Oefening 1

Gegeven de matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$. Waaraan is A^5 gelijk?

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 243 & -1 \end{bmatrix}$

Oplossing: C
juist beantwoord: 77 %
blanco: 5 %

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = (A^2)^2 = \begin{pmatrix} 1^2 & 0 \\ 0 & 1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^5 = A^4 \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

C

Oefening 2

Neem een willekeurige $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ voor $k \in \mathbb{Z}$. Waaraan is de uitdrukking $\frac{\sin(2x)\cos(x)}{\cos(2x)+1}$ gelijk?

(A) $\sin(x)$ (B) $\frac{2\sin(x)\cos^2(x)}{2\sin^2(x)+1}$ (C) $\cos(x)$ (D) $\frac{2\cos^2(x)}{2\sin^2(x)+1}$

$\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$1 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$

Oplossing: A

juist beantwoord: 93 %

blanco: 4 %

$$\Rightarrow \frac{2\sin x\cos x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \cancel{\sin^2 x} + \cos^2 x + \cancel{\sin^2 x}} = \frac{\cancel{2}\sin x\,\cancel{\cos^2 x}}{\cancel{2}\,\cancel{\cos^2 x}} = \sin x$$

A

Oefening 3

Noem $L = \lim_{x\to 0} \frac{ax^3+bx^2}{x^7+x^2}$, met parameters $a \in \mathbb{R}_0^+$ en $b \in \mathbb{R}_0^-$. Welke van de volgende uitspraken over L is waar?

(A) $L = 0$ (B) $L \in \mathbb{R}_0^+$ (C) $L \in \mathbb{R}_0^-$ (D) $L = +\infty$

Oplossing: C

juist beantwoord: 68 %

blanco: 6 %

$$\frac{ax^3+bx^2}{x^7+x^2} = \frac{\cancel{x^2}(ax+b)}{\cancel{x^2}(x^5+1)} = \frac{ax+b}{x^5+1}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{ax+b}{x^5+1} = \frac{0+b}{0+1} = b \rightsquigarrow b \in \mathbb{R}_0^-$$

$$\Rightarrow L \in \mathbb{R}_0^-$$

C

Oefening 4

Wat is het product van de oplossingen van de volgende vergelijking?

$$3^{2x^2+2x-8} = \frac{9^{2x^2+2x-8}}{81}$$

(A) −12 (B) −6 (C) −4 (D) −2

Oplossing: B

juist beantwoord: 79 %

blanco: 5 %

$81 = 9 \cdot 9 = 3^2 \cdot 3^2 = 3^4$

$\left(3^2\right)^{2x^2+2x-8} = 3^{4x^2+4x-16}$

$3^{4x^2+4x-16} \cdot 3^{-4} = 3^{4x^2+4x-20}$

$=$

$\Rightarrow 2x^2+2x-8 = 4x^2+4x-20$

$2x^2+2x-12=0$

$x^2+x-6=0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4 \cdot 1(-6)}}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{25}}{2}$; $4/2 = 2$; $-6/2 = -3$

$2 \cdot (-3) = -6$ B

Oefening 5

De functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heeft als voorschrift $f(x) = x^3$ en de functie $g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ heeft als voorschrift $g(x) = \sqrt{x}$. Verder definiëren we de functies $k : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ door $k(x) = f(g(x))$ en $\ell : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ door $\ell(x) = g(2k(x))$. Waaraan is $\ell(4)$ gelijk?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Oplossing: D

juist beantwoord: 96 %

blanco: 2 %

$$k(x) = f(g(x)) = (\sqrt{x})^3$$

$$\ell(x) = g(2k(x)) = \sqrt{2(\sqrt{x})^3}$$

$$\ell(4) = \sqrt{2(\sqrt{4})^3} = \sqrt{2 \cdot 2^3} = \sqrt{2^4} = 2^2 = 4 \qquad D$$

Oefening 6

In de driedimensionale ruimte met een cartesiaans assenstelsel xyz beschouwen we het vlak v door het punt $(1, 0, 0)$ evenwijdig met het vlak met vergelijking $2x + 3y + z = 0$. Welk van onderstaande punten ligt in dit vlak v?

(A) $(0, 1, -1)$ (B) $(0, 1, 0)$ (C) $(0, 1, 1)$ (D) $(0, 1, 2)$

$\alpha \equiv u_1 x + v_1 y + w_1 z + a = 0$

$\beta \equiv u_2 x + v_2 y + w_2 z + b = 0$

// als $(u_1, v_1, w_1) = k(u_2, v_2, w_2)$

Oplossing: A

juist beantwoord: 80 %

blanco: 16 %

v door $(1, 0, 0) \Rightarrow 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 0 = \underline{\underline{2}}$

Dus v: $2x + 3y + z - \underline{\underline{2}} = 0$

A: $2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 - 1 - 2 = 0$ ✓

A

Oefening 7

Beschouw het xy-vlak met daarin de rechten met vergelijkingen $2x + 3y = 5$ en $x - 2y = 7$ en hun snijpunt P. De rechte r ligt eveneens in het xy-vlak, gaat door het punt P en staat loodrecht op de rechte met vergelijking $x = y + 7$. Welke van onderstaande vergelijkingen is een vergelijking van deze rechte r?

(A) $7x + 7y = 22$ (B) $7x + 7y = -22$ (C) $7x - 7y = 40$ (D) $7x - 7y = -40$

Oplossing: A
juist beantwoord: 72 %
blanco: 12 %

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 5 \\ x - 2y = 7 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 3y = 5 - 2x \\ 2y = x - 7 \end{array}$$ in punt P: y-waarden =

$$\Rightarrow \frac{5-2x}{3} = \frac{x-7}{2} \Rightarrow 10 - 4x = 3x - 21$$

$$7x = 31 \Rightarrow \boxed{x = \frac{31}{7}}$$

$$\to y = \frac{x-7}{2} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{31}{7} - 7\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{31}{7} - \frac{49}{7}\right)$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2}\left(-\frac{18}{7}\right) = -\frac{9}{7}}$$

rechte $x = y + 7 \Rightarrow y = x - 7 \Rightarrow$ rico $= 1 \to$ rechte $\perp$ rico $= -1$

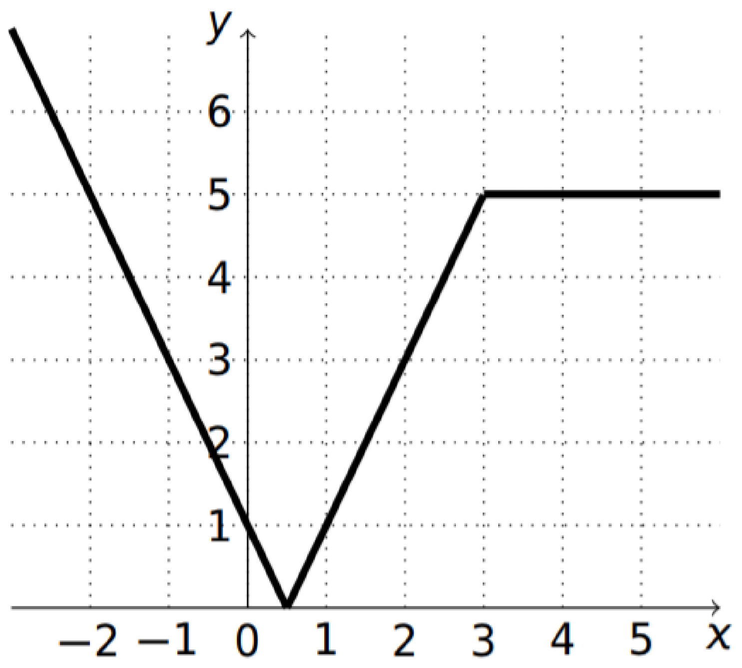
Dus $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y + \frac{9}{7} = -1\left(x - \frac{31}{7}\right)$

$$y = -x + \frac{31}{7} - \frac{9}{7} = -x + \frac{22}{7}$$

$$\Rightarrow (\times 7) = 7x + 7y = 22$$ A

Oefening 8

De figuur toont de grafiek van één van de volgende vier functies. Welke?



(A) $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met $f_1(x) = 2 + x - |x-3|$

(B) $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met $f_2(x) = \big|2 + x - |x-3|\big|$

(C) $f_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met $f_3(x) = \big|2 - x - |x-3|\big|$

(D) $f_4 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met $f_4(x) = \big|-2 + x - |x-3|\big|$

Altijd + dus niet (A)

Oplossing: B

juist beantwoord: 91 %

blanco: 4 %

B → $x = 0$ $\quad |2-3| = 1$ ✓

C → $y = 0$ $\quad |2-3| = 1$ ✓

D → $x = 0$ $\quad |-2-3| = 5$ ✗

→ $y = 0 \to x = \frac{1}{2}$ $\quad \left|2 + \frac{1}{2} - \left|\frac{1}{2} - 3\right|\right|$

$\left|\frac{5}{2} - \left|-\frac{5}{2}\right|\right| = 0$ ✓

→ $y = 0 \to x = \frac{1}{2}$ $\quad \left|2 - \frac{1}{2} - \left|\frac{1}{2} - 3\right|\right|$

$\left|\frac{3}{2} - \left|-\frac{5}{2}\right|\right| \neq 0$ ✗

(B)

Oefening 9

Het model T999 van een nieuwe elektrische auto versnelt met een constante versnelling van 5 m/s^2. Hoeveel seconden doet deze auto erover om te versnellen van 0 tot 108 km/u?

(A) 3,0 s (B) 6,0 s (C) 10,8 s (D) 21,6 s

Oplossing: B
juist beantwoord: 78 %
blanco: 5 %

$$108 \text{ km/u} = 108\,000 \text{ m/u} = \frac{108\,0\cancel{00}}{36\cancel{00}} \text{ m/s} = 30 \text{ m/s}$$

$$a = 5 \text{ m/s}^2 \rightsquigarrow 5 \cdot t = 30 \rightarrow t = \frac{30}{5} = 6 \text{ s}$$

B

Oefening 10

De reële getallen a en b in de veelterm $p(x) = x^5 - 2x^4 + 3ax^3 - 4x^2 + 5bx - 42$ zijn zodanig gekozen dat deze veelterm deelbaar is door $(x+2)(x+1)$. Welke van de volgende uitspraken is waar?

