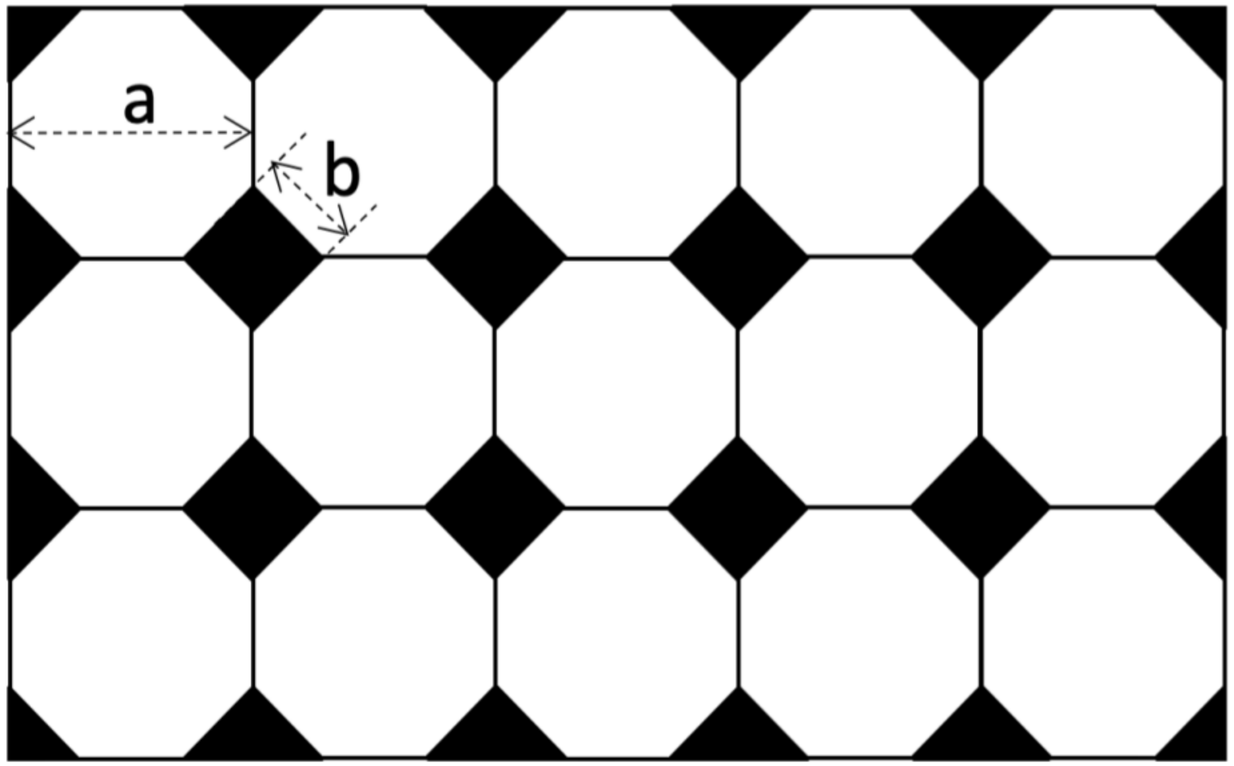
Oefening 1

Het vloeroppervlak uit onderstaande figuur wordt getegeld volgens het getekende patroon. We wensen dat de verhouding witte tot zwarte oppervlakte gelijk is aan 4:1. Hoe moeten we de verhouding $\frac{a}{b}$ dan kiezen?

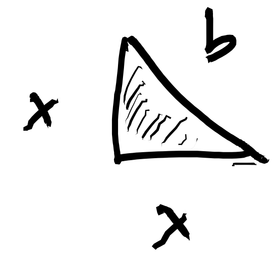


(A) $\frac{a}{b} = \sqrt{3}$

(B) $\frac{a}{b} = \sqrt{4}$

✓ (C) $\frac{a}{b} = \sqrt{5}$

(D) $\frac{a}{b} = \sqrt{10}$



$b^2 = 2x^2$

$x^2 = \frac{b^2}{2}$

Z $A_Z = 4\left(\frac{1}{2}x^2\right) = b^2$

W $A_W = a^2 - b^2$

Oplossing: C
juist beantwoord: 63 %
blanco: 14 %

$$\frac{A_Z}{A_W} = \frac{1}{4} = \frac{b^2}{a^2 - b^2} \Rightarrow a^2 - b^2 = 4b^2$$

$$a^2 = 5b^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \boxed{\sqrt{5}}$$

Oefening 2

Veronderstel dat p en q vaste reële getallen zijn met $p < -1 < q < 0$ en dat $L = \lim_{n\to+\infty} \frac{1-qn}{q-pn}$. Welke van onderstaande uitspraken is dan waar?

(A) $L < -1$ (B) $-1 < L < 0$ (C) $0 < L < 1$ (D) $1 < L$

Oplossing: C
juist beantwoord: 79 %
blanco: 5 %

$$\frac{\frac{1}{n} - q}{\frac{q}{n} - p} \Rightarrow n \to \infty \qquad \frac{0-q}{0-p} = \frac{q}{p} \qquad \frac{-1 < q < 0}{p < -1}$$

negatief en tussen -1 en 0

$$\Rightarrow 0 < L < 1$$

Oefening 3

Gegeven de functie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}:x\mapsto f(x)=x^2-x^3$ en de functie $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}:x\mapsto g(x)=f(2x-1)$. Bepaal de afgeleide $g'(0)$.

✓ (A) $g'(0)=-10$ (B) $g'(0)=-5$ (C) $g'(0)=0$ (D) $g'(0)=2$

Oplossing: A

juist beantwoord: 70 %

blanco: 1 %

$$f(x)=x^2-x^3=x^2(1-x)$$

$$g(x)=f(2x-1)=(2x-1)^2(1-(2x-1))=(4x^2-4x+1)(-2x+2)$$

$$=-8x^3+8x^2+8x^2-8x-2x+2$$

$$=-8x^3+16x^2-10x+2$$

$$g'(x)=-24x^2+32x-10 \Rightarrow \boxed{g'(0)=-10}$$

Oefening 4

De grafiek van de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is de rechte door de punten $(-2, 0)$ en $(0, 1)$. Verder is de functie g gegeven met $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto g(x) = (f(x))^3$. Bepaal $g^{-1}(8)$.

(A) $g^{-1}(8) = \frac{1}{125}$ ✓ (B) $g^{-1}(8) = 2$ (C) $g^{-1}(8) = 125$ (D) $g^{-1}(8) = 1022$

Oplossing: B
juist beantwoord: 49 %
blanco: 12 %

$$\text{rico} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-0}{0-(-2)} = \frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = a(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = \frac{1}{2}(x - (-2))$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1 = f(x)$$

$$g(x) = (f(x))^3 \Rightarrow y = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^3$$

$g^{-1}(x) \to x$ en y verwisselen!

