Oefening 1

In een spel wordt 800 euro prijzengeld verdeeld over vijf prijzen. De hoofdprijs (eerste prijs) bedraagt 260 euro en het verschil tussen opeenvolgende prijzen is steeds hetzelfde. Hoeveel euro bedraagt de vierde prijs?

(A) 60 ✓ (B) 110 (C) 135 (D) 160

Oplossing: B

juist beantwoord: 79 %

$$p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 800 - p_1 = 800 - 260 = 540$$

$$p_1 - p_2 = x \rightarrow p_2 = p_1 - x$$

$$p_2 - p_3 = x \rightarrow p_3 = p_2 - x = p_1 - 2x$$

$$p_3 - p_4 = x \rightarrow p_4 = p_3 - x = p_1 - 3x$$

$$p_4 - p_5 = x \rightarrow p_5 = p_4 - x = p_1 - 4x$$

$$p_1 - x + p_1 - 2x + p_1 - 3x + p_1 - 4x = 540$$

$$4p_1 - 10x = 540$$

$$4 \cdot 260 - 10x = 540 \Rightarrow \frac{10x}{10} = \frac{4 \cdot 260}{10} - \frac{540}{10}$$

$$\boxed{x = 104 - 54 = 50}$$

$$\Rightarrow \boxed{p_4 = p_1 - 3x = 260 - 3 \cdot 50 = 110}$$

Oefening 2

Gegeven is volgend stelsel vergelijkingen in $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$

Met welke van onderstaande vergelijkingen kan dit stelsel aangevuld worden tot een strijdig stelsel (stelsel zonder oplossingen)?

(A) $x = 4$ ✓ (B) $x - 4y = -2$ (C) $x + 4y = 8$ (D) $x - 3y = 1$

Oplossing: B

juist beantwoord: 91 %

$(\times 2)$ $\quad 2x - 2y = 6$

$(2x + 3y = 11) \; -$

$0 - 5y = -5$

$\Rightarrow \boxed{y = 1}$

in $x - y = 3$

$x = 3 + y = 3 + 1$

$\boxed{x = 4}$

A = ok !

B : $x - 4y = -2$

$4 - 4 \cdot 1 = 0 \neq -2$ ✗

Oefening 3

Gegeven is een afleidbare functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met $f(0) = 6$. De raaklijn aan de grafiek van f in het punt $(0, 6)$ gaat door het punt $(3, 0)$. Waaraan is $f'(0)$ dan gelijk?

(A) -6 (B) -3 (C) -2 (D) $-\frac{1}{2}$

Oplossing: C

juist beantwoord: 84 %

$f'(0)$ = rico raaklijn = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-0}{0-3} = -\frac{6}{3} = -2$

Oefening 4

Beschouw de functie $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ met voorschrift $f(x) = x \ln x$. Waaraan is $\dfrac{f'(e)}{f'(1)}$ gelijk?

(A) $\dfrac{1}{e}$ (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) 2 (D) $e+1$

$$(f \cdot g)' = f'g + f \cdot g'$$

Oplossing: C

juist beantwoord: 89 %

$$f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$$

$$\frac{f'(e)}{f'(1)} = \frac{\ln e + 1}{\ln 1 + 1} = \frac{1+1}{0+1} = 2$$

Oefening 5

Veronderstel $a \in \mathbb{R}$, en beschouw de matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Welk getal staat op de tweede rij, derde kolom van de matrix A^{25}?

(A) $-a$ ✓ (B) a (C) a^{24} (D) $-a^{25}$

Oplossing: A

juist beantwoord: 89 %

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cancel{a^2} - \cancel{a^2} + a \\ 0 & 0 & \cancel{-a^2} + \cancel{a^2} - a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Identiek dus $A^{25} \Rightarrow -a$

Oefening 6

Waaraan is $\int_0^2 3x^2(2^4 - 2x^3)^7\,dx$ gelijk?

$x^3 \rightarrow \frac{d(x^3)}{dx} = 3x^2$

$\frac{d(2^4 - 2x^3)}{dx} = -2.3x^2$

(A) -2^{12} (B) -2^6 (C) 2^{22} (D) 2^{28}

Oplossing: D
juist beantwoord: 79 %

$$\int_0^2 (16-2x^3)^7\,d(x^3) = \int_0^2 (16-2x^3)^7\left(-\frac{1}{2}\right) d(2x^3)$$

$$= -\frac{1}{2}\int_0^2 (16-2x^3)^7\,d(16-2x^3) = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}(16-2x^3)^8\Big|_0^2$$

$$= -\frac{1}{16}\left[(16-2.2^3)^8 - (16-0)^8\right] = -\frac{1}{16}(-16^8)$$

$$= 16^7 = (2^4)^7 = \boxed{2^{28}}$$

Oefening 7

Gegeven de volgende twee verzamelingen, elk met drie punten in $\mathbb{R}^3$:

$A = \{(3, 0, 2), (0, 4, 0), (6, -2, 5)\}$ en $B = \{(2, 0, 3), (1, 1, 2), (4, -2, 5)\}$.

Welke van de volgende beweringen is waar?

(A) De punten van A liggen op een rechte en de punten van B niet.

(B) De punten van A liggen niet op een rechte en de punten van B wel. ✓

(C) De punten van A liggen op een rechte en de punten van B ook.

(D) De punten van A liggen niet op een rechte en de punten van B ook niet.

Oplossing: B
juist beantwoord: 81 %

Voor A: $\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \left\{\begin{aligned} x &= -3t + 0 \\ y &= 4t + 4 \\ z &= -2t + 0 \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} t &= -\frac{x}{3} \\ t &= \frac{y-4}{4} \\ t &= -\frac{z}{2} \end{aligned}\right.$$

punt $(6,-2,5)$: $t = -\frac{6}{3} = -\frac{6}{3} = -\frac{5}{2}$ ✗

↳ A niet op een rechte!

Voor B: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \left\{\begin{aligned} x &= -t + 1 \\ y &= t + 1 \\ z &= -t + 2 \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} t &= 1 - x \\ t &= y - 1 \\ t &= 2 - z \end{aligned}\right.$$

punt $(4,-2,5)$: $t = -3 = -3 = -3$ ✓

↳ B op een rechte

B

Oefening 8

Gegeven de reële veeltermen

$p(x) = x^5 - 2x^4$,

$q(x) = x^3 - 3x$,

$r(x) = x - 2$.

Welke van de volgende veeltermen heeft de hoogste graad?

(A) $p(q(x) + r(x))$

(B) $q(p(x) \cdot r(x))$ ✓

(C) $r(p(x)) \cdot q(x)$

(D) $p(x) \cdot q(x) \cdot r(x)$

Oplossing: B

juist beantwoord: 89 %

A: $q(x) + r(x) \Rightarrow x^3$

$p(q(x) + r(x)) \Rightarrow (x^3)^5 = x^{15}$

B: $p(x) \cdot r(x) \Rightarrow x^6$

$q(p(x) \cdot r(x)) \Rightarrow (x^6)^3 = \underline{x^{18}}$ ✓

C: $p(x) \cdot q(x) \Rightarrow x^8$

$r(p(x) \cdot q(x)) \Rightarrow (x^8)^1 = x^8$

D: $p(x) \cdot q(x) \cdot r(x) \Rightarrow x^9$

Oefening 9

Hoeveel reële oplossingen x heeft de vergelijking $8^{\frac{1}{x}} \cdot 32^{\frac{1}{x+1}} = 16^{\frac{1}{x-1}}$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Oplossing: C

juist beantwoord: 72 %

$$(2^3)^{1/x} \cdot (2^5)^{1/(x+1)} = (2^4)^{1/(x-1)}$$

$$2^{3/x} \cdot 2^{5/(x+1)} = 2^{4/(x-1)}$$

$$2^{(3/x + 5/(x+1))} = 2^{4(x-1)}$$

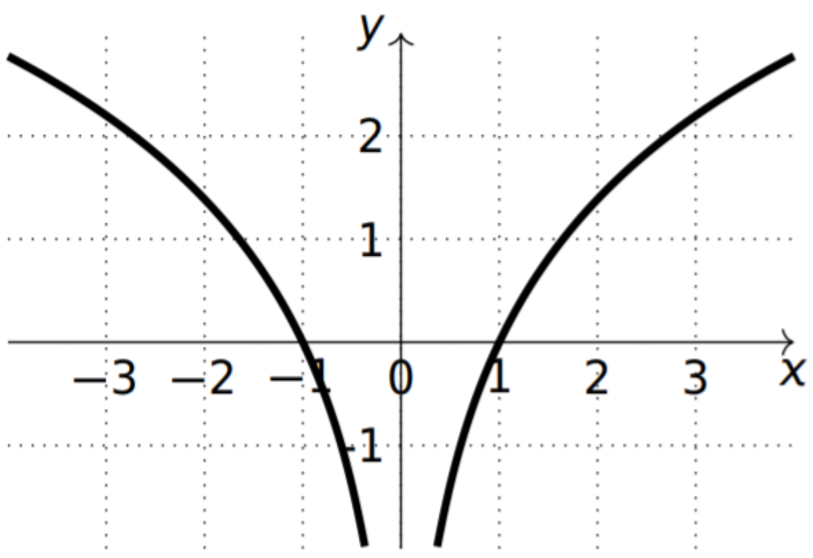
$$\Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{5}{x+1} = \frac{4}{x-1} \Rightarrow \frac{3(x+1)+5x}{x(x+1)} = \frac{4}{(x-1)}$$

$$\Rightarrow (3x+3+5x)(x-1) = 4x(x+1) \Rightarrow 8x^2 - 8x + 3x - 3 = 4x^2 + 4x$$

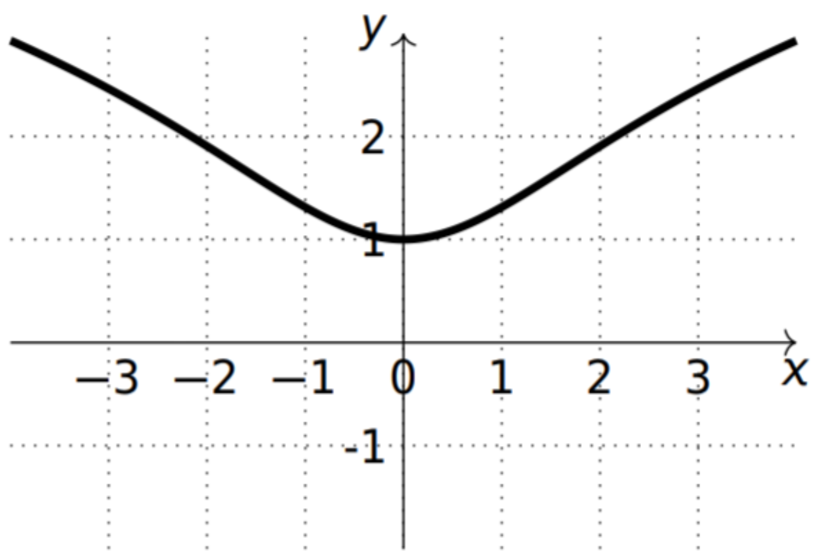
$$\Rightarrow 4x^2 - 9x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{9^2 - 4\,4(-3)}}{2 \cdot 4} = \frac{9}{8} \pm \frac{\sqrt{129}}{8}$$

