Oefening 1

Een cilindervormige waterton heeft een grondvlak met straal gelijk aan 1,5 m en een hoogte van 3 m. Deze ton wordt gevuld met water met een debiet van 30 ℓ/min. De ton is initieel leeg. Hoeveel tijd is nodig om de ton te vullen?

1. tussen 9 uur en 10 uur
2. tussen 10 uur en 11 uur
3. ✓ tussen 11 uur en 12 uur
4. tussen 12 uur en 13 uur

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot 3 = \pi \cdot \frac{27}{4}\ m^3$$

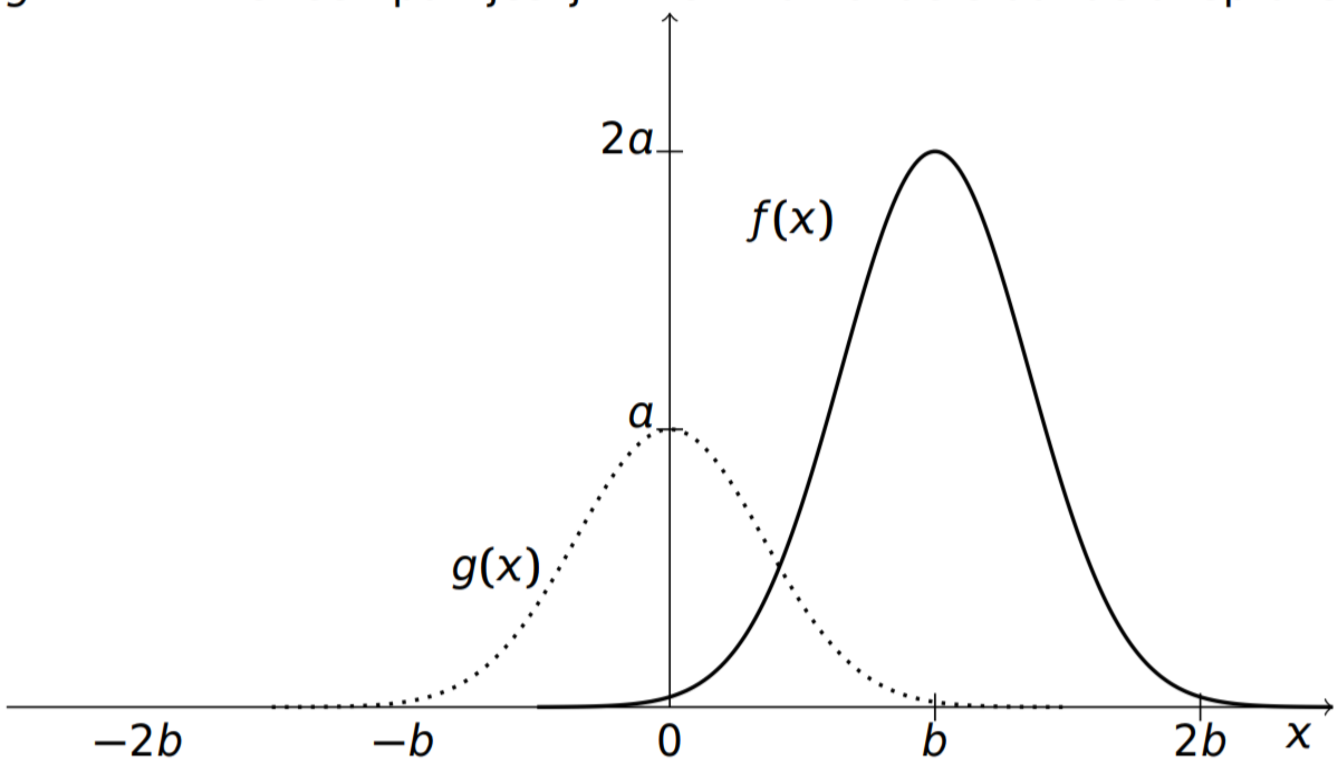
$$D = 30\ \ell/\text{min} = 30 \cdot 60\ \ell/h = 1800\ \ell/h$$
$$= 1{,}8\ m^3/h$$

Oplossing: C
juist beantwoord: 76 %
blanco: 3 %

$$t = \frac{V}{D} = \frac{\frac{\pi\, 27}{4}}{\frac{18}{10}} = \frac{\pi\, \cancel{27}^{\,3}}{\cancel{4}_{\,2}} \cdot \frac{\cancel{10}^{\,5}}{\cancel{18}_{\,2}} = \pi \cdot \frac{15}{4} \approx \frac{45}{4} = \boxed{11{,}25\ h}$$

Oefening 2

Onderstaande figuur geeft de grafiek van de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ weer met een volle lijn en de grafiek van de functie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met een puntjeslijn. Welk van onderstaande uitspraken is geldig?



1. $f(x) = g(x-b)/2$
2. $f(x) = g(x+b)/2$
3. $f(x) = 2g(x-b)$
4. $f(x) = 2g(x+b)$

Oplossing: C
juist beantwoord: 75 %
blanco: 1 %

$a \to 2a \Rightarrow 2g$

b naar rechts $\Rightarrow \boxed{f(x) = 2g(x-b)}$

Oefening 3

Wat is het product van de oplossingen van de volgende vergelijking in $x \in \mathbb{R}$?

$$5^{x^2-3x-12} = \frac{1}{25}$$

(A) -12 ✓ (B) -10 (C) 10 (D) 12

Oplossing: B

juist beantwoord: 95 %

blanco: 3 %

$$5^{x^2-3x-12} = 5^{-2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 12 = -2$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 (-10)}}{2} = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{49}}{2} = \frac{3}{2} \pm \frac{7}{2}$$

$$10/2 = 5$$

$$-4/2 = -2$$

$$\boxed{x_1 \cdot x_2 = 5(-2) = -10}$$

Oefening 4

Gegeven de driedimensionale ruimte met een cartesiaans assenstelsel xyz, het punt $P(-1,2,3)$ en het punt $Q(12,10,-1)$. Welk van de volgende vectoren staat loodrecht op de vector $\overrightarrow{PQ}$?

