

$$\boxed{x_1} = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500} = \sqrt{100 \cdot 25} = 10 \cdot 5 = \boxed{50 \text{ cm}}$$



$$x_2 = \sqrt{\left(55 + \frac{\cancel{65}^{\,5} \cdot 5}{\cancel{13}_{\,1}}\right)^2 + \left(\frac{\cancel{65}^{\,5} \cdot 12}{\cancel{13}_{\,1}}\right)^2}$$

$$\boxed{x_2} = \sqrt{(80)^2 + (60)^2} = \sqrt{6400 + 3600} = \sqrt{10000} = \boxed{100 \text{ cm}}$$

$$\Rightarrow x_2 - x_1 = 100 - 50 = \boxed{50 \text{ cm}} \quad D$$

Oefening 18

Gegeven de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \ln(x^2 - 2x + 2)$. Bepaal het snijpunt van de raaklijn aan de grafiek van f in het punt $(0, f(0))$ met de x-as.

(A) $(0, 0)$ ✓ (B) $(\ln 2, 0)$ (C) $(1, 0)$ (D) $(2, 0)$

Oplossing: B
juist beantwoord: 54 %
blanco: 25 %

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\ln u)' = \frac{1}{u}$$

$$(x^2 - 2x + 2)' = 2x - 2$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2x-2}{x^2 - 2x + 2}$$

$$f(0) = \ln(2) \Rightarrow P(0, \ln(2))$$

$$f'(x) = \frac{2x-2}{x^2 - 2x + 2}$$

$$f'(0) = \frac{-2}{2} = -1 \Rightarrow y - y_0 = f'(0)(x - x_0)$$

$$y - \ln(2) = -1(x - 0)$$

$$y = -x + \ln(2)$$

snijpunt met x-as $\to y = 0 \Rightarrow 0 = -x + \ln(2) \to x = \ln(2)$

$$\Rightarrow \boxed{(\ln 2, 0)} \quad B$$

Oefening 19

Noem N het aantal natuurlijke getallen die bestaan uit acht cijfers waarbij vier maal het cijfer 1, twee maal het cijfer 2 en één maal de cijfers 3 en 4 voorkomen. Bijvoorbeeld 12131241 is zo een getal. Waaraan voldoet N?

(A) N is kleiner dan 100

(B) N ligt tussen 100 en 500

✓ (C) N ligt tussen 500 en 1000

(D) N is groter dan 1000

Oplossing: C

juist beantwoord: 35 %

blanco: 23 %

$$1\,1\,1\,1\,\underbrace{-\,-\,-\,-}_{4} \Rightarrow C_8^4 = \frac{8!}{4!(8-4)!} = \frac{\cancel{8}\cdot 7\cdot \overset{2}{\cancel{6}}\cdot 5}{\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot 1} = 70$$

$$2\,2\,\underbrace{-\,-}_{2} \Rightarrow C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4\cdot 3}{2} = 6$$

$$3\,- \Rightarrow 2$$

$$4 \Rightarrow 1$$

$$\Rightarrow \boxed{70\cdot 6\cdot 2\cdot 1 = 840 = N}$$

C

Oefening 20

Hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $\sin(5x)\cos(3x) - \cos(5x)\sin(3x) = \frac{1}{2}$ in het interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$?

(A) 1 ✓(B) 2 (C) 3 (D) 4

$\sin(\alpha)\cos(\beta) - \cos(\alpha)\sin(\beta) = \sin(\alpha - \beta)$

Oplossing: B

juist beantwoord: 34 %

blanco: 23 %

$\Rightarrow \sin(5x - 3x) = \sin(2x)$

$\sin\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha < \begin{matrix} 30^\circ \\ 150^\circ \end{matrix}$

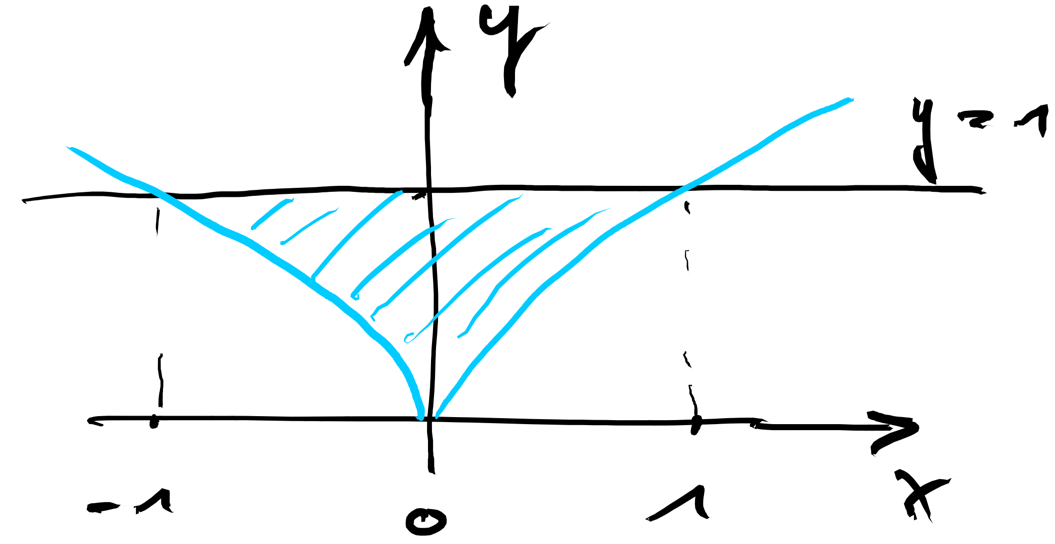
$\alpha = 2x \Rightarrow x < \begin{matrix} 15^\circ \\ 75^\circ \end{matrix}$