Oefening 10

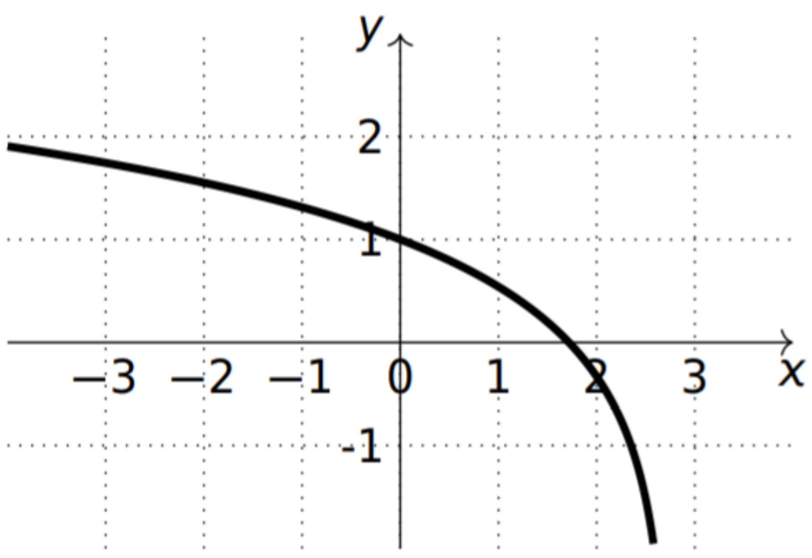
Welke van onderstaande figuren toont de grafiek van de functie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ met $f(x)=\ln(x^2+e)$?



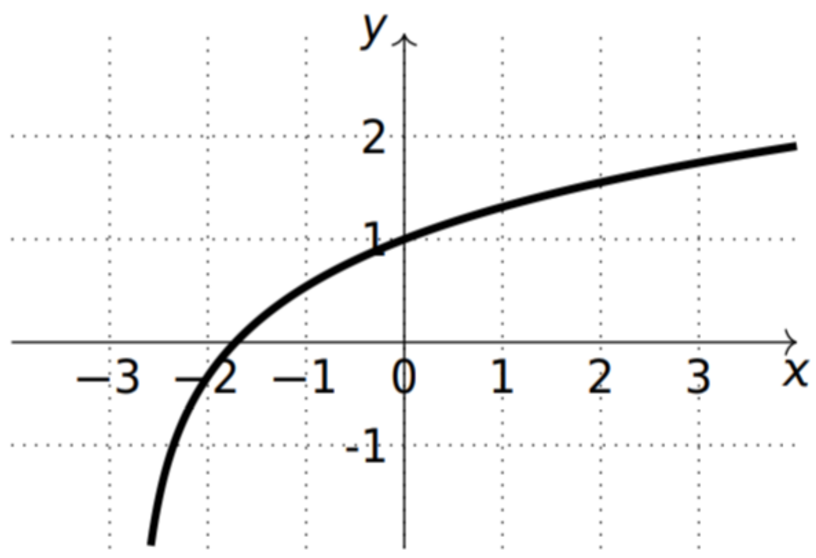
(A)



(B) ✓



(C)



(D)

$f(x) = \ln(x^2 + e)$

$\downarrow$

symmetrisch t.o.v. de y-as !

$f(0) = \ln(e) = 1$

B

Oplossing: B

juist beantwoord: 87 %

Oefening 11

Over een continue functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is gegeven dat

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 8,$$
$$\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2,$$
$$\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 4.$$

Waaraan is $\int_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x$ dan gelijk?

(A) 7 ✓ (B) 8 (C) 14 (D) 20

Oplossing: A

juist beantwoord: 22 %

$$\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^1 + \int_1^2 = 8 + 2 = 10$$

Stel $2x = u$

grenzen: $x = 0 \Rightarrow u = 0$

$x = 2 \Rightarrow u = 4$

$2\,dx = du \Rightarrow du = \frac{1}{2}\,dx$

$$\int_0^2 f(2x)\,dx = \frac{1}{2}\int_0^4 f(u)\,du = \frac{1}{2}\left(\int_0^1 + \int_1^2 + \int_2^4\right) = \frac{1}{2}(8 + 2 + 4) = 7$$

Oefening 12

Annika moet een traject van in totaal 90 km afleggen met een elektrische fiets, waarbij de batterij zo opgeladen is dat de motor gedurende een tijd van 3 u ondersteuning levert. Dit traject is opgebouwd uit twee deeltrajecten van respectievelijk 30 km en 60 km. Op het eerste deeltraject haalt Annika een constante snelheid van 16 km/u zonder ondersteuning en een constante snelheid van 25 km/u met ondersteuning. Op het tweede deeltraject (met wat helling) haalt Annika een constante snelheid van 10 km/u zonder ondersteuning en 20 km/u met ondersteuning. Annika start de fietstocht zonder ondersteuning en schakelt de ondersteuning in 20 km na de start. Ze laat de ondersteuning ingeschakeld tot de batterij leeg is. Welke uitspraak is dan geldig voor de tijd T die Annika nodig heeft om het traject af te leggen?

(A) 5 u $\leq T <$ 5 u15 min ✓

(B) 5 u15 min $\leq T <$ 5 u30 min

(C) 5 u30 min $\leq T <$ 5 u45 min

(D) 5 u45 min $\leq T <$ 6 u

Oplossing: A
juist beantwoord: 81 %

① ZB

20 km à 16 km/h

$= \frac{20}{16}$ h $= \frac{5}{4}$ h

$= \boxed{75 \text{ min}}$

② MB

10 km à 25 km/h

$= \frac{10}{25}$ h $= \frac{2}{5}$ h

$= \boxed{24 \text{ min}}$

3 h = 180 min

$\Rightarrow 180 - 24 = \boxed{156 \text{ min}}$

③ MB: 156 min à 20 km/h $= \frac{20}{60}$ km/min

$\Rightarrow 156 \text{ min} \cdot \frac{1}{3}$ km/min $= \boxed{52 \text{ km}}$

④ ZB: 60 − 52 = 8 km : 8 km à 10 km/h $= \frac{8}{10}$ h $= \frac{4}{5}$ h

$= \boxed{48 \text{ min}}$

⑤ Totaal = 75 + 24 + 156 + 48 = 303 min = $\boxed{5 \text{ u } 3 \text{ min}}$

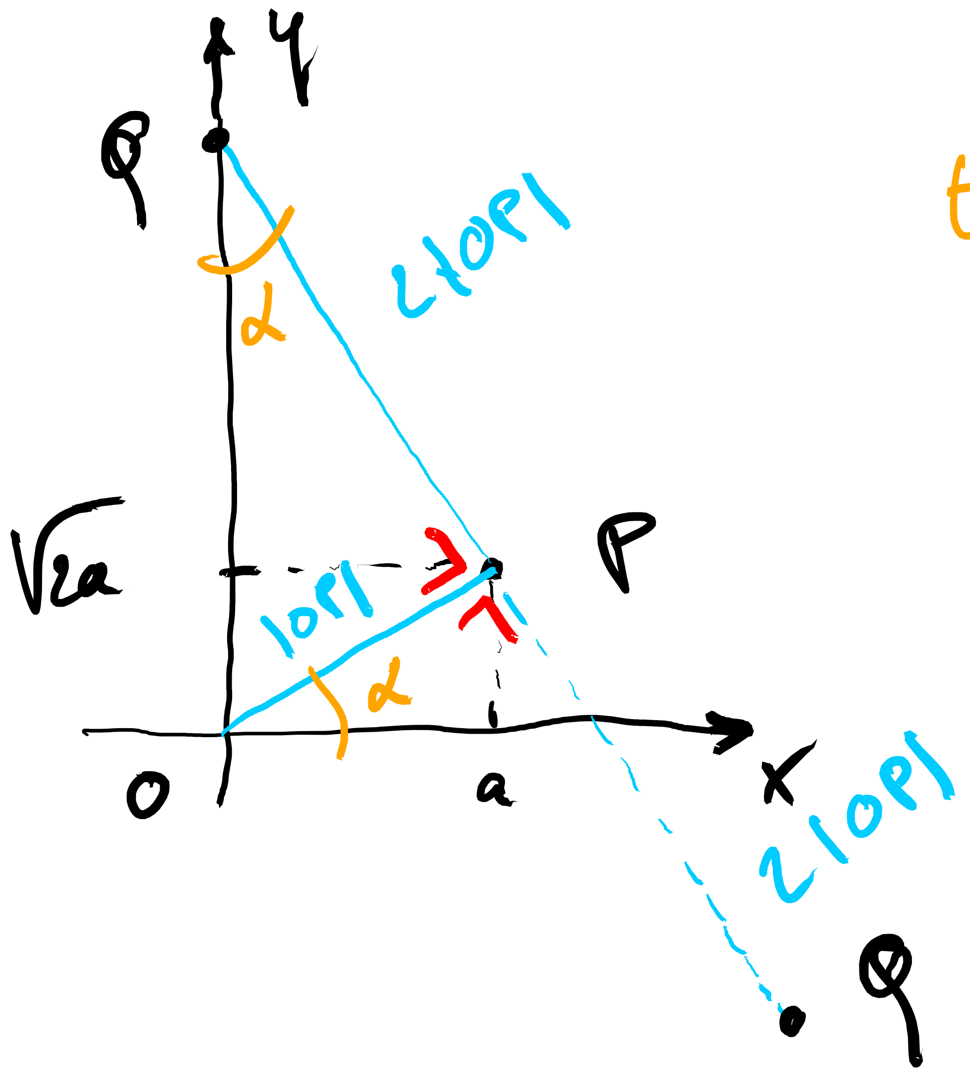
Oefening 13

In het vlak met cartesiaans assenstelsel xy en oorspong O beschouwen we het punt $P(a, \sqrt{2a})$, met $a \in \mathbb{R}_0^+$. Voor elke waarde van de parameter a zijn er twee punten Q zodat $\overrightarrow{PQ}$ dubbel zo lang is als $\overrightarrow{OP}$ en $\overrightarrow{PQ}$ loodrecht staat op $\overrightarrow{OP}$. Voor welke waarde van a ligt één van deze punten Q op de y-as?

