Oefening 1

Gegeven de matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ k & 0 \end{bmatrix}$. Voor welke waarde(n) van $k \in \mathbb{R}$ geldt dat $A^2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$?

(A) De gelijkheid geldt enkel voor $k = -2$.

(B) De gelijkheid geldt enkel voor $k = -3$.

(C) Er zijn verschillende waarden van k waarvoor de gelijkheid geldt.

(D) Er is geen enkele waarde van k waarvoor de gelijkheid geldt.

Oplossing: D
juist beantwoord: 78 %
blanco: 8 %

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ k & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ k & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2k & 2+0 \\ k+0 & 2k+0 \end{bmatrix}$$

$1+2k = -3 \rightarrow k = -2$

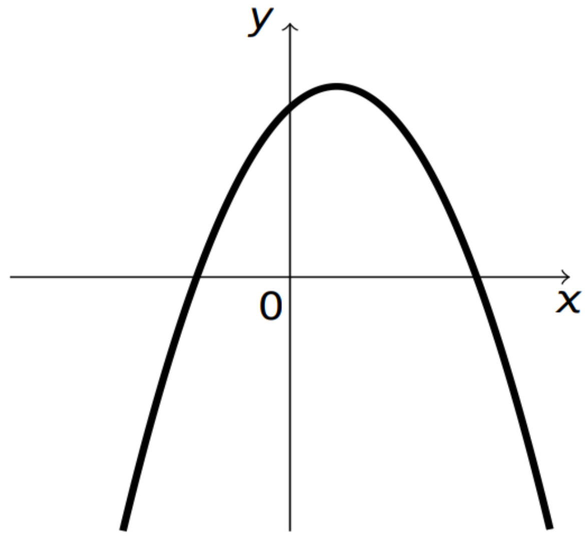
$2 = 2$

$k = -3$

$2k = -4 \rightarrow k = -2$

Oefening 2

Onderstaande figuur toont een kromme in het xy-vlak met vergelijking $y = ax^2 + bx + c$, met $a, b, c \in \mathbb{R}$. Bepaal de tekens van (a, b, c).



(A) $(+, -, -)$ (B) $(+, -, +)$ ✓ (C) $(-, +, +)$ (D) $(-, -, +)$

Oplossing: C

juist beantwoord: 67 %

blanco: 2 %

$$ax^2 + bx + c = (\overbrace{ax - d}^{-})(\overbrace{x + e}^{+})$$

$$= ax^2 + axe - dx - de$$

$$= ax^2 + (ae - d)x - de$$

$$\overset{+}{ae} - \overset{-(-)}{d} = b \Rightarrow b\,+$$

$$-de = c \Rightarrow c\,+$$

$-(-)+$

$$y' = 2ax + b \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow a = -\frac{b}{2x}$$

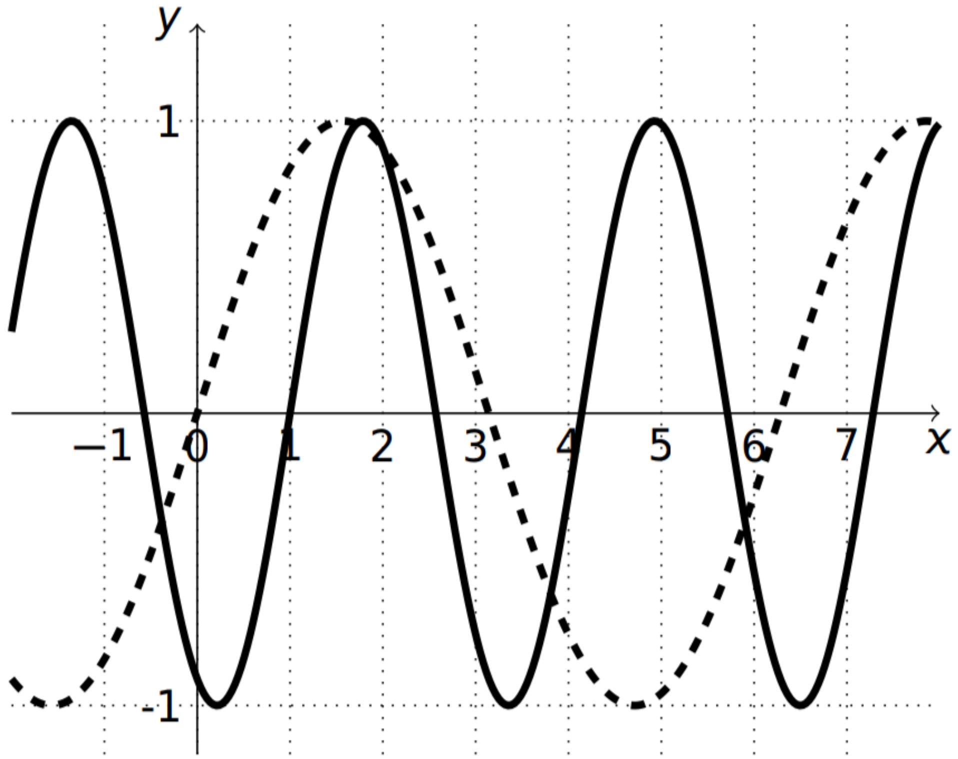
$b > 0$

$x > 0$

$\Rightarrow a\,-$

Oefening 3

Op onderstaande figuur stelt de kromme in stippellijn de grafiek voor van de periodieke functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Waaraan voldoet de tweede periodieke functie g, voorgesteld door de kromme in volle lijn?



(A) $g(x) = f\left(\dfrac{x-1}{2}\right)$

(B) $g(x) = f\left(\dfrac{x+1}{2}\right)$

(C) $g(x) = f(2(x-1))$

(D) $g(x) = f(2(x+1))$

Oplossing: C

juist beantwoord: 53 %

blanco: 10 %

$g \to \frac{1}{2}T$ van $f \Rightarrow 2x$

$g \to 1$ naar rechts verschoven $\to$ $x \underline{-1}$

$\Big\}\ g(x) = f(2(x-1))$

Oefening 4

Waaraan is de volgende integraal gelijk?

$d(x^2) = 2x\,dx$

$$\int_0^1 x \sin\left(1-x^2\right) dx$$

(A) -2 (B) $-2\cos 1$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 1$

Oplossing: D

juist beantwoord: 67 %

blanco: 12 %

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\int_0^1 \sin(1-x^2)\,d(x^2) = -\frac{1}{2}\int_0^1 \sin(1-x^2)\,d(1-x^2)$$

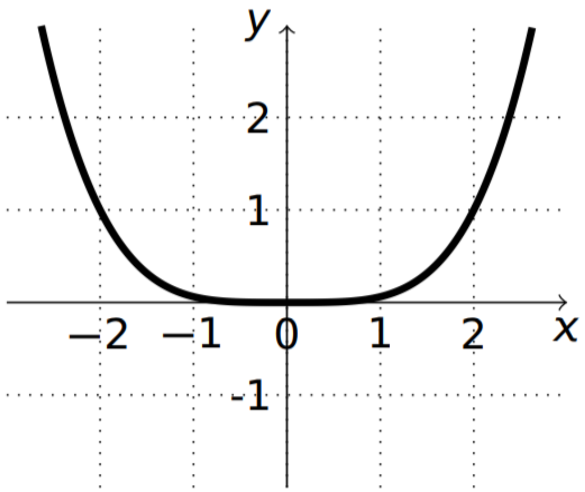
$$= +\frac{1}{2}\int_1^0 \sin(1-x^2)\,d(1-x^2)$$

$$= \frac{1}{2}\left[-\cos(1-x^2)\Big|_1^0\right]$$

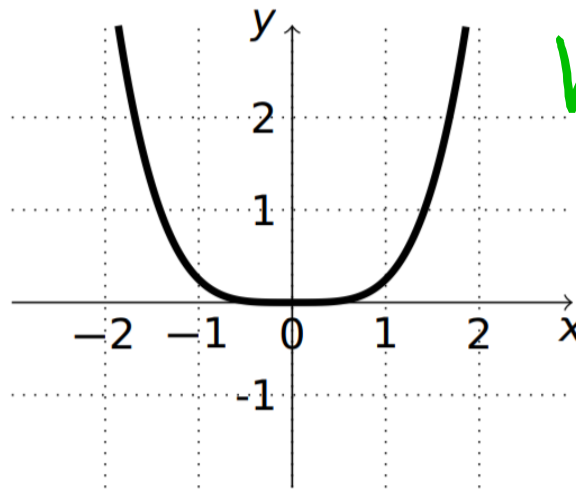
$$= \frac{1}{2}\left[-\cos(1)+\cos(0)\right] = \boxed{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(1)}$$

Oefening 5

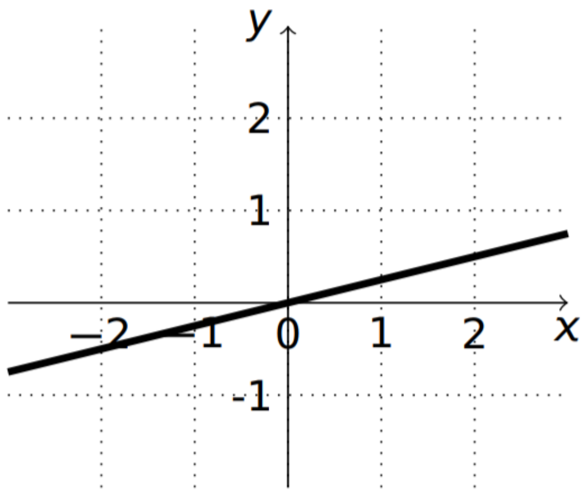
Gegeven de functies $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met $f(x) = \dfrac{x^2}{4}$ en $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met $g(x) = f(x^2)$. Welk van onderstaande figuren toont de grafiek van g?



