1. Bereken de volgende limiet

$$L = \lim_{x \to +\infty} \ln\left(\frac{x \ln(x)}{x + \ln(x)}\right)$$

A. $L = 0$

B. $L = 1$

C. $L = +\infty$

D. $L = -\infty$

Oplossing: C

$$= \ln \lim_{x \to \infty} \frac{x \ln x}{x + \ln x} \Rightarrow \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow \text{L'Hopital}$$

$$= \ln \lim_{x \to \infty} \frac{\ln x + x \cdot 1/x}{1 + 1/x}$$

$$= \ln \lim_{x \to \infty} \frac{\ln x + 1}{\frac{x+1}{x}} = \ln \lim_{x \to \infty} \frac{x \ln x + x}{x + 1}$$

$\Rightarrow$ L'Hopital

$$= \ln \lim_{x \to \infty} \frac{\ln x + x \cdot 1/x + 1}{1}$$

$$= \ln \lim_{x \to \infty} (\ln x + 2)$$

$\Rightarrow \ln(\infty) = \infty$

$$= +\infty$$

2. Voor de functie met als voorschrift

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 - x - 6} = \frac{x(x+2)}{x^2 - x + 2x - 2x - 6} = \frac{x(x+2)}{x^2 + 2x - 3x - 6} = \frac{x(x+2)}{x(x+2) - 3(x+2)} = \frac{x\cancel{(x+2)}}{(x-3)\cancel{(x+2)}}$$

perforatie

geldt dat

A. ze niet gedefinieerd is ter hoogte van $x = -2$. ✓

B. ze een verticale asymptoot bezit in $x = 3$. ✓

C. ze een horizontale asymptoot bezit in $y = 1$. ✓

✓ D. alle bovenstaande van toepassing zijn.

Oplossing: D

$$\begin{array}{l|l} x & x-3 \\ \hline -(x-3) & 1 \\ \hline 0+3 & \end{array}$$

Na deling: $f(x) = \frac{x}{x-3} = 1 + \frac{3}{x-3}$

✓ $1 = HA$

$\lim_{x \to \pm\infty} = 0$

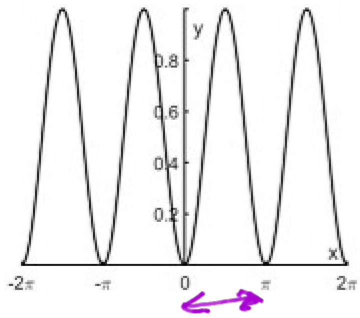
OF: voor de noemer kan je ook de kwadratische formule gebruiken om de nulpunten te vinden.

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{25} = \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2} \begin{cases} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

$$\rightarrow x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$$

3. Gegeven de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ waarvan de grafiek wordt weergegeven in Figuur 1.

1



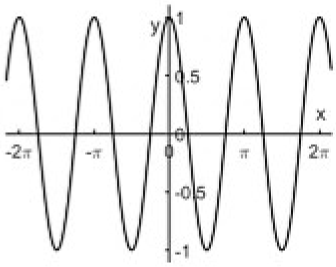
$$f(x) = -\frac{\cos(2x)}{2} + \frac{1}{2}$$

$T = \pi$

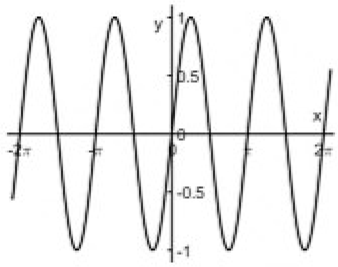
$\longrightarrow 2x$

Figuur 1: grafiek van de functie $f(x)$

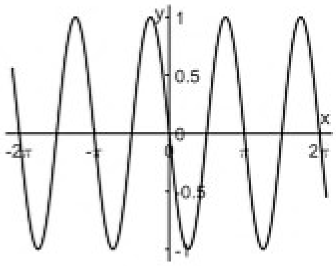
Welke van de onderstaande grafieken stelt dan de grafiek van de afgeleide functie f' voor?



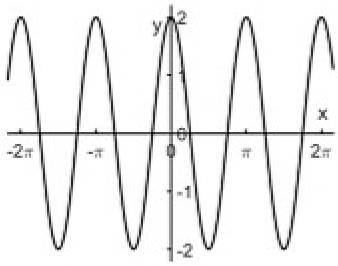
(A)



(B)



(C)



(D)