(A) $p(-2) < p(-1) < p(0)$

(B) $p(-2) = p(-1) < p(0)$

(C) $p(-2) = p(-1) > p(0)$

(D) $p(-2) > p(-1) > p(0)$

Deelbaar door $(x+2) \rightarrow p(-2) = 0$
" " $(x+1) \rightarrow p(-1) = 0$
$\Rightarrow$ B of C

$p(0) = -42 \Rightarrow p(-2) = p(-1) > p(0)$

C

Oplossing: C
juist beantwoord: 54 %
blanco: 20 %

Oefening 11

Welk van onderstaande uitdrukkingen in $x \in \mathbb{R}$ is equivalent met de ongelijkheid $x^3 - 2x^2 \leq 4x - 8$.

(A) $x \leq -2$ (B) $x \leq -2$ of $x = 2$ (C) $-2 \leq x \leq 2$ (D) $x \geq 2$ of $x = -2$

Oplossing: B
juist beantwoord: 65 %
blanco: 4 %

$x^3 - 2x^2 \leq 4x - 8$

$\Rightarrow x^3 - 2x^2 - 4x + 8 \leq 0$

$x^3 - 4x - 2x^2 + 8 \leq 0$

$x(x^2-4) - 2(x^2-4) \leq 0$

$(x-2)(x^2-4) \leq 0$

$\begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$

$\hookrightarrow x \leq -2$

Dus $x \leq -2$ of $x = 2$

B

Oefening 12

Waaraan is de volgende integraal gelijk?

$$\int_1^{(2\pi-1)^2} \frac{\cos\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}}\,dx$$

(A) $-2\sin 2$ (B) $\pi - 1 - \frac{1}{2}\sin 2$ (C) $2\sin 2$ (D) $4\pi - 4 - 2\sin 2$

Oplossing: A

juist beantwoord: 74 %

blanco: 16 %

$\sqrt{x} = u \rightarrow u^2 = x$

$2u\,du = dx$

$\int \frac{\cos(u+1)}{\cancel{u}} \cdot 2\cancel{u}\,du$

$= 2\int \cos(u+1)\,d(u+1)$

$= 2\sin(u+1)$

$= 2\sin(\sqrt{x}+1)$

$2\sin(\sqrt{x}+1)\Big|_1^{(2\pi-1)^2}$

$= 2\left[\sin\left(\sqrt{(2\pi-1)^2}+1\right) - \sin(\sqrt{1}+1)\right]$

$= 2\left[\sin(2\pi) - \sin(2)\right]$

$= 2(0 - \sin(2)) = -2\sin(2)$ A

Oefening 13

Gegeven de functie $f_p : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f_p(x) = (x + 3p)(x^2 + 3p)$ met parameter $p > 0$. De grafiek van deze functie vertoont een buigpunt. Voor welke waarde van de parameter p vertoont de grafiek een horizontale raaklijn in dit buigpunt?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Oplossing: A
juist beantwoord: 60 %
blanco: 30 %

Buigpunt $\to f''(x) = 0$

Horizontale raaklijn $\to f'(x) = 0$

$f(x) = x^3 + 3px^2 + 3px + 9p^2$

$f'(x) = 3x^2 + 6px + 3p$

$f''(x) = 6x + 6p = 0 \Rightarrow \boxed{x = -p}$

$\Rightarrow f'(-p) = 0 = 3(-p)^2 + 6p(-p) + 3p = 3p^2 - 6p^2 + 3p$

$0 = -\cancel{3}p^2 + \cancel{3}p \Rightarrow p(-p+1) = 0 < \begin{array}{l} p = 0 \\ \boxed{p = 1} \end{array}$

$x = -1$

$f'(x) \Rightarrow f'(-1) = 3(-1)^2 + 6 \cdot 1(-1) + 3 \cdot 1$

$= 3 - 6 + 3 = 0$ ✓

A

Oefening 14

Waaraan is het complex getal $(1+i)^7$ gelijk?

(A) $-8-8i$ (B) $-8+8i$ (C) $8-8i$ (D) $8+8i$

Oplossing: C
juist beantwoord: 78 %
blanco: 6 %

$$r = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{y}{x} = \frac{1}{1} \Rightarrow \theta = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$z^7 = \left(\sqrt{2}\cdot e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^7 = \sqrt{2^7}\cdot e^{i\frac{7\pi}{4}}$$

$$= \sqrt{128}\cdot e^{-\frac{\pi}{4}i}$$

$$= 8\sqrt{2}\left(\cos(-45^\circ) + i\sin(-45^\circ)\right)$$

$$= 8\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)$$

$$= 8-8i \qquad C$$

Oefening 15

Het getal τ is de kleinste waarde van $t > 0$ waarvoor $2\cos\left(2t - \frac{2\pi}{3}\right) = 1$. Bepaal $\sin\tau$.

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

Oplossing: A
juist beantwoord: 31 %
blanco: 6 %

$$2\cos\Big(\underbrace{2t - \frac{2\pi}{3}}_{\alpha}\Big) = 1$$

$$2\cos\alpha = 1$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \pm 60^\circ$$

$$\alpha = \pm\frac{\pi}{3}$$

$$+\frac{\pi}{3}: \quad 2t - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{3\pi}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2} \quad \times$$

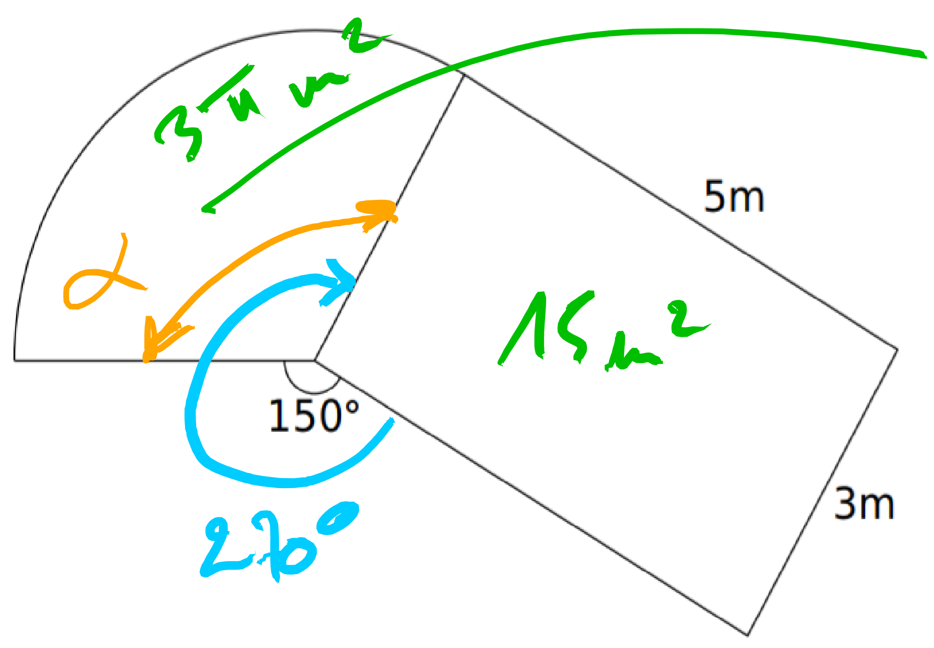
$$-\frac{\pi}{3}: \quad 2t - \frac{8\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{2} = \boxed{\frac{\pi}{6}} \quad \checkmark$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

A

Oefening 16

De figuur toont een plat dak van een gebouw dat bestaat uit een rechthoekig stuk van $3\,\mathrm{m} \times 5\,\mathrm{m}$ en een stuk van een schijf met straal $3\,\mathrm{m}$. Op een zekere regendag valt er $8\,\mathrm{mm}$ regen. Alle water dat op het dak valt, wordt gecollecteerd in een regenwaterput. Welke van onderstaande waardes ligt het dichtst bij het aantal liter water dat tijdens die regendag gecollecteerd wordt? In de berekeningen mag de lichte hellingsgraad van het dak verwaarloosd worden.



$\alpha = 270° - 150° = 120° = \frac{4\pi}{6}$

$\bigcirc = \pi r^2$

$\triangledown \Rightarrow \cancel{\pi} r^2 \cdot \frac{\alpha}{2\cancel{\pi}} = \frac{r^2 \alpha}{2} = \frac{3^2}{2} \cdot \frac{4\pi}{6} = \frac{3 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4}\pi}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}}$

$= 3\pi\,\mathrm{m}^2$

(A) 195 liter (B) 215 liter (C) 1950 liter (D) 2150 liter

Oplossing: A
juist beantwoord: 69 %
blanco: 9 %

$\Rightarrow A = (15 + 3\pi)\,\mathrm{m}^2$

$V = \frac{8}{1000}(15 + 3\pi) = \frac{120 + 24\pi}{1000} \approx \frac{120 + 75}{1000} = \frac{195}{1000} = 0{,}195\,\mathrm{m}^3$