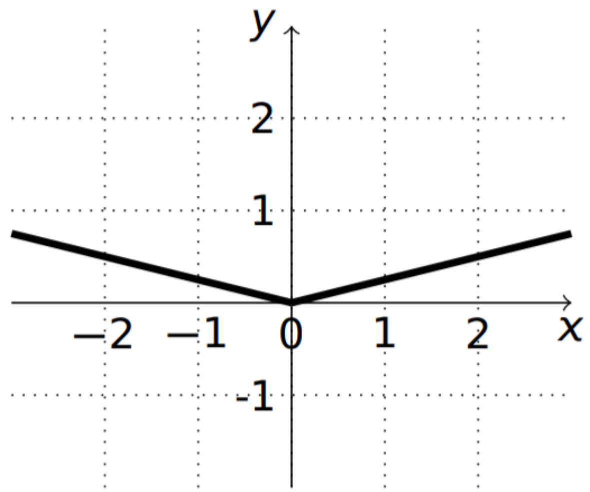
(A)



(B)



(C)



(D)

$g(x) = f(x^2)$

$\Rightarrow g(x) = \dfrac{x^4}{4}$

$g(0) = 0$

$g(1) = \dfrac{1}{4}$

$g(2) = \dfrac{2^4}{4} = \dfrac{16}{4} = 4$

Oplossing: B

juist beantwoord: 73 %

blanco: 2 %

Oefening 6

Bepaal volgende limiet: $L = \lim_{x \to 0} \ln\left(\frac{x-e}{xe-1}\right)$.

(A) $L = -\infty$ (B) $L = -1$ (C) $L = 0$ ✓ (D) $L = 1$

Oplossing: D

juist beantwoord: 82 %

blanco: 8 %

$x \to 0 \quad : \quad \ln\left(\frac{0-e}{0-1}\right) = \ln\left(\frac{-e}{-1}\right) = \ln(e) = \boxed{1}$

Oefening 7

Een functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ noemen we even als $f(-x) = f(x)$ voor alle reële getallen x.

Een functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ noemen we oneven als $f(-x) = -f(x)$ voor alle reële getallen x.

Welke van onderstaande beweringen is **niet** waar?

(A) De som van twee oneven functies is een oneven functie. ✓

✓ (B) Het product van twee oneven functies is een oneven functie. ✗ — even functie!

(C) Er bestaat slechts één functie f van $\mathbb{R}$ naar $\mathbb{R}$ die zowel even als oneven is. ✓ — overal $= 0$!

(D) Het product van twee even functies is een even functie. ✓

Oplossing: B
juist beantwoord: 68 %
blanco: 11 %

Oefening 8

Beschouw de driedimensionale ruimte met een cartesiaans assenstelsel xyz en de rechte r met volgende parametervoorstelling: $\begin{cases} x = -t \\ y = t+1 \\ z = t-1 \end{cases}$ met $t \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ richtingvector $= (-1, 1, 1)$

Welk van onderstaande vergelijkingen is een vergelijking van een vlak loodrecht op de rechte r?

(A) $y + z = 0$ (B) $x + y + z = 1$ (C) $2x + y + z = 0$ ✓ (D) $x - y - z = 1$

$\rightarrow$ normaalvector vlak

$\rightarrow (-1, 1, 1) \cdot (-1) = (1, -1, -1)$

$\Rightarrow x - y - z = c \rightarrow$ D

Oplossing: D

juist beantwoord: 45 %

blanco: 27 %

Oefening 9

Gegeven is de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met gekende functiewaarde en afgeleide in -1: $f(-1) = 3$ en $f'(-1) = 2$. Verder is de functie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeven met $g(x) = (2x-1)(x+1)f(x)$. Bepaal de afgeleide $g'(-1)$.

✓ (A) $g'(-1) = -9$ (B) $g'(-1) = -6$ (C) $g'(-1) = 0$ (D) $g'(-1) = 4$

$(f \cdot g)' = f'g + f \cdot g'$

Oplossing: A

juist beantwoord: 71 %

blanco: 8 %

$$\left.\begin{aligned} f(-1) &= 3 \\ f'(-1) &= 2 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} g(x) &= (2x-1)(x+1) \cdot f(x) \\ &= (2x^2 + 2x - x - 1) \cdot f(x) \\ &= (2x^2 + x - 1) \cdot f(x) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x) \cdot (2x^2 + x - 1) + f(x)(4x+1)$$

$$g'(-1) = 2(2-1-1) + 3(-3) = 0 - 9 = \boxed{-9}$$

Oefening 10

Beschouw het vlak met een cartesiaans assenstelsel xy met daarin de cirkel c met middelpunt $(0, 1)$ en straal $\sqrt{10}$. Verder beschouwen we de rechte r door de punten $(0, 1)$ en $(6, 3)$. De cirkel c en de rechte r hebben twee snijpunten, waarvan één in het eerste kwadrant. Wat is de y-coördinaat van dit snijpunt?

(A) $\frac{3}{2}$ (B) 2 (C) $\frac{5}{2}$ (D) 3

Oplossing: B

juist beantwoord: 60 %

blanco: 19 %

$C: x^2 + (y-1)^2 = 10 \Rightarrow y = \sqrt{10 - x^2} + 1$

$R: \text{rico} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-1}{6-0} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow y - y_1 = r(x - x_1)$

$y - 1 = \frac{1}{3}x - 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + 1$

$\boxed{y = \frac{1}{3} \cdot 3 + 1 = 2}$

$\frac{1}{3}x + 1 = \sqrt{10 - x^2} + 1$

$\left(\frac{1}{3}x + 1 - 1\right)^2 = 10 - x^2$

$\frac{1}{3}x^2 = 10 - x^2$

$\frac{10}{9}x^2 = 10$

$x^2 = \frac{90}{10} = 9$

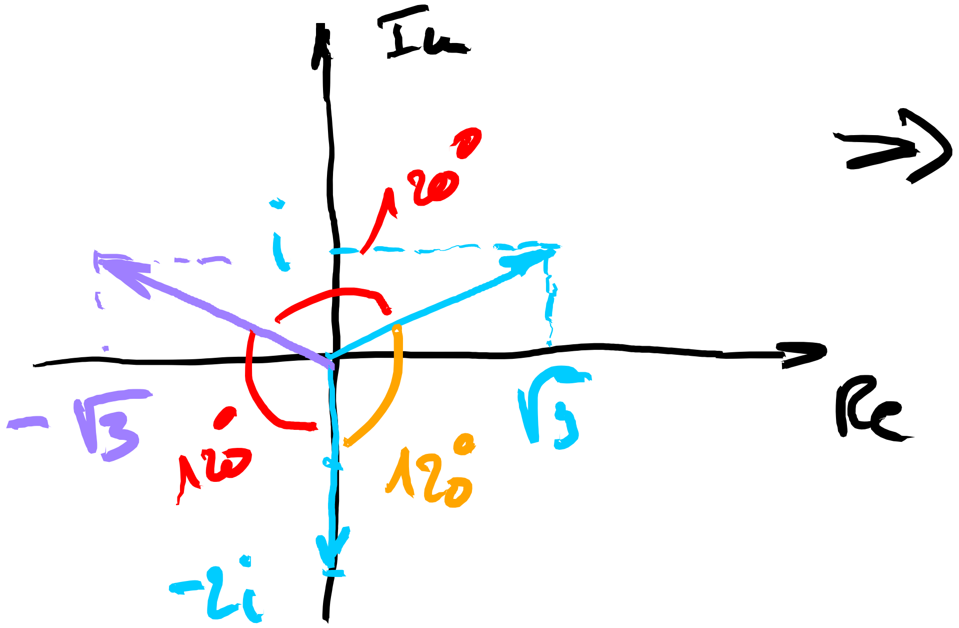
$\Rightarrow x \begin{cases} +3 \\ -3 \end{cases}$ 1e kw!

Oefening 11

Het imaginaire getal $8i$ heeft drie verschillende complexe derdemachtswortels. Twee ervan zijn $-2i$ en $\sqrt{3}+i$. Wat is de derde derdemachtswortel?

