

Vraag 1

Gegeven is de vergelijking

$$(x - a)^2(x^2 - b) = 0$$

in de onbekende $x \in \mathbb{R}$ en met parameters $a, b \in \mathbb{R}$. Het aantal verschillende reële oplossingen van deze vergelijking is afhankelijk van de waarden van a en b . Waaraan kan dit aantal niet gelijk zijn?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Oplossing: D

Oefening 27 van juli 2024
burgerlijke ingenieur, wiskunde en
fysica.

Vraag 2

Waaraan is de oplossingsverzameling van $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-10} = 2$ gelijk?

(A) $\left\{ \frac{241}{16} \right\}$

(B) $\left\{ \frac{241}{96} \right\}$

(C) $\left\{ 1 - \frac{\sqrt{249}}{2}, 1 + \frac{\sqrt{249}}{2} \right\}$

✓ (D) \emptyset

Oplossing: D

$$\left(\sqrt{x+3} \right)^2 = \left(2 - \sqrt{x-10} \right)^2$$

$$(a-b)^2 \\ = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\cancel{x+3} = 4 + \cancel{x-10} - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{x-10}$$

$$9 = -4 \sqrt{x-10}$$

$$-\frac{9}{4} = \sqrt{x-10} \quad \times$$

$$\left(-\frac{9}{4}\right)^2 = (\sqrt{x-10})^2$$

$$\frac{81}{16} = x-10 \Rightarrow x = \frac{81}{16} + \frac{160}{16} \\ = \frac{241}{16}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{241}{16} + \frac{168}{16}} + \sqrt{\frac{241}{16} - \frac{160}{16}} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{289}}{4} + \frac{\sqrt{81}}{4} = 2$$

$$\Rightarrow 17 + 9 = 8 ? \quad \times \Rightarrow \emptyset$$

D

Vraag 3

Beschouw de vergelijking

$$\log_2(x^2 - 3) = 1 + \log_2(-x)$$

in de onbekende $x \in \mathbb{R}$.

Welke van de volgende uitspraken is dan waar?

$\nearrow 1 = \log_2(2)$

- (A) De vergelijking heeft geen enkele oplossing.
- (B) De vergelijking heeft juist één oplossing.
- (C) De vergelijking heeft juist twee oplossingen waarvan het product gelijk is aan -3 .
- (D) De vergelijking heeft juist twee oplossingen waarvan het product gelijk is aan 3 .

Oplossing: B

$$\log_2(x^2 - 3) = \log_2(2) + \log_2(-x)$$

$$\log_2(x^2 - 3) = \log_2(-2x)$$

$$\Rightarrow x^2 - 3 = -2x$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = -1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{16}$$
$$= -1 \pm 2$$

$\nearrow \begin{cases} 1 \\ -3 \end{cases}$

$$\log_2(-2) = 1 + \log_2(-1) \quad \times \rightarrow \log(-a) \times$$

$$\log_2(6) = 1 + \log_2(3) \quad \checkmark \quad \textcircled{B}$$

Vraag 4

Voor welke $x \in \mathbb{R}$ is $|4x^2 + 3x| < 1$?

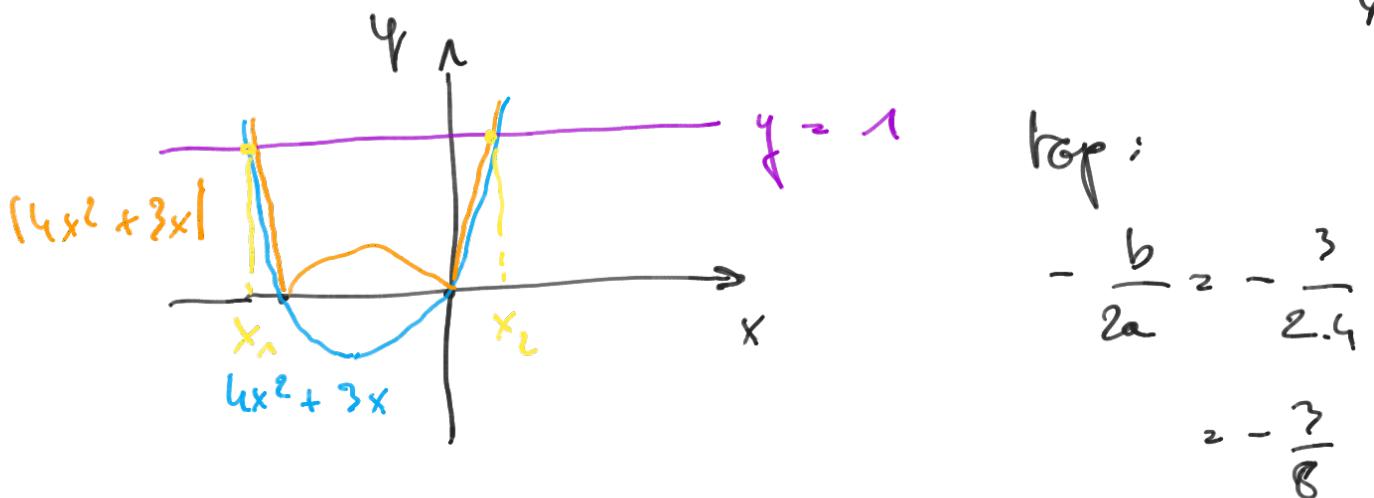
- (A) $x \in \left[-1, \frac{1}{4}\right]$ (B) $x \in \left[-\frac{1}{4}, 1\right]$ (C) $x \in]-\infty, -1[\cup \left[\frac{1}{4}, +\infty\right]$
 (D) $x \in \left]-\infty, -\frac{1}{4}\right[\cup]1, +\infty[$

Oplossing: A

$$\rightarrow 4x^2 + 3x = y \Rightarrow y = 0 : x(4x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

$$4x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{4}$$



$$\left| -\frac{3}{8} \right| = \frac{3}{8} < 1$$

$$\rightarrow 4x^2 + 3x = 1$$

$$4x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1)}}{2 \cdot 4} = -\frac{3}{8} \pm \frac{1}{8} \sqrt{9 + 16}$$

$$x_2 - \frac{3}{8} \pm \frac{5}{8} \quad \begin{cases} 2/8 = 1/4 = x_2 \\ -8/8 = -1 = x_1 \end{cases}$$

$$< 1 \Rightarrow \left] -1, \frac{1}{4} \right[$$



Vraag 5

Gegeven zijn twee stelsels S_1 en S_2 in de onbekenden $x, y \in \mathbb{R}$ en met parameter $m \in \mathbb{R}$.

$$S_1 \begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad S_2 \begin{cases} x - 2y = 3 \\ mx - y = m \end{cases}$$

Voor welke waarde van m heeft S_2 dezelfde oplossingsverzameling als S_1 ?