$$\sqrt[3]{y} = \frac{1}{2}x + 1$$

$$\Rightarrow x = 2(\sqrt[3]{y} - 1)$$

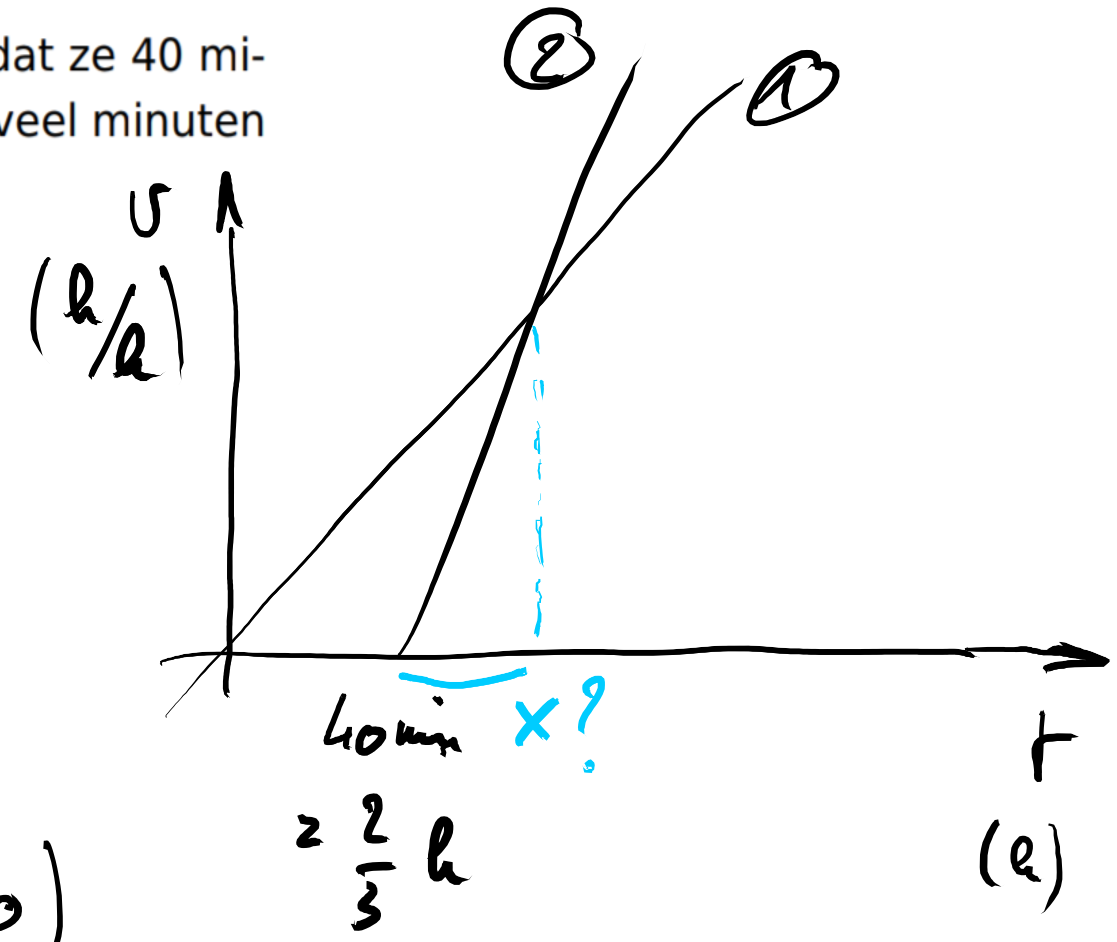
$$g^{-1}(8) = 2(\sqrt[3]{8} - 1)$$

$$= 2(2-1) = \boxed{2}$$

Oefening 5

Een schaakleraar wil een 12 uur durende livestream van een schaaktoernooi bekijken, maar beseft dat ze 40 minuten te laat is. Ze beslist de opname vanaf de start te bekijken met afspeelsnelheid ×1,25. Na hoeveel minuten kijken zit ze op hetzelfde punt als de livestream?

(A) na 90 minuten (B) na 128 minuten ✓ (C) na 160 minuten (D) na 200 minuten



Oplossing: C
juist beantwoord: 74 %
blanco: 6 %

afspeelsnelheid $= 1{,}25 = \frac{5}{4} =$ rico ②

plus ② is $\frac{2}{3}$ h verschoven naar rechts (tov door 0)

$\Rightarrow \quad v_2 = \frac{5}{4}\left(t - \frac{2}{3}\right) = \frac{5}{4}t - \frac{5}{6}$ en $v_1 = t$

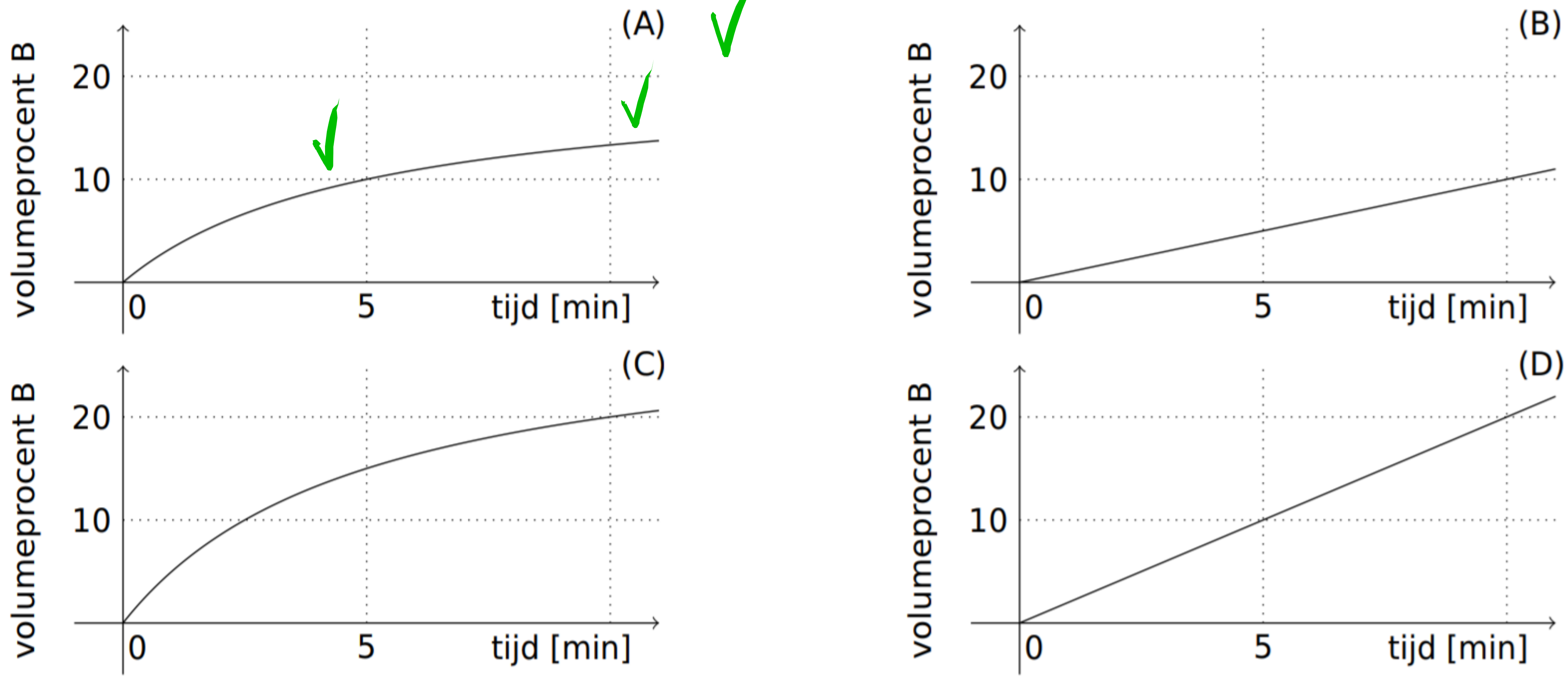
$\Rightarrow \quad v_1 = v_2 \Rightarrow t = \frac{5}{4}t - \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{1}{4}t = \frac{5}{6} \Rightarrow t = \frac{5 \cdot 4}{6} = \frac{20}{6}$

$t = 3 \cdot 60 + 20 = 200$ m $\leftarrow t = 3$ h $+ \frac{1}{3}$ h $\leftarrow t = \frac{10}{3}$ h

$\Rightarrow x = 200 - 40 = \boxed{160 \text{ m}}$

Oefening 6

Een vat van 1000 l is initieel gevuld met 50 l van een vloeistof A. Daaraan wordt een mengsel toegevoegd met een debiet van 10 l/min. Het toegevoegde mengsel bestaat uit de vloeistof A gemengd met een vloeistof B die niet chemisch reageert met vloeistof A, waarbij het volumeprocent van vloeistof B 20% bedraagt. Welke grafiek toont het verband tussen het volumeprocent van vloeistof B in het vat en de tijd?