$x_1 \cdot x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = 0$!

$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

(A) $(-8,12,1)$ (B) $(-8,12,2)$ (C) $(8,-12,1)$ ✓ (D) $(8,-12,2)$

Oplossing: D
juist beantwoord: 60 %
blanco: 25 %

$$\overrightarrow{PQ} = \vec{Q} - \vec{P} = \begin{pmatrix} 12 \\ 10 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix}$$

A : $13(-8) + 8 \cdot 12 - 4 \cdot 1 = -8 - 4 = -12 \neq 0$

B : $13(-8) + 8 \cdot 12 - 4 \cdot 2 = -8 - 8 = -16 \neq 0$

C : $13 \cdot 8 + 8(-12) - 4 \cdot 1 = 8 - 4 = 4 \neq 0$

D : $13 \cdot 8 + 8(-12) - 4 \cdot 2 = \boxed{8 - 8 = 0}$

Oefening 5

Gegeven is het complexe getal $z = \dfrac{16-48i}{8+4i}$, waarbij $i^2 = -1$. Bereken de modulus van z.

(A) $|z| = \dfrac{16}{3}$ (B) $|z| = 4\sqrt{2}$ (C) $|z| = 2\sqrt{65}$ (D) $|z| = 18$

Oplossing: B
juist beantwoord: 71 %
blanco: 25 %

$$\frac{16-48i}{8+4i} = \frac{\cancel{4}(4-12i)}{\cancel{4}(2+i)} \cdot \frac{(2-i)}{(2-i)} = \frac{8-4i-24i-12}{4+1} = \frac{-4-28i}{5}$$

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{28}{5}\right)^2} = \frac{1}{5}\sqrt{16+784} = \frac{1}{5}\sqrt{800} = \frac{1}{5}\sqrt{100\cdot 8}$$

$$= \frac{10}{5}\, 2\sqrt{2}$$

$$= \boxed{4\sqrt{2}}$$

Oefening 6

Beschouw de volgende drie integralen:

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \int_a^b f(x)\,dx \\
I_2 &= \int_a^{b+1} f(x)\,dx \\
I_3 &= \int_{a+1}^{b+1} f(x)\,dx\,,
\end{aligned}
$$

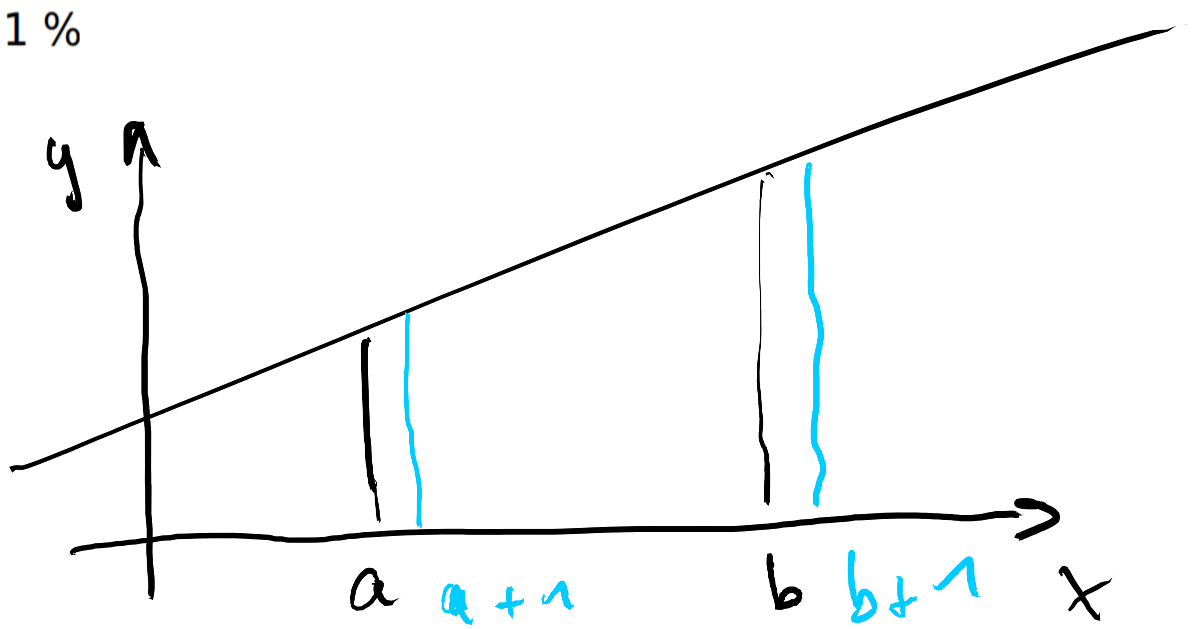
met de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ een positieve, continue en strikt stijgende functie en a en b vaste reële getallen met $a < b$. Welke van de volgende beweringen is als enige waar?

(A) $I_1 > I_3 > I_2$ (B) $I_2 > I_1 = I_3$ (C) $I_1 = I_3 > I_2$ (D) $I_2 > I_3 > I_1$

Oplossing: D

juist beantwoord: 86 %

blanco: 1 %



$$\int_a^b < \int_{a+1}^{b+1} < \int_a^{b+1}$$

$$I_1 < I_3 < I_2$$

$$\boxed{I_2 > I_3 > I_1}$$

Oefening 7

Men wil een vracht per vrachtwagen over een afstand van 100 km transporteren. We nemen aan dat de vrachtwagen over het gehele traject aan een constante snelheid v rijdt (waarbij we v uitdrukken in km/u). Bij een constante snelheid v verbruikt de vrachtwagen $(10 + v/4)$ liter diesel per 100 km. De dieselprijs bedraagt 1,5 euro per liter. De loonkost voor de chauffeur bedraagt 24 euro per uur. We nemen aan dat er behalve de brandstofkosten en de loonkosten geen andere snelheidsafhankelijke kosten voor het transport zijn. In welk interval moet de snelheid van de vrachtwagen liggen opdat het transport zo goedkoop mogelijk wordt?