- (A) $m = \frac{1}{8}$ ✓ (B) $m = \frac{1}{5}$ (C) $m = \frac{5}{2}$ (D) voor geen enkele m

Oplossing: B

$$\underline{S_1} \quad \begin{array}{l} 2x - 4y = 6 \\ (x + y = 5) \\ \hline 6x + 0 = 26 \end{array} \quad \times 4 \quad \begin{array}{l} 2x - 4y = 6 \\ (x + y = 5) \\ \hline 0 - 6y = 4 \end{array}$$

$$x = \frac{26}{6} = \frac{13}{3}$$

$$\begin{array}{l} 2x - 4y = 6 \\ (x + y = 5) \\ \hline 0 - 6y = 4 \end{array} \quad \times (-2)$$

$$y = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$\underline{S_2} \quad \begin{array}{l} x - 2y = 3 \\ (mx - y = m) \\ \hline x - 2mx + 0 = 3 - 2m \end{array} \quad \times (-2)$$

$$x(1-2m) = 3-2m$$

$$x = \frac{3-2m}{1-2m} = \frac{13}{3} \Rightarrow 3(3-2m) = 13(1-2m)$$

$$9-6m = 13-26m$$

$$6 = 20m$$

$$m = \frac{6}{20} = \frac{1}{5}$$

Vraag 6

Voor welke waarde van $a \in \mathbb{R}$ is de functie f met als voorschrift $f(x) = \frac{ax+2}{3x-4}$ waarbij $x \neq \frac{4}{3}$ constant op haar domein?

- (A) $a = -\frac{3}{2}$ (B) $a = -\frac{1}{2}$ (C) $a = 0$ (D) $a = \frac{4}{3}$

Oplossing: A

functie = constant als afgeleide
overal = 0 is

$$\rightarrow f'(x) = \frac{(3x-4)a - 3(ax+2)}{(3x-4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow \text{teller} = 0$$

$$3ax - 4a - 3ax - 6 = 0$$

$$\rightarrow -4a - 6 = 0$$

$$\rightarrow a = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$\rightarrow f(x) = \frac{-\frac{3}{2}x + 2}{3x - 4} = \frac{-3x + 4}{6x - 8}$$

$$f(0) = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2} \rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}$$

Vraag 7

Gegeven zijn drie reële functies f, g en h met als functievoorschriften:

$$f(x) = \frac{1}{x+1} \quad \text{waarbij } x \neq -1$$

$$g(x) = \sqrt{1-x} \quad \text{waarbij } x \leq 1$$

$$h(x) = x^2 - 1$$

Neem nu $x < -1$ of $x \geq 0$. Waaraan is $h(g(f(x)))$ dan gelijk?

- ✓ (A) $-\frac{1}{x+1}$ (B) $-\frac{x}{x+1}$ (C) $\frac{1}{x+1}$ (D) $\frac{x}{x+1} + 1$

Oplossing: A

$$g(f(x)) = \sqrt{1 - \frac{1}{x+1}} = \sqrt{\frac{x+1-1}{x+1}}$$

$$= \sqrt{\frac{x}{x+1}}$$

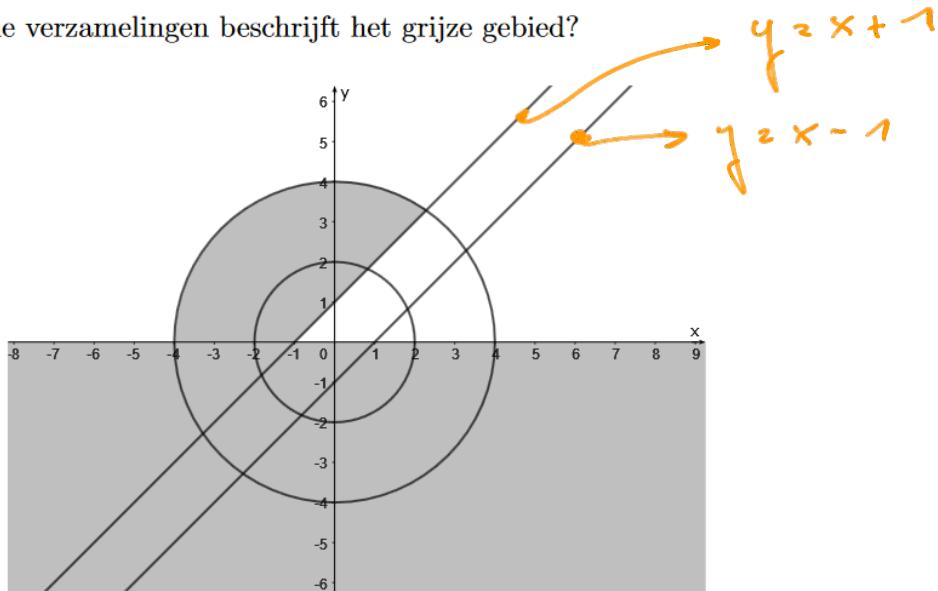
$$h(g(f(x))) = \left(\sqrt{\frac{x}{x+1}} \right)^2 - 1$$

$$= \frac{x}{x+1} - 1 = \frac{x - x - 1}{x+1}$$

$$= -\frac{1}{x+1}$$

Vraag 8

Welke van de onderstaande verzamelingen beschrijft het grijze gebied?