Oplossing: A
juist beantwoord: 73 %
blanco: 5 %

80% A   20% B

na 5 min:

A: $50 + 5 \cdot 8 = 90\ \ell$

B: $5 \cdot 2 = 10\ \ell$

na 10 min

A: $50 + 10 \cdot 8 = 130\ \ell$

B: $10 \cdot 2 = 20\ \ell$

$$V\% = \frac{V(B)}{V_{totaal}} \cdot 100 =$$

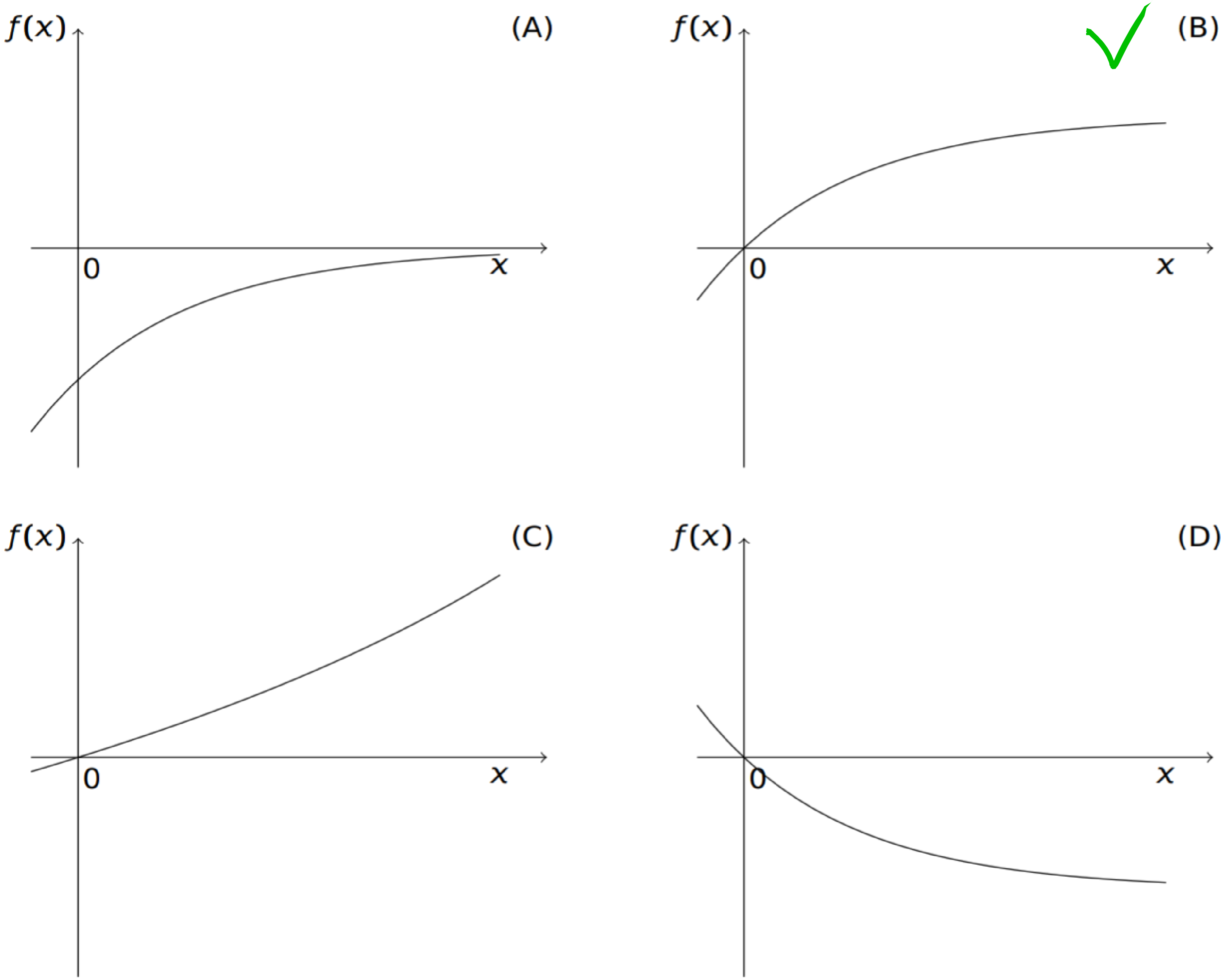
5 min: $\frac{10}{90+10} \cdot 100 = 10$

10 min: $\frac{20}{130+20} \cdot 100 = \frac{2}{15} \cdot 100$

$= \frac{200}{15} = 13,\ldots$

Oefening 7

Welke van onderstaande figuren kan de grafiek voorstellen van de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = \int_0^x e^{-t}\,dt$?



$$\int_0^x e^{-t}\,dt = -\frac{1}{e^t}\Big|_0^x$$

$$= -\frac{1}{e^x} + \frac{1}{e^0}$$

$$= -\frac{1}{e^x} + 1$$

$$x = 0 : \quad -\frac{1}{e^0} + 1 = 0$$

$$x = \ln(2) : \quad -\frac{1}{e^{\ln 2}} + 1$$

$$= -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

$$x = \ln(3) : \quad -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

Oplossing: B

juist beantwoord: 50 %

blanco: 5 %

Oefening 8

Gegeven de veelterm $p(x) = 2x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx - 36$ met $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ en nulwaarden 1, −1, 3 en −3.
Bepaal de vijfde nulwaarde van deze veelterm.

(A) −4 (B) −2 ✓ (C) 2 (D) 4

Oplossing: C
juist beantwoord: 40 %
blanco: 32 %

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$2(x-1)(x+1)(x-3)(x+3)(x-e)$

$2(x^2-1)(x^2-9)(x-e)$

$2(x^4-9x^2-x^2+9)(x-e)$

$2(x^4-10x^2+9)(x-e)$

$2x^5 - 2ex^4 - 20x^3 + 20ex^2 + 18x - 18e \Rightarrow 18e = 36$

$e = \frac{36}{18} = \boxed{2}$

$a = -2e = -4 \qquad c = 20e = 40$

$b = -20 \qquad d = 18$

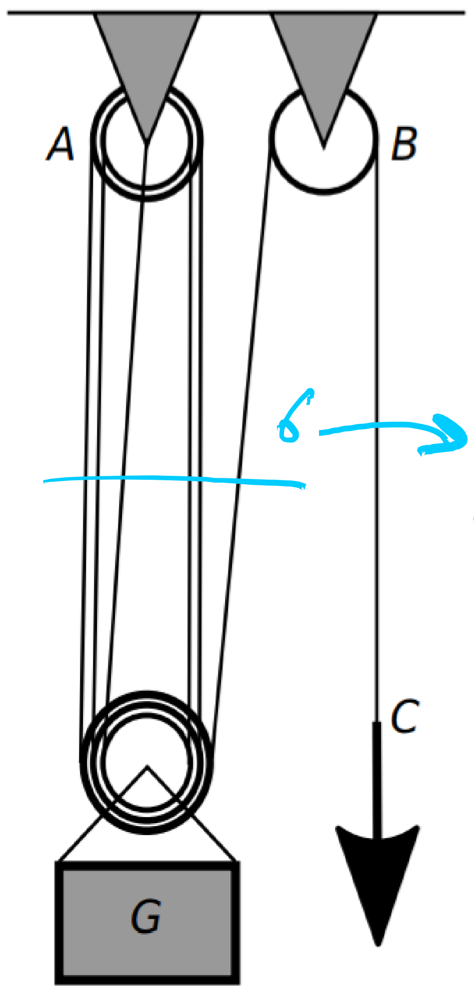
$p(x) = 2x^5 - 4x^4 - 20x^3 + 40x^2 + 18x - 36$