A. Figuur A
✓ B. Figuur B
C. Figuur C
D. Figuur D

Oplossing: B

$$\left(-\frac{\cos(2x)}{2} + \frac{1}{2}\right)'$$

$$= -\frac{1}{2}\left[-2\sin(2x) + 0\right]$$

$$= \sin(2x)$$

4. Bereken de afgeleide van de functie f met als voorschrift

$$f(x) = \frac{3x\cos(x) + \sin(x)\cos(x)}{3\sin(x)}$$

A. $f'(x) = \cot(x) - x + \dfrac{2(\cos(x))^2}{3\sin(x)} - \dfrac{\sin(x)}{3} + x(\cot(x))^2$

B. $f'(x) = x + \dfrac{\sin(x)}{3} + x(\cot(x))^2 + \cot(x)$

C. $f'(x) = \cot(x) - x - \dfrac{1}{3}\sin(x) - x(\cot(x))^2$

D. $f'(x) = 1 - 3\cos(x) - x(\cot(x))^2 - 3\cos(x)\cot(x)$

Oplossing: C

$$\frac{\cancel{3}x\cos x}{\cancel{3}\sin x} + \frac{\cancel{\sin x}\cos x}{3\cancel{\sin x}} = x\,\mathrm{cotg}(x) + \frac{1}{3}\cos x$$

$1 = \sin^2 x + \cos^2 x$

$$f'(x) = \mathrm{cotg}\,x + x \cdot \frac{-1}{\sin^2 x} - \frac{1}{3}\sin x$$

$$= \mathrm{cotg}\,x - x\,\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{1}{3}\sin x$$

$$= \mathrm{cotg}\,x - x - x\,\mathrm{cotg}^2 x - \frac{1}{3}\sin x$$

5. Bereken

$$I = \int_0^1 \frac{4x + \frac{6}{5}}{5x^2 + 3x + 2} dx$$

A. $I = \frac{2}{5}\ln(5)$ ✓

B. $I = -\infty$

C. $I = +\infty$

D. $I = \frac{2}{5}\ln(8)$

Oplossing: A

$$\frac{1}{5} \frac{20x + 6}{5x^2 + 3x + 2} = \frac{2}{5} \frac{10x + 3}{5x^2 + 3x + 2}$$

$$\int (10x + 3)\, dx = 10 \cdot \frac{x^2}{2} + 3x + C$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}(5x^2 + 3x + C) = 10x + 3$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} \int_0^1 \frac{d(5x^2 + 3x + 2)}{5x^2 + 3x + 2} = \frac{2}{5} \int_0^1 \frac{du}{u}$$

$$\frac{2}{5} \ln(5x^2 + 3x + 2) \Big|_0^1$$

$$\frac{2}{5} \left[\ln(5 + 3 + 2) - \ln(0 + 0 + 2) \right]$$

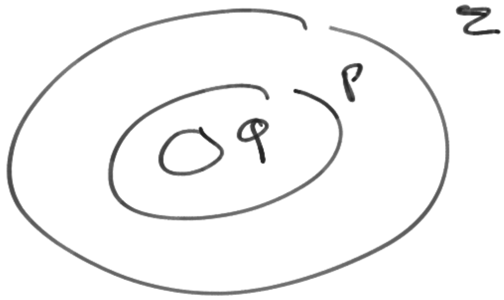
$$\frac{2}{5} \left[\ln\left(\frac{10}{2}\right) \right] = \boxed{\frac{2}{5} \ln 5}$$

6. Gegeven de verzamelingen P, Q en Z waarbij $P \subset Z, Q \subset Z$ en $P \cup Q = P$ en waar het symbool $\subset$ staat voor "is een deelverzameling van en niet gelijk aan ". Wat kan je besluiten over P en Q als je weet dat
$P \cap (Z \backslash Q) = \varnothing$?

A. $P = Z$
B. $P = Q$ ✓
C. $Q = Z$
D. $P = Q = Z$

Oplossing: B

$P \cup Q = P \Rightarrow P \subset Q$

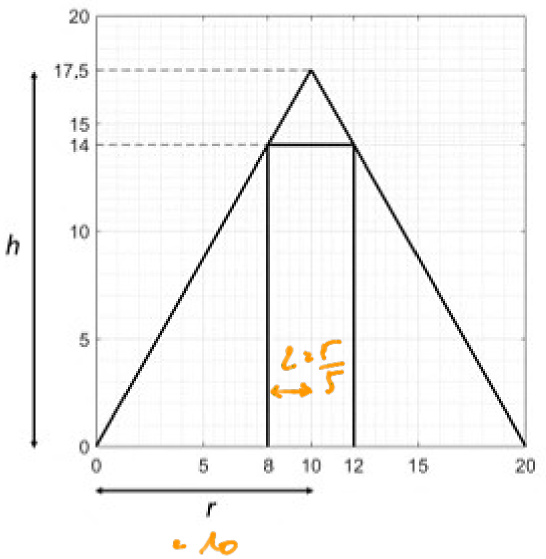


$Z \backslash Q \Rightarrow$ alles in Z maar niet in Q

$P \cap (Z \backslash Q) = \phi$

$\Rightarrow P = Q$

7. In een kegel met cirkelvormig grondvlak (hoogte h en straal grondvlak r) wordt een cilinder geplaatst zoals weergegeven in onderstaande figuur.



kegel: $I = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$

cilinder $= \pi r^2 \cdot h$

De verhouding van de inhoud van de cilinder t.o.v. de inhoud van de kegel wordt dan gegeven door