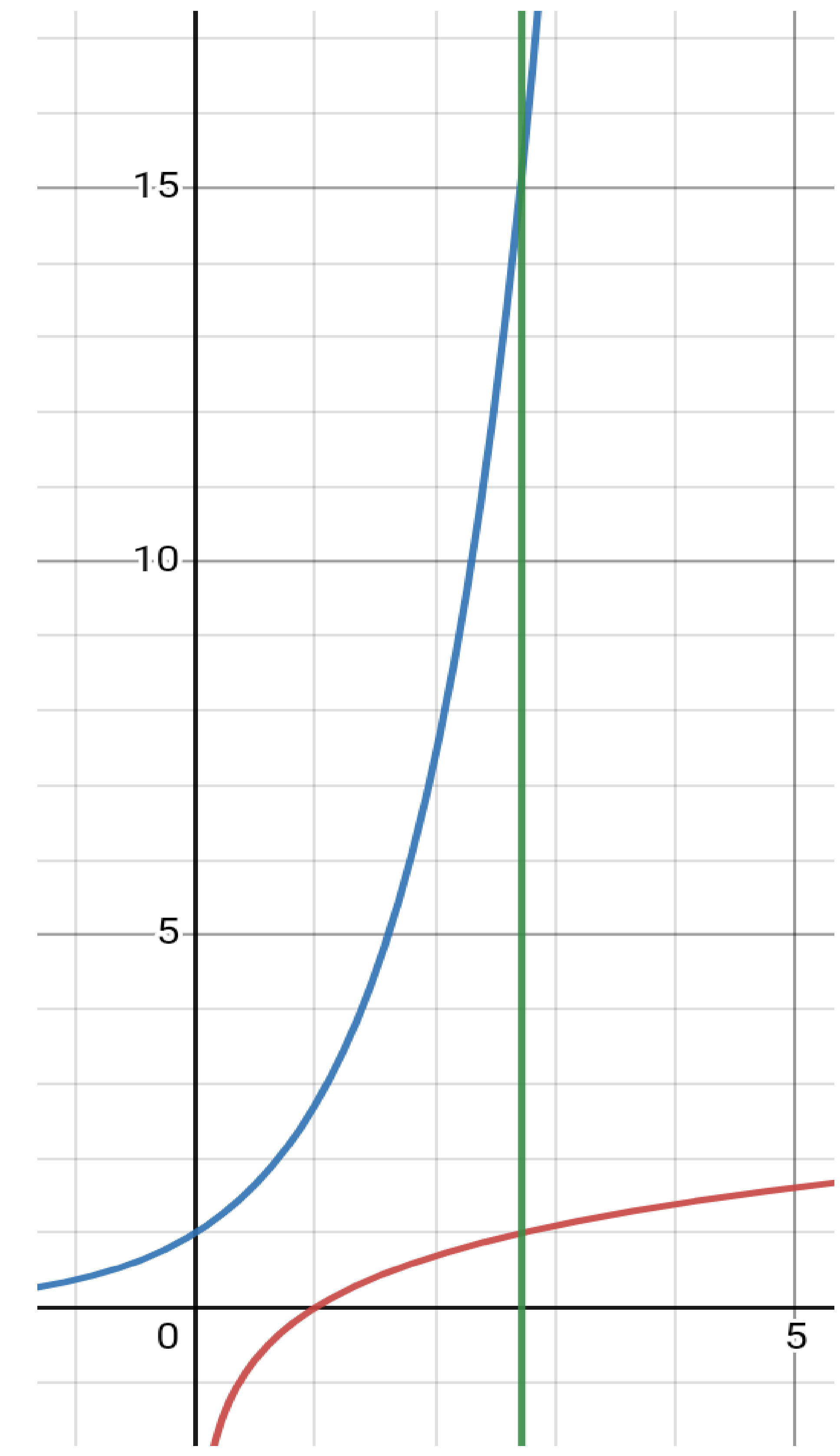
$= 195\,\ell$

(A)

Oefening 17

Bepaal de oppervlakte van het vlakdeel dat begrensd wordt door de x–as, de y–as, de rechte met vergelijking $x = e$ en de krommen met vergelijking $y = e^x$ en $y = \ln x$.

(A) e^e (B) $e^e - 1$ (C) $e^e - 2$ (D) $e^e - \frac{1}{e}$



Oplossing: C

juist beantwoord: 28 %

blanco: 25 %

$$\int f\,dg = f \cdot g - \int g\,df$$

$$\int_0^e e^x\,dx - \int_1^e \ln x\,dx$$

$$= e^x \Big|_0^e - \left[x \ln x - x\right] \Big|_1^e$$

$$= e^e - e^0 - \left[e \ln e - e - (\ln 1 - 1)\right]$$

$$= e^e - 1 \cancel{- e} + \cancel{e} + 0 - 1 = e^e - 2$$

C

Oefening 18

Beschouw het vlak met een cartesiaans assenstelsel xy met daarin de vectoren $\vec{a}(1,0)$ en $\vec{b}(1,k)$, met $k \in \mathbb{R}$. De hoek θ is de hoek tussen de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$, de hoek φ is de hoek tussen de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{a}+\vec{b}$. Welk van onderstaande uitspraken is waar?

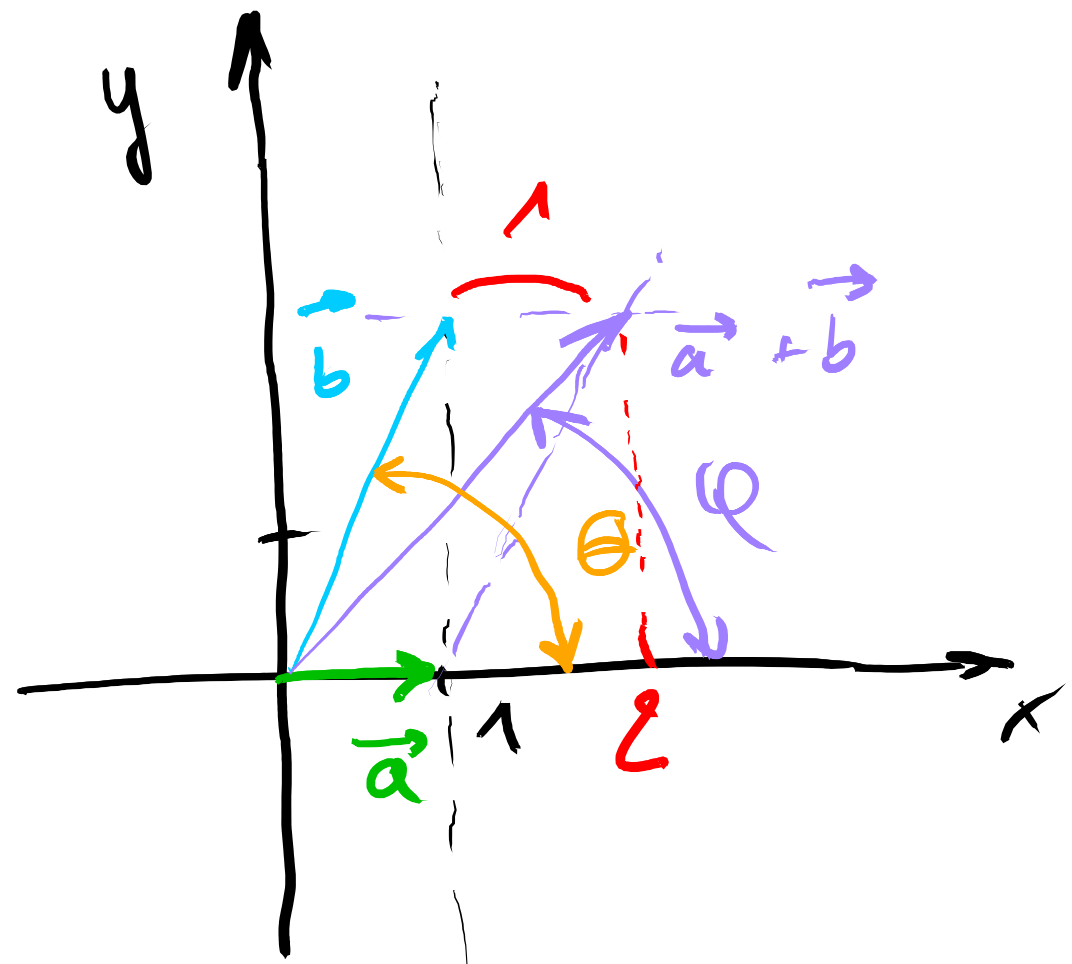
(A) $\tan\theta = \frac{1}{2}\tan\varphi$

(B) $\tan\theta = 2\tan\varphi$

(C) $\tan\theta = \frac{k}{2}\tan\varphi$

(D) $\tan\theta = 2k\tan\varphi$

Oplossing: B
juist beantwoord: 50 %
blanco: 27 %



$\vec{a}+\vec{b}$ is altijd de diagonaal van de parallellogram gevormd door $\vec{a}$ en $\vec{b}$!

Dus $\varphi = \frac{1}{2}\theta$

$\vec{b}$ eindigt altijd op deze lijn $x = 1$

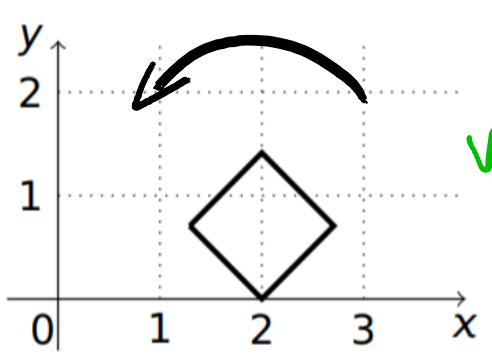
$\text{tg}\,\theta = \frac{k}{1} \Leftrightarrow \text{tg}\,\varphi = \frac{k}{2}$

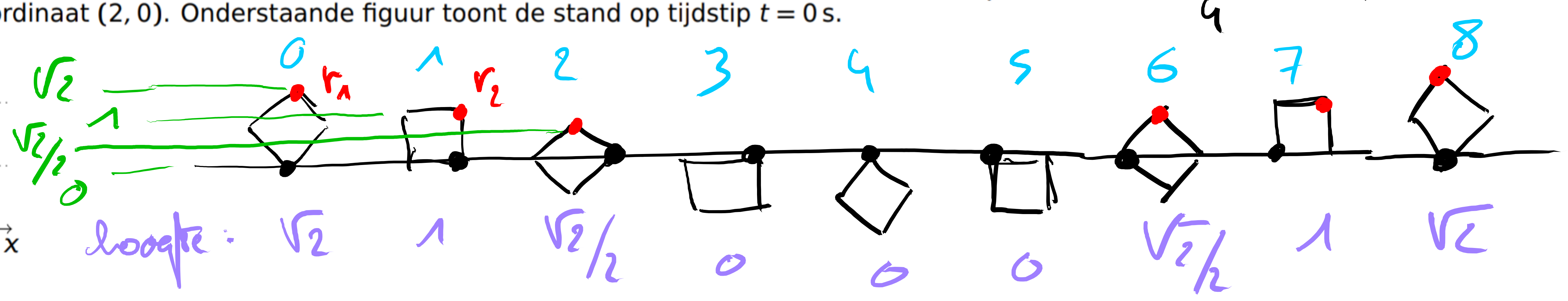
$\frac{k}{1} = 2\left(\frac{k}{2}\right) \Rightarrow \text{tg}\,\theta = 2\,\text{tg}\,\varphi$ (B)

Oefening 19

Een vierkant met zijde 1 roteert in het xy-vlak in tegenwijzerzin met een constante hoeksnelheid van $\frac{\pi}{4}$ rad/s rond het hoekpunt met coördinaat $(2, 0)$. Onderstaande figuur toont de stand op tijdstip $t = 0$ s.