$p(1) = \cancel{2} - \cancel{4} - \cancel{20} + \cancel{40} + \cancel{18} - \cancel{36} = 0$

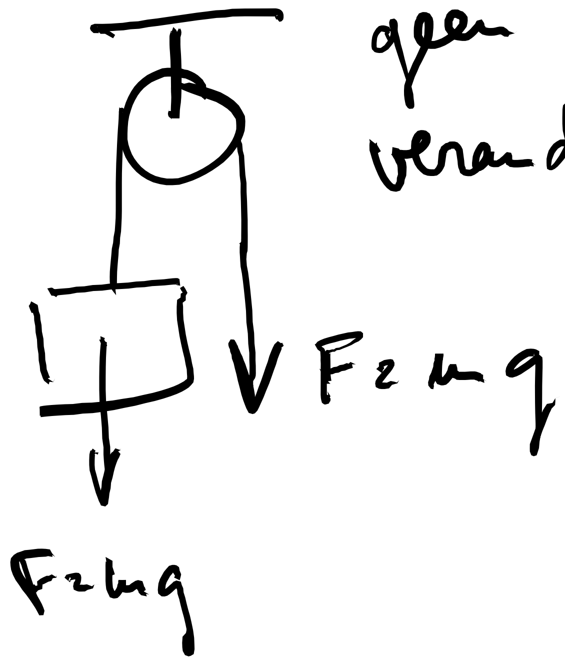
$p(-1) = -2 - 4 + 20 + 40 - 18 - 36 = 0$

Oefening 9

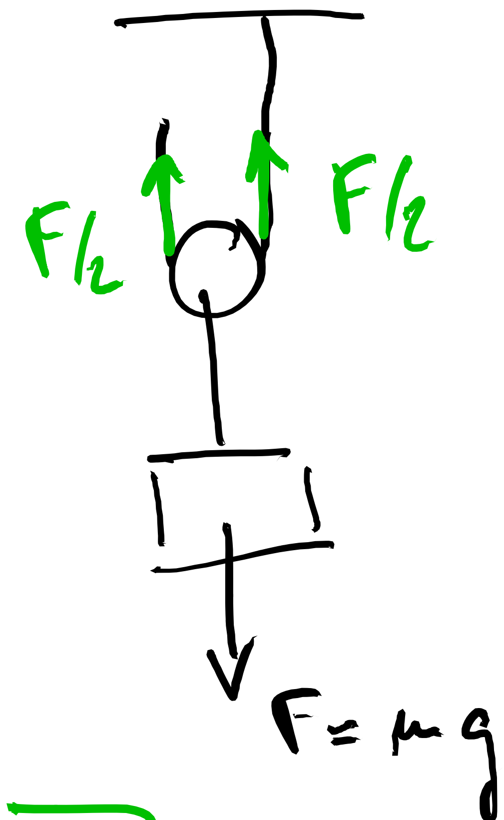
Een takel is een hefsysteem dat toelaat een last te hijsen door slechts een fractie van de kracht uit te oefenen. In de takel getekend in onderstaande figuur, loopt de hijskabel over zes wielen: twee wielen op de as *A* die aan het plafond is bevestigd, één wiel op de as *B* die eveneens aan het plafond is bevestigd en drie wielen onderaan waaraan de last *G* is bevestigd. De richting van de stukken kabel tussen alle wielen mag als verticaal benaderd worden. Als we trekken aan de kabel in het punt *C* en het punt *C* over een afstand van 42 cm naar beneden verplaatsen, hoeveel gaat de last *G* dan naar boven?

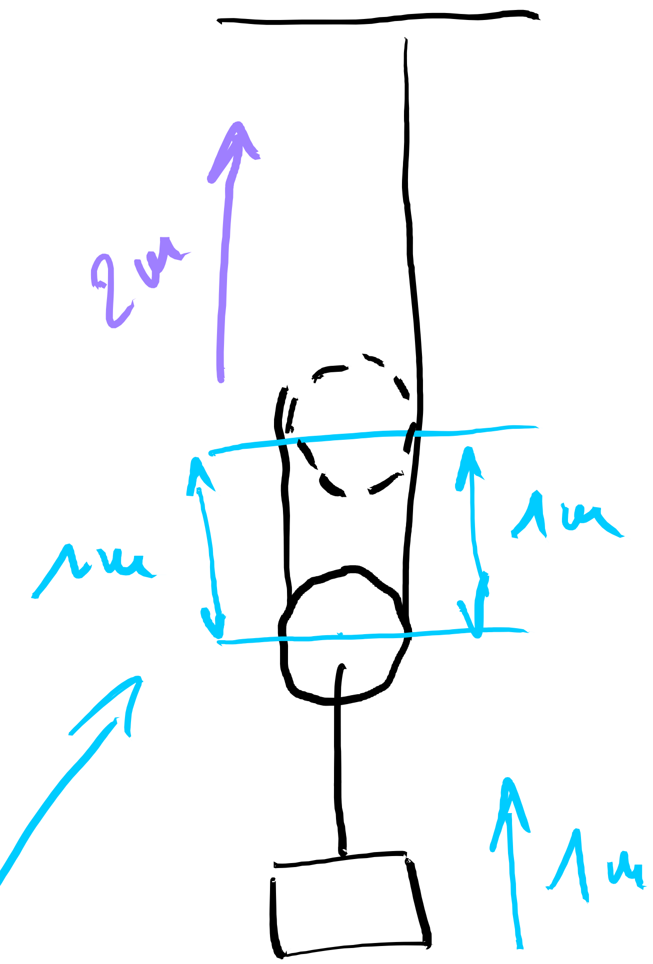


6 → 1/6



geen verandering!





$\frac{42}{6} = 7$

1/2

2 touwen = 1/2

(A) 6 cm ✓ (B) 7 cm (C) 8,4 cm (D) 14 cm

Oplossing: B
juist beantwoord: 39 %
blanco: 28 %

Oefening 10

Gegeven de matrices $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ en $B = \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Verder is gegeven dat deze matrices commuteren, m.a.w. $AB = BA$. Welke van onderstaande beweringen is als enige **NIET** waar?

(A) indien $x = 0$ en $y \neq 0$ dan $b = c$ ✓

(B) indien $x \neq 0$ en $y = 0$ dan $a = b$ ✓

(C) indien $x \neq y$ dan $b \neq c$ ✗

(D) indien $x = y \neq 0$ dan $a = b = c$ ✓

$$A.B = \begin{bmatrix} 0 & ax & 0 \\ 0 & 0 & by \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B.A = \begin{bmatrix} 0 & bx & 0 \\ 0 & 0 & cy \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Oplossing: C

juist beantwoord: 71 %

blanco: 17 %

Oefening 11

Bepaal de oppervlakte van het gebied dat ligt onder de grafiek van de functie f met als functievoorschrift $f(x) = \sin(2x)$, boven de x-as én tussen de verticale rechten met vergelijkingen $x = 0$ en $x = 30$. Hoeken worden in radialen genomen.

(A) 1 (B) 9 ✓ (C) 10 (D) 11

Oplossing: C
juist beantwoord: 32 %
blanco: 32 %

$$2\pi \approx 6{,}28 \approx 6 + \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$$

voor 30 : $2x = 60 \Rightarrow \dfrac{60}{2\pi} \approx \dfrac{60}{\frac{25}{4}} = \dfrac{60 \cdot 4}{25} = \dfrac{240}{25} = 9 + \dfrac{3}{5}$

9 hele periodes

$> 1/2$

$9 \cdot \frac{1}{2} T$ boven x-as

$+ 1/2\, T$

$+ 1 \cdot \frac{1}{2} T$ boven x-as

$10 \cdot 1/2\, T$ boven x-as

$\pi/2 \rightarrow 2x\,!$

$$10 \int_0^{\pi/2} \sin(2x)\, dx = \frac{10}{2}\left(-\cos(2x)\right)\Big|_0^{\pi/2}$$

$$= \frac{10}{2}\left(-\cos(\pi) - (-\cos(0))\right)$$

$$= \frac{10}{2}(+1+1) = \boxed{10}$$

Oefening 12

Stel $a = \frac{1}{2}$. Gegeven de verzameling D die bestaat uit alle $x \in \mathbb{R}$ waarvoor de uitdrukking $\sqrt{{}^{a}\log(3-2x)}$ gedefinieerd is. Waaraan is D gelijk?