(A) $\sqrt{3}-i$ (B) $-\sqrt{3}-i$ ✓ (C) $-\sqrt{3}+i$ (D) $2i$

Oplossing: C
juist beantwoord: 52 %
blanco: 26 %



$$\Rightarrow \boxed{-\sqrt{3}+i}$$

OF: $z^3 = 8i$

$z = r.e^{i\theta} \Rightarrow z^3 = r^3.e^{i3\theta}$

$\Rightarrow 8i = 8.e^{i\pi/2} = 8\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

$= r^3.e^{i3\theta}$

$\Rightarrow r^3 = 8 \rightarrow \boxed{r = \sqrt[3]{8} = 2}$

$\Rightarrow \frac{\pi}{2} = 3\theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$

$\theta = 30° + k.120°$

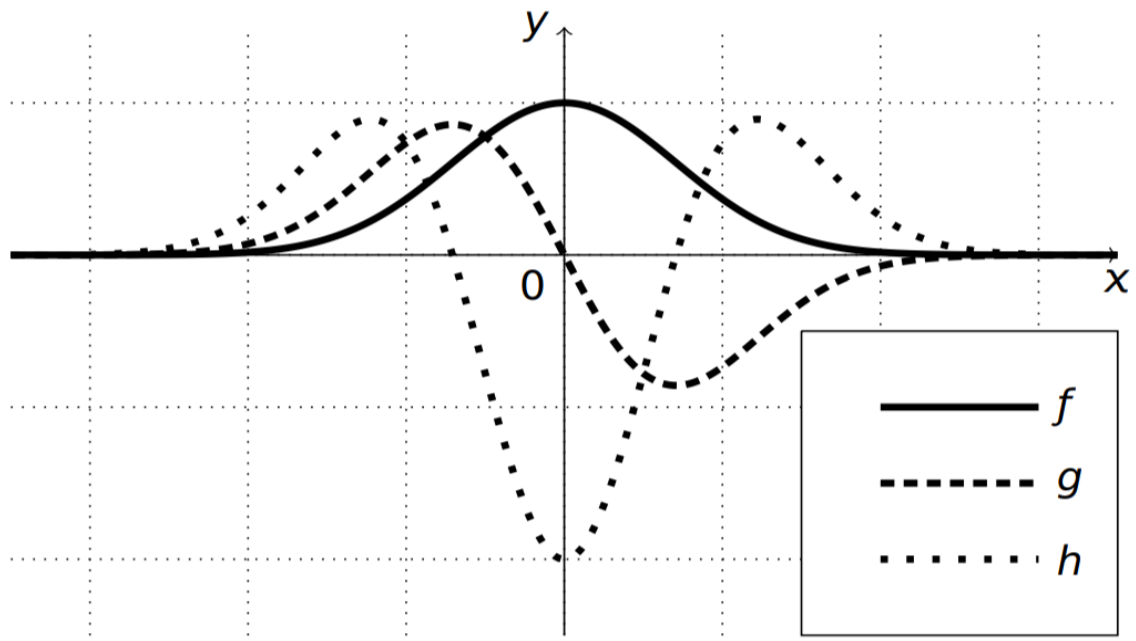
$k=0 \rightarrow 2(\cos(30°) + i\sin(30°)) = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}+i$

$k=1 \rightarrow 2(\cos(150°) + i\sin(150°)) = 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) = \boxed{-\sqrt{3}+i}$

$k=2 \rightarrow 2(\cos(270°) + i\sin(270°)) = 2(0 - 1i) = -2i$

Oefening 12

De onderstaande figuur toont de grafiek van drie verschillende reële functies f, g en h. Eén van onderstaande verbanden is geldig, welk?



(A) $f = g' = h''$

(B) $f = h' = g''$

(C) $h = f' = g''$

(D) $h = g' = f''$

Oplossing: D
juist beantwoord: 46 %
blanco: 9 %

$h = 0 \rightarrow g$: 1 min en 1 max

$g = 0 \rightarrow f$: 1 max

$\Rightarrow h = g' = f''$

Oefening 13
Welke van de volgende veeltermen (in $x \in \mathbb{R}$) heeft a en b als **enige** nulwaarden (ook soms nulpunten genoemd), ongeacht de waarden van a en b?

(A) $x^3-(a+b+1)x^2+(a+b+ab)x-ab$

(B) $x^3-(a+b)x^2+abx$

(C) $x^3-ax^2-b^2x+ab^2$

✓ (D) $x^3-(2a+b)x^2+(a^2+2ab)x-a^2b$

Oplossing: D
juist beantwoord: 31 %
blanco: 37 %

A

	1	$-a-b-1$	$a+b+ab$	$-ab$
a		a	$-ab-a$	$+ab$
	1	$-b-1$	b	0

$x^2-(b+1)x+b$

$$x = \frac{b+1 \pm \sqrt{(b+1)^2-4b}}{2} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}(b+1+b-1) = b \\ \frac{1}{2}(b+1-b+1) = 1 \end{cases} \quad ✗$$

$(b+1)^2-4b = b^2+2b+1-4b = b^2-2b+1 = (b-1)^2$

B

	1	$-a-b$	ab	0
a		a	$-ab$	0
	1	$-b$	0	0

x^2-bx+0

$$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2-4.1.0}}{2} \quad \begin{cases} \frac{b+b}{2} = b \\ \frac{0}{2} = 0 \end{cases} \quad ✗$$

C

	1	$-a$	$-b^2$	ab^2
a		a	0	ab^2
	1	0	$-b^2$	0

$x^2+0x-b^2=0$

$\Rightarrow x^2 = b^2 \Rightarrow x \begin{cases} +b \\ -b \end{cases}$ ✗

D

	1	$-2a-b$	a^2+2ab	$-a^2b$
a		a	$-a^2-ab$	$+a^2b$
	1	$-a-b$	ab	0

$x^2+(-a-b)x+ab$

$$x = \frac{a+b \pm \sqrt{(-a-b)^2-4.1.ab}}{2} = \frac{a+b \pm \sqrt{a^2+b^2+2ab-4ab}}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}\left(a+b \pm \sqrt{(a-b)^2}\right) = \frac{1}{2}\left(a+b \pm (a-b)\right)$$

$$x \begin{cases} \frac{1}{2}(a+b+a-b) = \frac{2a}{2} = a \quad ✓ \\ \frac{1}{2}(a+b-a+b) = \frac{2b}{2} = b \quad ✓ \end{cases}$$

Oefening 14

Beschouw de functies $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met voorschrift $f(x) = x^2$ en $g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ met voorschrift $g(x) = x + \frac{1}{x}$. Stel dat a een strikt positief getal is waarvoor $g(f(a)) = 5$. Waaraan is $\left(g(a)\right)^2$ dan gelijk?

(A) 5 (B) 6 ✓(C) 7 (D) 8

Oplossing: C
juist beantwoord: 43 %
blanco: 38 %

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f(a) = a^2 \Rightarrow g(f(a)) = a^2 + \frac{1}{a^2} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{a^4+1}{a^2} = 5 \Rightarrow a^4 + 1 = 5a^2$$

$$a^4 - 5a^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4\cdot 1 \cdot 1}}{2\cdot 1}$$

$$a^2 = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2} \Rightarrow a^2 = \frac{5+\sqrt{21}}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = +\sqrt{\frac{5+\sqrt{21}}{2}}}$$

$$\left(g\left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{21}}{2}}\right)\right)^2$$

$$= \left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{21}}{2}} + \sqrt{\frac{2}{5+\sqrt{21}}}\right)^2$$

$$= \frac{5+\sqrt{21}}{2} + \frac{2}{5+\sqrt{21}} + 2\sqrt{\cancel{\frac{5+\sqrt{21}}{2}}} \cdot \sqrt{\cancel{\frac{2}{5+\sqrt{21}}}}$$

$$= \frac{(5+\sqrt{21})(5+\sqrt{21}) + 2\cdot 2}{2(5+\sqrt{21})} + 2$$

$$= \frac{25 + 21 + 2\cdot 5\cdot\sqrt{21} + 4}{2(5+\sqrt{21})} + 2 = \frac{50 + 10\sqrt{21} + 2\cdot 2(5+\sqrt{21})}{2(5+\sqrt{21})}$$

$$= \frac{70 + 14\sqrt{21}}{10 + 2\sqrt{21}} = \frac{35 + 7\sqrt{21}}{5+\sqrt{21}} \cdot \frac{5-\sqrt{21}}{5-\sqrt{21}} = \frac{35\cdot 5 - \cancel{35\sqrt{21}} + \cancel{7\cdot 5\sqrt{21}} - 7\cdot 21}{25-21}$$

$$= \frac{175 - 147}{4} = \frac{28}{4} = \boxed{7}$$

Oefening 15

Beschouw het vlak met een cartesiaans assenstelsel xy met daarin de vectoren $\vec{a}(2,0)$ en $\vec{b}(1,k)$, met $k \in \mathbb{R}^+$. De hoek θ is de hoek tussen de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}-\vec{a}$. Bepaal $\tan\theta$.