$\frac{\pi}{4} = 45°$

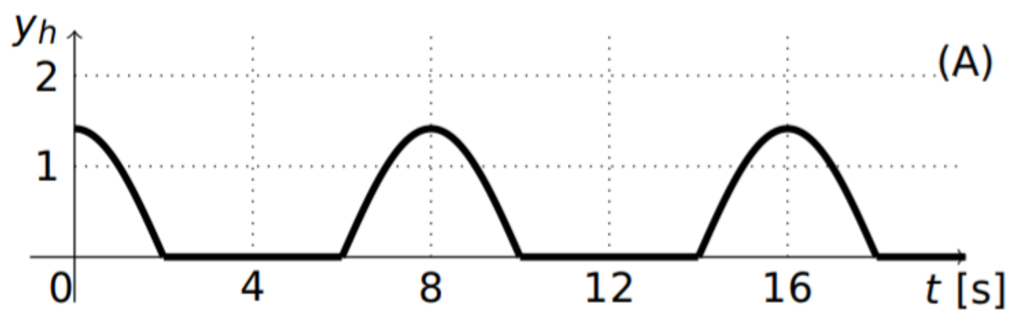


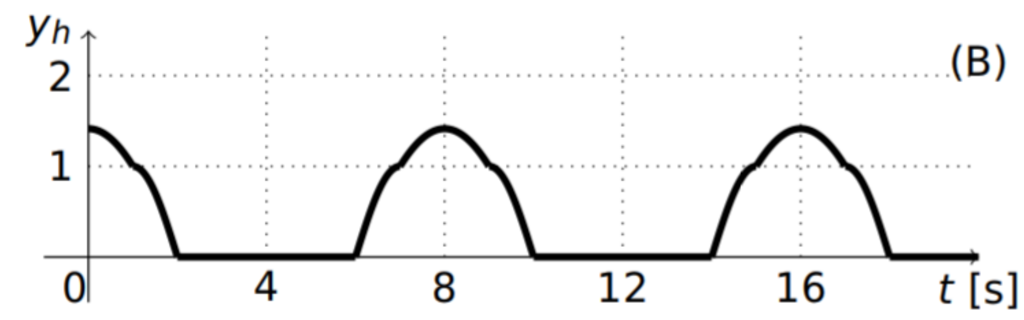


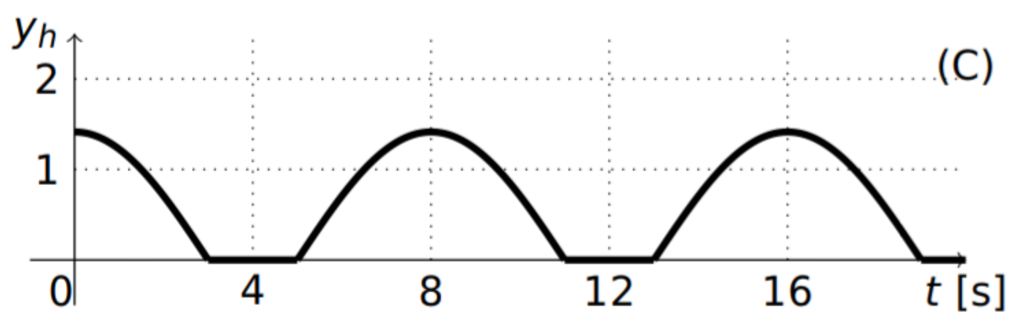
Op elk tijdstip t noteren we met y_h de y-coördinaat van het punt van het vierkant dat op dat tijdstip de grootste y-coördinaat heeft. Welk van onderstaande grafieken toont het verband tussen y_h en de tijd t?

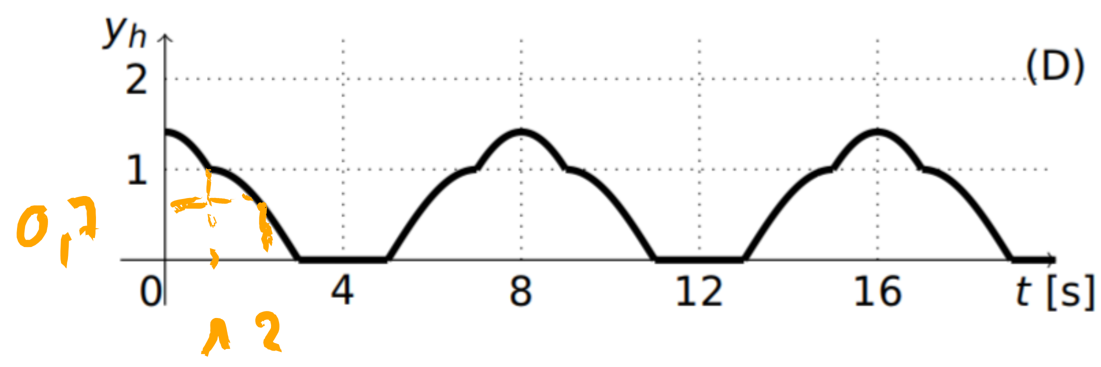
$\sqrt{2} \mathrel{\hat{=}} 1{,}4$

$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7$









D

Oplossing: D
juist beantwoord: 52 %
blanco: 12 %

Straal van hoogste punt verandert!

Oefening 20

Stel $A = \cos\left(\frac{\pi}{2^2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2^3}\right)\dots\cos\left(\frac{\pi}{2^{2022}}\right)$. Bereken $A \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2^{2022}}\right)$.

(A) $\frac{1}{2^{2020}}$ (B) $\frac{1}{2^{2021}}$ (C) $\frac{1}{2^{2022}}$ (D) $\frac{1}{2^{2023}}$

$=$

Oplossing: B
juist beantwoord: 24 %
blanco: 59 %

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$2\cos\left(\frac{\pi}{2^4}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2^4}\right)$

$= \sin\left(\cancel{2}\frac{\pi}{2^{\cancel{4}\,3}}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{2^3}$

Iets simpeler:

$\cos\left(\frac{\pi}{2^2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2^3}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2^4}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2^4}\right)$

$=$

$= \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2^2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2^3}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2^3}\right)$

$= \frac{1}{2}\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2^2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{2^2}\right)$

$= \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{1}{2^3}$

Aantal termen

$n = 4$

Resultaat $= \boxed{\frac{1}{2^{n-1}}}$

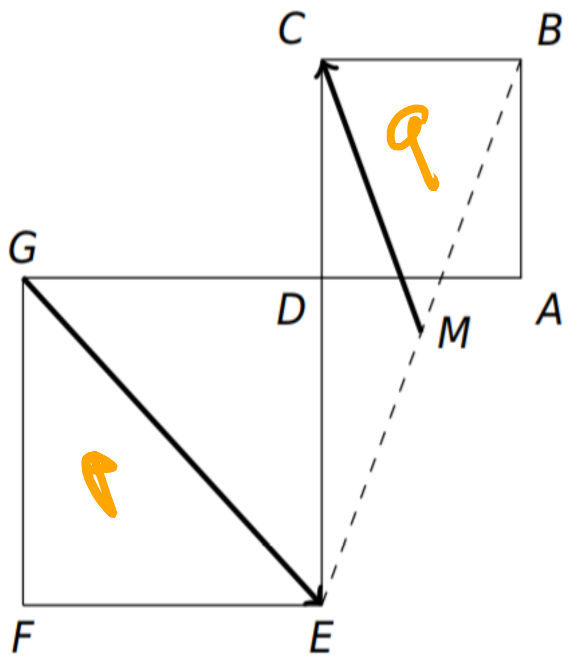
$n = 2022 \rightarrow$ resultaat $= \frac{1}{2^{2021}}$

B

Oefening 21

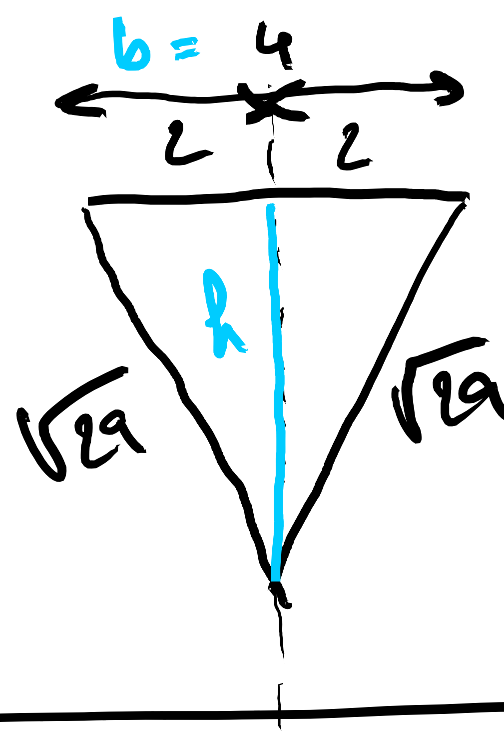
Onderstaande figuur toont twee vierkanten *ABCD* en *DEFG*. De lengtes van de zijden zijn $|AB| = 4$ en $|GD| = 6$. Het punt *M* is het midden van het lijnstuk $[EB]$. Welke waarde heeft het scalair product (ook wel inproduct genoemd) $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{GE}$?