(A) $D =]-\infty, 1]$ (B) $D =]-\infty, \frac{3}{2}[$ ✓ (C) $D = [1, \frac{3}{2}[$ (D) $D = [1, +\infty[$

Oplossing: C
juist beantwoord: 39 %
blanco: 7 %

$${}^{a}\log x = y \Leftrightarrow a^y = x$$

$$\sqrt{x} \rightarrow x \geq 0 \qquad {}^{a}\log(3-2x) = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 3-2x$$

$$1 = 3-2x \Rightarrow 2x = 2$$

$$x = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^y = 3-2x$$

$$2^y = \frac{1}{3-2x} \rightarrow 3-2x = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \rightarrow x > \frac{3}{2} \rightarrow 3-2x < 0$$

$$\Rightarrow \cancel{\left(\frac{1}{2}\right)^y < 0}$$

kan nooit!

$$\Rightarrow D = \left[1, \frac{3}{2}\right[$$

Oefening 13

In $\mathbb{R}^3$ beschouwt men twee vectoren $\vec{v}$ en $\vec{w}$ die voldoen aan de volgende voorwaarden:

$$\|\vec{v}\| = 3, \quad \vec{v} \perp \vec{w} \quad \text{en} \quad (\vec{v}+\vec{w}) \perp (2\vec{v}-\vec{w}).$$

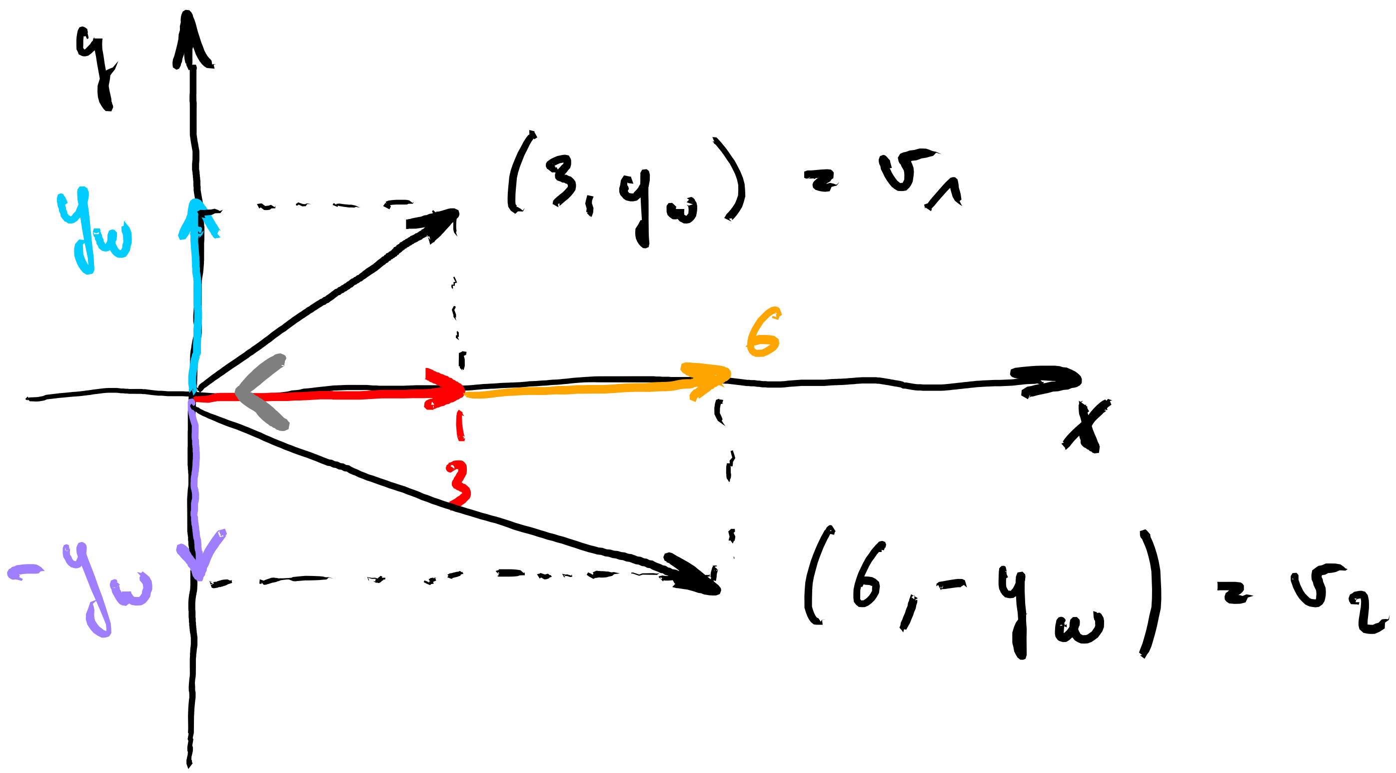
Bepaal $\|\vec{w}\|$.

(A) $\|\vec{w}\| = \sqrt{6}$ ✓ (B) $\|\vec{w}\| = 3\sqrt{2}$ (C) $\|\vec{w}\| = 6$ (D) $\|\vec{w}\| = 18$

Oplossing: B

juist beantwoord: 35 %

blanco: 51 %



$$v_1 \perp v_2 \iff r_1 \cdot r_2 = -1$$

$$\frac{y_w}{3} \cdot \frac{-y_w}{6} = -1$$

$$-y_w^2 = -18 \Rightarrow y_w = \sqrt{18}$$

$$\boxed{= 3\sqrt{2}}$$

Oefening 14

Beschouw volgende vierkantsvergelijking $z^2-(5+2i)z+(5+5i)=0$ in de complexe veranderlijke z met oplossingen z_1 en z_2. Bepaal $|z_1-z_2|$.

✓ (A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{5}$ (D) 5

$z_1 = \frac{a+\sqrt{b}}{2}$ $z_2 = \frac{a-\sqrt{b}}{2}$

$z_1 - z_2 = \frac{1}{2}\left(a+\sqrt{b} - a - (-\sqrt{b})\right) = \frac{2\sqrt{b}}{2} = \sqrt{b}$

Oplossing: A

juist beantwoord: 69 %

blanco: 19 %

$D = (-5-2i)^2 - 4\cdot 1\cdot(5+5i)$

$25 + 20i + 4i^2 - 20 - 20i$

$25 + \cancel{20i} - 4 - 20 - \cancel{20i} = 1$

$\Rightarrow z_1 - z_2 = \sqrt{1} = \boxed{1}$

Oefening 15

Beschouw volgend stelsel in de onbekenden $x, y, z \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x+y+2z &= a \\ x-y+z &= 1 \\ 2x+3z &= a+1 \\ 2y+z &= -2 \end{cases}$$

$$\frac{2x+3z}{a+1} = 1$$

$$a+1=0 \Rightarrow \boxed{a=-1}$$

Onbepaald!

Voor welke waarde van de parameter a heeft dit stelsel oneindig veel oplossingen?