- (A) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + y^2 < 16 \text{ en } x < y - 1) \text{ of } y < 0\}$
- (B) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + y^2 < 4 \text{ en } x < y - 1) \text{ of } y < 0\}$
- (C) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + y^2 < 16 \text{ en } x > y - 1) \text{ of } y < 0\}$
- (D) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + y^2 < 4 \text{ en } x > y - 1) \text{ of } y < 0\}$

Oplossing: A

\Rightarrow Alles onder de x-as \Rightarrow $y < 0$

\Rightarrow Grote cirkel: $x^2 + y^2 = 16$

\Rightarrow grijp \Rightarrow $x^2 + y^2 < 16$

\Rightarrow Rechte \Rightarrow alles boven $y = x + 1$

$\Rightarrow y > x + 1$ of $y - 1 > x$

of $x < y - 1$



Vraag 9

De reële veelterm $p(x)$ van graad 100 heeft precies 3 verschillende nulwaarden. Verder is $p(1) = -8$. Welke van de onderstaande veeltermen voldoet aan deze beschrijving?

- ✓ (A) $p(x) = -x^{95}(x-2)^2(x+1)^3$ — graad 100
- (B) $p(x) = \frac{1}{4}x^{95}(x-2)(x+1)^4$ — graad 100
- (C) $p(x) = 4x^{95}(x-2)^3(x+1)$ — graad 99 X
- (D) $p(x) = -\frac{4}{9}x^{95}(x^2-4)^2(x+1)$ — graad 100

Oplossing: A

A) $p(1) = -1(-1)^2(2)^3 = -8$

B) $p(1) = \frac{1}{4}(-1)(2)^4 = -\frac{16}{4} = -4$ X

C) $p(1) = 4(-1)^3(1) = -8$

D) $p(1) = -\frac{4}{9}(-3)^2(2) = -8$

Nulpunten

A) $x=0, x=2$ en $x=-1 \Rightarrow$ precies 3 !

D) $x=0, \underbrace{x=\pm 2}_{\text{inclusief}} \text{ en } x=-1$ X
 \Rightarrow vier nulpunten !

Vraag 10

Als $\sin(x) \left(\tan(x) + \frac{1}{\tan(x)} \right)$ gelijk is aan 2, welke van de onderstaande gelijkheden geldt dan?

- (A) $\frac{1}{\cos(x)} = 2$ (B) $\frac{1}{\sin(x)} = 2$ (C) $\frac{1}{\tan(x)} = 2$ (D) $\tan(x) = 2$

Oplossing: A

$$\tan x + \frac{1}{\tan x} = \frac{\tan^2 x + 1}{\tan x}$$



$$\Rightarrow \text{Formule van } : 2 \sin x \cos x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{1 + \tan^2 x}{\tan x}$$

$$\Rightarrow \sin x \left(\frac{1}{\sin x \cos x} \right) = 2$$

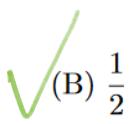
$$\Rightarrow \frac{1}{\cos x} = 2 \quad \checkmark$$

Vraag 11

Waaraan is de volgende limiet gelijk?

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3}$$

(A) De limiet bestaat niet



(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) 1

Oplossing: B

$$x \rightarrow -1 : \quad \frac{1 - 3 + 2}{1 - 4 + 3} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 3x + 2 &= x^2 + x + 2x + 2 \\ &= x(x+1) + 2(x+1) \\ &= (x+1)(x+2) \end{aligned}$$

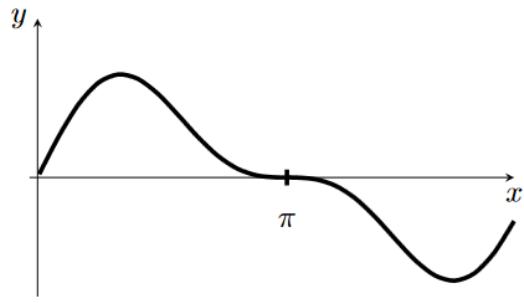
$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 3 &= x^2 + x + 3x + 3 \\ &= x(x+1) + 3(x+1) \\ &= (x+1)(x+3) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+2}{x+3}$$

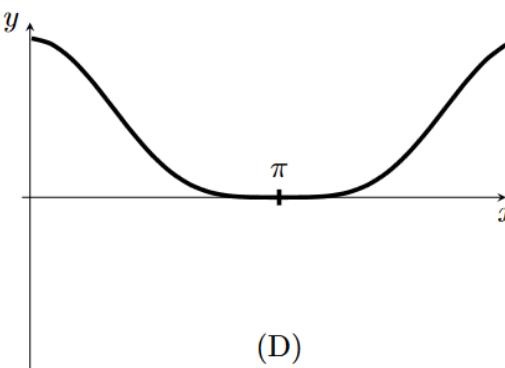
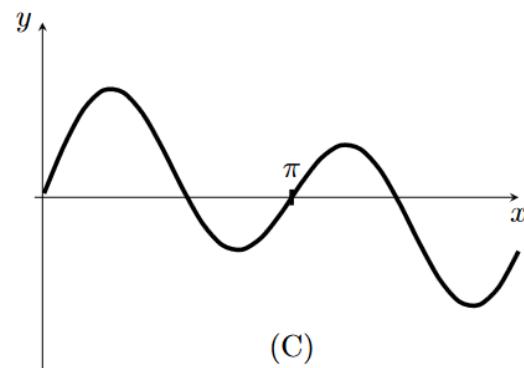
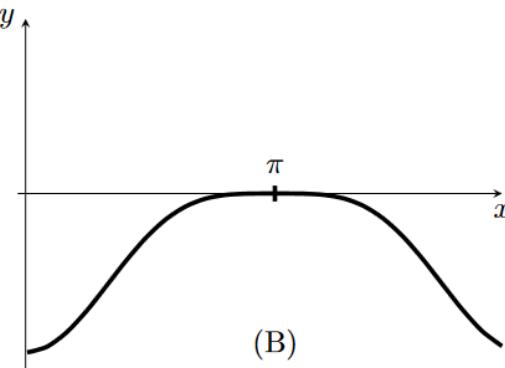
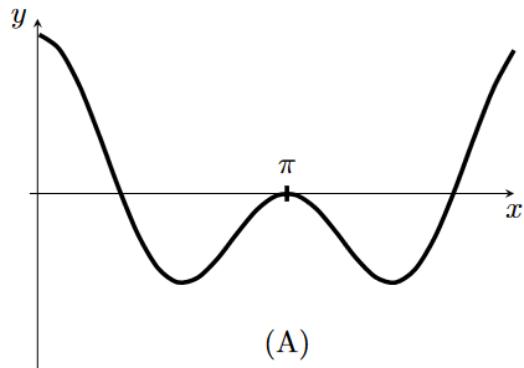
$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+2}{x+3} = \frac{-1+2}{-1+3} = \frac{1}{2}$$

Vraag 12

Gegeven is de grafiek van de afgeleide functie f' van een functie $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ met $f(\pi) = 0$.