$\vec{p} \cdot \vec{q} = x_p \cdot x_q + y_p \cdot y_q$
$(+ z_p \cdot z_q)$



$|EB| = \sqrt{4^2 + (6+4)^2} = \sqrt{16+100}$
$= \sqrt{116} = \sqrt{2.2.29} = 2\sqrt{29}$

$\boxed{|q| = \frac{|EB|}{2} = \sqrt{29}}$



$A = \frac{1}{2} b.h$

$\Rightarrow h = \frac{2A}{b}$

(A) −45 (B) −42 (C) −40 (D) −36

Oplossing: B
juist beantwoord: 52 %
blanco: 37 %

Formule van Heron: $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ met $s = \frac{a+b+c}{2}$

$\Rightarrow s = \frac{4 + 2.\sqrt{29}}{2} = 2 + \sqrt{29}$

$A = \sqrt{(2+\sqrt{29})(2+\sqrt{29}-4)(2+\cancel{\sqrt{29}}-\cancel{\sqrt{29}})(2+\cancel{\sqrt{29}}-\cancel{\sqrt{29}})}$

$A = \sqrt{(\sqrt{29}+2)(\sqrt{29}-2).2.2} = 2\sqrt{(\sqrt{29})^2 - 2^2} = 2\sqrt{29-4}$

$\boxed{A = 2.5 = 10}$

$\Rightarrow \boxed{h = \frac{2A}{b} = \frac{2.10}{4} = 5}$

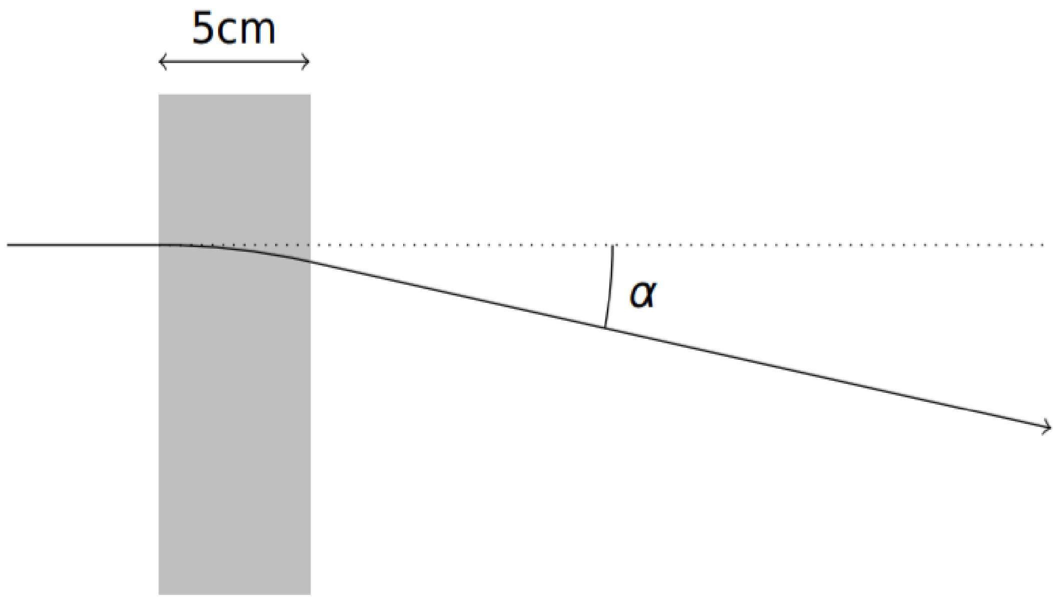
$x_p = +6 \qquad x_q = -2$
$y_p = -6 \qquad y_q = +5$

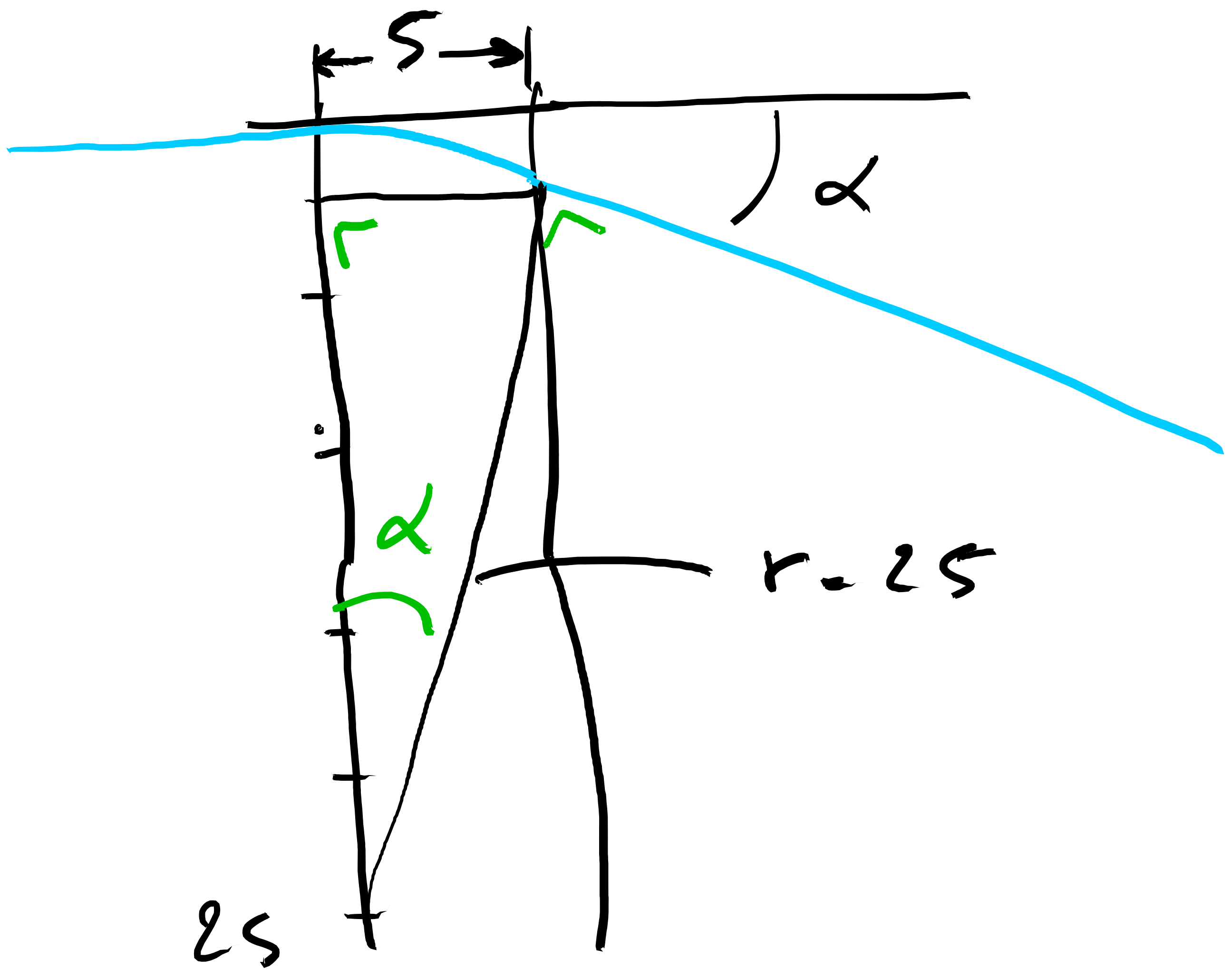
$\vec{p}.\vec{q} = 6.(-2) + (-6).5$
$= -12 - 30 = \boxed{-42}$

B

Oefening 22

Een bundel protonen wordt op hoge snelheid gebracht en afgebogen in een magnetisch veld zoals weergegeven in onderstaande figuur. In het gebied waar er geen magnetisch veld is, gaat de bundel gewoon rechtdoor. Daarna komt de bundel in een gebied van 5cm breed waar er wel magnetisch veld is (grijs ingekleurd gebied op de figuur). Hier volgt de bundel een cirkelbaan met een straal van 25cm. Daarna verlaat de bundel het gebied met het magnetisch veld en gaat deze terug gewoon rechtdoor. De hoek tussen de baan voor en na doorgang door het gebied met het magnetisch veld noemen we α. Welk van onderstaande verbanden is geldig?





(A) $\sin\alpha = \frac{1}{5}$ (B) $\sin\alpha = \frac{1}{4}$ (C) $\tan\alpha = \frac{1}{5}$ (D) $\tan\alpha = \frac{1}{4}$