✓ A. $\frac{84}{25 \cdot 35}$

B. $\frac{28}{74 \cdot 35}$

C. $\frac{84}{175}$

D. $\frac{\frac{28}{175}}{3}$

Oplossing: A

$$\Rightarrow \frac{C}{K} = \frac{\cancel{\pi}\left(\frac{r}{5}\right)^2 \cdot 14}{\frac{\cancel{\pi}\,\cancel{r^2} \cdot 17{,}5}{3}} = \frac{1}{25} \cdot \frac{14 \cdot 3}{17{,}5} \cdot \frac{2}{2}$$

$$= \boxed{\frac{14 \cdot 6}{25 \cdot 35} = \frac{84}{25 \cdot 35}}$$

8. Als a gelijk is aan $\frac{4\sqrt[3]{16}\sqrt{8}}{\sqrt[4]{64}}$, dan is $\log_2(\sqrt[3]{a})$ gelijk aan

A. 10
B. 10/9
C. 9
D. 1/9

Oplossing: B

$$a = \frac{2^2 \cdot \sqrt[3]{2^4} \cdot \sqrt{2^3}}{\sqrt[4]{2^6}}$$

$$a = \frac{2^2 \cdot 2^{4/3} \cdot \cancel{2^{3/2}}}{\cancel{2^{6/4}}} \qquad 6/4 = 3/2$$

$$a = 2^{(2+4/3)} = 2^{(10/3)}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{2^{(10/3)}} = 2^{(10/3)\cdot(1/3)} = 2^{(10/9)}$$

$$\Rightarrow \log_2(\sqrt[3]{a}) = \log_2(2^{(10/9)}) = \frac{10}{9}\underbrace{\log_2 2}_{1}$$

$$= \boxed{\frac{10}{9}}$$

9. De sommatie $\sum_{i=1}^{n} (-1)^i$

A. is altijd gelijk aan 0.

B. is altijd gelijk aan −1.

✓ C. is gelijk aan 0 als n even is.

D. is gelijk aan −1 als n even is.

Oplossing: C

$n = 2$: $(-1) + (-1)^2 = -1 + 1 = 0$ ✓

$n = 3$: $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 = -1 + 1 - 1 = -1$

$n = 4$: $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 = -1 + 1 - 1 + 1 = 0$ ✓

10. Beschouw de matrices B en C: $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ en $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Als je weet dat $A \cdot B = C$, waaraan is de matrix A dan gelijk?

A. $\begin{pmatrix} 5/3 & 2/3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3/2 & 3/5 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2/3 & 5/3 \end{pmatrix}$

✓ D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5/3 & 2/3 \end{pmatrix}$

Oplossing: D

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a+2b & 2a+b \\ c+2d & 2c+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$a + 2b = 1 \quad \times(-2)$

$2a + b = 2$

$0 - 3b = 0$

$\Rightarrow \boxed{b = 0}$

$\Rightarrow a + 0 = 1$

$\Rightarrow \boxed{a = 1}$

$c + 2d = 3 \quad \times(-2)$

$2c + d = 4$

$0 - 3d = -2$

$\Rightarrow \boxed{d = \frac{2}{3}}$

$\Rightarrow 2c + \frac{2}{3} = 4$

$2c = 4 - \frac{2}{3}$

$= \frac{12-2}{3}$

$= \frac{10}{3}$

$\Rightarrow \boxed{c = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$

11. Voor welke $x \in \mathbb{R}$ geldt er dat

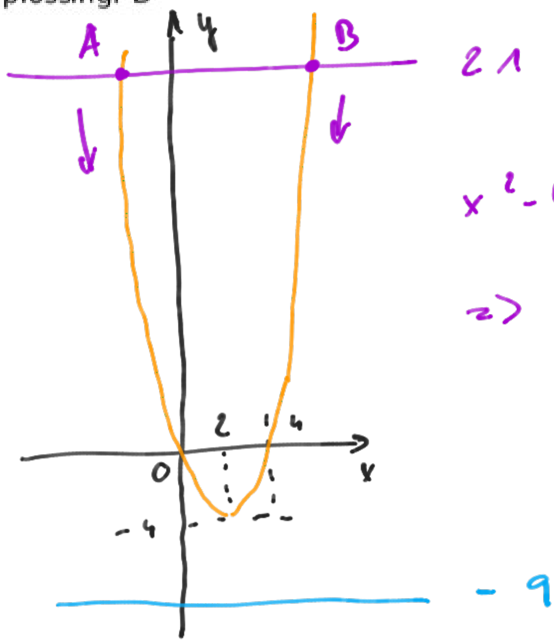
$$-9 \le x^2 - 4x \le 21?$$

A. $[7, +\infty[$
B. $]-\infty, -3]$
C. $]-\infty, -3] \cup [7, +\infty[$
√ D. $[-3, 7]$

Oplossing: D

$\hookrightarrow x(x-4) = 0 \;\; \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

TOP : $x = 2 \Rightarrow y = 2(2-4)$
$= -4$



A en B :

$x^2 - 4x = 21 \Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0$

$\Rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4.(-21)}}{2} = 2 \pm \dfrac{\sqrt{100}}{2}$

$= 2 \pm 5 \;\; \begin{cases} 7 = B \\ -3 = A \end{cases}$

-9 X $\Rightarrow -9 \le x^2 - 4 \Rightarrow$ altijd!