Één van de onderstaande grafieken is de grafiek van de functie f . Welke grafiek is dat?



Oplossing: B

Zie oefening 7 van juli 2024 burgerlijk ingenieur, wiskunde en fysica.

Vraag 13

Gegeven is de functie f met als voorschrift $f(x) = x|x|$ waarbij $x \in \mathbb{R}$. Waaraan is $f'(-1)$ dan gelijk?

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

Oplossing: D

Zie oefening 3 van juli 2024 burgerlijk ingenieur, wiskunde en fysica.

Vraag 14

Waaraan is de volgende bepaalde integraal gelijk?

$$\int_1^2 x \ln(x) dx.$$

(A) $\ln(8) - 3$

(B) $\ln(4) - \frac{3}{2}$

✓ (C) $\ln(4) - \frac{3}{4}$

(D) $\ln(8) + 3$

Oplossing: C

$$\int f dg = f \cdot g - \int g \cdot df$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x \rightarrow d(x^2) = 2x dx$$

$$\Rightarrow \int \ln(x) \frac{1}{2} d(x^2) = \frac{1}{2} \int \ln(x) d(x^2)$$

$$= \frac{1}{2} \left[x^2 \ln x - \int x^2 d(\ln x) \right]$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x} \Rightarrow d(\ln x) = \frac{dx}{x}$$

$$= \frac{1}{2} \left[x^2 \ln x - \int x^2 \frac{dx}{x} \right] = \frac{1}{2} \left[x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} \right) \Big|_1^2 = \frac{4}{2} \ln 2 - \frac{4}{4} - \left(0 - \frac{1}{4} \right)$$

$$= \ln 4 - 1 + \frac{1}{4}$$

$$= \ln 4 - \frac{3}{4}$$

Vraag 15

Voor welke waarde van de parameter $a \in \mathbb{R}_0^+$ is de oppervlakte van het gebied dat begrensd wordt door de x -as en de parabool met vergelijking $y = -ax^2 + 2ax$ gelijk aan $\frac{3}{4}$?

(A) voor geen enkele a

(B) voor $a = \frac{9}{16}$

(C) voor $a = 1$

(D) voor $a = \frac{25}{12}$

Oplossing: B

Zie oefening 5 van juli 2024 burgerlijk ingenieur, wiskunde en fysica.

Vraag 16

Een 4×7 matrix wordt rechts vermenigvuldigd met een 7×2 matrix en daarna wordt bij het bekomen resultaat een 4×2 matrix opgeteld. Wat is het resultaat van deze bewerkingen?

- (A) Een 4×2 matrix (B) Een 2×4 matrix (C) Een 7×7 matrix
(D) Deze bewerking is niet uitvoerbaar.

Oplossing: A

$$\left(\begin{array}{ccccccc} x & x & y & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x & x & y \\ x & y & x & x & x & x & x \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{cc} x & x \\ x & x \\ x & x \\ x & x \\ y & x \\ x & x \\ x & y \end{array} \right)$$

$$z \left(\begin{array}{cc} x & x \\ x & x \\ x & x \\ x & x \end{array} \right) \quad 4 \times 2$$

$$+ \left(\begin{array}{cc} x & x \\ x & x \\ x & x \\ x & x \end{array} \right) \Rightarrow \underline{\text{4x2 matrix}}$$

Vraag 17

Wat is de oppervlakte van het gebied dat begrensd wordt door de rechte $y = \frac{x-2}{2}$, de rechte $y = 4(x-2)$ en de y -as?