Oplossing: A
juist beantwoord: 26 %
blanco: 48 %

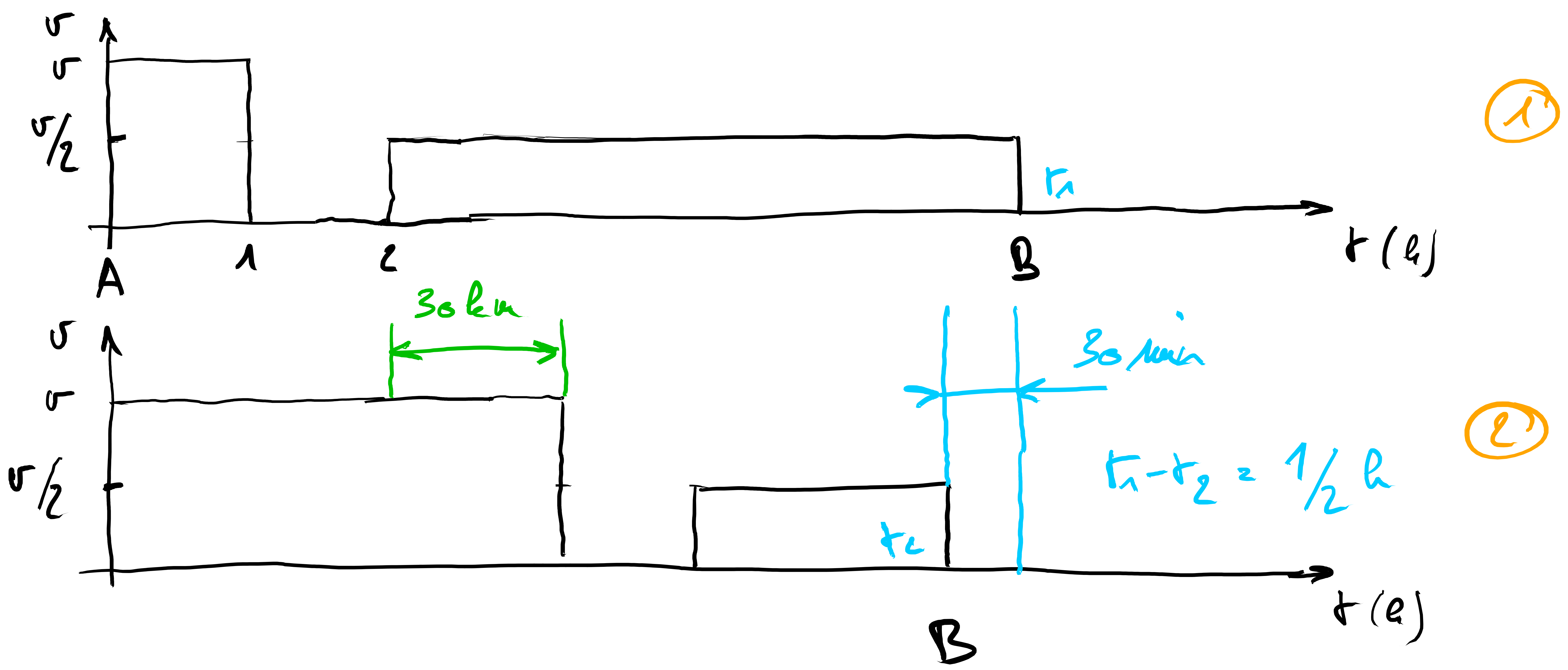
$\sin\alpha = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ A

Oefening 23

Een trein rijdt van station A naar station B aan een constante snelheid. Na één uur rijden krijgt de trein mechanische pech en blijft één uur stilstaan. Daarna kan de trein opnieuw vertrekken met een snelheid die de helft is van de oorspronkelijke snelheid om even later station B te bereiken. Had deze trein 30 km verder, wat nog steeds voor station B is, deze pech gehad, en had hij ook één uur stilgestaan om daarna met een snelheid die de helft is van de oorspronkelijke snelheid verder te rijden, dan was hij 30 minuten eerder aangekomen in station B. Wat was de beginsnelheid van deze trein?

(A) 30 km/u (B) 45 km/u (C) 60 km/u (D) 75 km/u

Oplossing: C
juist beantwoord: 58 %
blanco: 30 %



1 $\quad v \cdot 1 + \frac{v}{2}(t_1 - 2) = B$

2 $\quad [v \cdot 1 + 30] + \frac{v}{2}\left(\underbrace{t_2}_{= t_1 - 1/2} - \left[\frac{30}{v} + 2\right]\right) = B$

1 = 2 $\quad \cancel{v} + \frac{v t_1}{2} - \cancel{v} = v + 30 + \frac{v}{2}\left(t_1 - \frac{1}{2} - \frac{30}{v} - 2\right)$

$$\cancel{\frac{v t_1}{2}} = \cancel{v} + 30 + \cancel{\frac{v t_1}{2}} - \frac{v}{4} - \frac{30}{2} - \cancel{v}$$

$$0 = 30 - 15 - \frac{v}{4} = 15 - \frac{v}{4} \Rightarrow v = 4 \cdot 15$$

$$\boxed{v = 60\ \text{km/h}}$$

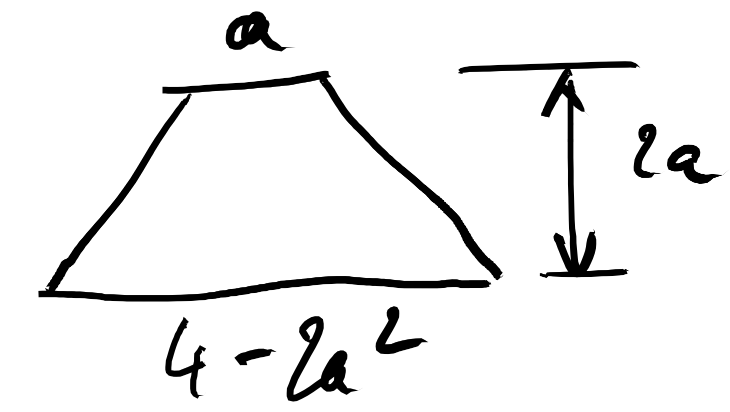
C

Oefening 24

Een gelijkbenig trapezium heeft hoogte $2a$ en evenwijdige zijden (basissen) met lengte a en $4-2a^2$. Kies de lengte a zodat de oppervlakte van het trapezium maximaal wordt. Wat is dan de lengte van de schuine zijde van het trapezium?

$A = \frac{h}{2}(a+b)$

(A) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (D) $\sqrt{5}$



Oplossing: B
juist beantwoord: 42 %
blanco: 40 %

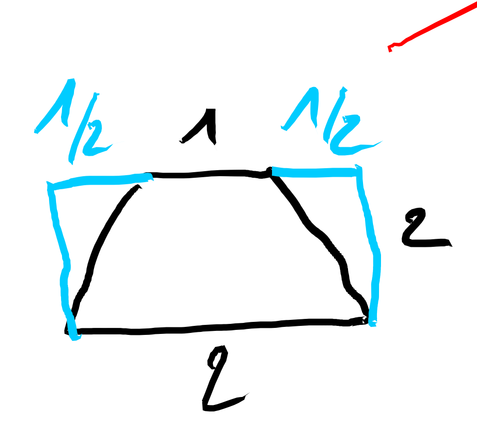
$$A = \frac{2a}{2}(a+4-2a^2) = a^2+4a-2a^3$$

Maximum → afgeleide = 0

$$\Rightarrow 2a+4-6a^2 = 0 \Rightarrow (/-2)\ 3a^2 - a - 2 = 0$$

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{1-4\cdot 3(-2)}}{2\cdot 3} = \frac{1}{6} \pm \frac{\sqrt{25}}{6} \; \begin{cases} 6/6 = \boxed{1} \\ \cancel{-4/6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4-2a^2 = 4-2\cdot(1)^2 = 2$$



$$z = \sqrt{2^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{4+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{17}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

B

Oefening 25

Beschouw het volgende stelsel vergelijkingen met onbekenden x en y en met parameter $a \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} 3(1-a)x + y + (a-2) = 0 \\ 2x + y - 5a = 0 \end{cases}$$

Welke van de volgende uitspraken is waar?

(A) Dit stelsel heeft voor elke waarde van a een unieke oplossing (x, y).

(B) Er bestaat een waarde van a waarvoor dit stelsel geen enkele oplossing heeft.

(C) Er bestaat een koppel (x, y) dat voor minstens twee verschillende waarden van a een oplossing is van het stelsel.

(D) Er bestaat een getal x_0 zodat voor elke waarde van a het stelsel een oplossing van de vorm (x_0, y) heeft.

Oplossing: D
juist beantwoord: 31 %
blanco: 31 %

$$3(1-a)x + y + (a-2) = 0$$
$$(2x + y - 5a = 0) \;-$$
$$3(1-a)x - 2x + 6a - 2 = 0$$
$$3x - 3ax - 2x + 6a - 2 = 0$$
$$x - 3ax + 6a - 2 = 0$$

$$x(1-3a) = 2 - 6a$$

$$\boxed{x = \frac{2-6a}{1-3a} = \frac{2\cancel{(1-3a)}}{\cancel{1-3a}} = 2}$$

x onafhankelijk van a, dus constant!

D

Oefening 26

Gegeven is de rekenkundige rij met termen u_n: $3, 1, -1, \ldots$, waarbij de index n start vanaf 1.
De eerste termen zijn dus $u_1 = 3, u_2 = 1, u_3 = -1, \ldots$.

Verder is de meetkundige rij gegeven met termen v_n: $32, 16, 8, \ldots$, waarbij de index n start vanaf 1.
De eerste termen zijn dus $v_1 = 32, v_2 = 16, v_3 = 8, \ldots$.

Definieer nu een nieuwe rij met termen $w_n = u_n + v_n$. Waaraan is w_n gelijk?

(A) $3 - 2n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-5}$ (B) $3 - 2n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-6}$ (C) $5 - 2n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-6}$ (D) $35 - 2n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$

rekenkundige rij
⇒ verschil tussen opeenvolgende termen is gelijk!

Oplossing: C
juist beantwoord: 79 %
blanco: 11 %

$u_n = 3, 1, -1, -3, -5, -7, \ldots$

$1 - 3 = -2$

$-1 - 1 = -2$

$\Rightarrow \boxed{u_n = u_1 + (-2)(n-1) = 3 - 2n + 2 = 5 - 2n}$

$\boxed{v_n = \frac{v_1}{2^{n-1}} = \frac{32}{2^{n-1}} = \frac{2^5}{2^{n-1}} = 2^{6-n}}$

$u_n + v_n = 5 - 2n + 2^{6-n} = 5 - 2n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-6}$

C

Oefening 27
Je beschikt over een speciale dobbelsteen met 10 (i.p.v. 6) vlakken. Op elk vlak staat een verschillend getal (1, 2, . . . , 10) en elk vlak heeft evenveel kans om geworpen te worden. Als je 5 keer gooit met deze dobbelsteen, wat is dan de kans dat je precies 3 keer een 7 gooit?