$\Rightarrow x^2 - 4x \le 21$ en $[-3, 7]$

12. Zij gegeven dat sin(x) = 1/5 en dat sin(x + π/2) < 0. Aan wat is tan(x) dan gelijk?

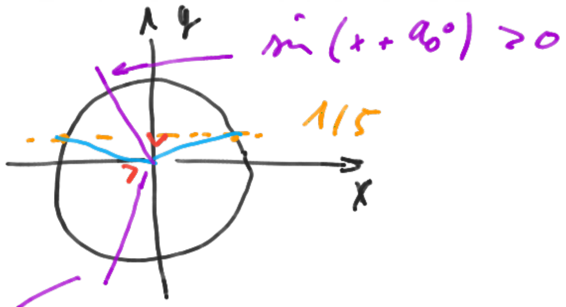
A. $\tan(x) = \frac{\sqrt{5}}{10}$

B. $\tan(x) = \frac{\sqrt{6}}{12}$

C. $\tan(x) = -\frac{\sqrt{5}}{10}$

✓ D. $\tan(x) = -\frac{\sqrt{6}}{12}$

Oplossing: D



$\sin(x + 90°) < 0 \Rightarrow \cos(x) < 0$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$\Rightarrow \cos^2 x = 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{25-1}{25} = \frac{24}{25}$

$\Rightarrow \cos x = \pm\sqrt{\frac{24}{25}} = \pm\frac{2\sqrt{6}}{5} \Rightarrow \cos x = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$

$\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1/5}{\frac{-2\sqrt{6}}{5}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{-2\sqrt{6}} = -\frac{1}{2\sqrt{6}} \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$

$= -\frac{\sqrt{6}}{12}$

13. Beschouw de driedimensionale ruimte met cartesiaans assenstelsel $Oxyz$. Beschouw de punten $A(2,5,5)$, $B(1,-1,3)$, $C(1,-3,3)$ en $D(3,1,5)$. De rechten AB en CD

A. zijn evenwijdig. ✗ → RV ≠
B. zijn kruisend. ✓
C. snijden elkaar in een punt verschillend van $(1,-3,3)$. ✗
D. snijden elkaar in het punt $(1,-3,3)$. ✗

A steunvector

Oplossing: B

$$AB: \begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}2\\5\\5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\-6\\-2\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -t + 2 \\ y = -6t + 5 \\ z = -2t + 5 \end{cases}$$

$$CD: \begin{pmatrix}3\\1\\5\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\-3\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\4\\2\end{pmatrix} \Rightarrow /2 \quad \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t - 3 \\ z = t + 3 \end{cases}$$

C steunvector

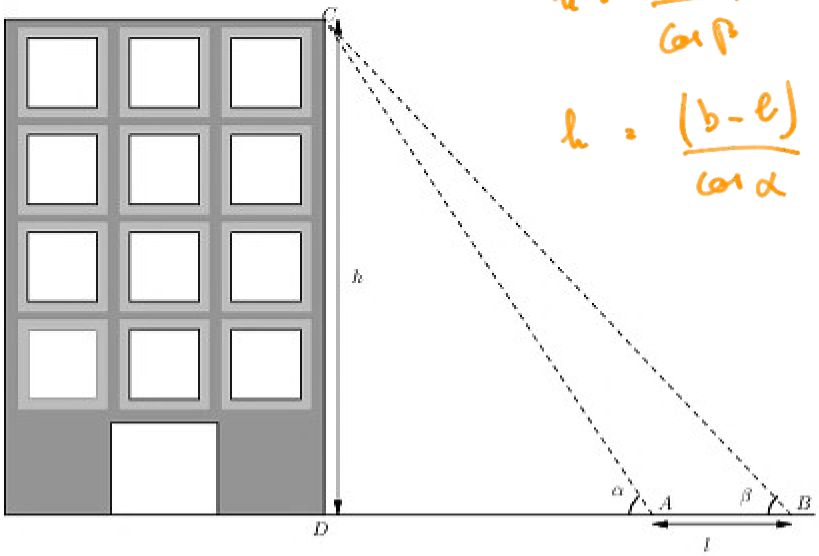
$$\left.\begin{array}{ll} x: & -t+2 = t+1 \Rightarrow 2t = 1 \Rightarrow t = 1/2 \\ y: & -6t+5 = 2t-3 \Rightarrow 8t = 8 \Rightarrow t = 1 \\ z: & -2t+5 = t+3 \Rightarrow 3t = 2 \Rightarrow t = 2/3 \end{array}\right\}$$

geen snijpunten!