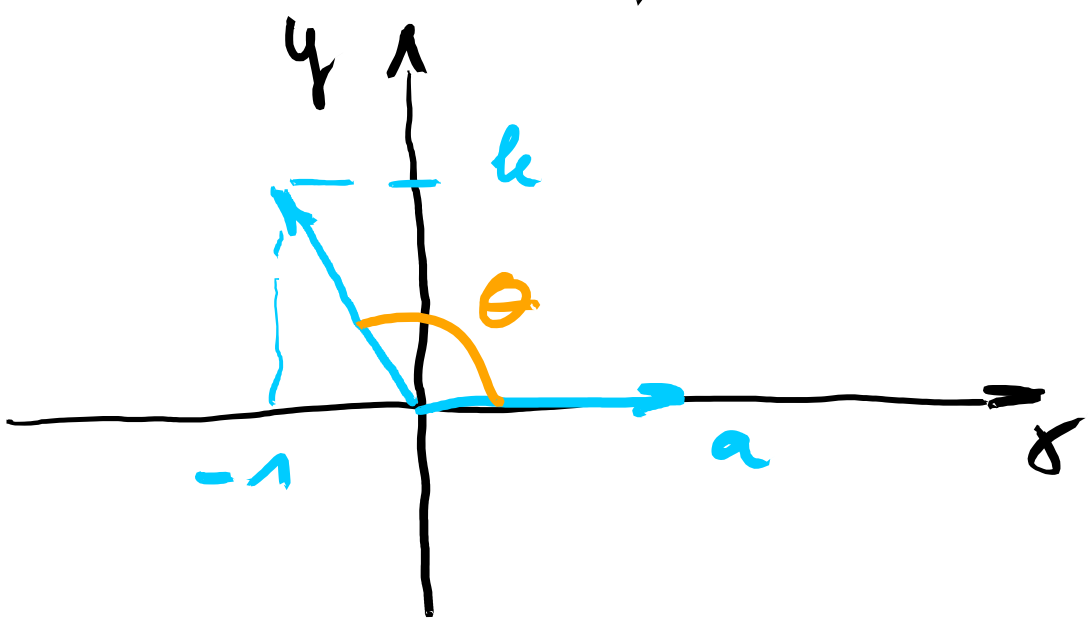
(A) $\tan\theta = -2$ (B) $\tan\theta = -1$ (C) $\tan\theta = -2k$ (D) $\tan\theta = -k$

Oplossing: D

juist beantwoord: 48 %

blanco: 41 %

$$\vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ k \end{pmatrix}$$



$$\boxed{\operatorname{tg}\theta = \frac{k}{-1} = -k}$$

Oefening 16

In welke punten van de grafiek van de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met voorschrift $f(x) = \sin^2(x)$ is de raaklijn evenwijdig met de rechte met vergelijking $y = x$?

(A) in $\left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{1}{4}\right)$ en $\left(\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \frac{1}{4}\right)$ voor $k \in \mathbb{Z}$

(B) in $\left(\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{1}{2}\right)$ voor $k \in \mathbb{Z}$

(C) in $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 1\right)$ voor $k \in \mathbb{Z}$

(D) in $(k\pi, 0)$ voor $k \in \mathbb{Z}$

$y = x \rightarrow$ rico $= 1$

$\Rightarrow (\sin^2 x)' = 1 \longrightarrow$

$\sin x = u$

$y = u^2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

$= 2u \cos x$

$= 2 \sin x \cos x$

$= \sin(2x)$

$\sin(2x) = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2}$

$\boxed{x = \frac{\pi}{4}}$

$\Rightarrow \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{\pi}{4}, \frac{1}{2}\right)$

Oefening 17

Beschouw in het xy-vlak een parabool met vergelijking $y = ax^2 + b$. Waaraan moeten a en b voldoen opdat de rechte met vergelijking $y = x/2$ een raaklijn is aan deze parabool?

✓ (A) $ab = \frac{1}{16}$ (B) $ab = \frac{1}{8}$ (C) $ab = \frac{1}{4}$ (D) $ab = \frac{1}{2}$

Oplossing: A

juist beantwoord: 44 %

blanco: 31 %

$y = \frac{x}{2} \Rightarrow \text{rico} = \frac{1}{2}$

$y' = 2ax = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4a}, \quad y = \frac{x}{2} = \frac{1}{8a}$

$\Rightarrow \frac{1}{8a} = a\left(\frac{1}{4a}\right)^2 + b \Rightarrow \frac{1}{8a} = \frac{1}{16a} + b \Rightarrow \frac{2}{16a} - \frac{1}{16a} = b$

$\Rightarrow b = \frac{1}{16a}$

$\Rightarrow \boxed{a \cdot b = \frac{1}{16}}$

Oefening 18

Hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $\log_2(x+1) - \log_2(18-2x) = -1$ voor $x \in \mathbb{R}$?

(A) geen ✓ (B) juist 1 (C) juist 2 (D) juist 4

Oplossing: B

juist beantwoord: 70 %

blanco: 17 %

$$2^{\log_2\left(\frac{x+1}{18-2x}\right)} = 2^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{18-2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x+2 = 18-2x$$

$$\Rightarrow 4x = 16 \Rightarrow \boxed{x = 4}$$

1 opl

Oefening 19

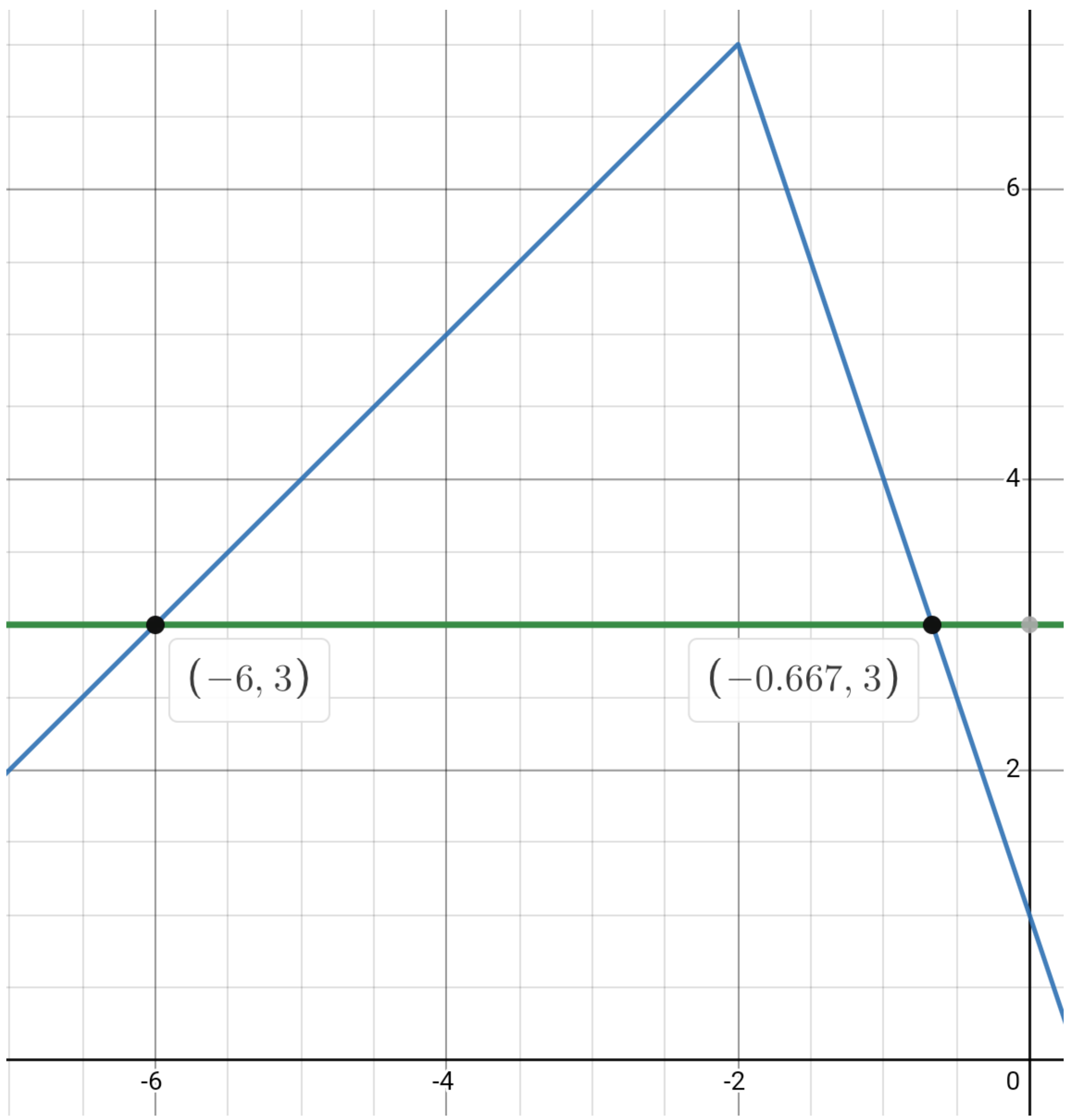
Bepaal de verzameling van alle reële getallen x die voldoen aan $|x-5|-2|x+2| \geq 3$.