(A) 0,00081 (B) 0,0021 (C) 0,0081 (D) 0,021

$P(7) = \frac{1}{10}$

$P(\text{geen } 7) = \frac{9}{10}$

Oplossing: C
juist beantwoord: 49 %
blanco: 12 %

5 x gooien en 3 x 7 = combinatie van 3 uit 5!

$$C_3^5 = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5 \cdot \cancel{4}^{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 10$$

Kans voor 1 geval => $7, 7, 7, x, x$ (met $x \neq 7$)

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{81}{10^5}$$

Kans voor alle gevallen $= 10 \cdot \frac{81}{10^5} = 81 \cdot 10^{-4}$ C

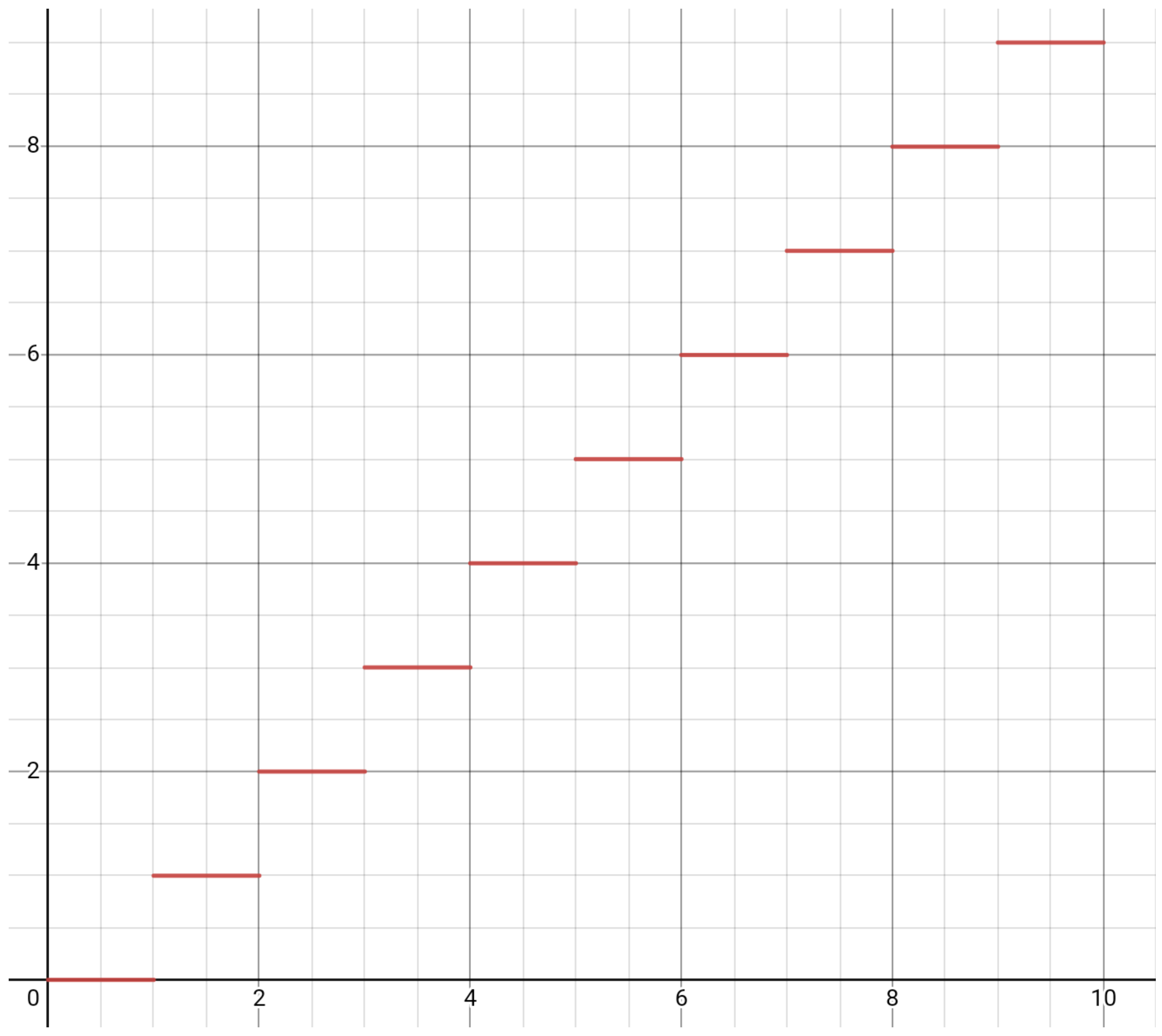
Oefening 28

Gegeven de functie $\lfloor\ \rfloor : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \lfloor x \rfloor = \max\{m \in \mathbb{Z} : m \leq x\}$. Dit is de functie die elk reëel getal x afbeeldt op het grootste geheel getal kleiner of gelijk aan x, bijvoorbeeld $\lfloor \pi \rfloor = 3$. Wat is de waarde van de bepaalde integraal

$$\int_0^{10} \lfloor x \rfloor \, dx \,?$$

(A) 45 (B) 50 (C) 55 (D) 60

Oplossing: A
juist beantwoord: 48 %
blanco: 15 %



$\int = \Sigma$ van opp

$0 - 1 = 0$
$1 - 2 = 1$
$3 - 3 = 2$
$\vdots$
$9 - 10 = 9$

$0 + 1 + 2 + \dots + 9 = 45$

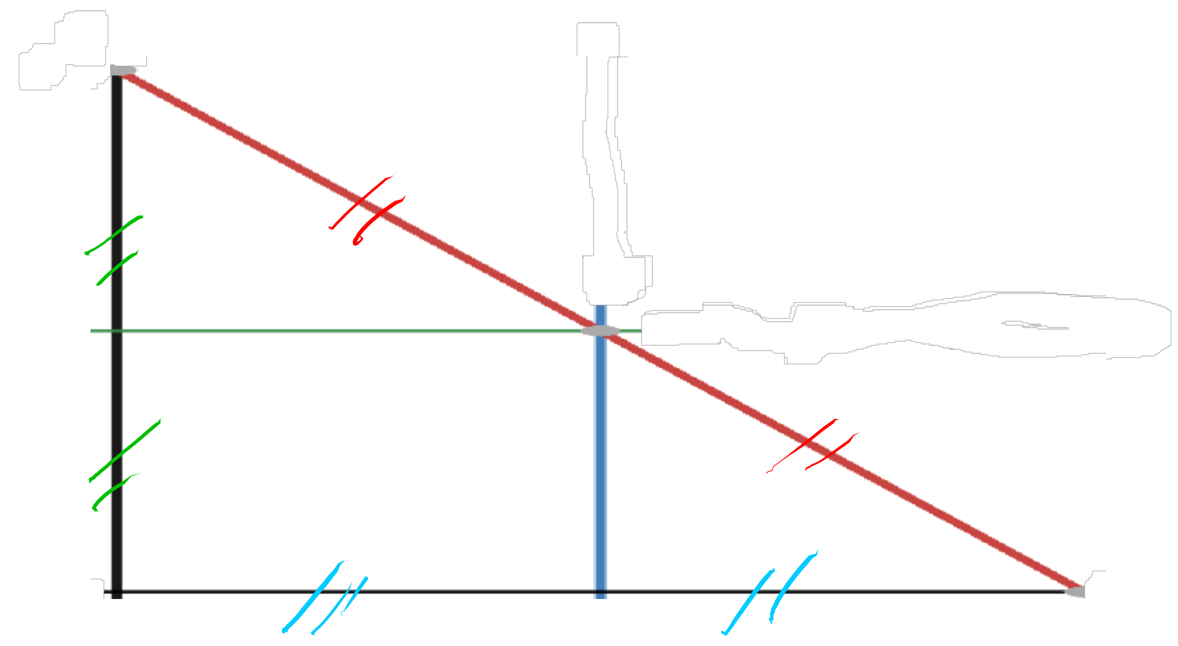
A

Oefening 29

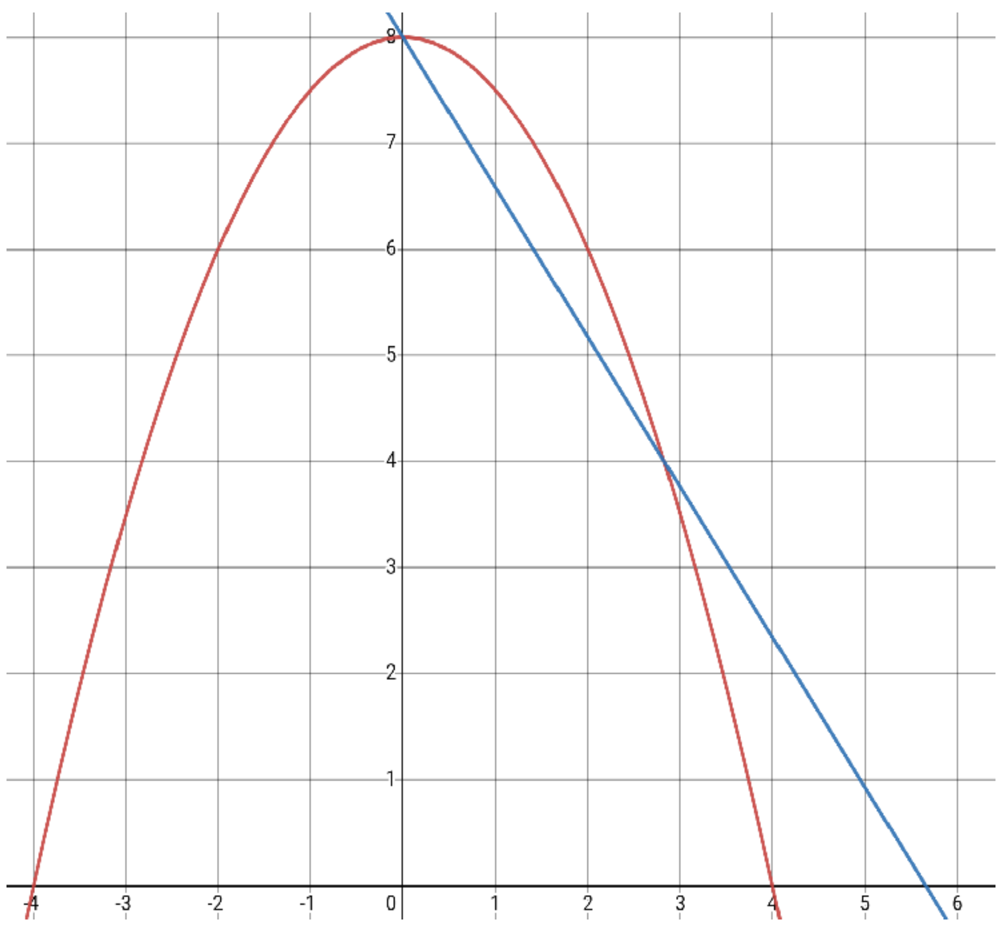
De parabool met vergelijking $y = 8 - \frac{x^2}{2}$ snijdt de y-as in het punt A. Op de positieve x-as bepaalt men het punt B zodat het midden van het lijnstuk $[AB]$ op de gegeven parabool ligt. Bepaal de afstand van A tot B.