(A) $[73, 75[$ (B) $[75, 77[$ (C) $[77, 79[$ (D) $[79, 81[$

Oplossing: D
juist beantwoord: 40 %
blanco: 33 %

		$t = s/v$ (h)	loon $= 24 \cdot t$	Prijs (€)
74 km/h	$\left(10 + \frac{74}{4}\right) \cdot \frac{3}{2} = 15 + \frac{222}{8} = 42{,}75$ €	1,351	32,43	75,18
76 km/h	$\left(10 + \frac{76}{4}\right) \frac{3}{2} = 15 + \frac{228}{8} = 43{,}5$ €	1,316	31,58	75,08
78 km/h	$\left(10 + \frac{78}{4}\right) \frac{3}{2} = 15 + \frac{234}{8} = 44{,}25$ €	1,282	30,77	75,02
80 km/h	$\left(10 + \frac{80}{4}\right) \frac{3}{2} = 15 + 30 = 45$ €	1,25	30	$\boxed{75}$

Oefening 8

Gegeven de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = (x-1)(x+1)(x^3+x^2+x+1)$. Bepaal de afgeleide $f'(-1)$.

(A) $f'(-1) = 0$ (B) $f'(-1) = 2$ (C) $f'(-1) = 6$ (D) $f'(-1) = 8$

Oplossing: A

juist beantwoord: 90 %

blanco: 2 %

$$f(x) = (x^2-1)(x^3+x^2+x+1)$$

$$f(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 - x^3 - x^2 - x - 1$$

$$f(x) = x^5 + x^4 + 0 + 0 - x - 1$$

$$f(x) = x^5 + x^4 - x - 1$$

$$f'(x) = 5x^4 + 4x^3 - 1$$

$$\boxed{f'(-1) = 5 - 4 - 1 = 0}$$

Oefening 9

Beschouw de driedimensionale ruimte met een cartesiaans assenstelsel xyz, het punt $P(0,1,-1)$ en de rechte r met parametervergelijking

$$r \leftrightarrow \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t, \ t \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Wat is de x-coördinaat van het punt op de rechte r dat het dichtst bij het punt P ligt?

(A) $\frac{1}{14}$ ✓ (B) $\frac{3}{14}$ (C) 1 (D) 3

Oplossing: B
juist beantwoord: 38 %
blanco: 39 %

$t = \frac{x}{3}$

$t = \frac{y-2}{-1}$

$t = \frac{z+1}{2}$

$\frac{x}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$

$(0,2,-1)$ steunvector

$(3,-1,2)$ richtingsvector

loodvlak door P op r : $3(x-0) - 1(y-1) + 2(z+1) = 0$

$3x - y + 2z + 3 = 0$

doorsnede vlak en r $\Rightarrow$ $3(3t) - (2-t) + 2(-1+2t) + 3 = 0$

x, y en z van r invullen in loodvlak

$9t + t + 4t - 1 = 0$

$14t = 1 \Rightarrow t = 1/14$

$\Rightarrow$ punt op r $\perp$ P = P' $\Rightarrow$

↳ punt dichtst bij P

$x = 3 \cdot 1/14 = \boxed{3/14}$

$y = 2 - 1/14 = 27/14$

$z = -1 + 2 \cdot 1/14 = -26/14$

Oefening 10

Bepaal de waarde van de bepaalde integraal $\int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln(x))}$.

(A) $\ln 2$ (B) 1 (C) $2\ln 2$ (D) e

$x = e^u \qquad dx = e^u\,du$

$\ln x = u$

Oplossing: A

juist beantwoord: 65 %

blanco: 20 %

$$\int \frac{\cancel{e^u}\,du}{\cancel{e^u}(1+u)} = \int \frac{d(1+u)}{1+u} = \ln(1+u)$$

$$\Rightarrow \ln(1+\ln x)\Big|_1^e = \ln(1+\underbrace{\ln e}_{1}) - \underbrace{\ln(1+\underbrace{\ln 1}_{0})}_{0} = \boxed{\ln(2)}$$

Oefening 11

De hoeken α_1 en α_2 zijn twee verschillende hoeken uitgedrukt in radialen die liggen in het interval $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

$]-90°, 90°[$

Bovendien zijn deze hoeken oplossingen van volgende vergelijking in α: $\sin 2\alpha = \sqrt{3}\cos\alpha$.

Waaraan is $\cos(\alpha_1 + \alpha_2)$ gelijk?