(A) 5



(B) 7

(C) 10

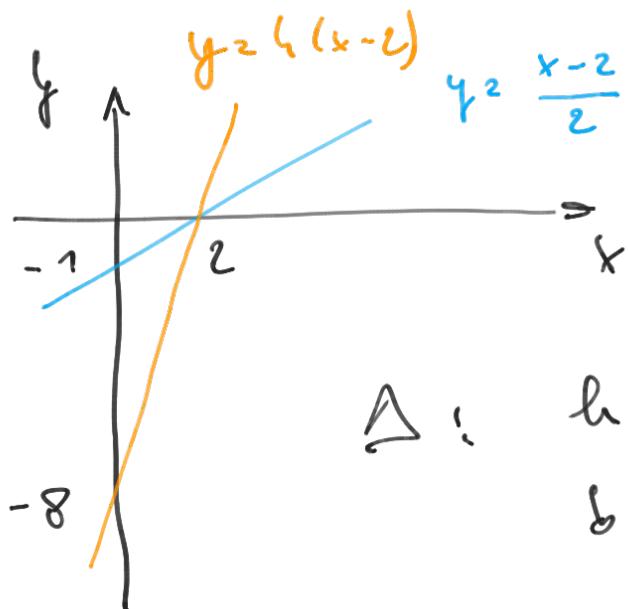
(D) 14

Oplossing: B

Voor $x = 2 \Rightarrow y = 0$ van beide

Voor $x = 0 \Rightarrow y = \frac{x-2}{2} = \frac{0-2}{2} = -1$

$$y = 4(x-2) = 4(0-2) = -8$$



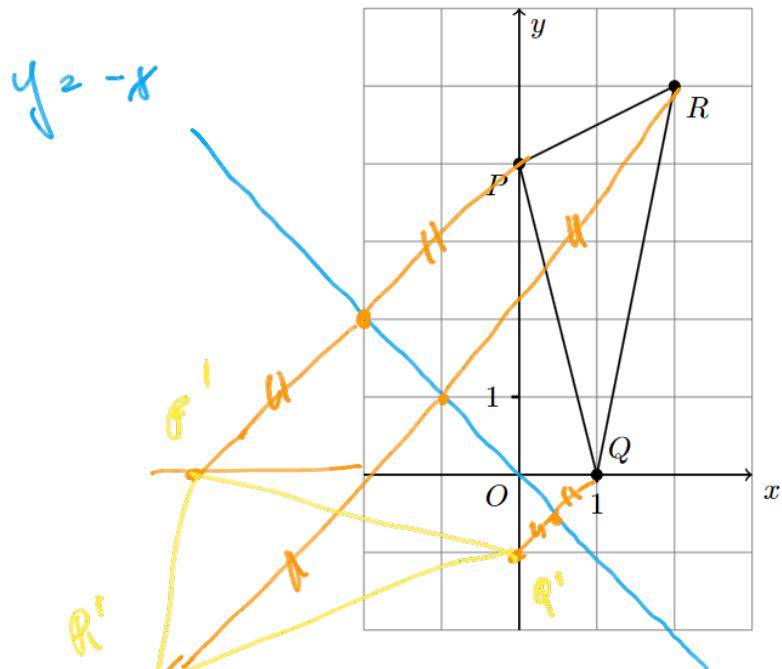
$$\Delta : h = 2$$

$$b = 8 - 1 = 7$$

$$A = \frac{1}{2} b h = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7 = 7$$

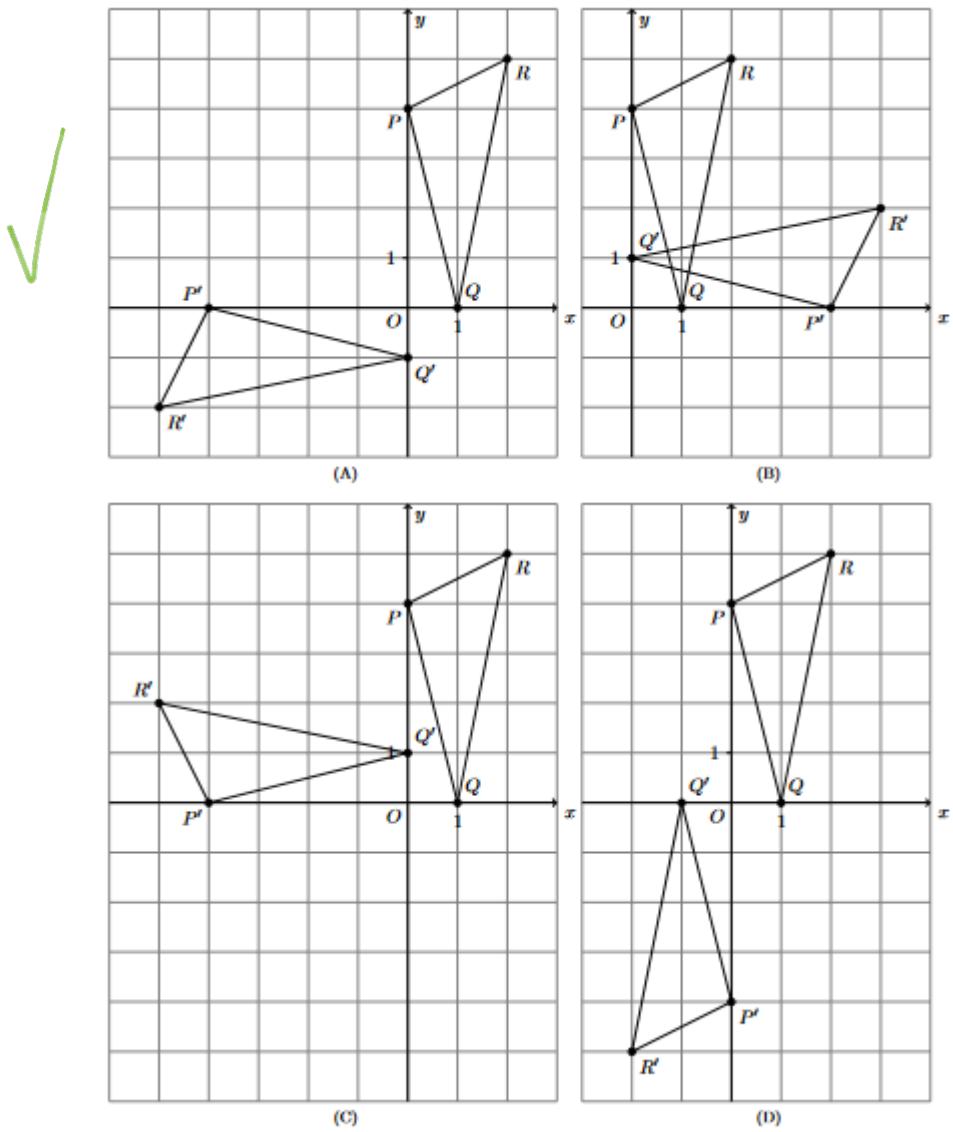
Vraag 18

De onderstaande figuur toont de driehoek met hoekpunten P, Q, R in het vlak met oorsprong O .