14. Om de hoogte van een gebouw te bepalen, gaat men als volgt te werk. Men bepaalt in de punten A en B de kijkhoeken α en β. Als de afstand tussen A en B gegeven is als l, dan is de hoogte h van het gebouw gelijk aan

$$h = \frac{b}{\cos\beta} \cdot \sin\beta = b \,\mathrm{tg}\,\beta$$

$$h = \frac{(b-l)}{\cos\alpha} \sin\alpha = (b-l)\,\mathrm{tg}\,\alpha$$



b

A. $\frac{l \sin\beta \sin\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}$

B. $\frac{l \sin\beta \sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$

C. $\frac{l \cos\beta \cos\alpha}{\cos(\alpha-\beta)}$

D. $\frac{l \cos\beta \cos\alpha}{\cos(\alpha+\beta)}$

(**Aanwijzing:** bereken eerst de lengte $|AC|$ in driehoek $\triangle ABC$ en dan de hoogte h in de rechthoekige driehoek $\triangle ACD$) Oplossing: A

$$b \cdot \mathrm{tg}\,\beta = (b-l)\,\mathrm{tg}\,\alpha = b\,\mathrm{tg}\,\alpha - l\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

$$\Rightarrow \quad b(\mathrm{tg}\,\beta - \mathrm{tg}\,\alpha) = -l\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

$$\Rightarrow \quad b = \frac{l\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}\,\beta}$$

$$\Rightarrow \quad h = b \cdot \mathrm{tg}\,\beta = \frac{l \cdot \mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\beta}{\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}\,\beta} = l \cdot \frac{\frac{\sin\alpha \sin\beta}{\cos\alpha \cos\beta}}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\sin\beta}{\cos\beta}}$$

$$= l \, \frac{\frac{\sin\alpha \sin\beta}{\cancel{\cos\alpha \cos\beta}}}{\frac{\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha}{\cancel{\cos\alpha \cos\beta}}} = l \cdot \frac{\sin\alpha \sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha}$$

$$= l \, \boxed{\frac{\sin\alpha \cos\beta}{\sin(\alpha-\beta)}}$$

15. Beschouw de onbepaalde integraal

$$F(x) = \int x^2 \sin(x)dx$$

$\int f dg = f \cdot g - \int g df$

Welke van volgende uitdrukkingen, waarin C de integratieconstante voorstelt, is dan correct?

A. $x^{-1}F(x) = -x\cos(x) + 2\sin(x) + x^{-1}2\cos(x) + Cx^{-1}$ ✓
B. $F(x)x^2 = -x^4\cos(x) - 2x^3\sin(x) - 2x^2\cos(x) + Cx^2$
C. $F(x)(x-1) = x^3\cos(x) - x^2(\sin(x) + \cos(x)) + 2x(\sin(x) - \cos(x)) + 2\cos(x) + C(x-1)$
D. $F(x)(x+1) = -x^3\cos(x) - x^2(2\sin(x) + \cos(x)) + 2x(\cos(x) - \sin(x)) + 2\cos(x) + C(x+1)$

Oplossing: A

$$F(x) = -\int x^2 \, d(\cos x) = -\left[x^2 \cos x - \underline{\int \cos x \, d(x^2)}\right]$$

$$\int \cos x \, 2x \, dx = 2\int x \, d(\sin x)$$
$$= 2\left[x \sin x - \int \sin x \, dx\right]$$
$$= 2\left[x \sin x - (-\cos x)\right]$$
$$= 2x \sin x + 2\cos x$$

$$F(x) = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2\cos x + C$$

$$\frac{F(x)}{x} = -x\cos x + 2\sin x + \frac{2\cos x}{x} + \frac{C}{x}$$

16. De oppervlakte van het gebied ingesloten door de krommes $y = x^3$ en $y = x$ wordt gegeven door:

A. 0
B. 1/4
C. 1/2 ✓
D. 1

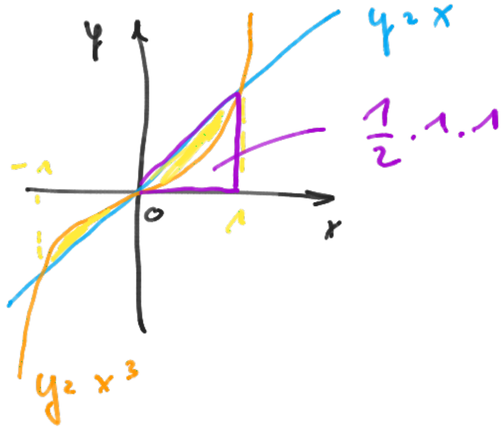
Oplossing: C

$y = x^3$ en $y = x$

$\downarrow$

$x^3 = x$

$\Rightarrow y = \pm 1$



$$A = 2\left[\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1 - \int_0^1 x^3\,dx\right]$$

$$= 1 - 2\left.\frac{x^4}{4}\right|_0^1 = 1 - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