(A) $[-6, -\frac{4}{3}]$ ✓ (B) $[-6, -\frac{2}{3}]$ (C) $[-6, 12]$ (D) $[-6, +\infty[$

Oplossing: B

juist beantwoord: 67 %

blanco: 13 %



$x < 5 \Rightarrow |x-5| \rightarrow -(x-5) = -x+5$

$x < -2 \Rightarrow |x+2| \rightarrow -(x+2) = -x-2$

$\rightarrow -2(-x-2) = 2x+4$

$\underline{-2 < x < 5}$: $-x+5-2x-4 \geq 3$

$-3x+1 \geq 3$

$-3x \geq 2$

$x \leq -\frac{2}{3}$]

$\underline{x < -2}$: $-x+5+2x+4 \geq 3$

$x+9 \geq 3$

$x \geq -6$]

$\Rightarrow [-6, -\frac{2}{3}]$

Oefening 20

Wanneer een voorwerp een val uitvoert, zal het aanvankelijk versnellen, maar bereikt het door de luchtweerstand uiteindelijk een maximale valsnelheid. Men kan aantonen dat de snelheid v van een voorwerp dat vanuit stilstand wordt losgelaten en een val uitvoert, in functie van de tijd t kan geschreven worden als $v(t) = v_{max}\tanh\left(\frac{gt}{v_{max}}\right)$. Hierbij is g de valversnelling, die voor deze vraag mag benaderd worden door 10 m/s². De maximale valsnelheid v_{max} voor een mens bedraagt typisch 50 m/s.

De functie tanh(x) wordt de 'tangens hyperbolicus' genoemd en wordt gedefinieerd als $\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$. Hoe lang duurt het voordat een mens in vrije val 80% van zijn maximale valsnelheid heeft bereikt?

(A) $3\ln(5)$ s (B) $5\ln(3)$ s (C) $3\ln(50)$ s (D) $50\ln(3)$ s

Oplossing: B
juist beantwoord: 33 %
blanco: 58 %

80 % van 50 m/s = 40 m/s

$$\Rightarrow 40 = 50 \cdot \tanh\left(\frac{10t}{50}\right) \Rightarrow \frac{4}{5} = \tanh\left(\frac{t}{5}\right) = \frac{e^{t/5} - e^{-t/5}}{e^{t/5} + e^{-t/5}} = \frac{e^{t/5} - 1/e^{t/5}}{e^{t/5} + 1/e^{t/5}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{(e^{2/5t} - 1)/\cancel{e^{t/5}}}{(e^{2/5t} + 1)/\cancel{e^{t/5}}} \Rightarrow 4(e^{2/5t} + 1) = 5(e^{2/5t} - 1)$$

$$e^{2/5t} = 9$$

$$\ln(e^{2/5t}) = \ln(9)$$

$$\frac{2}{5}t = \ln(9) \Rightarrow t = \frac{5}{2}\ln(9)$$

$$t = 5\ln(9^{1/2})$$

$$\boxed{t = 5\ln(3)\ \text{s}}$$

Oefening 21

De veelterm $(x+1)^{2022} - (ax^{2022} + bx + c)$ is deelbaar door $x(x+1)(2x+1)$. Waaraan is a gelijk?

(A) 0 ✓ (B) 1 (C) 1011 (D) 2022

Oplossing: B

juist beantwoord: 20 %

blanco: 67 %

Deelbaar, dus er zijn nulpunten.

$\Rightarrow (x+1)^{2022} - (ax^{2022} + bx + c) = 0$

$\Rightarrow (x+1)^{2022} = ax^{2022} + bx + c$

$\Rightarrow \underline{x^{2022}} + dx^{2021} + \dots + 1 = \underline{ax^{2022}} + bx + c$

$\Rightarrow \boxed{a = 1}$

Oefening 22

Een vrachtwagen rijdt met een constante snelheid van 100 km/u op een rechte weg. Een politiewagen rijdt achter de vrachtwagen in dezelfde richting en zin met een constante snelheid van 120 km/u. Op een bepaald ogenblik is de afstand tussen de vrachtwagen en de politiewagen 300 m. Hoever moet de politiewagen nog rijden opdat hij 200 m achter de vrachtwagen zou rijden?

(A) 100 m (B) 183 m (C) 300 m (D) 600 m

Oplossing: D
juist beantwoord: 59 %
blanco: 16 %

$v \cdot t = s$

$$\begin{cases} v_p \cdot t = s + \dfrac{100}{1000} \\ v_v \cdot t = s \end{cases} \qquad (0{,}1 \text{ km} = 100 \text{ m})$$

$$\Rightarrow \quad v_p \cdot t - \frac{100}{1000} = v_v \cdot t \quad \Rightarrow \quad (v_p - v_v)\, t = \frac{100}{1000}$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{100}{1000} \cdot \frac{1}{v_p - v_v} = \frac{100}{1000} \cdot \frac{1}{120 - 100}$$

$$\boxed{t = \frac{5}{1000} \text{ h}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{s} = v_p \cdot t = 120 \cdot \frac{5}{1000} = \frac{600}{1000} = 0{,}6 \text{ km} = \boxed{600 \text{ m}}$$

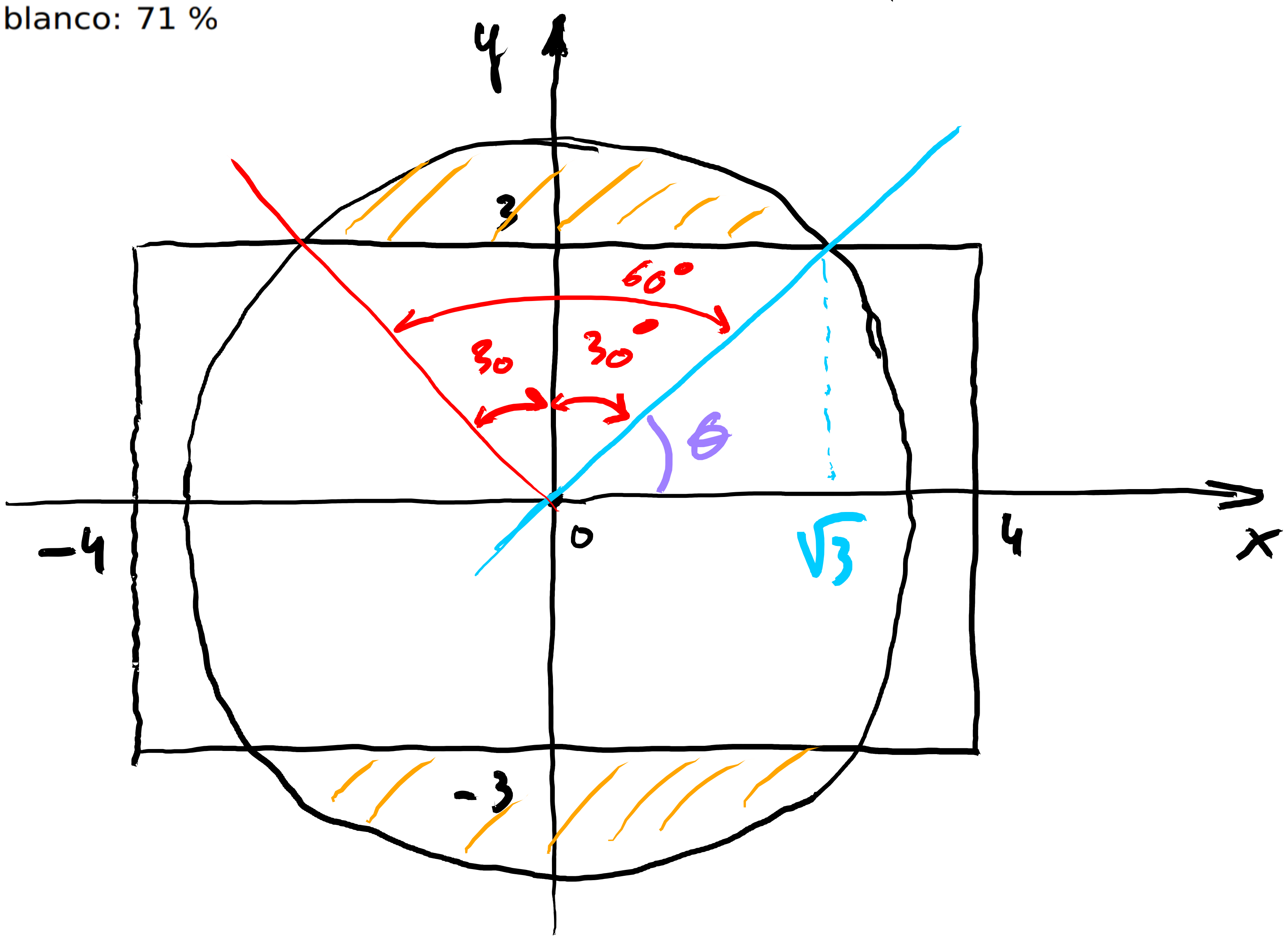
Oefening 23

Op een schijfvormig stuk papier met straal $2\sqrt{3}$ cm wordt een papier in de vorm van een rechthoek met zijden 6 cm en 8 cm gelegd zodanig dat het middelpunt van de schijf samenvalt met het zwaartepunt van de rechthoek. Wat is de oppervlakte van dat deel van het schijfvormig stuk papier (in cm^2) dat niet bedekt wordt door het rechthoekig stuk papier?