(A) $a = 4$ (B) $a = 8$ (C) $a = 12$ (D) $a = 16$

Oplossing: B

juist beantwoord: 47 %



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{|OP|}{2|OP|} = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2a}}{a} \Rightarrow a = 2\sqrt{2a}$$

$$\Rightarrow a^2 = 4(2a) \Rightarrow a^2 - 8a = 0$$

$$\Rightarrow a(a-8) = 0 \Rightarrow a \begin{cases} 0 \\ 8 \end{cases}$$

Oefening 14

Beschouw in $\mathbb{R}^3$ de rechte ℓ met vergelijking $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{2-y}{-3} = \dfrac{z}{4}$.

Welke van de volgende uitspraken is waar?

(A) De rechte ℓ is evenwijdig met de vector met beginpunt $(1, 1, 1)$ en eindpunt $(11, -5, 9)$.

(B) De rechte ℓ staat loodrecht op het vlak $5x - 3y + 4z = 7$ en gaat door het punt $(1, 2, 0)$.

(C) De rechte ℓ is evenwijdig met het vlak $5x - 3y - 4z = 7$ en gaat door het punt $(6, 5, 4)$. ✓

(D) De rechte ℓ ligt in het vlak $5x - 3y - 4z = 7$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5t + 1 \\ y = 3t + 2 \\ z = 4t \end{cases}$$

RV = $(5, 3, 2)$

SV = $(1, 2, 0)$

Oplossing: C

juist beantwoord: 56 %

A: $\begin{pmatrix} 11 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$ ✗

B: $\perp$ = zelfde RV als vlak $\Rightarrow (5, -3, 4) \neq (5, 3, 2)$

C: inproduct $\Rightarrow \perp$ op normaal van vlak = //

$5 \cdot 5 + 3(-3) + 2(-4) = 0$ ✓ $P(6,5,4)$: $\dfrac{6-1}{5} = \dfrac{2-5}{-3} = \dfrac{4}{4}$ ✓

Oefening 15

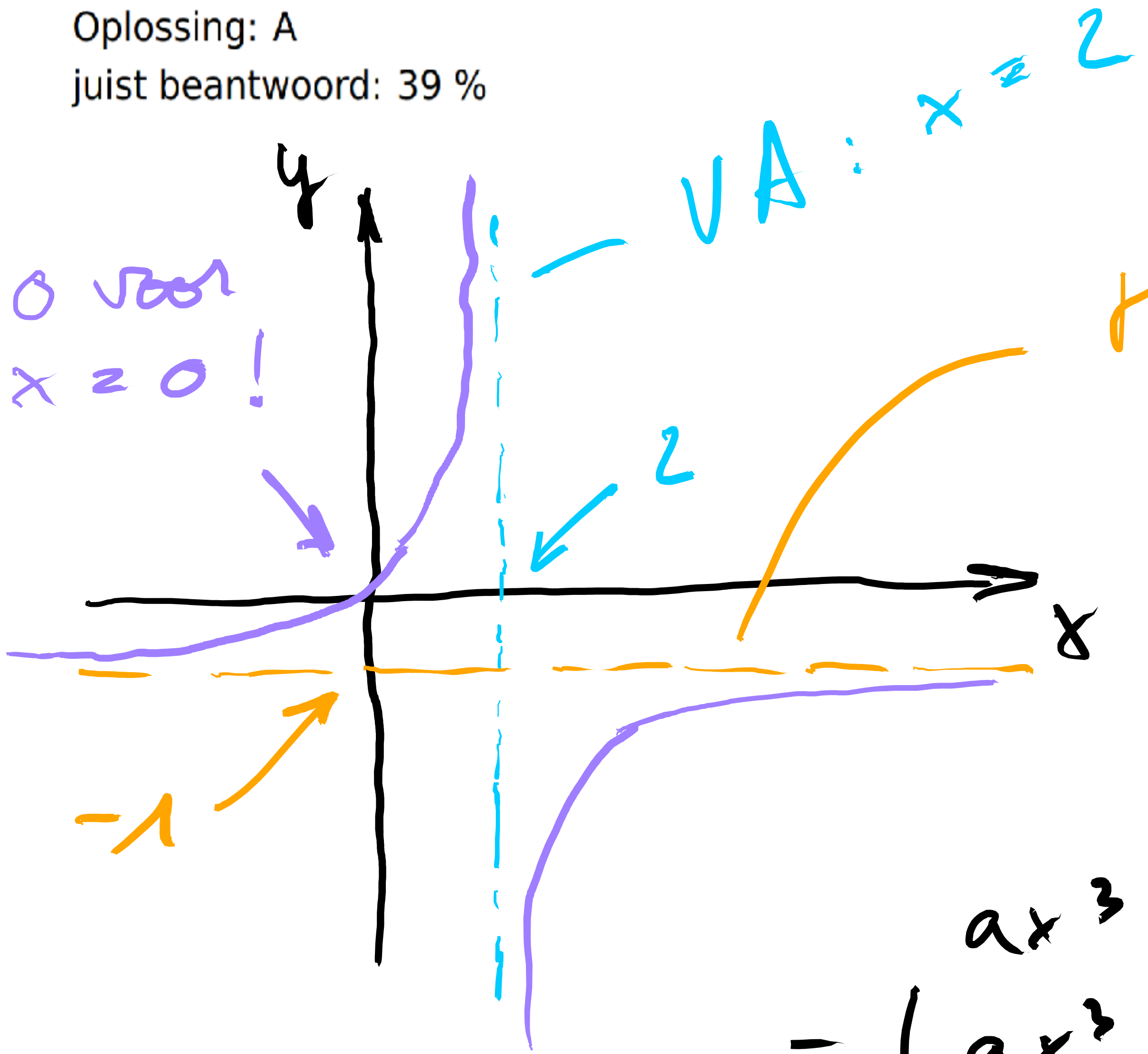
Beschouw een functie $f : \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\} \to \mathbb{R}$ met voorschrift $f(x) = \dfrac{ax^3 + bx^2 + cx}{x^2 + d}$.

Bepaal de parameters a, b, c en d zodat de functie een horizontale asymptoot heeft met vergelijking $y = -1$ en juist één verticale asymptoot met vergelijking $x = 2$. Waaraan is $a + b + c + d$ gelijk?

(A) -7 ✓ (B) -5 (C) -3 (D) -1

Oplossing: A

juist beantwoord: 39 %



HA : $y = -1$

$\Rightarrow$ voor $x > 2$

$y < -1 < 0$

1 VA : $x = +2$

noemer $x^2 + d$

$\rightarrow \boxed{d = -4}$

$(x^2 - 4) = (x+2)(x-2)$

moet weg!

$$\begin{array}{l|l} ax^3 + bx^2 + cx & x^2 + 0x + d \\ \hline -(ax^3 + 0 + adx) & ax + b \\ \quad bx^2 + (c - ad)x & \\ \quad -(bx^2 + 0 + bd) & \\ \quad (c - ad)x - bd & \end{array}$$

$\Rightarrow \quad ax + b + \dfrac{(c - ad)x - bd}{x^2 + d}$

$\rightarrow$ geen SA $\rightarrow \boxed{a = 0, \; b = -1}$ (= HA)

$\Rightarrow \quad \dfrac{0x^3 - x^2 + cx}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{-x(\cancel{x - c})}{(x-2)\cancel{(x+2)}} \Rightarrow \boxed{c = -2}$

Dus : $a + b + c + d = 0 - 1 - 2 - 4 = -7$ ✓

Oefening 16

Cirkel $\mathcal{C}_1$ heeft als vergelijking $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 27 = 0$. Cirkel $\mathcal{C}_2$ heeft hetzelfde middelpunt maar een grotere straal. Het ringvormig gebied tussen beide cirkels heeft een oppervlakte van 27π. Welk van onderstaande punten ligt op cirkel $\mathcal{C}_2$?

(A) $(-1, 2)$ (B) $(5, 11)$ (C) $(7, 10)$ (D) $(10, 10)$ ✓

Oplossing: D

juist beantwoord: 74 %

$$x^2 - 12x + \underline{\underline{36}} = (x-6)^2$$

$$y^2 - 8y + \underline{\underline{16}} = (y-4)^2$$

$$x^2 - 12x + y^2 - 8y + \underbrace{36 + 16}_{=52} - 25 = (x-6)^2 + (y-4)^2 - 25 = 0$$

$$= 52 \Rightarrow 52 - 27 = 25$$

$$C_1: (x-6)^2 + (y-4)^2 = 25 \Rightarrow opp = 25\pi$$

$$C_2: (x-6)^2 + (y-4)^2 = a^2 \Rightarrow opp = a^2\pi$$

$$a^2\pi - 25\pi = 27\pi \Rightarrow a^2 = 27 + 25$$

$$a^2 = \boxed{52}$$

voor

$$A: (-1-6)^2 + (2-4)^2 = 49 + 4 \neq 52$$

$$B: (5-6)^2 + (11-4)^2 = 1 + 49 \neq 52$$

$$C: (7-6)^2 + (10-4)^2 = 1 + 36 \neq 52$$

$$D: (10-6)^2 + (10-4)^2 = 16 + 36 = 52$$ ✓

Oefening 17

Beschouw de functie $f : [-2, 3] \to \mathbb{R}$ met voorschrift $f(x) = x(x^2 - 3)$.
Noteer met M de grootste waarde die f bereikt op $[-2, 3]$ en met m de kleinste waarde die f bereikt op $[-2, 3]$.
Waaraan is $M - m$ dan gelijk?