17. Gegeven $x \in \mathbb{R}$, a een strikt positief natuurlijk getal en $|x+a| < a+2$.
Dan geldt:

A. $|x| < a+1$
B. $x < a+1$ *en* $-x < a+1$
C. $-2(a-1) < x < 2$
D. $-2(a+1) < x < 2$ ✓

Oplossing: D

$|x+a| \Rightarrow x < -a \Rightarrow -(x+a)$
$x \geq -a \Rightarrow x+a$

$\Rightarrow -x-a < a+2$
$-x < 2a+2$
$x > -(2a+2)$

$x+a < a+2$
$x < 2$

$\Rightarrow -2(a+1) < x < 2$

18. Stel $f(x) = x - 1$ en $g(x) = x^2 + 5$. Laat ons verder de samenstelling van de functie f met de functie g noteren als $f \circ g$. Dan is $f \circ (g \circ g)$ gelijk aan:

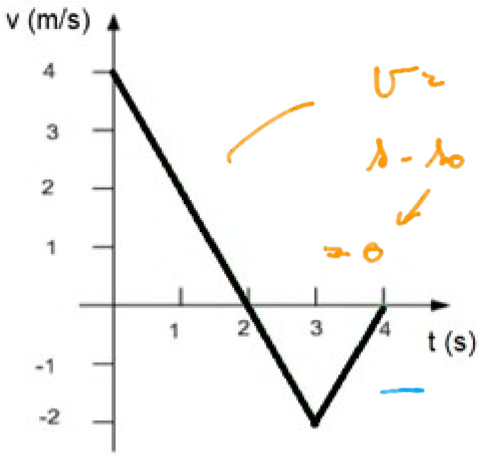
✓ A. $x^4 + 10x^2 + 29$
B. $x^4 + 10x^2 + 24$
C. $x^5 - x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 25x - 25$
D. $(x-1)^4 + 10(x-1)^2 + 30$

Oplossing: A

$$g \circ g = g(x^2+5) = (x^2+5)^2 + 5$$
$$= x^4 + 25 + 10x^2 + 5$$
$$= x^4 + 10x^2 + 30$$

$$f \circ (g \circ g) = (x^4 + 10x^2 + 30) - 1$$
$$= \boxed{x^4 + 10x^2 + 29}$$

19. Onderstaande figuur stelt de snelheid voor van een puntmassa die beweegt volgens een rechte lijn.



$v = -2t + 4$

$s - s_0 = \int_0^t v\,dt = \int_0^t (-2t+4)\,dt$

$s_0 = 0$

$= -2\frac{t^2}{2} + 4t = -t^2 + 4t$

$v = 2t - 8$

Op welk(e) tijdstip(pen) is de puntmassa het verst verwijderd van zijn positie op tijdstip $t = 2$ s?

A. op $t = 0$ s en $t = 4$ s

B. enkel op $t = 0$ s

C. op $t = 1$ s en $t = 3$ s

D. op enkel op $t = 3$ s

Oplossing: B

$t = 0$: $s = 0$ $\quad 4 - 0 = 4$ ✓

$t = 1$: $s = -(1)^2 + 4.1 = -1 + 4 = 3$ m $\quad 4 - 3 = 1$

$t = 2$: $s = -(2)^2 + 4.2 = -4 + 8 = 4$ m

$t = 3$: $s = -(3)^2 + 4.3 = -9 + 12 = 3$ m $\quad 4 - 3 = 1$

$t = 4$: $s = 3 + \int_3^4 2t - 8 = 3 + \left(\cancel{2}\frac{t^2}{\cancel{2}} - 8t\right)\Big|_3^4$

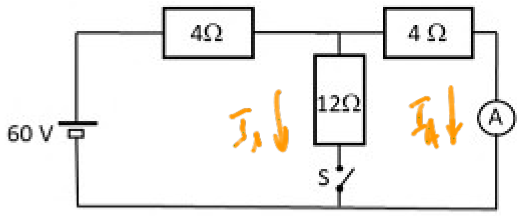
$= 3 + ((4^2 - 8.4) - (3^2 - 8.3))$

$= 3 + ((16 - 32) - (9 - 24))$

$= 3 + (-16 + 15)$

$= 3 - 1 = 2$ m $\quad 4 - 2 = 2$

20. In onderstaande schakeling wordt een stroomsterkte I gemeten met de ampèremeter A als de schakelaar S openstaat. De inwendige weerstand van de bron en ampèremeter worden verwaarloosd.



① $R = 4 + 4 = 8\,\Omega$

$I = \frac{U}{R} = \frac{60}{8}$

$= 7{,}5\ A$

Bij het sluiten van de schakelaar S zal de stroomsterkte I:

A. stijgen met een waarde tussen 0 A en 1 A
B. stijgen met een waarde tussen 1 A en 2 A
C. dalen met een waarde tussen 0 A en 1 A
D. dalen met een waarde tussen 1 A en 2 A ✓

Oplossing: D

② $R = 4 + \frac{4 \cdot 12}{4+12}$

$= 4 + \frac{48}{16}$

$= \frac{64}{16} + \frac{48}{16} = \frac{112}{16}$

$= 7\,\Omega$

$I = \frac{U}{R} = \frac{60}{7}\ A$

$12\,\Omega = 3 \cdot 4\,\Omega$

↓ grootste R → kleinste I

↘ factor 3

$3 I_s = I_A$

$I = I_s + I_A = 4 I_s \Rightarrow I_s = \frac{I}{4} = \frac{60}{4 \cdot 7} = \frac{15}{7}\ A$