(A) $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (B) $2\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (C) $4\pi - 6\sqrt{3}$ (D) $8\pi - 3\sqrt{3}$

Oplossing: C
juist beantwoord: 15 %
blanco: 71 %

$\sqrt{3} \approx 1{,}7 \rightarrow \times 2 = 3{,}4$



$C: x^2 + y^2 = 4 \cdot 3 = 12$

$\Rightarrow x = \sqrt{12 - y^2}$

$y = 3: \quad x = \sqrt{12 - 9}$

$\boxed{x = \sqrt{3}}$

$\Rightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{y}{x} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \boxed{\theta = 60^\circ} \quad \left(\frac{\sin = \sqrt{3}/2}{\cos = 1/2} \right)$

$= \pi r^2 \cdot \frac{\theta}{2\pi} = \frac{r^2 \theta}{2}$

$= \frac{1}{2}(2\sqrt{3})^2 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{2}{\cancel{4}} \cdot \cancel{3} \cdot \frac{\pi}{\cancel{3}} = 2\pi$

$= \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}\sqrt{3} \cdot 3 = 3\sqrt{3}$

$-$ $=$

$= 2\pi - 3\sqrt{3}$

$\times 2 \Rightarrow \boxed{4\pi - 6\sqrt{3}}$

Oefening 24

Bepaal de verzameling bestaande uit de reële getallen m waarvoor de oplossingen van het stelsel

$$\begin{cases} mx + y = 2 \\ x - my = 1 \end{cases}$$

$x > 0$ $y > 0$ $x < 0$ $y < 0$

gelegen zijn in de unie van het eerste en het derde kwadrant.

(A) $]-\frac{1}{2}, 2[$ (B) $]-\infty, -\frac{1}{2}[\cup]2, \infty[$ (C) $]-1, 1[$ (D) $\varnothing$

Oplossing: A

juist beantwoord: 27 %

blanco: 48 %

$$(mx + y = 2) \cdot m$$
$$x - my = 1$$
$$(m^2+1)x + 0 = 2m + 1$$
$$\Rightarrow x = \frac{2m+1}{m^2+1} \rightarrow > 0$$

$$mx + y = 2$$
$$(x - my = 1) \cdot (-m)$$
$$0 + (m^2+1)y = 2 - m$$
$$\Rightarrow y = \frac{2-m}{m^2+1} \rightarrow > 0$$

x en y > 0

x: $2m + 1 > 0$
$2m > -1$
$m > -\frac{1}{2}$

y: $2 - m > 0$
$2 > m$
$m < 2$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} < m < 2 \Rightarrow \left]-\frac{1}{2}, 2\right[$$

x en y < 0

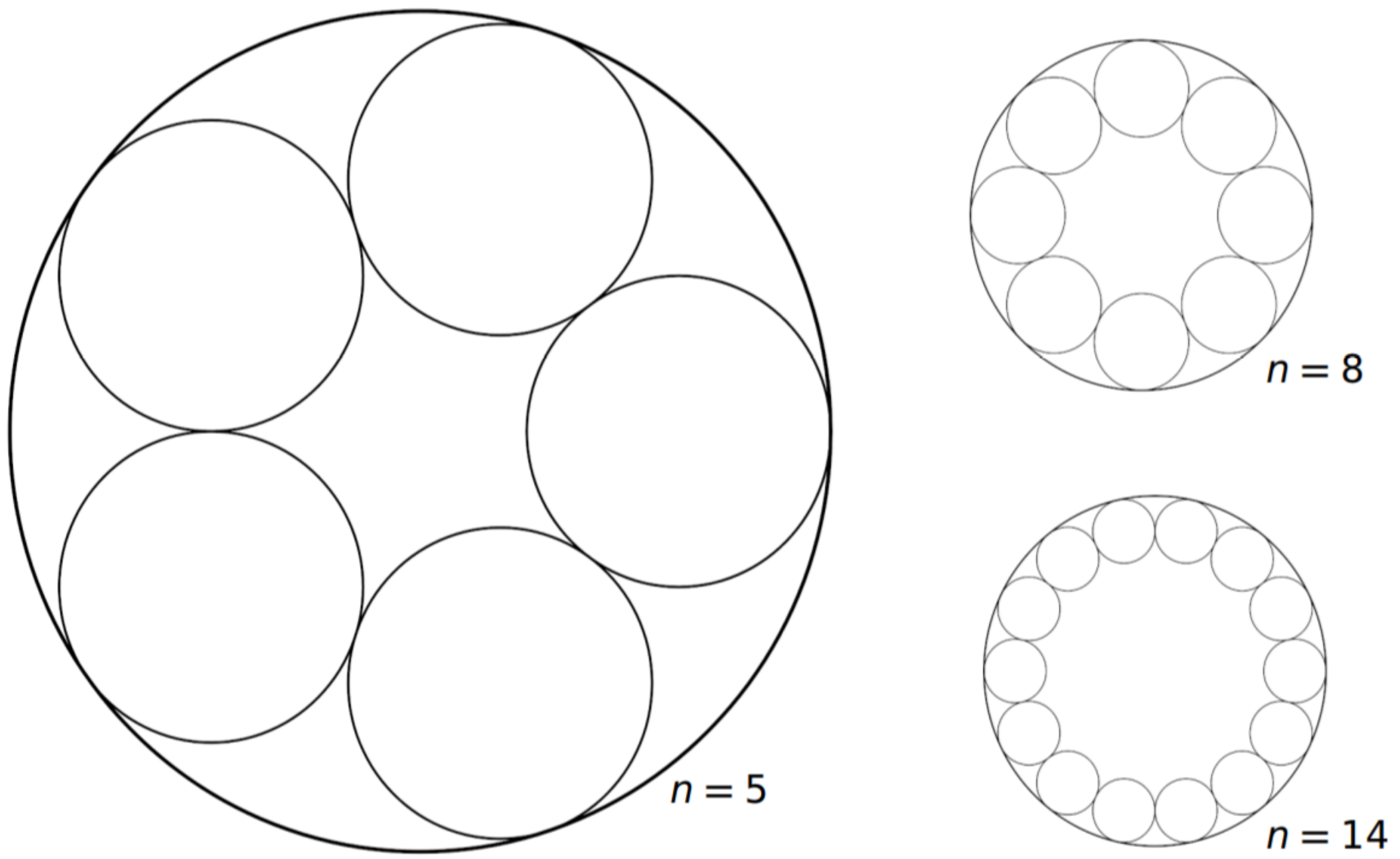
x: $2m + 1 < 0$
$2m < -1$
$m < -\frac{1}{2}$