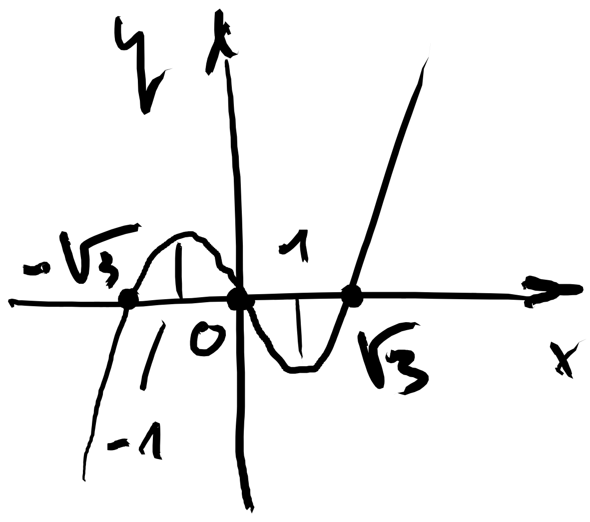
(A) 2 (B) 4 (C) 16 (D) 20

Oplossing: D
juist beantwoord: 40 %

nulpunten : $\begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$

Maximum en minimum:

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm 1$



$\Leftarrow \begin{cases} f(1) = 1(1-3) = -2 & - \\ f(-1) = -1(1-3) = 2 & + \end{cases}$

$f(-2) = -2((-2)^2 - 3) = -2(4-3) = -2 = m$

$f(3) = 3(3^2 - 3) = 3(9-3) = 18 = M$

$18 - (-2) = 20$

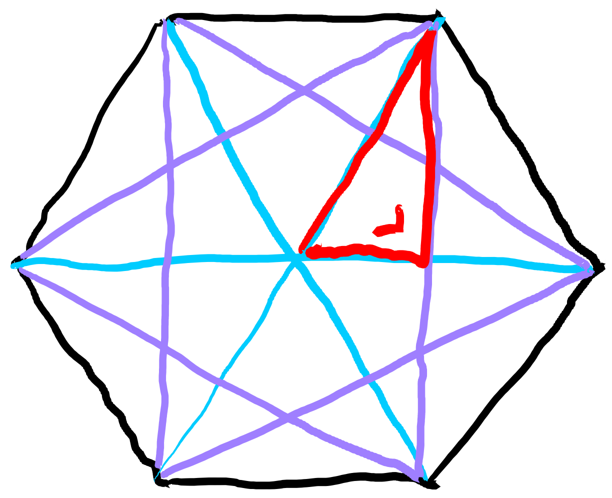
Oefening 18

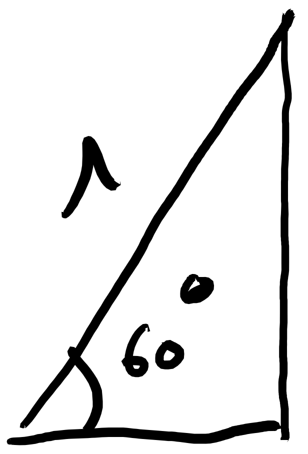
Een diagonaal in een vlakke veelhoek is een lijnstuk dat twee hoekpunten verbindt en geen zijde is van die veelhoek. Gegeven is een regelmatige zeshoek, ingeschreven in een cirkel met straal 1. Wat is de gemiddelde waarde van de lengte van de diagonalen van deze zeshoek?

(A) $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{2+\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{1+2\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{2+2\sqrt{3}}{3}$ ✓

Oplossing: D
juist beantwoord: 60 %

$\ell = 2 \Rightarrow 3 \cdot 2 = 6$





$x = 1 \cdot \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\ell = 2x = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow 6\sqrt{3}$

$\Rightarrow \frac{6+6\sqrt{3}}{9} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} \cdot \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$ ✓

Oefening 19

Bepaal het aantal oplossingen $x \in \left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ van volgende vergelijking: $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{6}{7}$, waarbij alle hoeken in radialen uitgedrukt zijn.

(A) 1 ✓ (B) 2 (C) 3 (D) 4

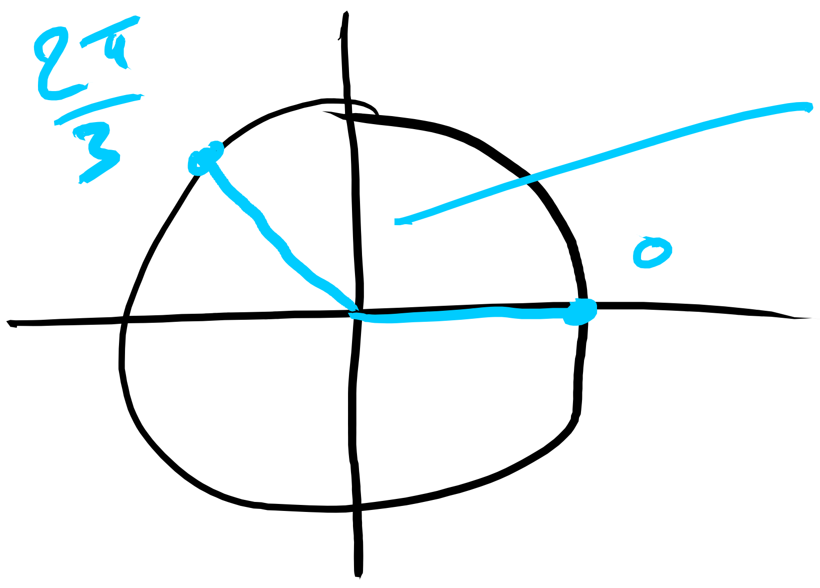
Oplossing: A

juist beantwoord: 66 %

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\Rightarrow 1 - 2\sin^2 x = \frac{6}{7} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{7} - \frac{6}{7}\right) = \frac{1}{14}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{14}}$$



sin +

$$\Rightarrow \sin = + \frac{1}{\sqrt{14}}$$

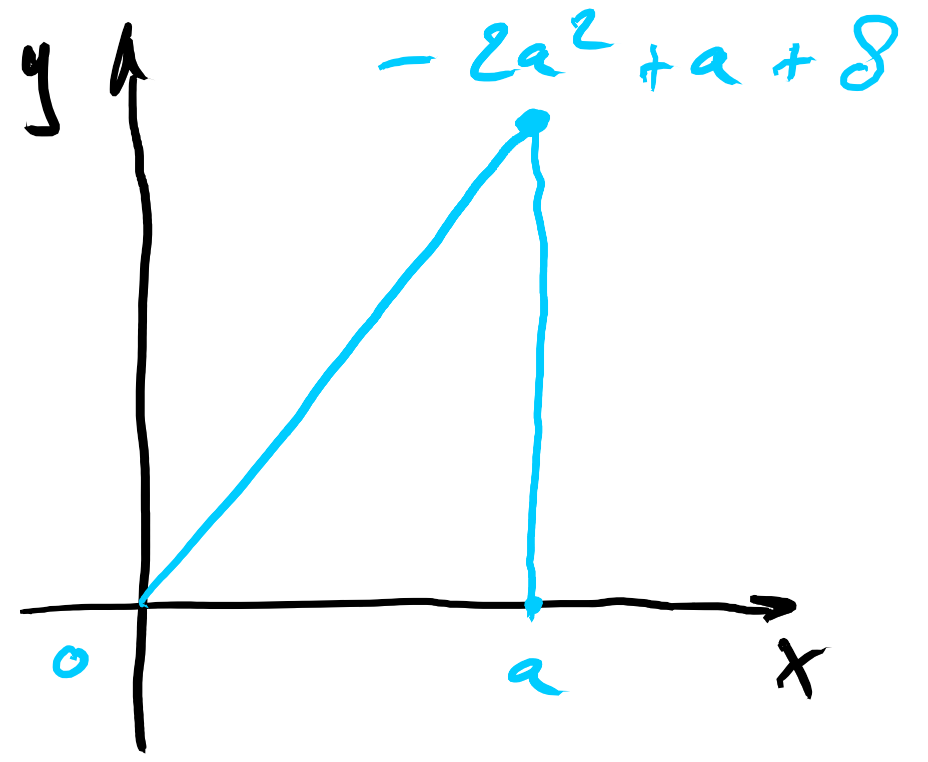
Oefening 20

In het vlak met cartesiaans assenstelsel xy beschouwen we voor elke waarde van de parameter $a \in \left]0, \frac{3}{2}\right]$ de driehoek met hoekpunten $(0,0)$, $(a,0)$ en $(a, -2a^2+a+8)$. Voor één bepaalde waarde van de parameter $a \in \left]0, \frac{3}{2}\right]$ bereikt de oppervlakte van deze driehoek een maximum. Bepaal deze maximale oppervlakte.

(A) $\frac{13 \cdot 5}{2^6}$ (B) $\frac{3 \cdot 5}{2^2}$ (C) $\frac{2^3 \cdot 13}{3^3}$ ✓ (D) $\frac{7 \cdot 5}{3^2}$

Oplossing: C

juist beantwoord: 56 %



$$\text{Opp} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{2} a\left(-2a^2 + a + 8\right) = -a^3 + \frac{a^2}{2} + 4a$$

$$\Rightarrow \max : \; f' = 0 = -3a^2 + a + 4$$

$$\Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-3) 4}}{2 \cdot (-3)} = \frac{1}{6} \pm \frac{1}{6}\sqrt{49}$$

$$a \; \begin{cases} \frac{1}{6} - \frac{7}{6} = -1 \; ✗ \\ \frac{1}{6} + \frac{7}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \; ✓ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Opp} : -\left(\frac{4}{3}\right)^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 4 \cdot \frac{4}{3} = -\frac{64}{3^3} + \frac{8}{3^2} + \frac{16}{3}$$

$$= \frac{-64 + 24 + 9 \cdot 16}{3^3} = \frac{-40 + (160 - 16)}{3^3} = \frac{104}{3^3} = \frac{8 \cdot 13}{3^3} \; ✓$$

Oefening 21

De verzameling V is de verzameling van alle getallen $m \in \mathbb{R}$ waarvoor de vergelijking $z^2 + 2(m+i)z + 8i = 0$ in $z \in \mathbb{C}$ een reële oplossing heeft. Hoeveel elementen bevat V?

(A) 0   (B) 1 ✓   (C) 2   (D) oneindig veel

Oplossing: B

juist beantwoord: 29 %

$$z = \frac{-2(m+i) \pm \sqrt{(2(m+i))^2 - 4.1.8i}}{2.1}$$

$$z = \underbrace{-m-i}_{} \pm \sqrt{(m+i)^2 - 8i}$$

↑ moet weg!