$I_A = \frac{45}{7}\ A$

① - ②: $7{,}5 - \frac{45}{7} = \frac{52{,}5 - 45}{7} = \frac{7{,}5}{7} > 1$ en < 2

21. Twee even grote en tegengestelde ladingen zijn op een bepaalde afstand van elkaar verwijderd en oefenen een kracht uit op elkaar van 100.10^{-6} N. Als de afstand tussen de ladingen verminderd wordt met 90 mm, dan is de Coulombkracht 16 keer groter. Hoe ver waren de ladingen oorspronkelijk van elkaar verwijderd?

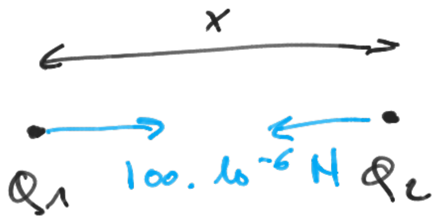
A. 80 mm

B. 96 mm

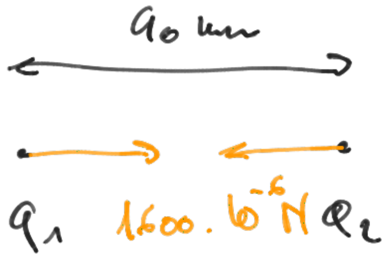
C. 108 mm

D. 120 mm ✓

Oplossing: D



$$F_1 = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{x^2} = 100 \cdot 10^{-6}\ N$$



$$F_2 = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{(x - 90 \cdot 10^{-3})^2} = 1600 \cdot 10^{-6}\ N$$

$$F_2 = 16\, F_1 \Rightarrow \cancel{k} \cdot \frac{\cancel{Q_1}\,\cancel{Q_2}}{(x - 90 \cdot 10^{-3})^2} = 16 \cdot \cancel{k} \cdot \frac{\cancel{Q_1}\,\cancel{Q_2}}{x^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{16\,(x - 90 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$x = 4\,(x - 90 \cdot 10^{-3})$$

$$x = 4x - 360 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 3x = 360 \cdot 10^{-3} \Rightarrow x = \frac{360 \cdot 10^{-3}}{3}$$

$$\boxed{x = 120 \cdot 10^{-3}\, m}$$

22. Op een warme zomerdag wil je iets fris drinken maar er staat helaas niets meer in de koelkast en er zijn ook geen ijsblokjes in de diepvries. Gelukkig staat er in die diepvries wel een plastic beker met massa m_b en temperatuur θ_b. Je doet een hoeveelheid water met massa m_w op kamertemperatuur θ_w in deze beker. De warmtecapaciteit van de beker is C_b en de specifieke warmtecapaciteit van het water is c_w. Veronderstel dat er geen warmte-uitwisseling is met de omgeving. Welke van de onderstaande uitdrukkingen geeft de eindtemperatuur θ van het geheel beker en water?

✓ A. $\frac{(c_w \cdot m_w \cdot \theta_w + C_b \theta_b)}{(c_w \cdot m_w + C_b)}$

B. $\frac{(c_w \cdot m_w \cdot \theta_w - C_b \theta_b)}{(c_w \cdot m_w - C_b)}$

C. $\frac{(c_w \cdot m_w \cdot \theta_w - C_b \theta_b)}{(c_w \cdot m_w - C_b \cdot m_b)}$

D. $\frac{(c_w \cdot m_w \cdot \theta_w + C_b \theta_b)}{(c_w \cdot m_w + C_b \cdot m_b)}$

Oplossing: A

$$Q_B = C_B(\theta - \theta_b)$$

$$Q_W = c_W \cdot m_W(\theta_W - \theta)$$

$$Q_B = Q_W$$

$$C_B\theta - C_B\theta_b = c_W m_W \theta_W - c_W m_W \theta$$

$$(C_B + c_W m_W)\theta = c_W m_W \theta_W + C_B \theta_b$$

$$\theta = \frac{c_W m_W \theta_W + C_B \theta_B}{C_B + c_W m_W}$$ ✓

23. Bij 1000°C reageert ammoniakgas (NH_3) met zuurstofgas (O_2) ter vorming van stikstofmonoxidegas (NO) en waterdamp (H_2O). Als het initiële gasmengsel 12 g NH_3 en 20 g O_2 bevat, hoeveel NO kan er dan maximaal gevormd worden?