(A) $4\sqrt{3}$ (B) $6\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{6}$ (D) $6\sqrt{3}$

$$\begin{cases} y = 0 \rightarrow x^2 = 16 \\ \quad \Rightarrow x = \pm 4 \\ x = 0 \rightarrow y = 8 = A \end{cases}$$



Oplossing: C
juist beantwoord: 52 %
blanco: 32 %



lijnstuk start op 8

⇒ half = 4

⇒ lijnstuk snijdt parabool op $y = 4$!

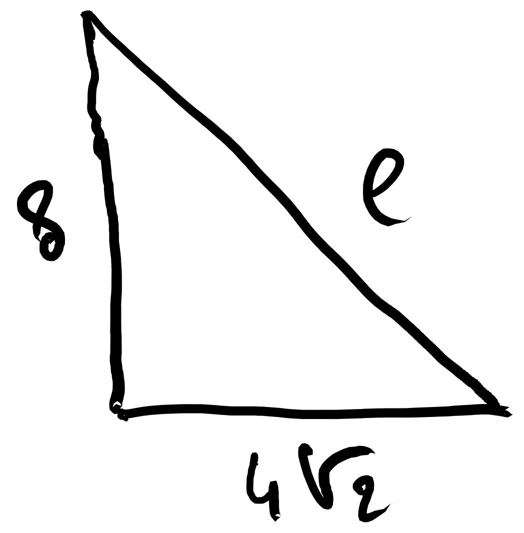
$\Rightarrow 4 = 8 - \frac{x^2}{2} \Rightarrow x^2 = 2 \cdot 4 = 8 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$

Dus rechte door $(0,8)$ en $(2\sqrt{2}, 4)$

$\text{rico} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8-4}{0-2\sqrt{2}} = \frac{4}{-2\sqrt{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) : y - 8 = -\frac{2}{\sqrt{2}}(x - 0)$

$\Rightarrow y = -\frac{2}{\sqrt{2}}x + 8 \rightarrow$ voor $y = 0$: $\frac{2}{\sqrt{2}}x = 8 \Rightarrow \boxed{x = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}}$



$\ell = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 + 16 \cdot 2}$

$= \sqrt{96} = \sqrt{(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot 2 \cdot 3} = 4\sqrt{6}$ C

Oefening 30
Bij een bevraging van 50000 studenten over tijdschriften A, B en C worden de volgende resultaten genoteerd:

tijdschriften	A	B	C	A en B	A en C	B en C	A, B en C
percentage studenten dat regelmatig minstens deze tijdschriften leest	50	60	40	*x*	*y*	25	10

Alle studenten hebben de bevraging effectief beantwoord. Er werd ook vastgesteld dat 7500 respondenten geen enkel van deze tijdschriften regelmatig leest en dat 35000 respondenten minstens 1 van de tijdschriften A of C regelmatig lezen. Bepaal *x* en *y*.

(A) $(x, y) = (30, 20)$ (B) $(x, y) = (20, 30)$ (C) $(x, y) = (30, 10)$ (D) $(x, y) = (10, 30)$

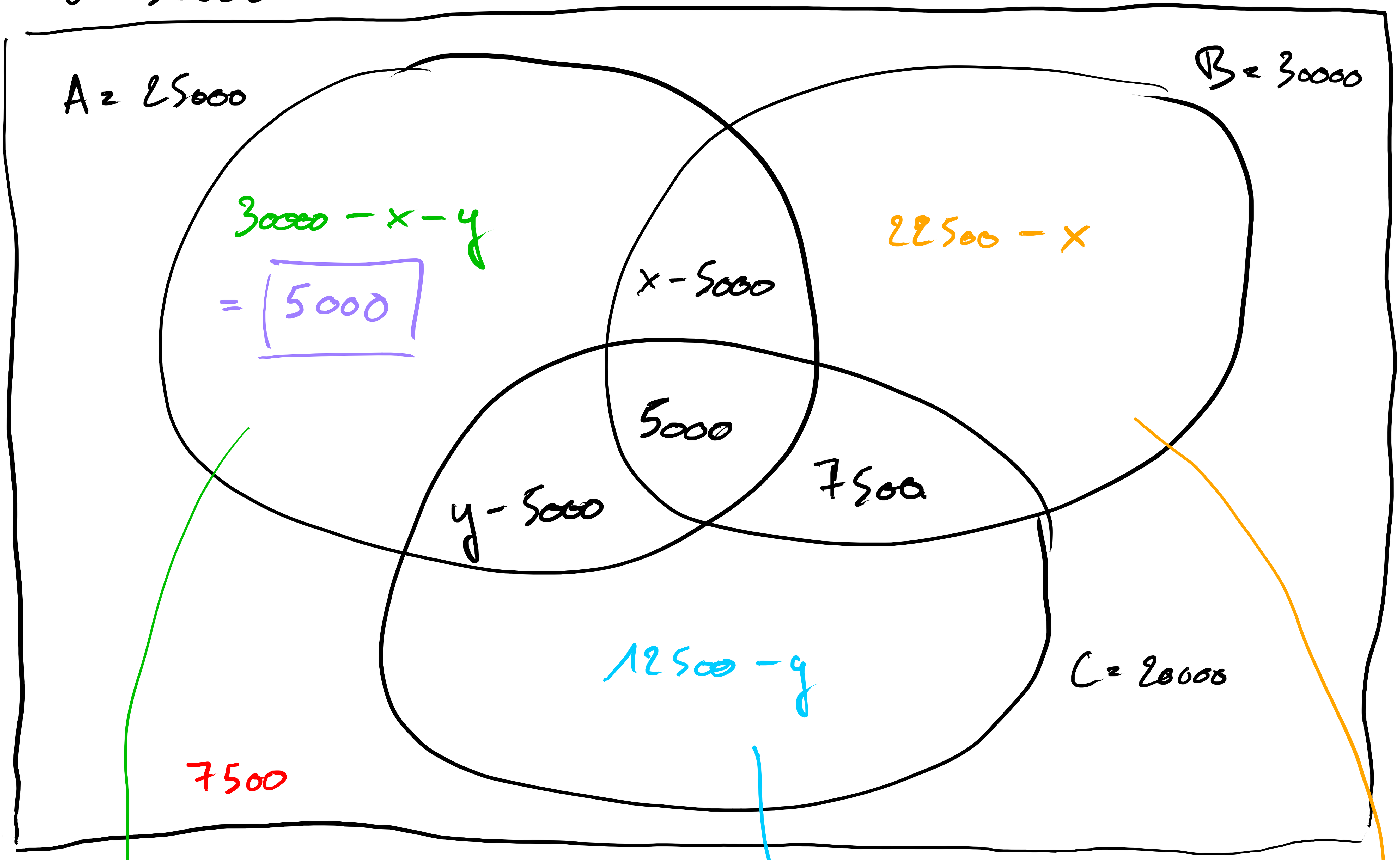
Oplossing: A
juist beantwoord: 35 %
blanco: 42 %

$\mu(A) = 25000$, $\mu(B) = 30000$, $\mu(C) = 20000$

$\mu(B \cap C) = 12500$, $\mu(A \cap B \cap C) = 5000$, $\mu((A \cup B \cup C)') = 7500$

$\mu(A \cap B) = x$, $\mu(A \cap C) = y$

$U = 50000$



$25000 - [x - 5000 + y - \cancel{5000} + \cancel{5000}]$
$30000 - x - y$

$20000 - [y - \cancel{5000} + \cancel{5000} + 7500]$
$12500 - y$

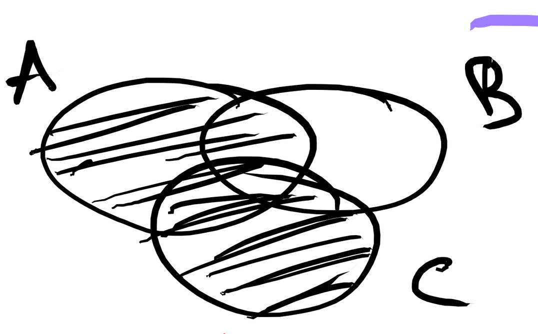
$30000 - [x - \cancel{5000} + \cancel{5000} + 7500]$
$22500 - x$

$$\begin{aligned} \text{Totaal} = 50000 &= 7500 + \cancel{5000} + 7500 + \cancel{x} - \cancel{5000} + \cancel{y} - 5000 \\ &\quad + 30000 - \cancel{x} - y + 22500 - x + 12500 - y \\ &= 15000 - 5000 + 30000 + 35000 - x - y \\ &= 75000 - x - y \end{aligned}$$

$\Rightarrow \boxed{x + y = 75000 - 50000 = 25000}$

↳ in A: $30000 - x - y = 30000 - 25000 = \boxed{5000}$

Gegeven: 35000 minstens 1 van A of C
$\Rightarrow \mu(A \cup C) = 35000$



Sluit B niet uit!

$$\begin{aligned} 35000 &= \cancel{5000} + x - \cancel{5000} + \cancel{5000} + \cancel{y} - \cancel{5000} + 7500 + 12500 - \cancel{y} \\ &= x + 7500 + 12500 = x + 20000 \end{aligned}$$

$\Rightarrow \boxed{x = 35000 - 20000 = 15000}$

$x + y = 25000 \Rightarrow \boxed{y = 10000}$

Dus: $x: \dfrac{15000}{50000} \cdot 100 = \dfrac{30}{100} \cdot 100 = 30\,\%$

$y: \dfrac{10000}{50000} \cdot 100 = 20\,\%$

A