$\Rightarrow \sqrt{\ } = (x+i)$ of $(x-i)$

$$(x+i)^2 = (m+i)^2 - 8i$$

$$x^2 - 1 + 2xi = m^2 - 1 + 2mi - 8i$$

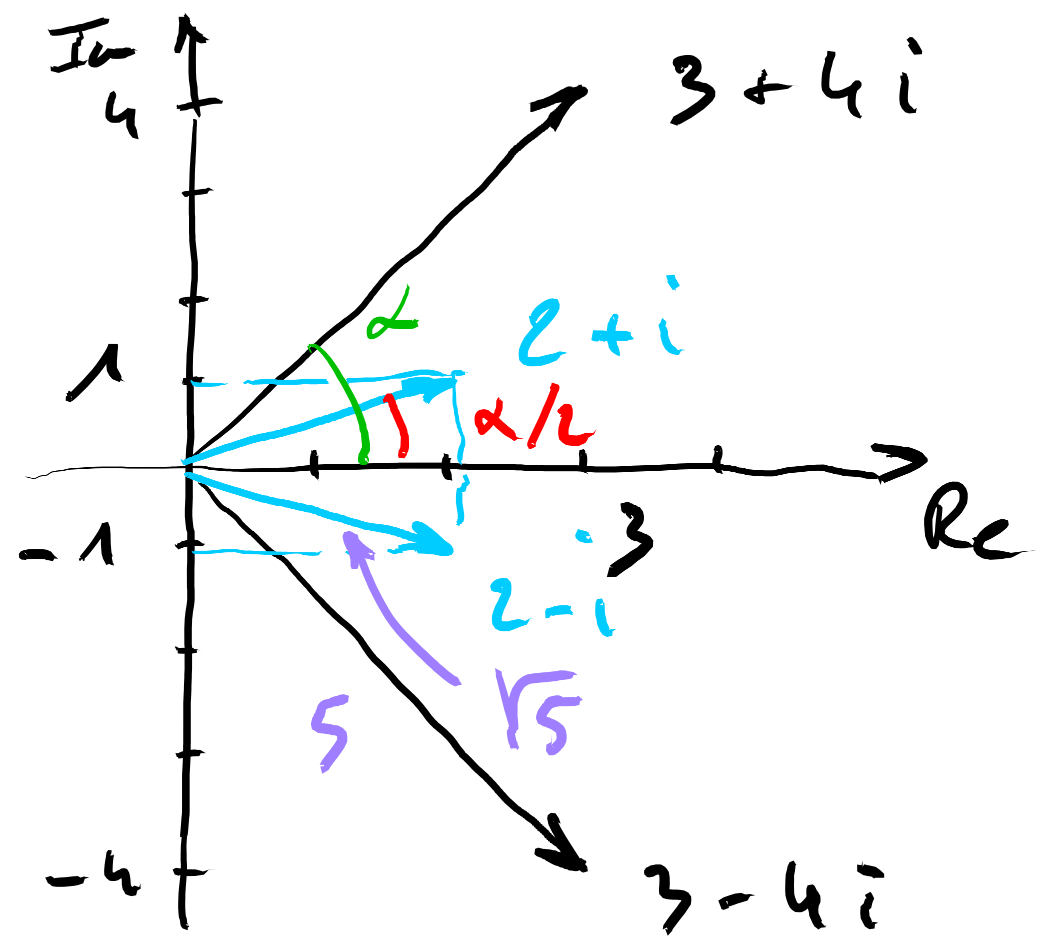
$x^2 + 1 = m^2 + 1$ en $2xi = 2(m-4)i$

$x^2 = m^2$ $x = m - 4$

$m = 2 \Rightarrow \underline{x} = 2 - 4 = \underline{-2}$, $x^2 = 4 = m^2$ ✗

voor $(x-i) \Rightarrow x^2 - 1 = 2xi \Rightarrow m = 2 \Rightarrow -x = 2 - 4 \Rightarrow x = 2$ ✓

$$\Rightarrow (m+i) - 8i = (2+i)^2 - 8i = 4 - 1 + 2.2.i - 8i = \boxed{3 - 4i}$$



$$\sqrt{3+4i} = 2+i$$

↳ $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

$\sqrt{z} \Rightarrow \sqrt{5} \Rightarrow (\sqrt{5})^2 = x^2 + 1^2$

$\sqrt{3-4i} = 2 - i$ ✓ $\Rightarrow x^2 = 5 - 1 = 4$

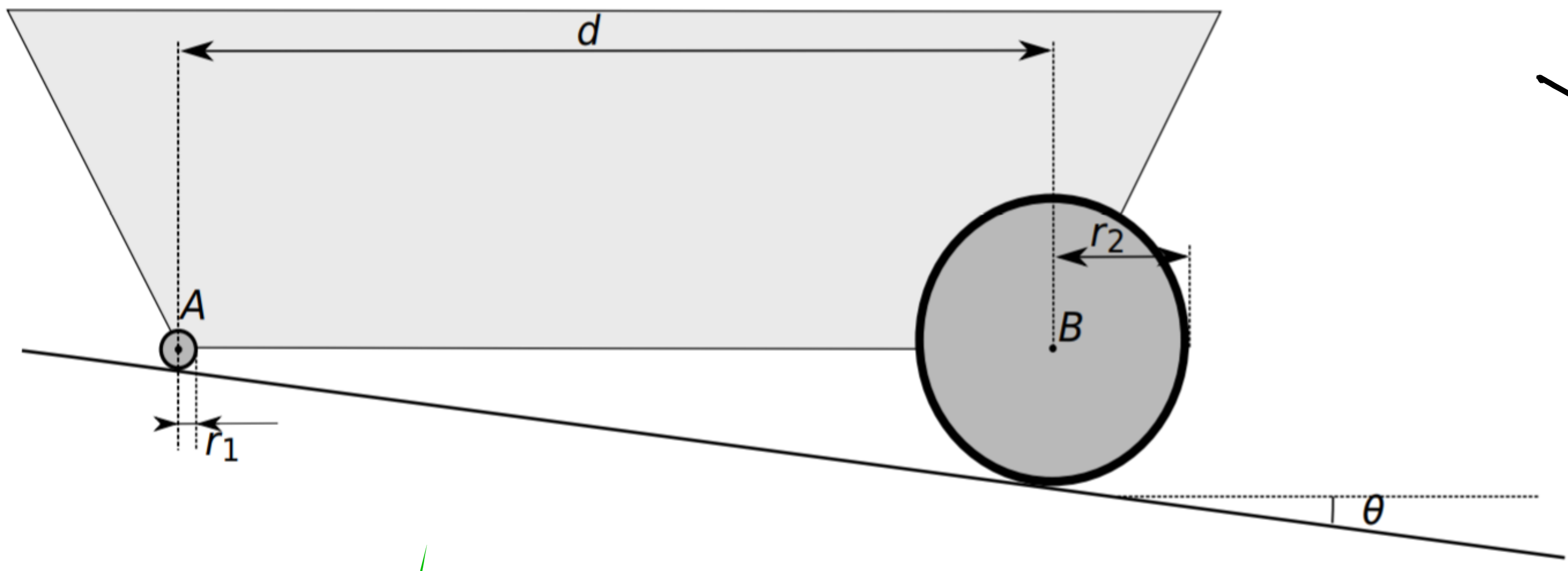
$x = \boxed{2}$

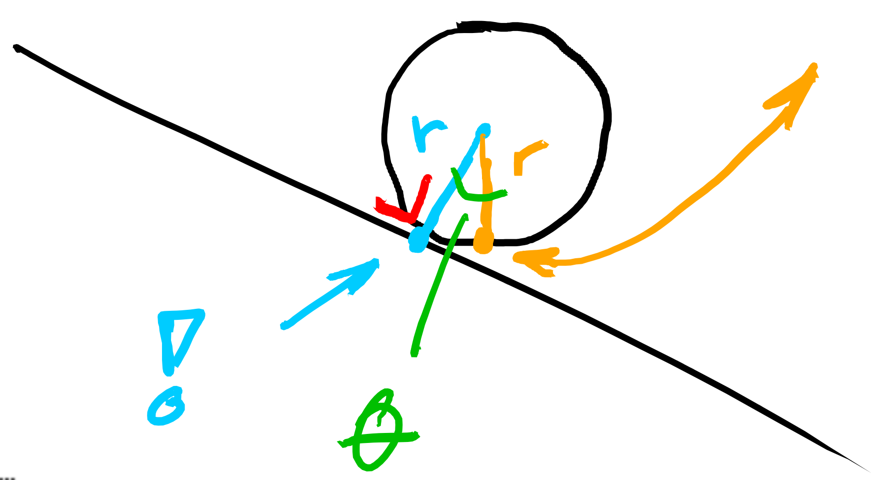
$$z_1 = -2 - i + 2 - i = -2i$$

$$z_2 = -2 - i - 2 + i = -4 \ ✓$$

Oefening 22

De figuur toont een mijnkar die gedolven ertsen naar een verzamelpunt moet brengen. De kar rijdt op sporen die een hoek θ maken met een horizontaal vlak. Om ervoor te zorgen dat de wielassen A en B zich op dezelfde hoogte bevinden, hebben de wielen een verschillende straal r_1 en r_2 (zie figuur). Welke van onderstaande uitdrukkingen geeft het verband tussen de stralen r_1 en r_2 van de wielen, de afstand d tussen de wielassen A en B en de hellingshoek θ van de sporen?

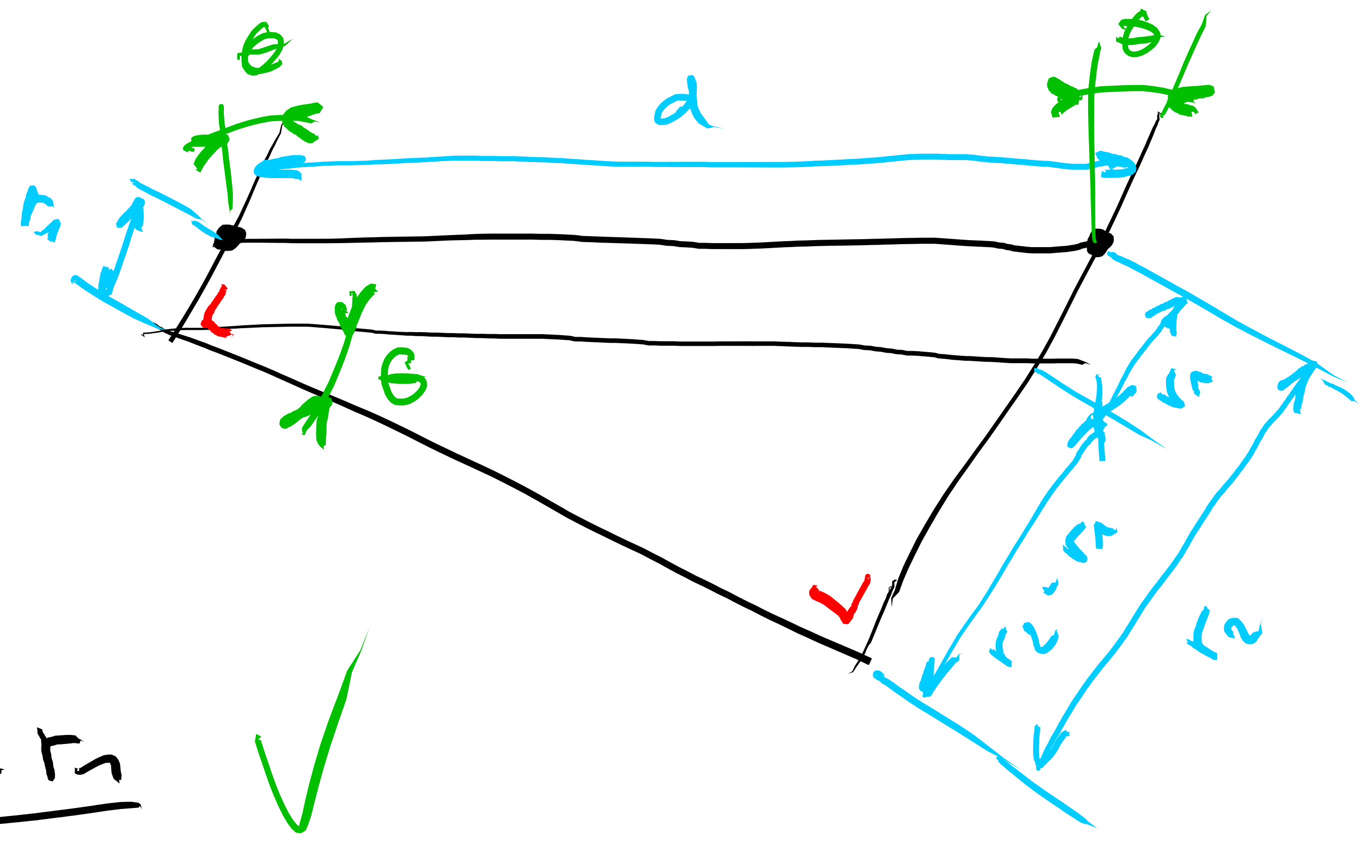




raakt niet aan de baan!