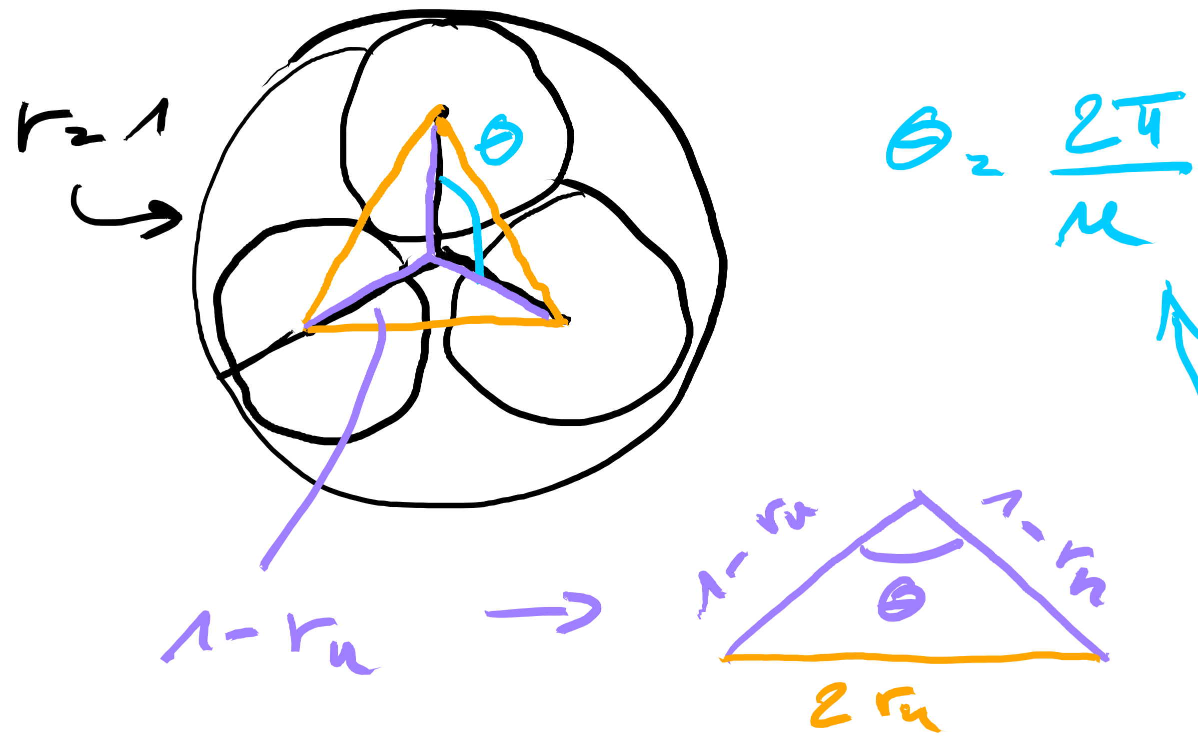
y: $2 - m < 0$
$2 < m$
$m > 2$

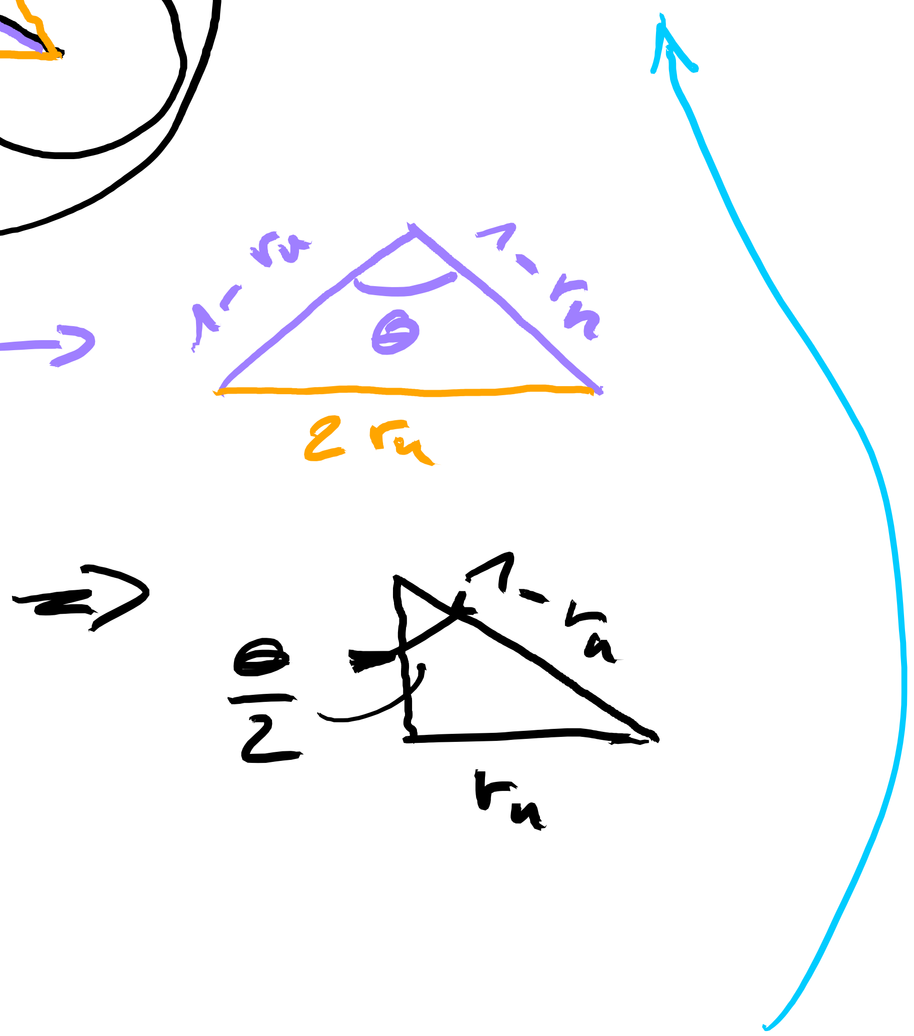
sluit elkaar uit!

Oefening 25

Binnen in een cirkel met straal 1 worden n cirkels met straal r_n getekend zodat deze cirkels rakend zijn aan elkaar en ook allemaal rakend zijn aan de grote cirkel. In onderstaande afbeelding is deze situatie ter illustratie voor enkele waarden van n getekend. Welk van onderstaande verbanden geldt er tussen de straal r_n en n? Je mag hierbij veronderstellen dat $n \geq 3$.







(A) $r_n = \dfrac{1}{1+n}$ (B) $r_n = \dfrac{\pi}{\pi+n}$ (C) $r_n = \dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)}{1+\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)}$ ✓(D) $r_n = \dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}{1+\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}$

Oplossing: D
juist beantwoord: 14 %
blanco: 64 %

$$\Rightarrow r_n = (1-r_n)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \Rightarrow \left(1+\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) r_n = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \Rightarrow r_n = \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1+\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{r_n = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}{1+\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}}$$

Oefening 26

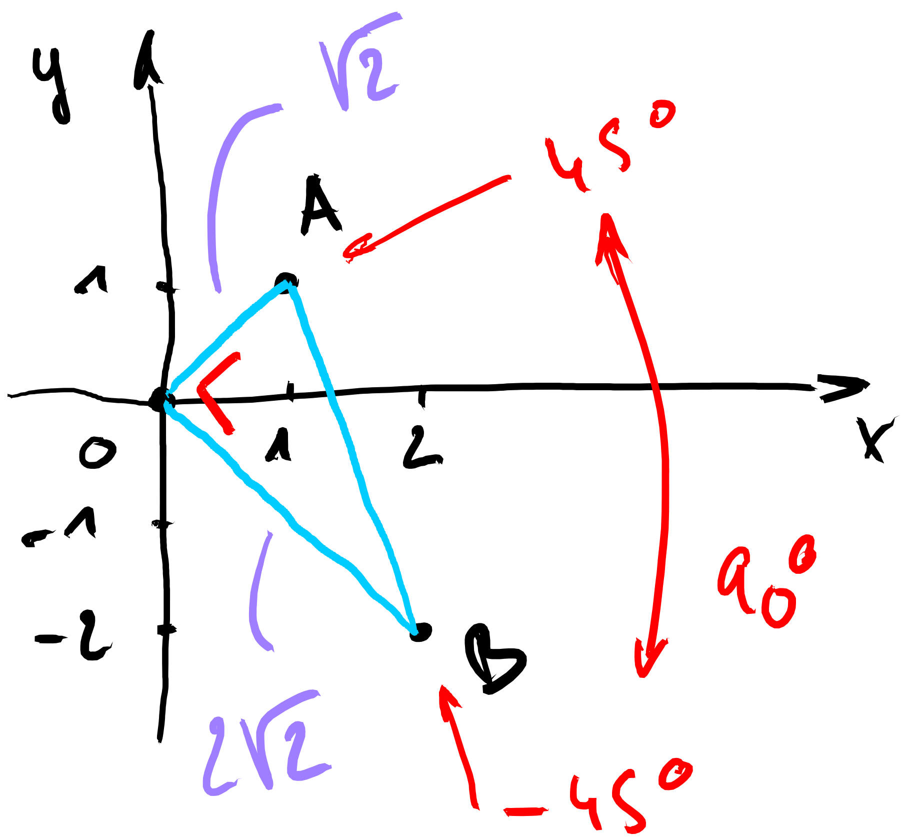
Beschouw het vlak met een cartesiaans assenstelsel xy met daarin de punten O(0, 0), A(1, 1) en B(2, −2). Bepaal de oppervlakte van de driehoek OAB.

(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$

Oplossing: C

juist beantwoord: 69 %

blanco: 9 %



$$\boxed{A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 2}$$

Oefening 27

Alain, Britt en Clio staan op een kerktoren die exact 50 m hoog is. Ze gaan elk op een verschillende manier naar beneden. De horizontale componenten van de snelheid hebben geen invloed op de tijd die nodig is om beneden te geraken. Daarom bekijken we enkel de verticale component van de snelheid. Alain gaat naar beneden met een ladder aan een constante verticale snelheid van 2 m/s. Britt kan pas 8 s later vertrekken maar ze daalt met een verticale snelheid van 3 m/s. Clio gebruikt een death ride en vertrekt uit stilstand 18 s na Alain. Zij ondervindt een constante verticale versnelling van 1 m/s^2. Wie komt het eerst beneden aan?