✓ (A) $a=-1$ (B) $a=0$ (C) $a=1$ (D) $a=2$

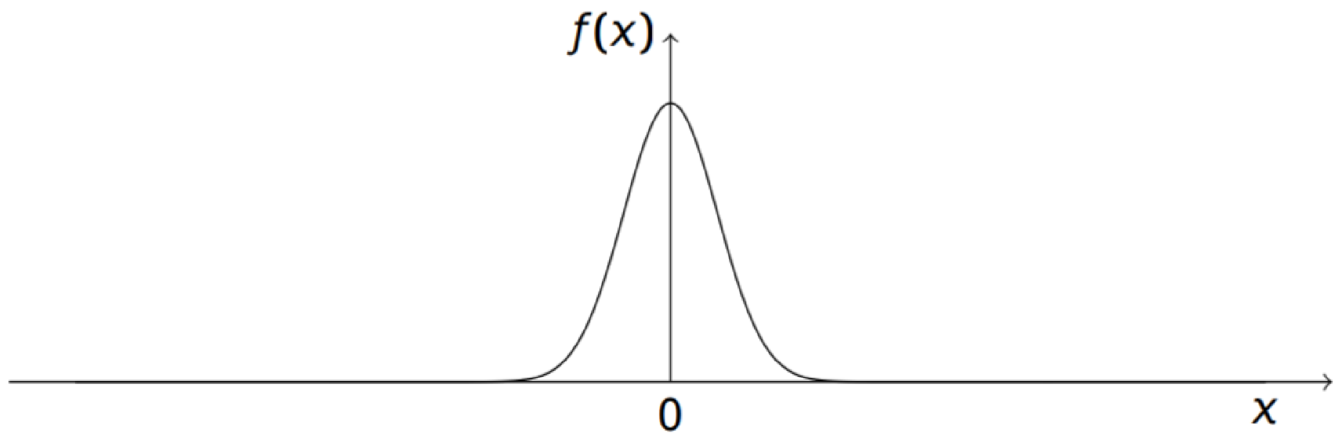
Oplossing: A

juist beantwoord: 60 %

blanco: 24 %

Oefening 16

Een lichtpuls plant zich voort in een lange rechte glasvezelkabel. We kiezen de x-as volgens de lengterichting van deze kabel. Op een bepaald ogenblik is het verband tussen de signaalsterkte I_0 en de positie x gegeven door $I_0 = f(x)$, met maximale signaalsterkte $f(0)$ in het punt met $x = 0$. De grafiek van de functie f is gegeven in onderstaande figuur.



$$e^{-\frac{2(\cancel{\tau}\ln 3)}{\cancel{\tau}}} \cdot f(x + v(\tau \ln 3))$$

$$e^{\ln 3^{(-2)}} \cdot f(x + v\tau \ln 3)$$

$$= \frac{1}{9} \cdot f(x + \underline{v\tau \ln 3})$$

Op tijdstip t is de puls verschoven en minder sterk geworden. De signaalsterkte is nu gegeven door $I(x) = e^{-\frac{2t}{\tau}} f(x + vt)$, waarbij zowel τ als v strikt positieve constanten zijn.
Welke van onderstaande uitspraken is waar op tijdstip $t = \tau \ln 3$?

(A) De puls is verschoven in de richting van grotere x en de maximale signaalsterkte is 8 keer kleiner.

(B) De puls is verschoven in de richting van grotere x en de maximale signaalsterkte is 9 keer kleiner.

(C) De puls is verschoven in de richting van kleinere x en de maximale signaalsterkte is 8 keer kleiner.

(D) De puls is verschoven in de richting van kleinere x en de maximale signaalsterkte is 9 keer kleiner.

positief dus opgeschoven naar links!

$f(0)$: $x = -v\tau \ln 3$

Oplossing: D
juist beantwoord: 46 %
blanco: 17 %

Oefening 17

Gegeven: het vlak $\alpha : 4x-2y+4z=1$ en het punt $P(1,1,1)$. Er zijn 2 vlakken β evenwijdig met α zodat de afstand van het vlak α tot het vlak β gelijk is aan de afstand tussen het punt P en het vlak α. Welke van onderstaande vergelijkingen is een cartesiaanse vergelijking van één van deze vlakken β?

$$d(P,v) = \frac{|ax_P + by_P + cz_P + d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

(A) $4x-2y+4z=-8$

✓ (B) $4x-2y+4z=-4$

(C) $4x-2y+4z=\frac{1}{6}$

(D) $4x-2y+4z=\frac{11}{6}$

$$d(P,\alpha) = \frac{|4.1-2.1+4.1-1|}{\sqrt{4^2+(-2)^2+4^2}} = \frac{5}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$$

Oplossing: B

juist beantwoord: 41 %

blanco: 25 %

Neem een punt op α: $x=y=0 \Rightarrow 4.0-2.0+4z=1$

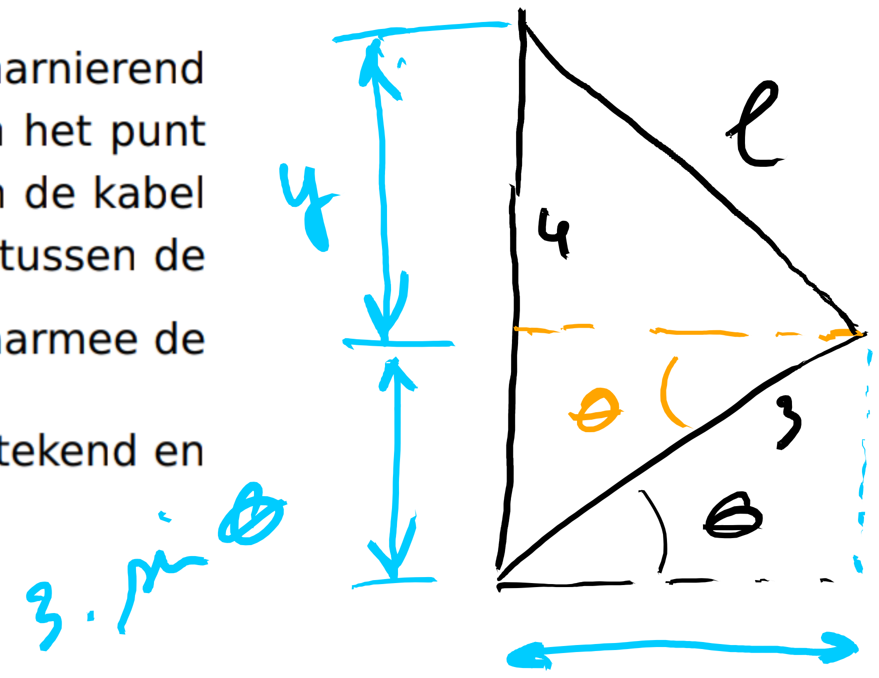
$\Rightarrow z=\frac{1}{4} \Rightarrow \left(0,0,\frac{1}{4}\right)$

Afstand tot β: $\dfrac{|0+0+4.1/4+a|}{\sqrt{36}} = \dfrac{5}{6} \Rightarrow \dfrac{1+a}{\cancel{6}} = \dfrac{5}{\cancel{6}} \Rightarrow \boxed{a=4}$