✓ (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

Oplossing: A

juist beantwoord: 34 %

blanco: 30 %

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

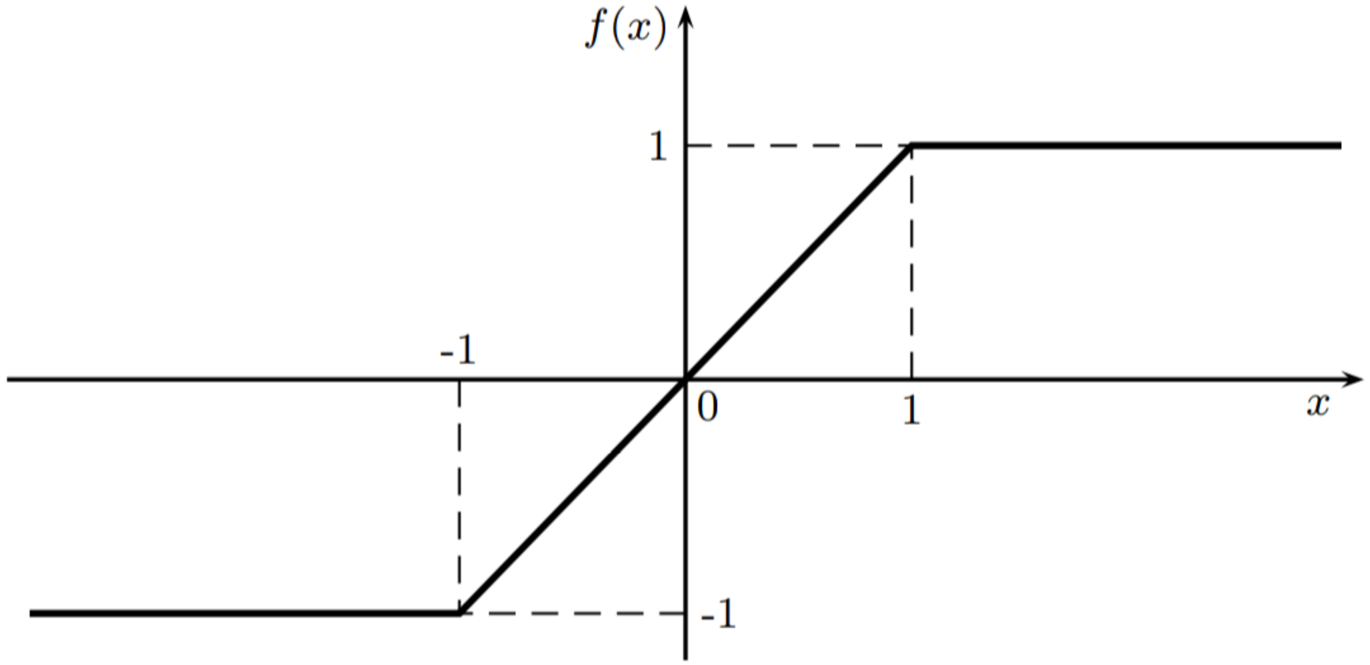
$\Rightarrow 2\sin\alpha\,\cancel{\cos}\alpha = \sqrt{3}\,\cancel{\cos}\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha \begin{cases} \boxed{60°} \\ \cancel{120°} \end{cases}$

$0 = 0 \Rightarrow \sin(180°) = \sqrt{3}\cos(90°) \Rightarrow \boxed{\alpha = 90°}$

$\cos(60° + 90°) = \cos(150°) = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$

Oefening 12

Beschouw de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met onderstaande grafiek.



Verder is de volgende functie gegeven:

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto g(x) = f\left(\frac{\cos x}{4}\right)$$

Bepaal $g'(\pi/4)$.

(A) $-\sqrt{2}/8$ (B) 0 (C) $\sqrt{2}/8$ (D) 1

Oplossing: A

juist beantwoord: 64 %

blanco: 8 %

$\frac{\pi}{4} < 1 \Rightarrow f(x) : y = x$

$\Rightarrow g(x) = \frac{\cos x}{4}$

$g'(x) = -\frac{\sin x}{4}$

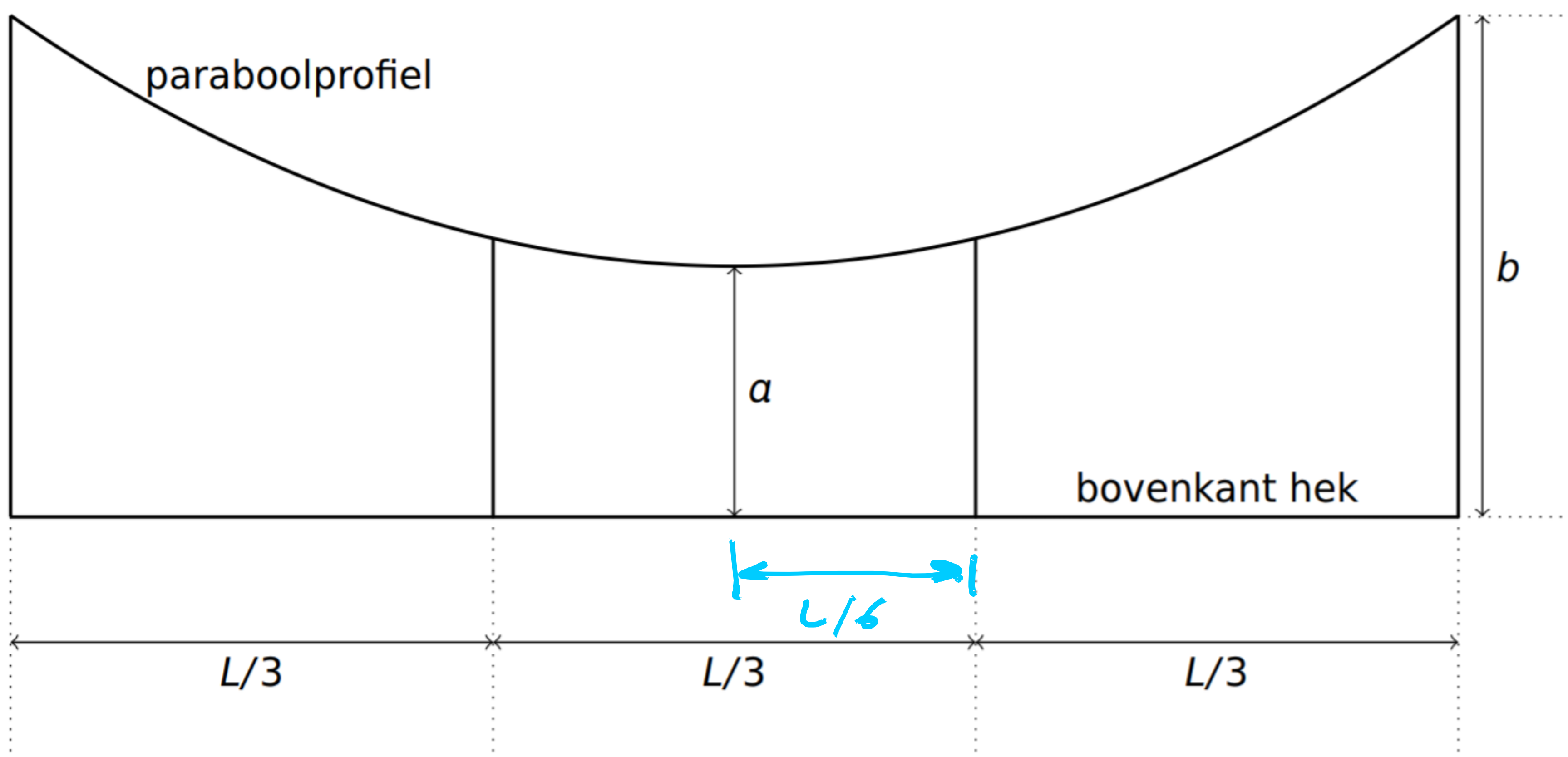
$\boxed{g'\left(\frac{\pi}{4}\right)} = -\frac{1}{4} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