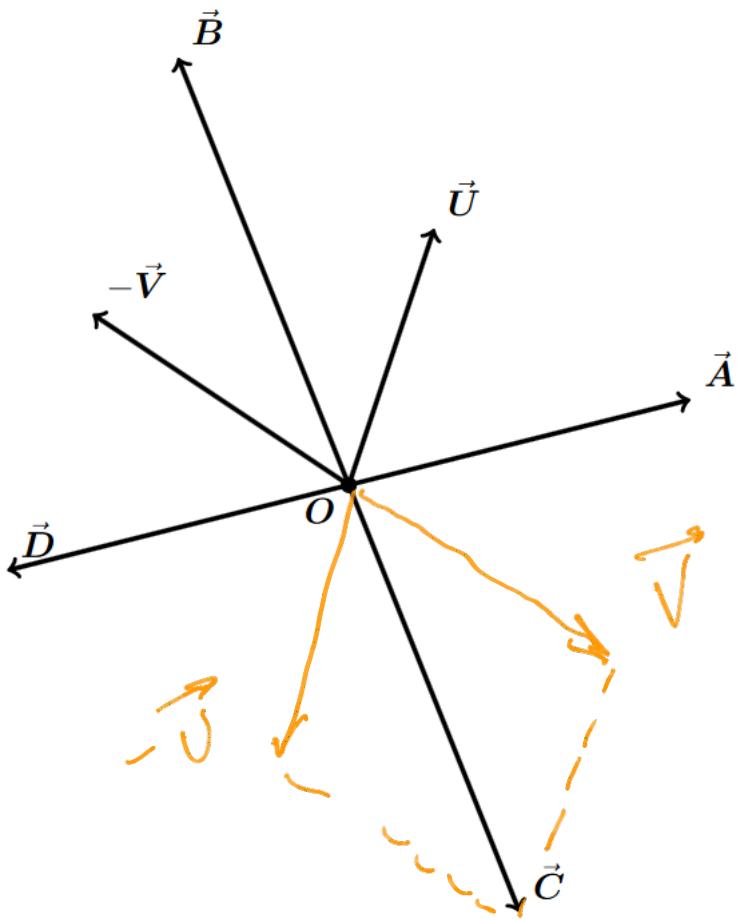
In welke van de onderstaande figuren wordt de driehoek met hoekpunten P, Q, R gespiegeld om de rechte met vergelijking $y = -x$ tot de driehoek met hoekpunten P', Q', R' ?

Oplossing: A



Vraag 19

Beschouw in de onderstaande figuur de vectoren $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \vec{D}$ en $-\vec{V}, \vec{U}$ in \mathbb{R}^2 met oorsprong O .



Welke van de getekende vectoren is gelijk aan $\vec{V} - \vec{U}$?

- (A) \vec{A} (B) \vec{B} (C) \vec{C} (D) \vec{D}

Oplossing: C

Vraag 20

Voor elke waarde van $\lambda \in \mathbb{R}$ zijn twee vectoren in \mathbb{R}^3 gegeven: $\vec{a}_\lambda(1, -2, \lambda)$ en $\vec{b}_\lambda\left(\frac{2\lambda}{3}, -4, 6\right)$. Voor $\lambda = \lambda_1$ zijn de vectoren \vec{a}_{λ_1} en \vec{b}_{λ_1} evenwijdig, terwijl voor $\lambda = \lambda_2$ de vectoren \vec{a}_{λ_2} en \vec{b}_{λ_2} loodrecht op elkaar staan. Waaraan is $\lambda_1 + \lambda_2$ gelijk?

- (A) $\frac{13}{9}$ (B) $\frac{11}{7}$ (C) $\frac{9}{5}$ (D) $\frac{7}{3}$

Oplossing: C

Zie oefening 8 van juli 2024 burgerlijk ingenieur, wiskunde en fysica.

Vraag 21

Je vergat de 6-cijferige toegangscode van je smartphone. Het enige dat je nog herinnert is dat het eerste cijfer een 5 was en het derde een 1 of een 2. Hoeveel mogelijke toegangscodes blijven er over?

- ✓ (A) 20 000 (B) 100 000 (C) 200 000 (D) 1 000 000

Oplossing: A

6 cijfers \Rightarrow eerste = 5 \Rightarrow 5 cijfers over

3e = 1 of 2 \Rightarrow 4 cijfers over

$$1 + \underline{\quad \quad \quad}$$

{ 2

$$2 + \underline{\quad \quad \quad}$$

10 keuzes $\Rightarrow 10^4 = 10000$

$$10000 \times 2 = 20000$$

Vraag 22

De organisatie van een veldrit betaalt aan de 10 eerste veldrijders in de rangschikking een geldprijs. De winnaar ontvangt 7500 euro, de tiende 300 euro. De organisatie heeft ervoor gezorgd dat het verschil tussen twee opeenvolgende prijzen steeds hetzelfde is. Hoeveel euro ontvangt de vijfde in de rangschikking?

(A) 3600

(B) 3900

✓ (C) 4300

(D) 4620

Oplossing: C

$$\text{verschil} = x$$

$$P_1 = 7500, \quad P_{10} = 300$$

$$P_1 = 7500$$

$$P_2 = 7500 - x = P_1 - x$$

$$P_3 = (7500 - x) - x = P_2 - x = P_1 - 2x$$

$$P_4 = P_1 - 3x$$

$$P_5 = P_1 - 4x$$

$$\vdots$$

$$P_{10} = P_1 - 9x = 300$$

$$\Rightarrow 7500 - 9x = 300 \Rightarrow 9x = 7500 - 300 \\ = 7200$$

$$\Rightarrow x = \frac{7200}{9} = 800$$

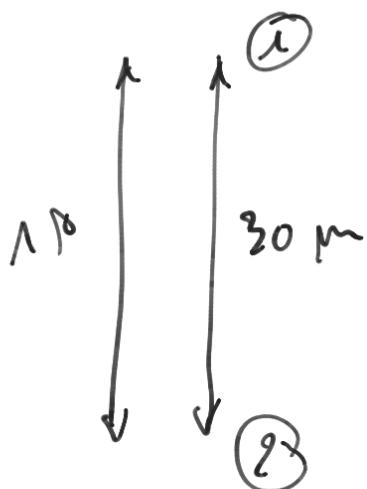
$$\boxed{P_5 = P_1 - 4x = 7500 - 4 \cdot 800 = 7500 - 3200} \\ = \boxed{4300}$$

Vraag 23

Een rotsblok valt vanaf een klif recht naar beneden. In de laatste seconde van de val, net vooraleer het rotsblok de grond raakt, legt het een afstand van 30 m af. Met welke snelheid raakt het rotsblok de grond (stel $g = 10 \text{ m/s}^2$)?