(A) $\sin\theta = \dfrac{r_2 - r_1}{d}$ ✓ (B) $\tan\theta = \dfrac{r_2 - r_1}{d}$ (C) $\sin\theta = \dfrac{r_2 - r_1}{d - r_1 - r_2}$ (D) $\tan\theta = \dfrac{r_2 - r_1}{d - r_1 - r_2}$

Oplossing: A
juist beantwoord: 9 %



$r_2 - r_1 = d \sin\theta$

$\Rightarrow \sin\theta = \dfrac{r_2 - r_1}{d}$ ✓

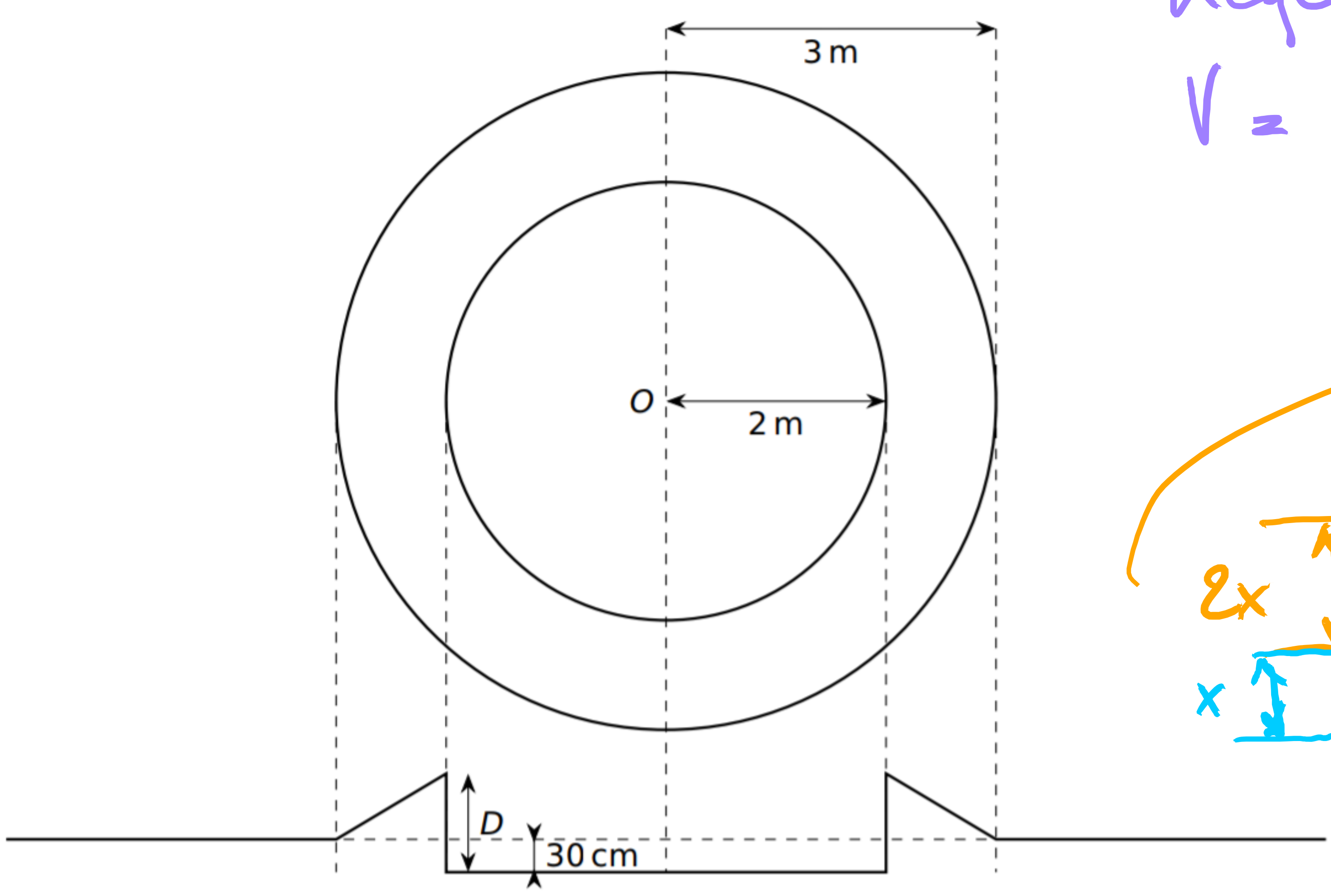
Oefening 23

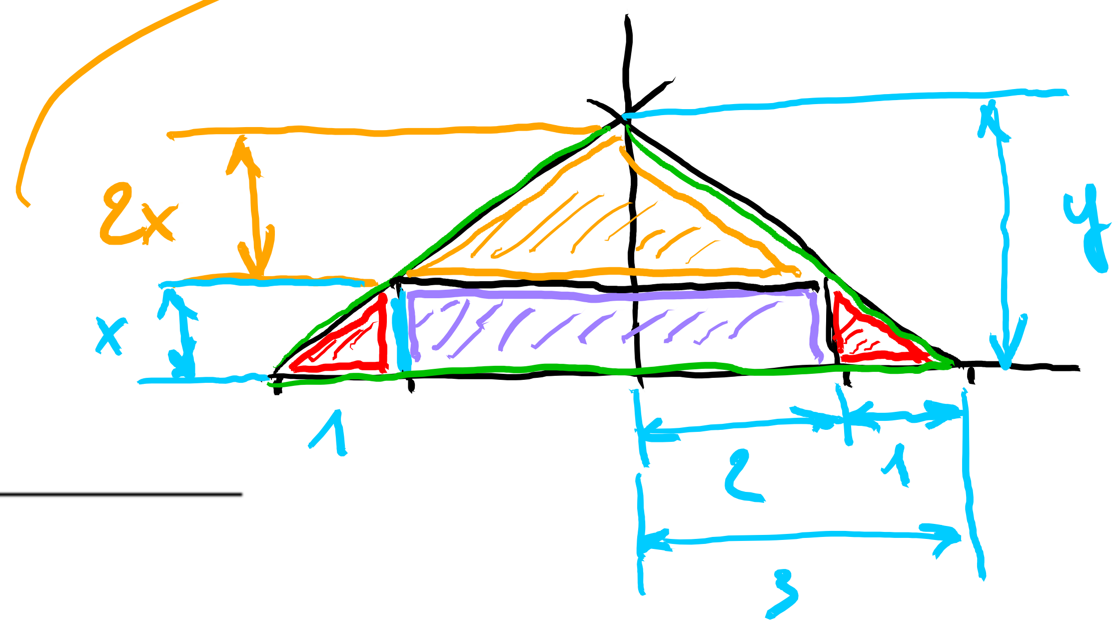
Victor wil deze zomer een zwembadje in de tuin installeren. Hij vertrekt van een perfect horizontale ondergrond. Vanuit een centraal punt O graaft hij een schijf met straal 2 meter uit tot een diepte van 30 cm en de overtollige aarde gebruikt hij om het gedeelte op horizontale afstand tussen 2 en 3 meter van O te verhogen volgens een driehoekig profiel (zie schets hieronder – niet op schaal getekend). Bereken het hoogteverschil D tussen de bodem en de bovenrand van de put. Rond af tot op 1 cm nauwkeurig.

$$V_{put} = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{3}{10} = \frac{12}{10}\pi = \boxed{\frac{6}{5}\pi \, m^3}$$

Kegel

$$V = \pi r^2 \cdot \frac{h}{3}$$





$$\frac{1}{x} = \frac{3}{y} \Rightarrow y = 3x$$

$$x = D - 0{,}3$$

$$V_\Delta = V_\Delta - V_\Delta - V_\square$$

(A) 78 cm (B) 81 cm (C) 90 cm (D) 150 cm

Oplossing: B
juist beantwoord: 19 %

$$V_\Delta = \frac{\pi}{3}(3)^2(3D-0{,}9) - \frac{\pi}{3}(2)^2(2D-0{,}6) - \pi(2)^2(D-0{,}3)$$

$$= 3\pi(3D-0{,}9) - \frac{4\pi}{3}(2D-0{,}6) - 4\pi(D-0{,}3)$$

$$= 9\pi D - 2{,}7\pi - \frac{8\pi}{3}D + 0{,}8\pi - 4\pi D + 1{,}2\pi$$

$$= \left(9 - \frac{8}{3} - 4\right)\pi D - 2{,}7\pi + 0{,}8\pi + 1{,}2\pi$$

$$= \left(\frac{15}{3} - \frac{8}{3}\right)\pi D - 0{,}7\pi$$

$$= \frac{7}{3}\pi D - 0{,}7\pi$$

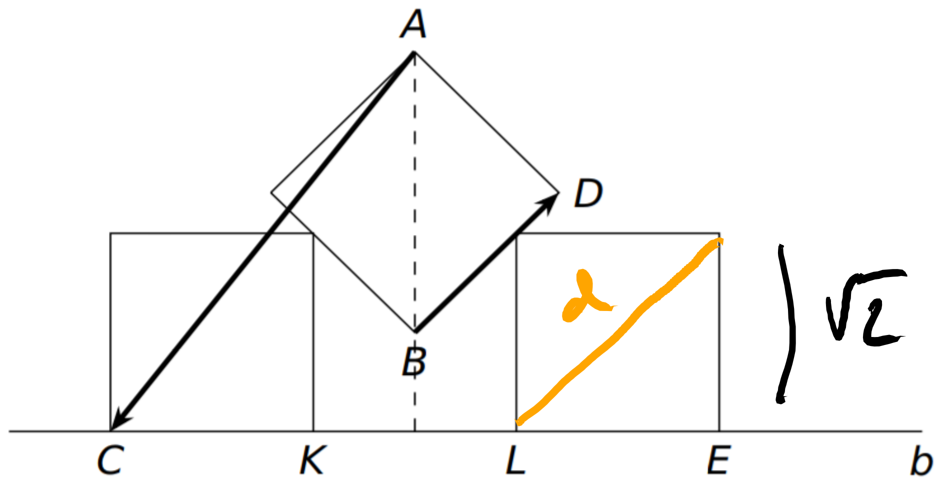
$$V_\Delta = V_{put} \Rightarrow \frac{7}{3}\cancel{\pi} D - \frac{7}{10}\cancel{\pi} = \frac{6}{5}\cancel{\pi}$$