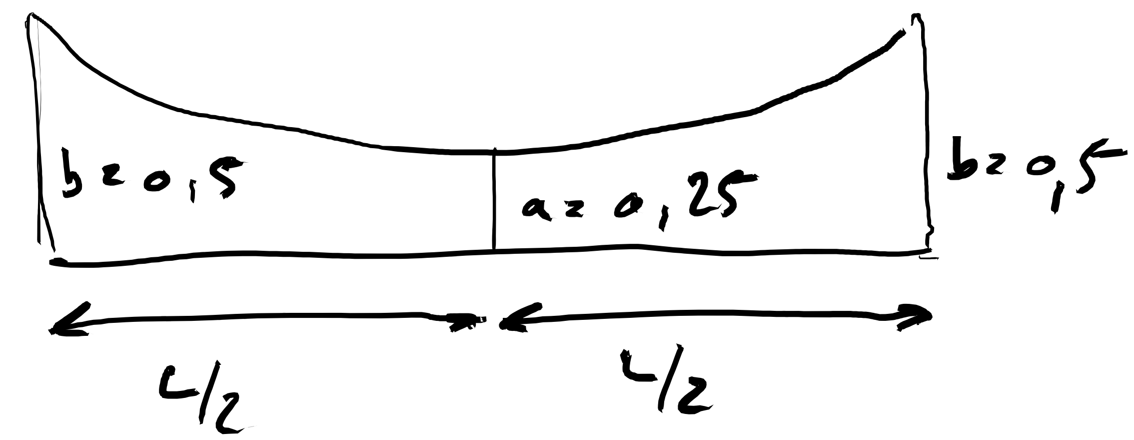
$= -\frac{1}{4} \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \boxed{-\frac{\sqrt{2}}{8}}$

Oefening 13

Een smeedijzeren hek heeft een horizontale bovenkant met afmeting L en wordt verfraaid met een parabolisch profiel dat wordt bevestigd met vier verticale staven op gelijke afstand van mekaar. De minimale afstand tussen het paraboolprofiel en de bovenkant bedraagt a en de maximale afstand b, zoals in de figuur aangegeven. In welk interval ligt de totale lengte d van deze vier verticale staven samen voor $a = 0{,}25$ m en $b = 0{,}5$ m? De figuur hieronder is een principetekening en is niet op schaal getekend.





$$y = x^2 + 0{,}25$$

$$b: \ 0{,}5 = x^2 + 0{,}25$$

$$\Rightarrow x^2 = 0{,}25$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 0{,}5 \text{ m} = \frac{L}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{L = 1 \text{ m}}$$

(A) $1{,}5 \text{ m} \leq d < 1{,}6 \text{ m}$ (B) $1{,}6 \text{ m} \leq d < 1{,}7 \text{ m}$ (C) $1{,}7 \text{ m} \leq d < 1{,}8 \text{ m}$ (D) $d \geq 1{,}8 \text{ m}$

Oplossing: A
juist beantwoord: 36 %
blanco: 33 %

$L = 1/6$ m $\Rightarrow$ $y = \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{36} + \frac{1}{4}$

$$\boxed{y = \frac{1+9}{36} = \frac{10}{36} \text{ m}} = \text{lengte korte staven}$$

$$\boxed{\text{lengte staven} = 2 \cdot \frac{10}{36} + 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{20}{36} + \frac{36}{36} = \frac{56}{36} = \frac{28}{18} = 1{,}55 \text{ m}}$$

Oefening 14

Beschouw de driedimensionale ruimte met cartesiaans assenstelsel xyz en oorsprong in O. Wat is het volume van het gebied dat begrensd wordt door de vlakken $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ en $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 1$?