- (A) 25 m/s (B) 30 m/s (C) 35 m/s (D) 40 m/s

Oplossing: C



$$v_{\text{gen}} = \frac{30 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 30 \text{ m/s} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$a = g = C \cancel{\frac{1}{t}} = \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \int_{v_1}^{v_2} dv = \int_{t_1}^{t_2} a dt \Rightarrow v_2 - v_1 = a(t_2 - t_1)$$

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = 30 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v_2 - v_1 = a \cdot 1 \\ v_2 - v_1 = 10 \cdot 1 \\ v_2 - v_1 = 10 \end{cases}$$

$$v_2 - v_1 = 10 \quad (2)$$

$$\hookrightarrow v_1 = v_2 - 10$$

$$\text{in (1)} : \frac{v_2 - 10 + v_2}{2} = 30$$

$$2v_2 = 60 + 10 = 70$$

$$v_2 = \frac{70}{2} = 35$$

Vraag 24

Heksenboter (*Fuligo septica*) is een gele slijmzwam die zich kan voortbewegen op zoek naar nutriënten door middel van een plasmodium onder koele, vochtige omstandigheden. De afstand tussen de Groenplaats in Antwerpen en de grote Markt in Brussel is 44 km. Een slijmzwam vertrekt bij schemer vanaf de Groenplaats in Antwerpen richting de Grote Markt in Brussel (vermoedelijk op zoek naar een Brusselse wafel) aan een snelheid van 1 mm/s. Na 12 uur voortbewegen komt de zon op en is het te warm voor de slijmzwam om verder te gaan. Hoeveel nachten heeft de slijmzwam nodig om tot de Grote Markt te geraken (je mag ervan uitgaan dat de nacht steeds even lang duurt, onafhankelijk van het seizoen).

(A) 1

(B) 102

✓ (C) 1019

(D) 1018519

Oplossing: C

$$1 \text{ mm/s} = 3600 \text{ mm/h} = 3,6 \text{ m/h}$$

$$12 \text{ h} \Rightarrow 3,6 \text{ m/h} \cdot 12 \text{ h} = 43,2 \text{ m per nacht}$$

$$\Rightarrow \frac{44000 \text{ m}}{43,2 \text{ m/nacht}} = 1018,5185 \text{ nachten}$$

$\approx 1019 \text{ nachten}$

Vraag 25

Een boer heeft 23 koeien die gemiddeld op 1 week 4284 liter melk leveren. 13 koeien zijn van ras A. De andere koeien zijn van ras B. Een koe van ras A geeft gemiddeld 12 liter melk per melkbeurt. Dagelijks zijn er twee melkbeurten. De boer zou graag zijn productie optrekken tot 5000 liter melk per week (= 7 dagen). Hoeveel extra koeien van ras B zou hij daarvoor minstens nodig hebben?

(A) 3

✓ (B) 4

(C) 5

(D) 6

Oplossing: B

$$13 \text{ A} \rightarrow A = 12 \text{ l} \rightarrow \times 2 = 24 \text{ l/d}$$

$$B = 23 - 13 = \text{lo koeien B}$$

$$10 \text{ B} \rightarrow B = x \text{ l} \rightarrow \times 2 = 2x \text{ l/d}$$

$$\Rightarrow 4284 = 7 \cdot (13 \cdot 24 + 10 \cdot 2x)$$

$$= 8184 + 140x$$

$$\Rightarrow x = \frac{4284 - 8184}{140} = \frac{-3900}{140} = \frac{30}{2} = 15 \text{ l}$$

Dus koe B → 15 l per melkbeurt

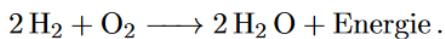
$$5000 - 4284 = 716 \text{ l}$$

$$2 \cdot 15 \cdot 7 = 210 \text{ l per week}$$

$$\frac{716}{210} = 3,4 \text{ koeien} \rightarrow 4$$

Vraag 26

De energie afkomstig uit de Ariane-5 draagraket steunt op de reactie tussen vloeibare waterstof (H_2) en vloeibare zuurstof (O_2) die kan geschreven worden als:



Hoeveel ton water (H_2O) wordt er geproduceerd indien er initieel 132 ton vloeibare zuurstof en 25 ton vloeibare waterstof aanwezig is? (Molaire massa's: $O_2 = 32 \text{ g/mol}$; $H_2 = 2 \text{ g/mol}$; $H_2O = 18 \text{ g/mol}$)

(A) 37

✓(B) 148

(C) 296

(D) 592

Oplossing: B

$$O_2 : 132 \cdot 10^3 \text{ kg} = 132 \cdot 10^6 \text{ g}$$

$$\frac{132 \cdot 10^6 \text{ g}}{32 \text{ g/mol}} = 4,125 \cdot 10^6 \text{ mol } O_2$$

$$H_2 : 25 \cdot 10^3 \text{ kg} = 25 \cdot 10^6 \text{ g}$$

$$\frac{25 \cdot 10^6 \text{ g}}{2 \text{ g/mol}} = 12,5 \cdot 10^6 \text{ mol } H_2$$

$$4,125 \cdot 10^6 \text{ mol } O_2 \rightarrow \times 2 = 8,25 \cdot 10^6 \text{ mol } H_2$$

modig

$\Rightarrow 8,25 \cdot 10^6 \text{ mol } H_2O$ geproduceerd!

$$H_2O : 8,25 \cdot 10^6 \text{ mol} \cdot 18 \text{ g/mol}$$

$$= 148,5 \cdot 10^6 \text{ g} = 148,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

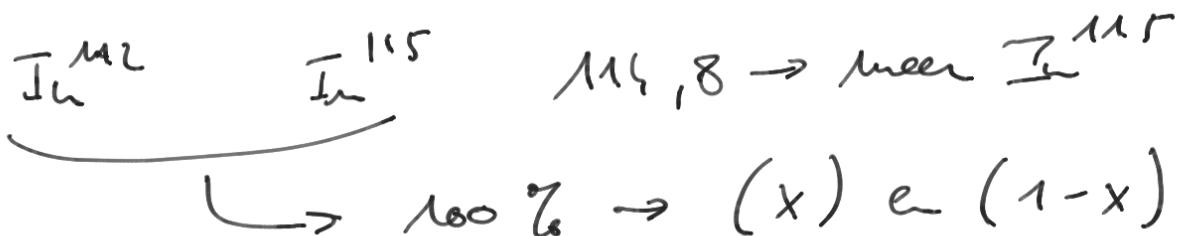
$$= 148,5 \text{ ton}$$

Vraag 27

Een chemisch element kan voorkomen in verschillende isotopen die elk een verschillende massa hebben. De atoommassa van een element is het gewogen gemiddelde van de atoommassa's van de in de natuur voorkomende isotopen van dat element. Indium (In) heeft atoomnummer 49 en een atoommassa 114,8. In de natuur komen er twee stabiele isotopen voor, namelijk In-112 en In-115. In welke verhoudingen komen deze isotopen voor?