(A) Alain ✓ (B) Britt (C) Clio (D) alle drie tegelijkertijd

Oplossing: B
juist beantwoord: 65 %
blanco: 10 %

A: $50\,m = 2\,m/s \cdot t_A \Rightarrow t_A = \dfrac{50\,m}{2\,m/s} = \boxed{25\,s}$

B: $50\,m = 3\,m/s \cdot t_B \Rightarrow t_B = \dfrac{50\,m}{3\,m/s} \cong 17\,s \overset{!}{<} 17\,s$

$+8\,s$

$\overline{25\,s} \quad \boxed{< 25\,s}$ ✓

C: $dv = a \cdot dt \Rightarrow v = \int_0^t a\,dt = a \cdot t \quad (v_0 = 0)$

$ds = v\,dt \Rightarrow s = \int_0^t v\,dt = \int_0^t a\,t \cdot dt = \frac{1}{2} a t^2 \quad (s_0 = 0)$

$50\,m = \frac{1}{2} \cdot 1\,m/s^2 \cdot t_C^2 \Rightarrow t_C^2 = 100\,s^2 \Rightarrow t_C = \sqrt{100} = 10\,s$

$+18\,s$

$\boxed{28\,s}$

Oefening 28

Beschouw het stelsel vergelijkingen in de onbekenden $x, y, z \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + my + z = 3 & (1) \\ mx + y + (m+1)z = 2m+1 & (2) \\ x + y + z = m+2 & (3) \end{cases}$$

waarbij $m \in \mathbb{R}$ een parameter is. Welke van de onderstaande uitspraken is als enige waar?

(A) Voor $m = 1$ heeft het stelsel geen oplossingen en voor alle $m \neq 1$ is er een unieke oplossing.

✓ (B) Voor $m = 1$ heeft het stelsel oneindig veel oplossingen en voor alle $m \neq 1$ is er een unieke oplossing.

(C) Voor $m = 1$ heeft het stelsel geen oplossingen en voor alle $m \neq 1$ zijn er oneindig veel oplossingen.

(D) Voor $m = 1$ heeft het stelsel oneindig veel oplossingen en voor alle $m \neq 1$ heeft het stelsel geen oplossingen.

Oplossing: B
juist beantwoord: 34 %
blanco: 27 %

$m = 1 \Rightarrow (1): \left.\begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ x + y + z = 1 + 2 = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow$ zelfde!

$\Downarrow$

∞ veel oplossingen! $\Leftarrow$ $\left\{\begin{array}{l} \text{3 onbekenden en maar 2} \\ \text{onafhankelijke vergelijkingen} \end{array}\right.$

$m \neq 1 \Rightarrow$ 3 onbekenden, 3 onafhankelijke vergelijkingen $\Rightarrow$ 1 oplossing

Oefening 29

In een doos zitten dubbel zoveel rode ballen als witte ballen. Als men lukraak twee ballen uit de doos neemt, is de kans dat ze een verschillende kleur hebben gelijk aan $\frac{7}{15}$. Hoeveel witte ballen zitten in de doos?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 ✓ (D) 7

Oplossing: D
juist beantwoord: 38 %
blanco: 36 %

$R = 2W \quad$ totaal $= 3W$

$R + W$ of $W + R$

$$\frac{2\cancel{W}}{3\cancel{W}} \cdot \frac{W}{3W-1} + \frac{\cancel{W}}{3\cancel{W}} \cdot \frac{2W}{3W-1} = \frac{4W}{9W-3} = \frac{7}{15}$$

$$\Rightarrow 60W = 63W - 21 \Rightarrow 3W = 21 \Rightarrow \boxed{W = \frac{21}{3} = 7}$$

Oefening 30

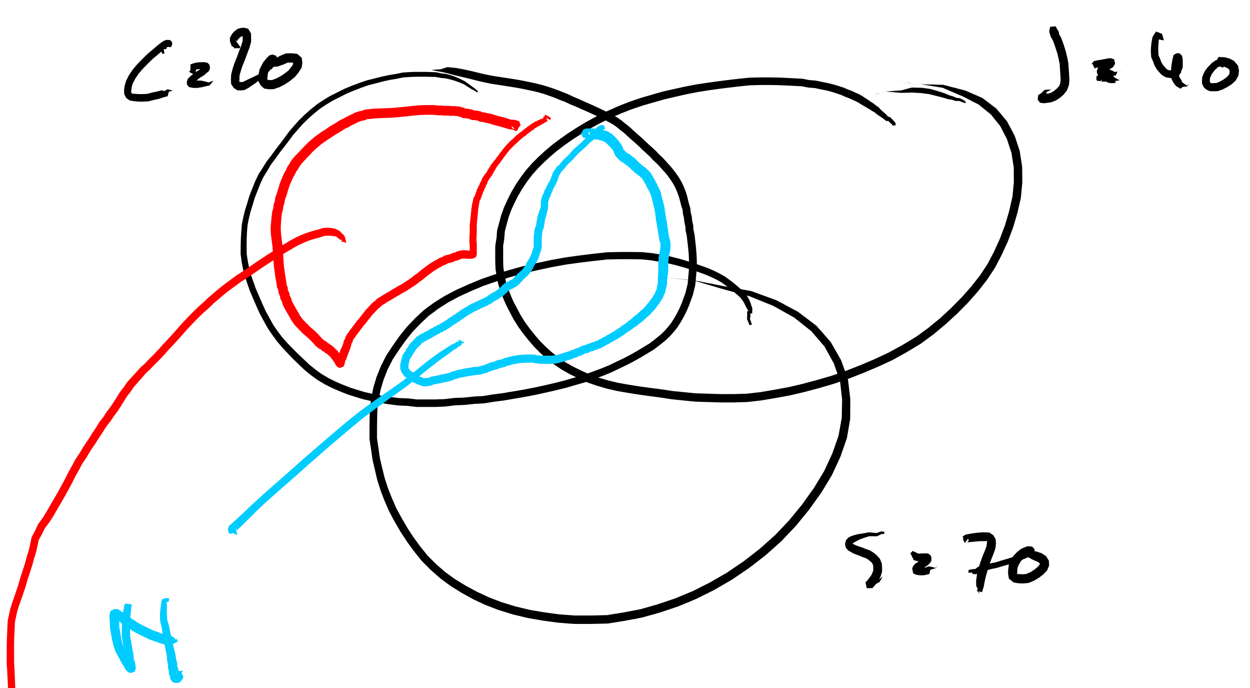
Over 100 deelnemers aan de ijkingstoets worden volgende gegevens verzameld: of ze COVID-19 doorgemaakt hebben, of ze lid zijn van een jeugdbeweging en of ze lid zijn van een sportclub. De resultaten staan in onderstaande tabel:

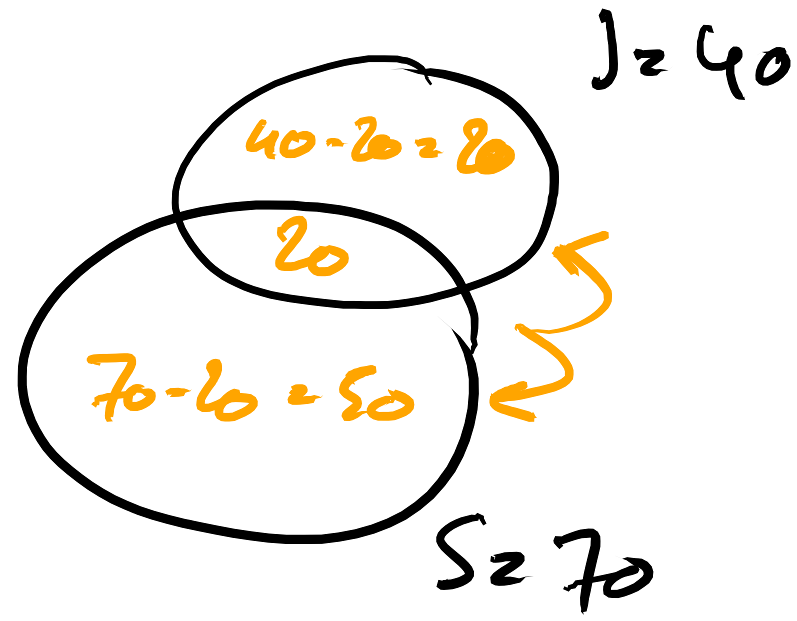
	COVID-19 doorgemaakt	lid van jeugdbeweging	lid van sportclub	lid van jeugdbeweging en sportclub
ja	20	40	70	20
nee	80	60	30	80

Het aantal deelnemers dat COVID-19 heeft doorgemaakt en lid is van een jeugdbeweging, een sportclub of beide, stellen we voor met N. Bepaal een zo scherp mogelijke boven- **en** ondergrens voor N.

(A) $N = 20$ (B) $0 \leq N \leq 20$ (C) $0 \leq N \leq 10$ ✓ (D) $10 \leq N \leq 20$

Oplossing: D
juist beantwoord: 32 %
blanco: 38 %





$C + J + S$

$= 20 + 40 + 70$

$= 130$

$- 20$ $(J \cap S)$

110

$- 100$ (= totaal)

10

$= 0 \Rightarrow N = 20$

$\Rightarrow$ dus $\boxed{N_{max} = 20}$

$N = (C \cap J \cap S)$

$\Rightarrow$ dus $\boxed{N_{min} = 10}$

$\boxed{10 \leq N \leq 20}$