✓ (A) 10 (B) 20 (C) 40 (D) 60

Oplossing: A
juist beantwoord: 25 %
blanco: 51 %

① $x = 0$ $y = 4\left(1 - \frac{z}{5}\right) = 4 - \frac{4}{5}z$

$y = 0$: $\frac{4}{5}z = 4 \Rightarrow \boxed{z = 5}$

$z = 0$: $\boxed{y = 4}$

② $y = 0$ $z = \left(1 - \frac{x}{3}\right)5 = 5 - \frac{5}{3}x$

$z = 0$: $\frac{5}{3}x = 5 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

$x = 0$: $\boxed{z = 5}$

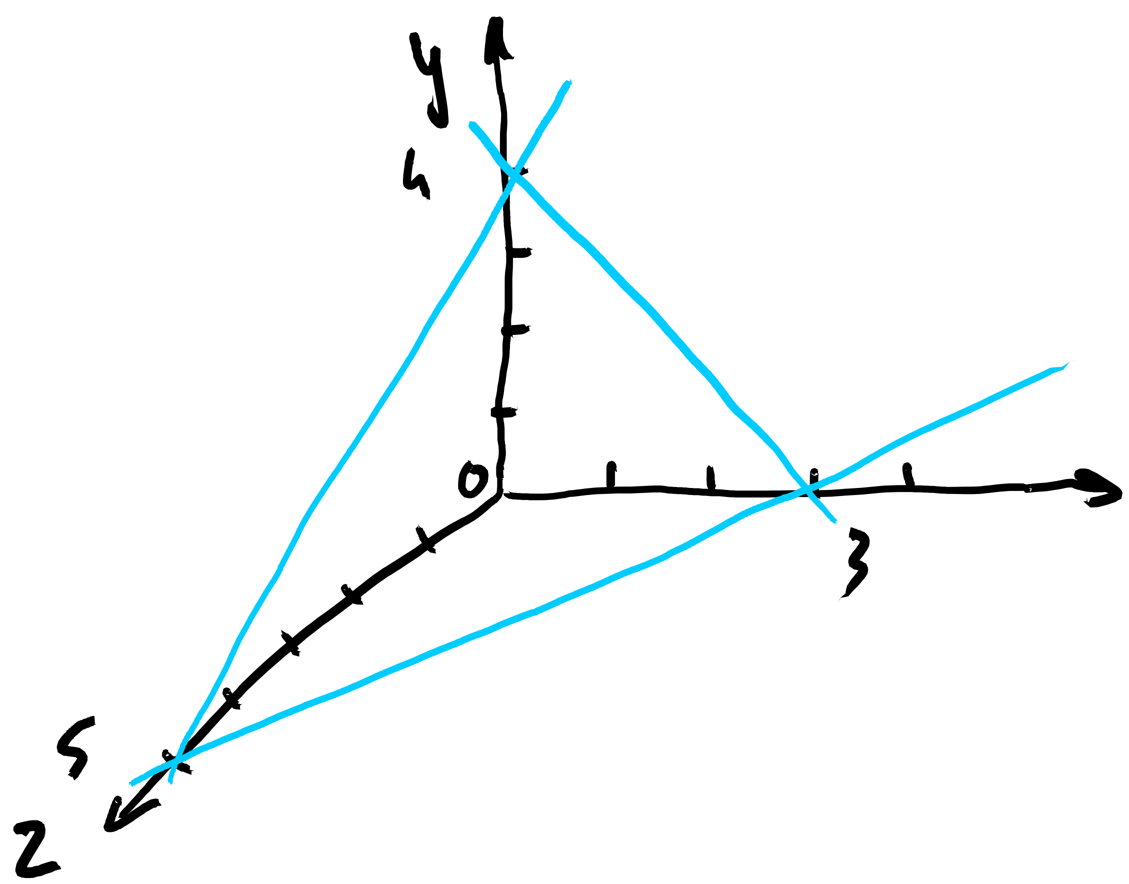
③ $z = 0$ $y = \left(1 - \frac{x}{3}\right)4$

$y = 4 - \frac{4}{3}x$

$y = 0$: $\frac{4}{3}x = 4$

$\boxed{x = 3}$

$x = 0$: $\boxed{y = 4}$



Piramide

Opp grondvlak $G = \frac{1}{2}\, 3.5 = \frac{15}{2}$

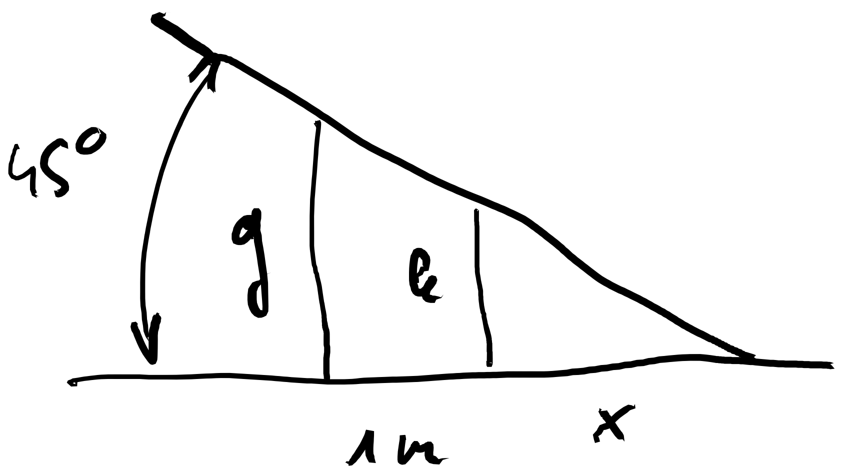
$$\boxed{V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot G = \frac{1}{3} \cdot \overset{2}{\cancel{4}} \cdot \frac{15}{\cancel{2}} = \frac{30}{3} = 10}$$

Oefening 15

Twee staven met verschillende lengtes staan verticaal opgesteld in een vlak landschap op 1 m van elkaar. Op een bepaald moment bevinden de zon en de twee staven zich in één vlak en vallen de schaduwen van de toppen op hetzelfde punt samen. Op dat moment schijnt de zon onder een hoek van 45 graden met de horizontale. Even later schijnt de zon onder een hoek van 30 graden met de horizontale en is de schaduw van de kleinste staaf $2\sqrt{3}$ m lang. Hoeveel steekt de grootste staaf boven de grond uit?