$$\Rightarrow D = \frac{3}{7}\left(\frac{6}{5} + \frac{7}{10}\right) = \frac{3}{7}\left(\frac{12+7}{10}\right) = \frac{57}{70} = 0{,}8142\,m$$

$$\boxed{D \simeq 81\,cm}$$

Oefening 24

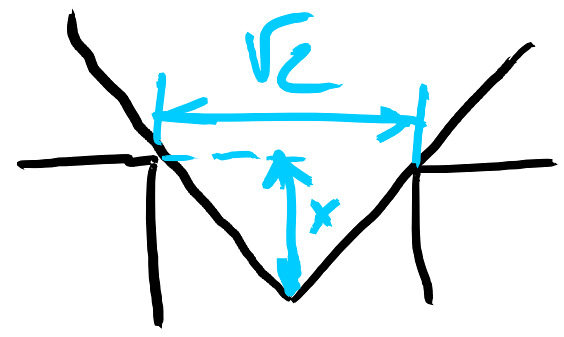
In onderstaande figuur vind je drie vierkanten, elk met oppervlakte gelijk aan 2. De punten C, K, L en E liggen alle op de rechte b en de diagonaal AB staat loodrecht op de rechte b. Verder is $|KL| = |EL|$.



$\text{opp} = 2 \rightarrow \text{zijde} = \sqrt{2}$

$|KL| = |EL| = \sqrt{2}$

$d = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{4} = 2$



Bepaal het inproduct $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.

(A) $-2(1+\sqrt{2})$ ✓

(B) $-2\sqrt{2}$

(C) $4(1-\sqrt{2})$

(D) $2(1-\sqrt{2})$

$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Oplossing: A

juist beantwoord: 41 %

$C = (0,0) \qquad A = \left(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}, 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$B = \left(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \qquad D = \left(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1, \frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)$

$$AC = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3\sqrt{2}}{2} \\ -2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$BD = \begin{pmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{2} + 1 \\ 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right) 1 + \left(-2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot 1$$

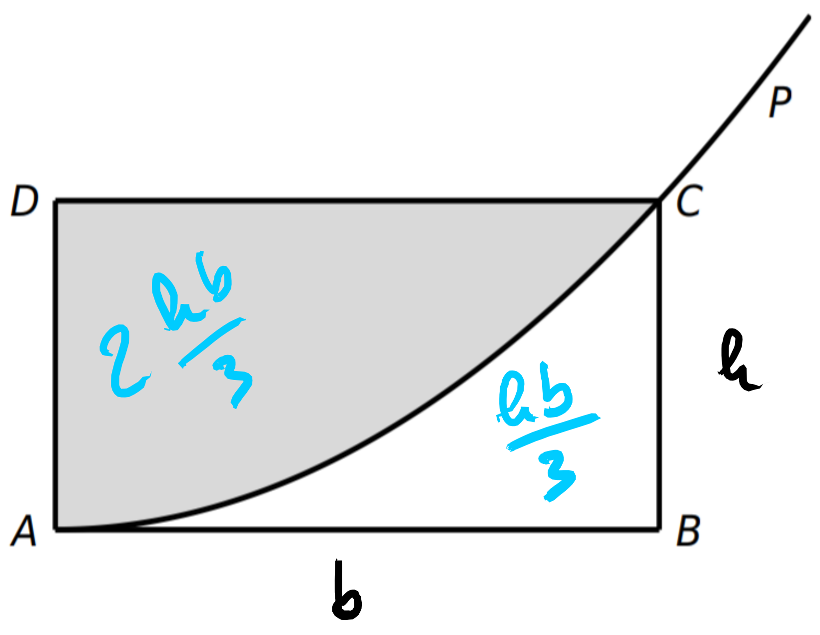
$$= -\frac{4\sqrt{2}}{2} - 2$$

$$= -2\sqrt{2} - 2$$

$$= -2(1 + \sqrt{2}) \checkmark$$

Oefening 25

De figuur toont een rechthoek $ABCD$ met basis $b = |AB|$ en hoogte $h = |BC|$. De parabool P raakt de zijde AB in het punt A en gaat door het punt C. Stel de omtrek van de rechthoek voor door 2ℓ en de oppervlakte van het gearceerde gebied door S.



$$2\ell = 2b + 2h$$

$$\ell = b + h$$

$$y = \frac{z^2}{a} \Rightarrow h = \frac{b^2}{a} \Rightarrow a = \frac{b^2}{h} \Rightarrow y = \frac{h}{b^2} \cdot z^2$$

$$S = bh - \int_0^b \frac{h}{b^2} z^2 \, dz$$

$$= b\ell - \frac{h}{b^2} \cdot \frac{1}{3} z^3 \Big|_0^b$$

$$= b\ell - \frac{h}{b^2} \cdot \frac{1}{3} b^3$$

$$= bh - \frac{hb}{3} = \boxed{\frac{2}{3} bh}$$

Welke van onderstaande vierkantsvergelijkingen in $z \in \mathbb{R}$ heeft b en h als oplossingen?

(A) $z^2 - \ell z + \frac{3S}{2} = 0$ ✓ (B) $z^2 + \ell z + \frac{3S}{2} = 0$ (C) $z^2 - \ell z + S = 0$ (D) $z^2 + \ell z + S = 0$

Oplossing: A

juist beantwoord: 52 %

A:

$$\frac{b + h \pm \sqrt{(-b-h)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3/2 \, (2/3 \, bh)}}{2}$$

$$= \frac{b+h}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + h^2 + 2bh - 4bh}$$

$$= \frac{b+h}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + h^2 - 2bh}$$

$$= \frac{b+h}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(b-h)^2} = \frac{b+h}{2} \pm \frac{b-h}{2}$$

$$\frac{b}{2} + \frac{b}{2} = b \checkmark$$

$$\frac{h}{2} + \frac{h}{2} = h \checkmark$$

Oefening 26

Beschouw complexe getallen z en w zodat $z^2 = 1 - i$ en $w = 1 + 3i$. Waaraan is $w^2 z^4$ dan gelijk?

(A) $4(3+4i)$ (B) $2(-1+7i)$ (C) $2(-4+5i)$ (D) $8(4-3i)$

Oplossing: A

juist beantwoord: 79 %

$$1 - i = z^2 \Rightarrow z^4 = (1-i)^2 = 1 - 1 - 2i = -2i$$

$$1 + 3i = w \Rightarrow w^2 = (1+3i)^2 = 1 - 9 + 2.3i = -8 + 6i$$

$$w^2 . z^4 = (-8+6i)(-2i) = +16i + 12 = 4(3+4i)$$

Oefening 27

Welke van de volgende ongelijkheden in $x \in \mathbb{R}_0$ is equivalent met de ongelijkheid $\frac{1}{x} - x > 0$?

(A) $x < -1$ (B) $x > 1$ (C) $-1 < x < 0$ of $0 < x < 1$ (D) $x < -1$ of $0 < x < 1$ ✓

Oplossing: D

juist beantwoord: 72 %

$\frac{1}{x} - x > 0$

$1 - x^2 > 0$

$\sqrt{1} > \sqrt{x^2}$

$\pm 1 > x$

$x < -1$ ✓

$x < 1$

kan niet negatief zijn wegens x^2 en $\sqrt{\ }$

$0 < x < 1$ ✓

Oefening 28

In een dorp heeft 36% van de gezinnen een hond, terwijl 30% van de gezinnen een kat heeft. Bij 22% van de gezinnen heeft men zowel een kat als een hond. Welk percentage van de gezinnen zonder kat, heeft wel een hond?

(A) 8% (B) 12% (C) 14% (D) 20%

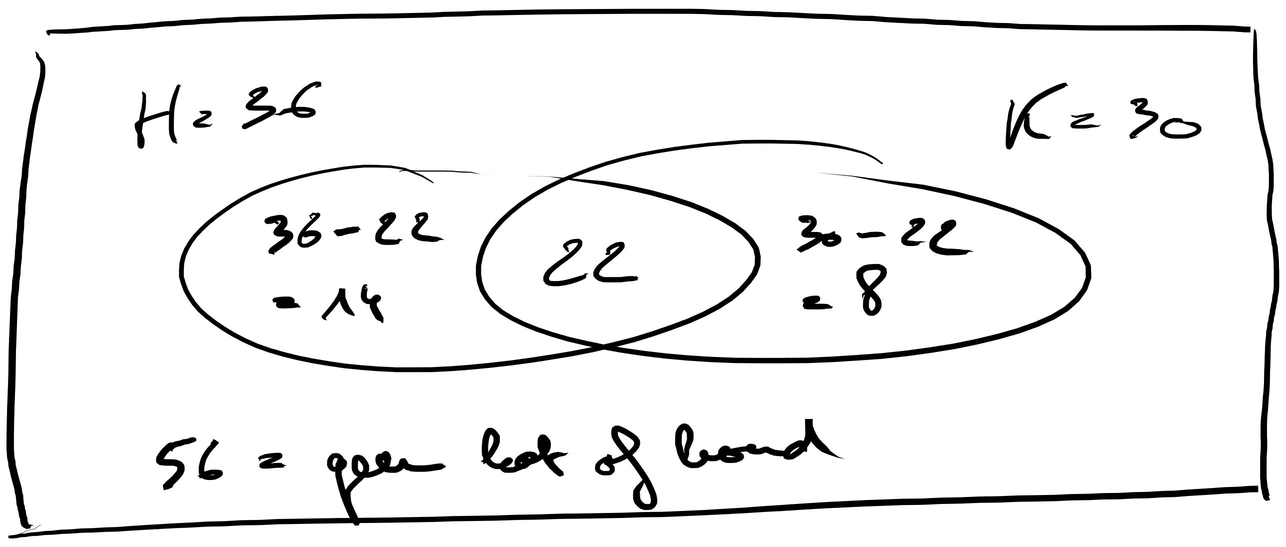
Oplossing: D

juist beantwoord: 25 %

$P(H) = 0,36$

$P(K) = 0,30$

$P(K+H) = 0,22$



$P(\text{geen } K) = 1 - P(K) = 1 - 0,30 = 0,70$ = gezinnen zonder kat

$P(H \mid \text{geen } K) = \dfrac{P(H \text{ en geen } K)}{P(\text{geen } K)}$ ⇒ $P(H) - P(K+H)$

$= 0,36 - 0,22 = 0,14$

hebben H gegeven dat ze geen K hebben.