$\Rightarrow \beta: 4x-2y+4z+4=0 \Rightarrow \boxed{4x-2y+4z=-4}$

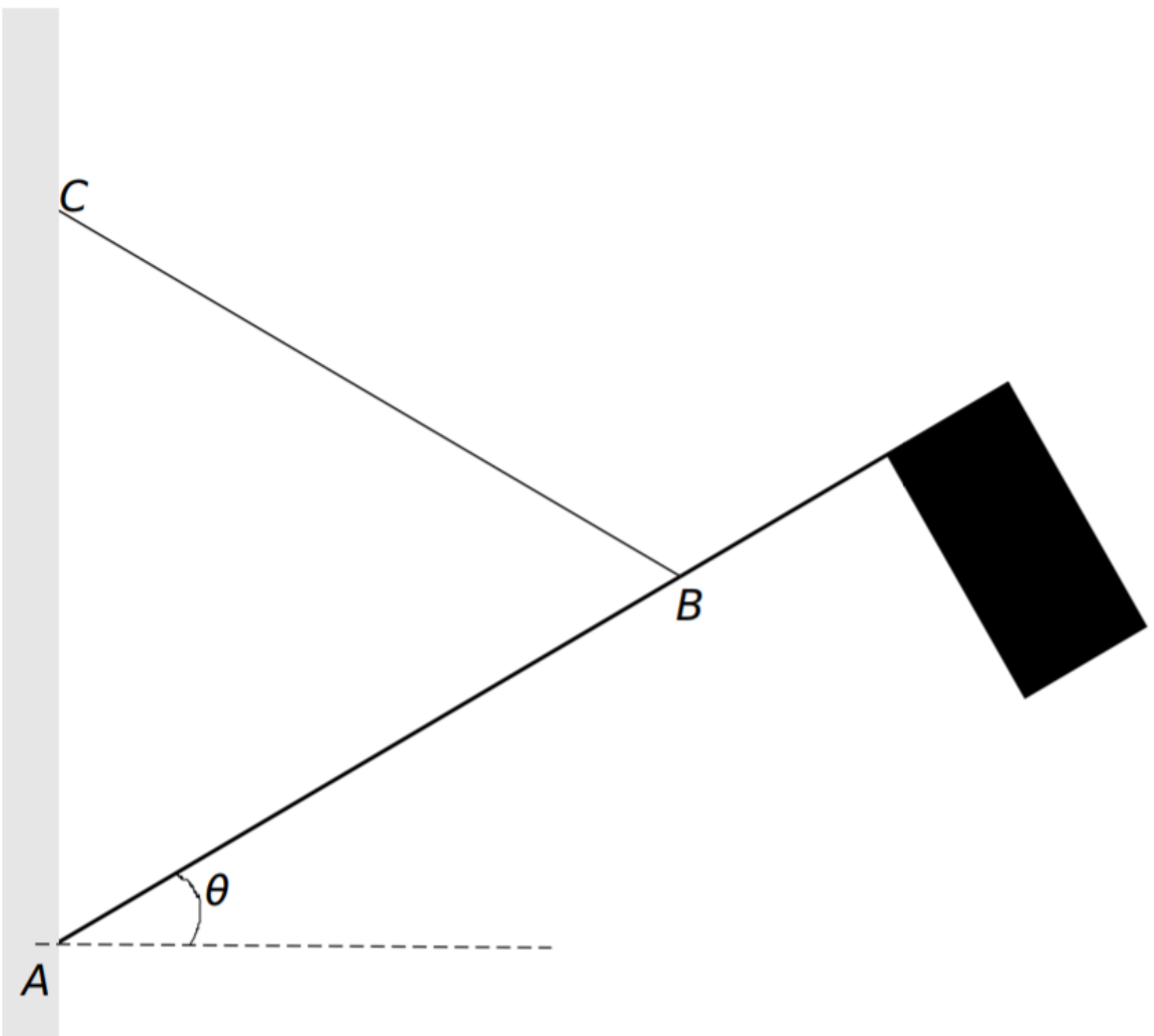
Oefening 18

De figuur toont een vlaggenmast die opgesteld staat in een verticaal vlak. In het punt A is de mast scharnierend aan de verticale muur bevestigd. In het punt B is de mast verbonden met een kabel aan de muur in het punt C. De afstand $|AC| = 4$ m en de afstand $|AB| = 3$ m (waarbij m staat voor meter). Door de lengte van de kabel $|BC|$ te variëren kan de hoek θ die de mast maakt met de horizontale ingesteld worden. Het verband tussen de lengte van de kabel en de tijd t is gegeven door $|BC| = l(t)$. Bepaal het verband tussen snelheid $\frac{dl}{dt}$ waarmee de lengte van de kabel $|BC|$ verandert en de hoeksnelheid $\frac{d\theta}{dt}$. Opmerking: de figuur is niet op schaal getekend en de hoek θ wordt uitgedrukt in radialen.



$x = 3 \cdot \cos\theta$

$y = 4 - 3\sin\theta$



(A) $\frac{dl}{dt} = -\frac{\cos\theta}{l}\frac{d\theta}{dt}\,12\text{m}^2$

(B) $\frac{dl}{dt} = -\frac{\sin\theta}{l}\frac{d\theta}{dt}\,12\text{m}^2$

(C) $\frac{dl}{dt} = -\frac{1}{l}\frac{d\theta}{dt}\,\text{m}^2$

(D) $\frac{dl}{dt} = -\frac{1}{2l}\frac{d\theta}{dt}\,\text{m}^2$

$\ell^2 = x^2 + y^2$

$\ell^2 = (3\cos\theta)^2 + (4 - 3\sin\theta)^2$

$\ell^2 = 9\cos^2\theta + 16 - 24\sin\theta + 9\sin^2\theta$

$\ell^2 = 9(\cos^2\theta + \sin^2\theta) + 16 - 24\sin\theta$

$\ell^2 = 25 - 24\sin\theta$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{25 - \ell^2}{24} \Rightarrow \frac{d(\sin\theta)}{d\ell} = -\frac{2\ell}{24} = -\frac{\ell}{12}$

$d(\sin\theta) = -\frac{\ell}{12}\,d\ell$

$\cos\theta\, d\theta = -\frac{\ell}{12}\,d\ell$

$\Rightarrow d\ell = -\frac{12\cos\theta\, d\theta}{\ell}$

$\Rightarrow \frac{d\ell}{dt} = -\frac{12\cos\theta}{\ell}\frac{d\theta}{dt}$

Oplossing: A
juist beantwoord: 22 %
blanco: 66 %

Oefening 19

We gooien met drie identieke, niet-vervalste kubusvormige dobbelstenen met op elke zijde van de dobbelsteen een verschillend aantal ogen van 1 tot en met 6. Noem N het aantal ogen van de dobbelsteen met het grootste aantal ogen. Wat is de kans dat N gelijk is aan 5?

(A) $\frac{7}{216}$ (B) $\frac{21}{216}$ ✓ (C) $\frac{61}{216}$ (D) $\frac{91}{216}$

Oplossing: C
juist beantwoord: 38 %
blanco: 25 %

$P(5) = \frac{1}{6}$ $P(6) = \frac{1}{6}$

$P(<5) = 1 - P(5 \text{ of } 6)$
$= 1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)$
$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\left.\begin{array}{l} 1 \quad 1 \times 5 \\ 2 \quad 2 \times 5 \\ 3 \quad 3 \times 5 \end{array}\right\}$ allemaal $N = 5$!

1 1×5: $C_3^1 \left[\frac{1}{\cancel{6}_3} \cdot \frac{\cancel{2}}{3} \cdot \frac{2}{3}\right] = 3 \cdot \frac{2}{27} = \frac{6}{27} = \frac{48}{216}$

2 2×5: $C_3^2 \left[\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{\cancel{6}_3} \cdot \frac{\cancel{2}}{3}\right] = 3 \cdot \frac{1}{54} = \frac{1}{18} = \frac{12}{216}$

3 3×5: $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$

$\frac{48 + 12 + 1}{216}$

$= \boxed{\frac{61}{216}}$

Oefening 20

Een robot rijdt rond op de grote zoutvlakte nabij Salt Lake City. Hij start op tijdstip $t = 12\text{u}00$ in noordelijke richting met een constante snelheid van 1 km/u. Telkens na één minuut, voert hij een draaibeweging uit, waarna hij aan dezelfde snelheid verder rijdt. De draaibeweging na m minuten ziet er als volgt uit:

- als m oneven is: robot draait m graden naar rechts
- als m even is: robot draait m graden naar links.