- ✓ (A) $\frac{1}{14}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{15}$ (D) $\frac{1}{4}$

Oplossing: A



$$\Rightarrow 112(1-x) + 115x = 114,8$$

$$112 - 112x + 115x = 114,8$$

$$3x = 114,8 - 112 \approx 2,8$$

$$x = \frac{2,8}{3} = 0,9333\dots$$

$$1-x = 0,0666\dots$$

$$\frac{0,9333\dots}{0,0666\dots} = 14 \Rightarrow \text{Dus een verhouding}$$

van $\frac{1}{14}$

Vraag 28

Een bedrijf dat vegetarische burgers maakt ziet zijn verkoop stijgen. Voorspellingen geven aan dat de totale inkomsten, I (10^3 EUR), zullen stijgen in de komende 20 jaar volgens:

$$I = 1000t - 20t^2 + 12500,$$

waarbij $t = 0$ overeenstemt met het jaar 2022, $t = 1$ met 2023, enz. Door een stijging in de verwachte grondstofprijs, voorspelt men dat de kosten, K (10^3 EUR), bij de productie van de burgers zullen stijgen in de volgende 20 jaar volgens:

$$K = 50t^2 + 140t + 3700.$$

In welke periode zal de winst maximaal worden?

(A) In de periode 2023 – 2027

✓ (B) In de periode 2028 – 2032

(C) In de periode 2033 – 2037

(D) In de periode 2038 – 2042

Oplossing: B

Winst = Inkomsten - Kosten

$$\begin{aligned} W &= 1000t - 20t^2 + 12500 \\ &\quad - 50t^2 - 140t - 3700 \end{aligned}$$

$$W = -70t^2 + 860t + 8800$$

Winst maximaal \rightarrow afgeleide = 0

$$\Rightarrow W' = -140t + 860 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{860}{140} = 6,14$$

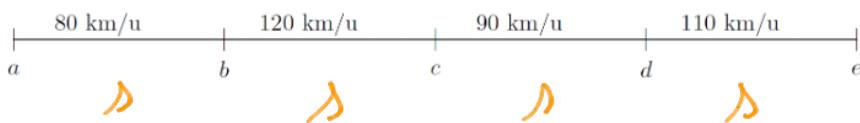
$$t = 0 \Rightarrow 2022 \rightarrow +6,14 = 2028,14$$

\rightarrow periode 2028 – 2032



Vraag 29

Een voertuig rijdt in een rechte lijn van a naar e . De afstanden tussen de opeenvolgende punten zijn gelijk, maar het voertuig heeft een verschillende snelheid langsheel elk deel van het traject (zie figuur).



Als V de gemiddelde snelheid is over het traject ac (in km/u) en W de gemiddelde snelheid over het traject ce (in km/u), wat geldt er dan voor deze snelheden?

- (A) $V < W < 100$ (B) $V = W = 100$ (C) $100 < V \leq W$
(D) $W \leq V < 100$

Oplossing: A

Stel $s = 100 \text{ km}$

$$\underline{ab} \quad \frac{100 \text{ km}}{80 \text{ km/u}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \text{ u} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{5}{4} + \frac{5}{6} = \frac{15+10}{12} \\ t = \frac{25}{12} \text{ u} \end{array} \right\}$$

$$\underline{bc} \quad \frac{100 \text{ km}}{120 \text{ km/u}} = \frac{5}{6} \text{ u}$$

$$\underline{cd} \quad \frac{100 \text{ km}}{90 \text{ km/u}} = \frac{10}{9} \text{ u} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{10}{9} + \frac{10}{11} = \frac{110+90}{99} \\ t = \frac{200}{99} \text{ u} \end{array} \right\}$$

$$ac: V = \frac{s}{t} = \frac{2s}{\frac{25}{12}} = \frac{200}{\frac{25}{12}} = 200 \cdot \frac{12}{25} = 8 \cdot 12 = 96 \text{ km/u}$$

$$ce: W = \frac{s}{t} = \frac{2s}{\frac{200}{99}} = 200 \cdot \frac{99}{200} = 99 \text{ km/u}$$

$$\Rightarrow V < W < 100$$

(A)

Vraag 30

De Shannon index H is een maat voor de diversiteit van een populatie in een bepaald gebied en wordt uitgedrukt als:

$$H = - \sum_{i=1}^s p_i \ln(p_i),$$

met s het aantal verschillende soorten in de populatie en p_i de propsectie van soort i , d.i.

$$\frac{\text{het aantal individuen van soort } i}{\text{het totaal aantal individuen}}.$$

Tellingen van vlinders in twee verschillende gebieden leverden onderstaande aantallen:

gebied	vlindertsoort			
	dagpauwoog	atalanta	oranjetip	citroenvlinder
A	70	30	0	0
B	35	15	35	15

De Shannon index in gebied A is gelijk aan 0.6. Wat is de waarde van de Shannon index in gebied B?

- (A) 0.3 (B) 1.0 (C) 1.2 (D) 1.3

Oplossing: D

Ⓐ $P_1 = \frac{70}{100}, P_2 = \frac{30}{100}, P_3 = \frac{0}{100}, P_4 = \frac{0}{100}$
 $H_1 = (0,7 \ln(0,7) + 0,3 \ln(0,3) + 0 + 0)$
 $\approx 0,61$

Ⓑ $(35 + 15) / 2 = 100 = \text{totaal}$
 $P_1 = \frac{35}{100}, P_2 = \frac{15}{100}, P_3 = \frac{35}{100}, P_4 = \frac{15}{100}$
 $H_2 = [2(0,35 \cdot \ln(0,35) + 0,15 \cdot \ln(0,15))]$
 $\approx 1,3$ (D)