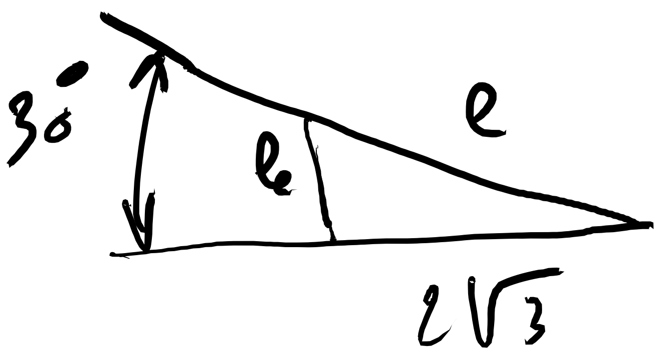
✓ (A) 3 m (B) 5 m (C) 6 m (D) 7 m

Oplossing: A
juist beantwoord: 63 %
blanco: 19 %



$45^\circ : \ell = 2\text{ m} \Rightarrow x = 2\text{ m}$

$$\boxed{g = x + 1 = 2 + 1 = 3\text{ m}}$$

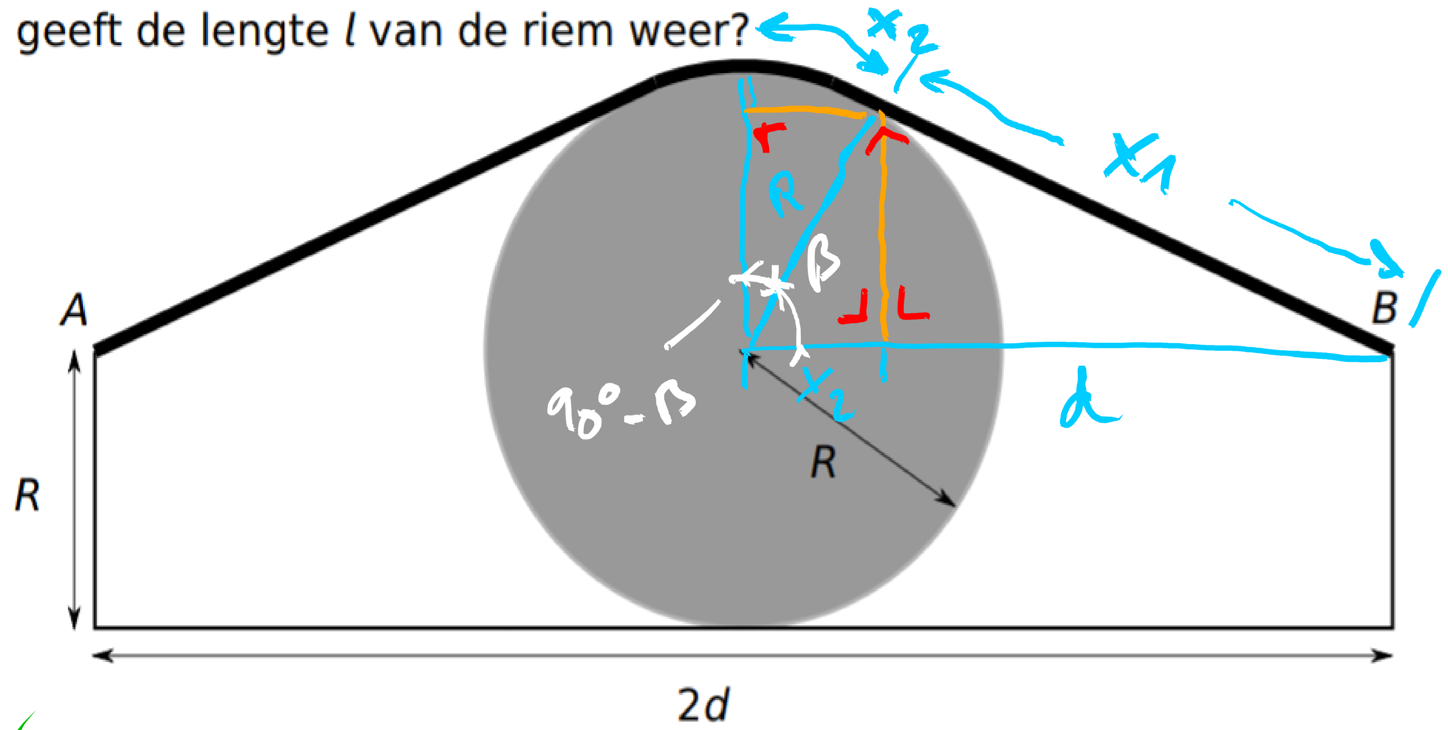


$$\Rightarrow l \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{3} \Rightarrow l = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}/2} = 2\cancel{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{\cancel{\sqrt{3}}} = 4$$

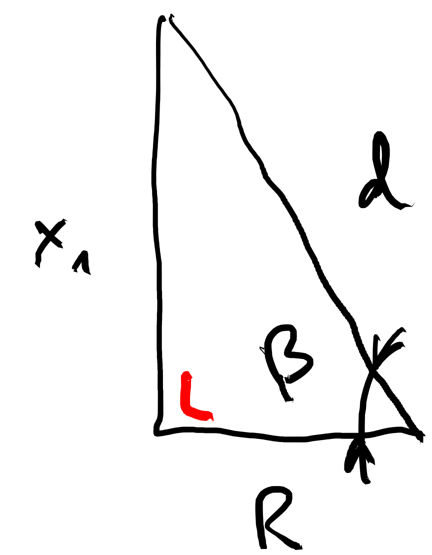
$$\Rightarrow \boxed{\ell = l \cdot \sin 30 = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2\text{ m}}$$

Oefening 16

In een laadbak van een vrachtwagen met breedte $2d$ wordt een rioolbuis met straal R in de lengterichting van de laadbak gelegd. De laadbak zelf heeft ook een hoogte R. Over de buis wordt in een vlak loodrecht op de lengterichting van de laadbak een riem gespannen van een punt A bovenaan de laadbak, over de buis naar punt B bovenaan de andere kant van de laadbak, zoals aangegeven in de figuur. Welke van onderstaande uitdrukking geeft de lengte l van de riem weer?

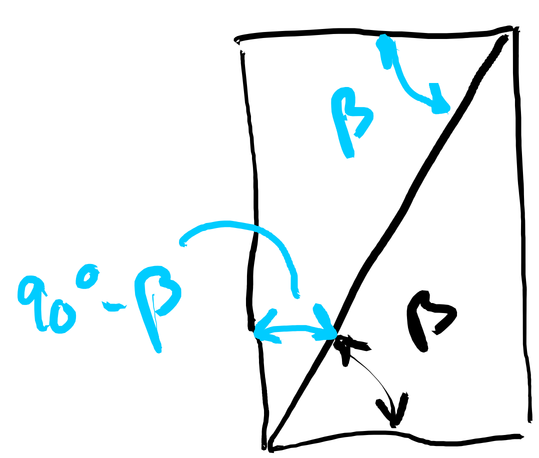


$$x_1 = \sqrt{d^2 - R^2}$$



$$\cos\beta = \frac{R}{d}$$

1. $2R\arcsin\left(\frac{R}{d}\right) + 2\sqrt{d^2 - R^2}$
2. $2R\arcsin\left(\frac{R}{d}\right) + 2\sqrt{d^2 + R^2}$
3. $2R\arccos\left(\frac{R}{d}\right) + 2\sqrt{d^2 - R^2}$
4. $2R\arccos\left(\frac{R}{d}\right) + 2\sqrt{d^2 + R^2}$



$$\sin(90° - \beta) = \sin 90° \cdot \cos\beta - \cos 90° \cdot \sin\beta$$
$$= \cos\beta - 0$$
$$= \cos\beta = \frac{R}{d}$$

$\Rightarrow$ Booglente $x_2 = R \cdot \text{Bgsin}\left(\frac{R}{d}\right)$

Oplossing: A
juist beantwoord: 16 %
blanco: 51 %

Totale lengte $= \boxed{2\left(R\,\text{Bgsin}\left(\frac{R}{d}\right) + \sqrt{d^2 - R^2}\right)}$

Oefening 17

Gegeven een vlak met een cartesiaans assenstelsel xy.