B

Oefening 21

Beschouw in het cartesiaans vlak xy het gebied onder de rechte met vergelijking $y = 1$ en boven de kromme met vergelijking $y^3 = x^2$. Wat is de oppervlakte van dit gebied?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$



Oplossing: D
juist beantwoord: 39 %
blanco: 26 %

$$y^3 = x^2 \rightarrow y = \sqrt[3]{x^2}$$

$$A = 2\left(1 \cdot 1 - \int_0^1 x^{2/3}\,dx\right) = 2\left(1 - \frac{3}{5}x^{5/3}\Big|_0^1\right)$$

$$A = 2 - 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot 1 = \frac{10}{5} - \frac{6}{5} = \boxed{\frac{4}{5}}$$

D

Oefening 22

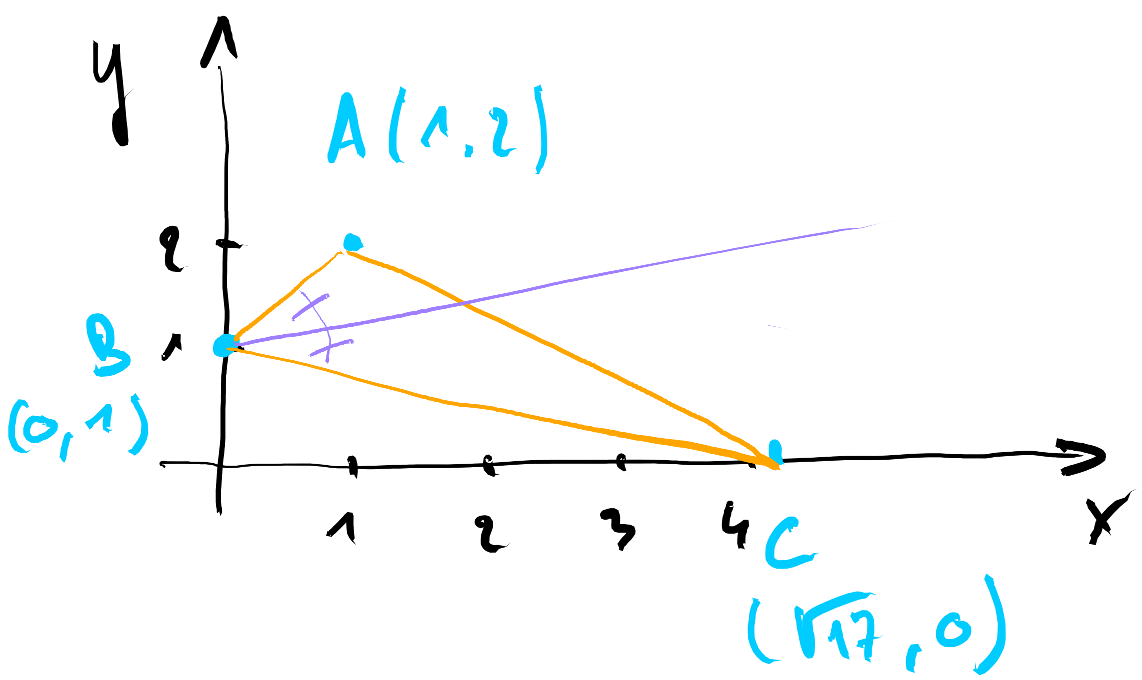
Gegeven het vlak met cartesiaans assenstelsel xy en de punten $A(1,2)$, $B(0,1)$ en $C(\sqrt{17},0)$. Beschouw de bissectrice l in het hoekpunt B van de driehoek ABC. Welke van onderstaande vectoren is een richtingsvector van deze bissectrice l?

(A) $(1+\sqrt{17},0)$ (B) $(1+\sqrt{17},1)$ (C) $(3+\sqrt{17},1)$ (D) $(3+\sqrt{17},2)$

Oplossing: D

juist beantwoord: 8 %

blanco: 56 %



$$\text{rico} = \frac{\vec{BA}}{|\vec{BA}|} + \frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|}$$

$$\vec{BA} = \vec{A} - \vec{B} = \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \vec{C} - \vec{B} = \begin{pmatrix}\sqrt{17}\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\sqrt{17}\\-1\end{pmatrix}$$

$$|\vec{BA}| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

normaliseren $\longrightarrow$

$$|\vec{BC}| = \sqrt{(\sqrt{17})^2+(-1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\1/\sqrt{2}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\sqrt{17}/3\sqrt{2}\\-1/3\sqrt{2}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3/3\sqrt{2} + \sqrt{17}/3\sqrt{2}\\3/3\sqrt{2} - 1/3\sqrt{2}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{3+\sqrt{17}}{3\sqrt{2}}\\\frac{2}{3\sqrt{2}}\end{pmatrix}$$

$$\text{rico}: \frac{y}{x} = \frac{2}{\cancel{3\sqrt{2}}} \cdot \frac{\cancel{3\sqrt{2}}}{3+\sqrt{17}} = \frac{2}{3+\sqrt{17}} \begin{matrix}\leftarrow y\\ \leftarrow x\end{matrix} \Rightarrow (3+\sqrt{17}, 2)$$

D