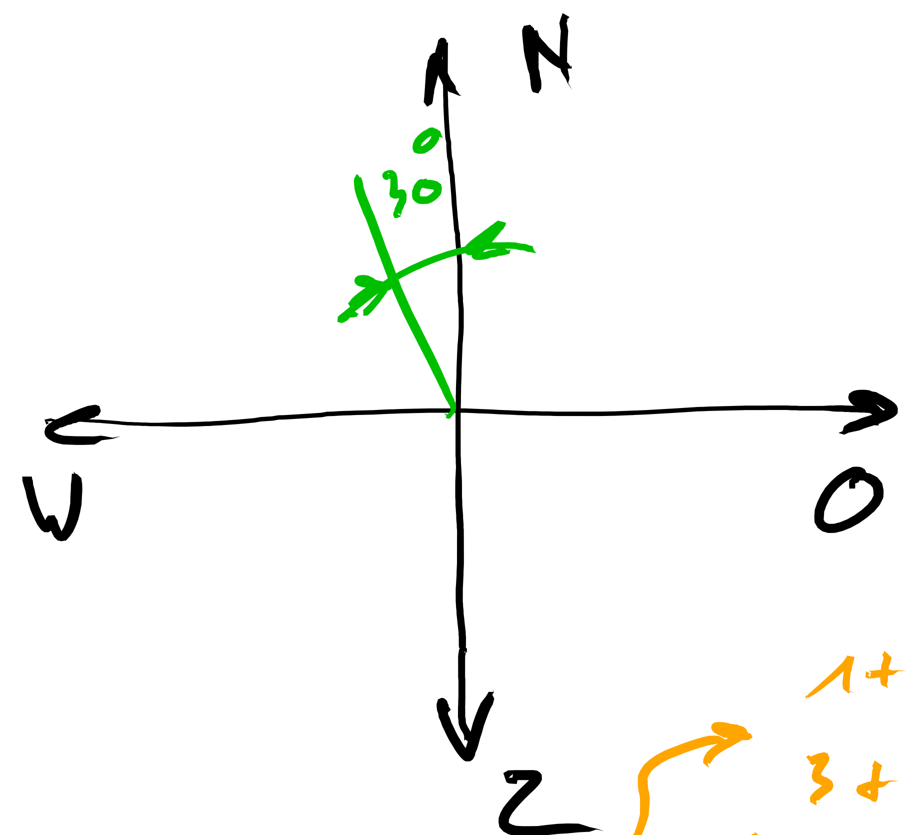
In welke richting rijdt de robot op het tijdstip 13u00min30s?

(A) richting NO, op 60 graden van het noorden

(B) richting NO, op 30 graden van het noorden

(C) perfect naar het noorden

(D) richting NW, op 30 graden van het noorden ✓



Oplossing: D
juist beantwoord: 56 %
blanco: 11 %

naar rechts: $\overbrace{1+3+5+\cdots+57+59}^{30\text{ termen}} = \frac{30}{2}\cdot 60 = 30^2 = 900$

naar links: $\underbrace{2+4+6+\cdots+58+60}_{30\text{ termen}} = \frac{30}{2}\cdot 62 = 30^2+30 = 930$

$1+59 = 60$
$3+57 = 60$
$\vdots$

$2+60 = 62$
$4+58 = 62$
$\vdots$

$\underset{L}{930} - \underset{R}{900} = \underset{L}{30^\circ}$

Oefening 21

Twee schepen vertrekken op hetzelfde moment vanuit hetzelfde punt, elk in een verschillende richting. De richtingen vormen een hoek van 60°. De snelheid van het eerste schip is 9 km/u, de snelheid van het tweede schip is 6 km/u. De schepen houden een constante snelheid aan en veranderen niet van richting. Hoever zijn ze van elkaar verwijderd na anderhalf uur varen?

$a^2 + b^2 - 2ab$

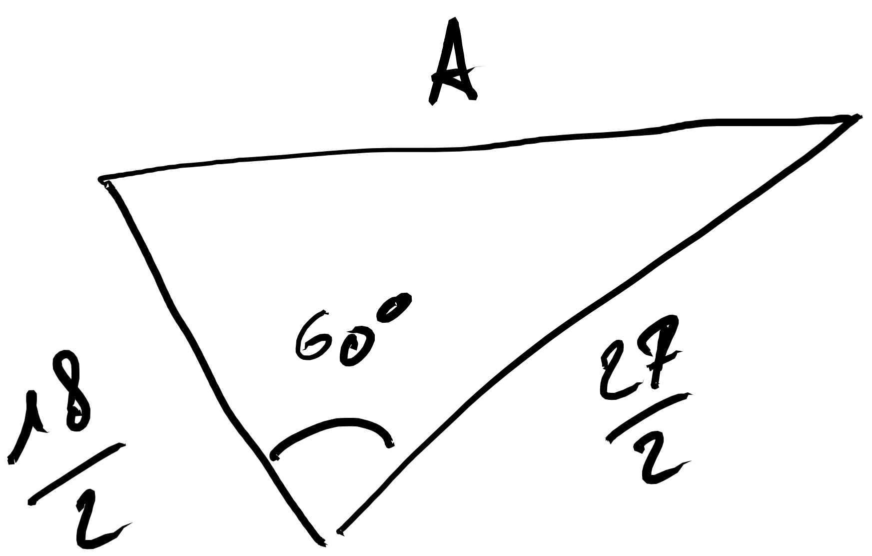
$(a-b)^2$

(A) $\frac{9\sqrt{7}}{2}$ km (B) $\frac{9\sqrt{10}}{2}$ km (C) 18 km (D) $\frac{9\sqrt{19}}{2}$ km

Oplossing: A
juist beantwoord: 55 %
blanco: 23 %

na $\frac{3}{2}$ h ; $s_1 = \frac{3}{2} 9 = \frac{27}{2}$ km

$s_2 = \frac{3}{2} 6 = \frac{18}{2}$ km



$$A^2 = \left(\frac{27}{2}\right)^2 + \left(\frac{18}{2}\right)^2 - \cancel{2}\,\frac{27}{\cancel{2}}\cdot\frac{18}{2}\cdot \underbrace{\cos 60°}_{=1/2}$$

$$= \frac{1}{4}\left[27^2 + 18^2 - 27\cdot 18 - 27\cdot 18 + 27\cdot 18\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left((27-18)^2 + 27\cdot 18\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(9^2 + 9^2(3\cdot 2)\right) = \frac{1}{4}\left(9^2(1+6)\right)$$

$$A^2 = \frac{1}{4}(81\cdot 7)$$

$$\Rightarrow \boxed{A = \sqrt{\frac{81\cdot 7}{4}} = \frac{9\sqrt{7}}{2}\text{ km}}$$

Oefening 22

Noem C de verzameling van alle punten in het xy-vlak gelegen op de cirkel met middelpunt $(0,3)$ en straal 2. Wat is de maximale waarde van de uitdrukking $\sqrt{3}x - y$ indien $(x,y) \in C$?

(A) -1 (B) $2\sqrt{3}-3$ ✓ (C) 1 (D) $\sqrt{3}$

Oplossing: C
juist beantwoord: 20 %
blanco: 33 %

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\Rightarrow (u^{1/2})' = \frac{1}{2} u^{-1/2}$$

$$\Rightarrow (4-x^2)' = -2x$$

$$\Rightarrow \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}}$$

Cirkel: $x^2 + (y-3)^2 = 4 \Rightarrow y = \sqrt{4-x^2} + 3$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x - y = \sqrt{3}x - \left(\sqrt{4-x^2} + 3\right)$$

maximum $\rightarrow$ afgeleide $= 0 \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\sqrt{3}x - \left(\sqrt{4-x^2}+3\right)\right)$

$$0 = \sqrt{3} + \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$\Rightarrow (x)^2 = \left(-\sqrt{3} \cdot \sqrt{4-x^2}\right)^2 \Rightarrow x^2 = 3(4-x^2) = 12 - 3x^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = \frac{12}{4} = 3$$

$$y = \sqrt{4-x^2} + 3 = \sqrt{4-3} + 3 = \sqrt{1} + 3 = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x - y = \sqrt{3}\sqrt{3} - 4 = 3 - 4 = 1 \ ✓$$

$$\sqrt{3}(-\sqrt{3}) - 4 = -3 - 4 = -7 \ ✗$$