A. 21,2 g
B. 18,8 g
✓ C. 15,0 g
D. 23,4 g

Oplossing: C

$$a\,NH_3 + b\,O_2 \rightarrow c\,NO + d\,H_2O$$

$$\left.\begin{array}{l} a = c \\ 3a = 2d \\ 2b = c + d \end{array}\right\}$$

kies $a = 1$

$\Rightarrow c = 1$

$d = \frac{3}{2}$

$b = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{2}\right) = \frac{5}{4}$

$\Rightarrow$ alles $\times 4$: $a = 4$, $b = 5$, $c = 4$, $d = 6$

$$\Rightarrow 4\,NH_3 + 5\,O_2 \rightarrow 4\,NO + 6\,H_2O$$

NH_3: $14 + 3 \cdot 1 = 17$ g/mol $\rightarrow$ 12 g $\Rightarrow \frac{12}{17}$ mol NH_3

O_2: $16 \cdot 2 = 32$ g/mol $\rightarrow$ 20 g $\Rightarrow \frac{20}{32}$ mol O_2

$4\,NH_3 + 5\,O_2$

$\frac{12}{17} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{17}$

$\frac{20}{32} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{32}$ = kleinste dus beperkende factor

$5\,O_2 \rightarrow 4\,NO$

$1\,O_2 \rightarrow \frac{4}{5}\,NO$

$\frac{20}{32}\,O_2 \rightarrow \frac{\cancel{20}^{\,4}}{\cancel{32}_{\,8}} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}}\,NO = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ mol NO

$14 + 16 = 30$ g/mol

$$\Rightarrow 30 \cdot \frac{1}{2} = \boxed{15 \text{ g NO}}$$

24. Men meet de pH ($-\log[H^+]$) van een waterige zwavelzuuroplossing en bekomt een waarde van 4. Men brengt 25 mL van deze oplossing over in een maatkolf van 500 mL en lengt deze aan met gedestilleerd water tot aan het merkteken. Hiervan wordt 50 mL overgebracht in een beker waarin opnieuw de pH wordt gemeten. Welke waarde zal de pH elektrode hier aanwijzen?

A. De pH verandert niet.

✓ B. $-\log[5 \cdot 10^{-6}] = 5,3$

C. $-\log[1 \cdot 10^{-6}] = 6$

D. $-\log[2.5 \cdot 10^{-7}] = 6,6$

Oplossing: B

$pH = 4 \Rightarrow 10^{-4}$ mol H^+/ℓ

$\Rightarrow 25\,m\ell \Rightarrow 10^{-4} \cdot \frac{25}{1000}$

$= 25 \cdot 10^{-7}$ mol H^+

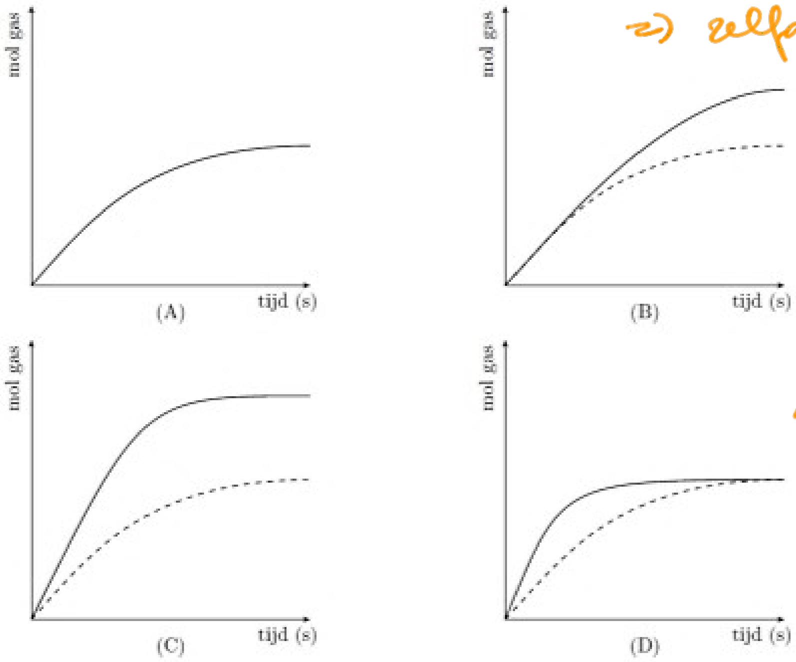
$\Rightarrow \frac{25 \cdot 10^{-7}\ \text{mol}}{0,5\ \ell} = 50 \cdot 10^{-7}$ mol$/\ell$ H^+

$= 5 \cdot 10^{-6}$ mol$/\ell$ H^+

$\Rightarrow pH = -\log(5 \cdot 10^{-6})$

25. Men brengt 1,0 cm magnesiumlint in 100 ml HCl (c = 1 mol/l) en meet tijdens de reactie de hoeveelheid gas die ontstaat. De resultaten zijn weergegeven in stippellijn in onderstaande figuren. De proef wordt herhaald bij een hogere temperatuur. Deze resultaten worden in de figuur door een volle lijn weergegeven.

→ snellere reactie
⇒ zelfde eindresultaat



In welke figuur geeft de volle lijn de gevormde hoeveelheid gas weer in functie van de tijd bij deze hogere temperatuur?

A. Figuur A
B. Figuur B
C. Figuur C
D. Figuur D

Oplossing: D