$= \dfrac{0,14}{0,70} = \dfrac{14}{70} = \dfrac{2}{10} = 0,2 = 20\%$

Oefening 29

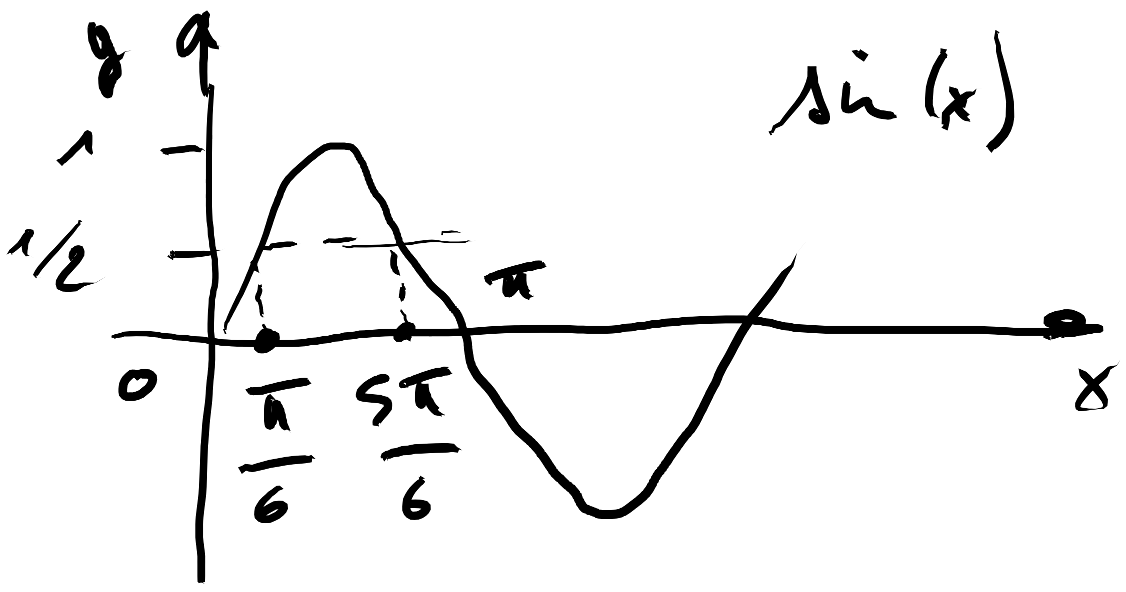
Gegeven is de (floor)functie $\lfloor\ \rfloor : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \lfloor x \rfloor = \max\{m \in \mathbb{Z} : m \le x\}$. Deze functie beeldt elk reëel getal x af op het grootste geheel getal kleiner dan of gelijk aan x, bijvoorbeeld $\lfloor \pi \rfloor = 3$. Wat is de waarde van

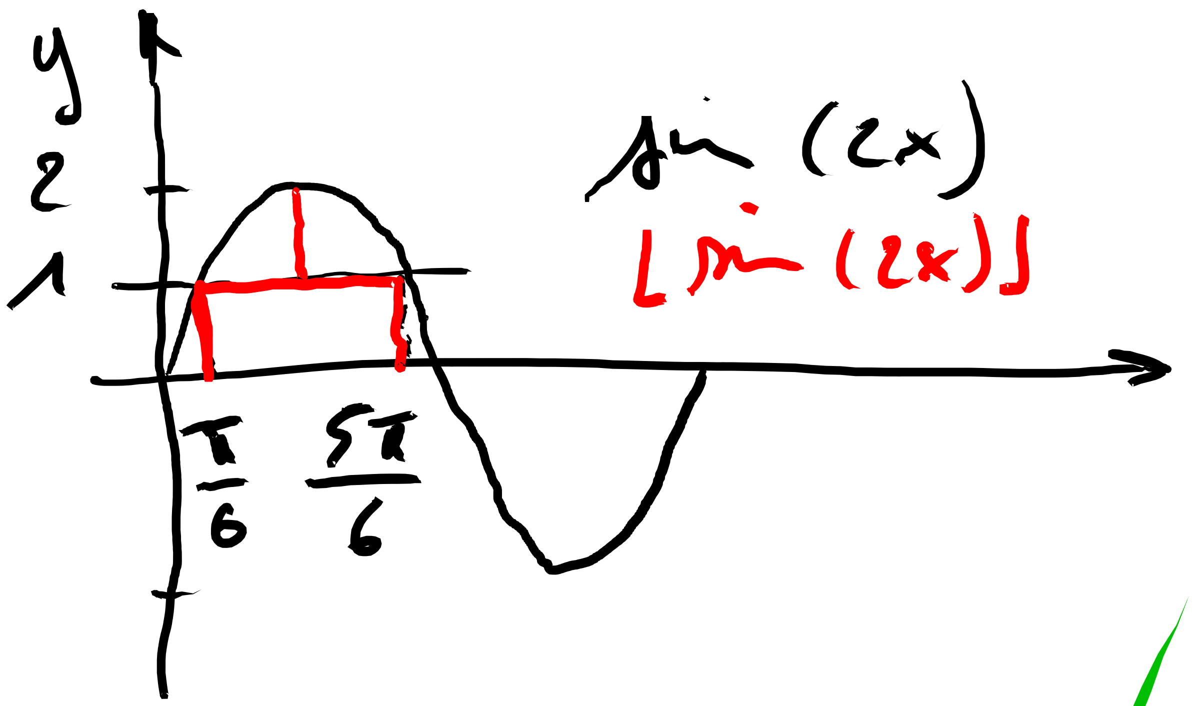
$$\int_0^{\pi} \lfloor 2 \sin x \rfloor \, dx \, ?$$

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) π (D) $\frac{4\pi}{3}$

Oplossing: B

juist beantwoord: 49 %





$$\Rightarrow \left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) \cdot 1 = \frac{4\pi}{6} = \frac{2}{3}\pi$$

Oefening 30

Voor hoeveel getallen $k \in \mathbb{Z}$ is de uitdrukking $\sqrt{6|k-2|-|k^2-4k-12|}$ goed gedefiniëerd?

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14

Oplossing: D

juist beantwoord: 23 %

$\rightarrow \sqrt{a} \Rightarrow a \geq 0$!

$$\Rightarrow 6|k-2| - |k^2-4k-12| \geq 0$$

$$6|k-2| \geq |k^2-4k-12|$$

↳ $k^2-4k+4-16$

$= (k-2)^2-4^2$

$= ((k-2)-4)((k-2)+4)$

$= (k-6)(k+2)$

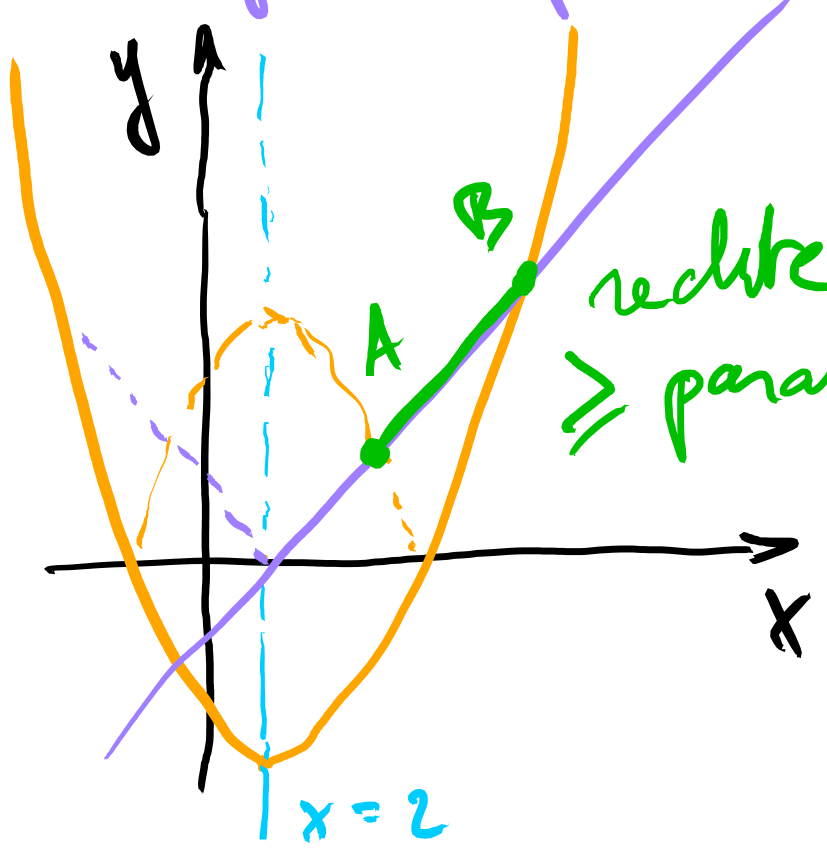
$6k-12$ = rechte met nulpunt op $k=2$

parabool

NP: 6 en −2

top = −16 op $k=2$

↳ tussen nulpunten negatief dus $16-(k-2)^2$ gebruiken



rechte ≥ parabool

↳ volstrekt symmetrisch t.o.v. $x=2$ → we kijken alleen naar de rechterkant!

Snijpunt A:

$$6k-12 = 16-(k-2)^2 = 16-(k^2+4-4k)$$

$$6k-12 = 12-k^2+4k$$

$$k^2+2k-24 = 0 \Rightarrow k = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4\cdot 24}}{2}$$

$$k = -1 \pm 5 \quad \begin{cases} 4 \\ -6 \end{cases}$$

Snijpunt B:

$$6k-12 = (k-2)^2-16 = k^2+4-4k-16$$

$$6k-\cancel{12} = k^2-4k-\cancel{12}$$

$$k^2-10k = 0 \Rightarrow k(k-10)=0 \Rightarrow k \begin{cases} 0 \\ 10 \end{cases}$$

⇒ aantal gehele getallen tussen 4 en 10 inclusief

$= 7 \Rightarrow \times 2$ wegens symmetrie $= \boxed{14}$