Beschouw het deel van de kromme $y = |3 + x| - |x - 2|$ dat ligt tussen $x = -2$ en $x = 3$. Wat is de lengte van dit deel van de kromme?

(A) $4\sqrt{5}$ ✓ (B) $4\sqrt{5} + 1$ (C) $5\sqrt{5}$ (D) $5\sqrt{5} + 1$

Oplossing: B

juist beantwoord: 45 %

blanco: 45 %

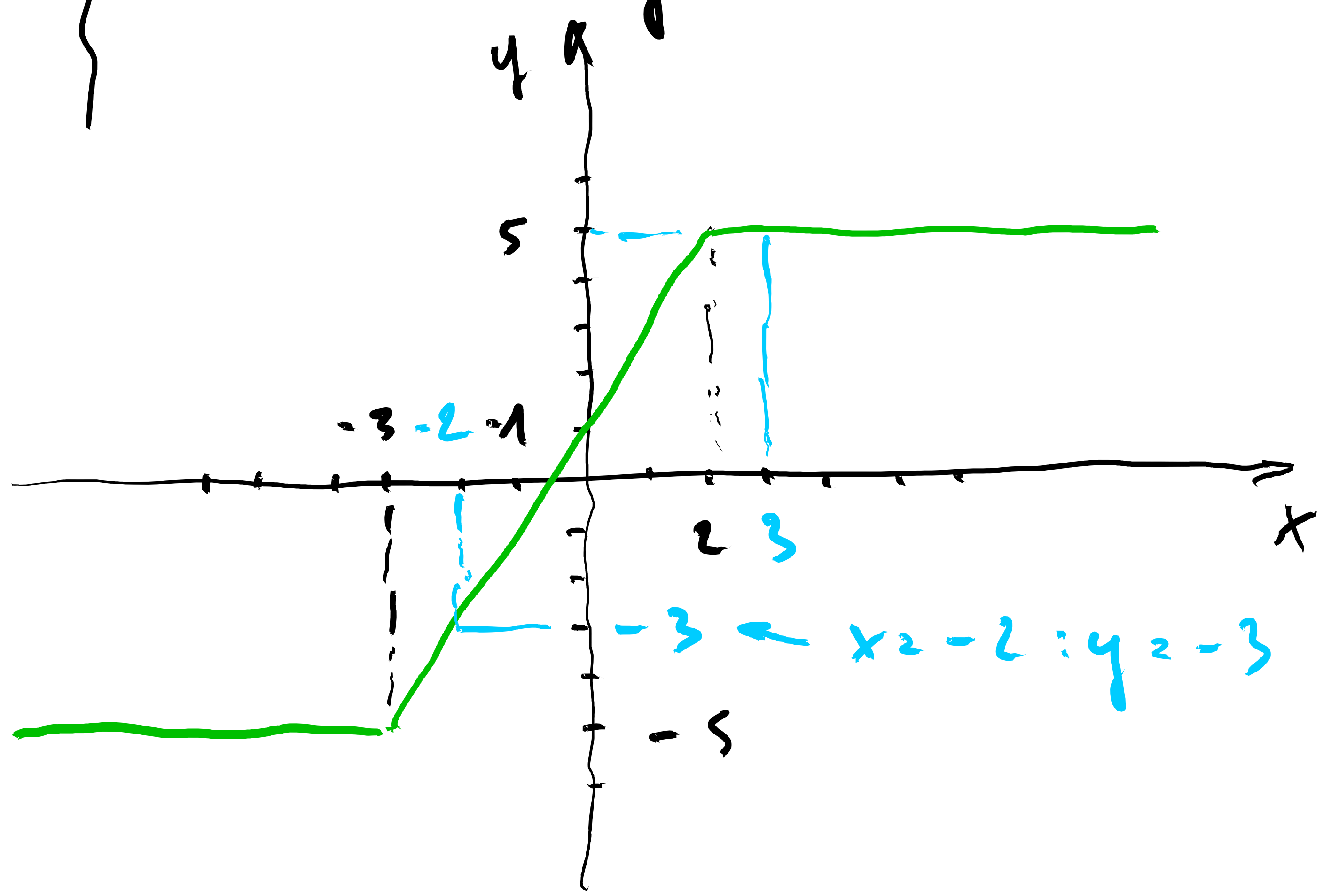
$x < 2 : |x-2| = -(x-2) = -x+2$

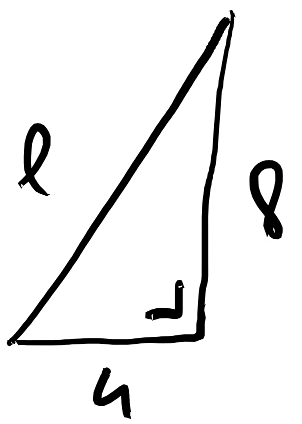
$x < -3 : |3+x| = -(3+x) = -3-x$

$x = 0 \Rightarrow y = 3-2 = 1$

$x > 2 : y = 3+x-(x-2) = 3+\cancel{x}-\cancel{x}+2 = 5$

$x < -3 : y = -3-x-(-x+2) = -3-\cancel{x}+\cancel{x}-2 = 5$





$l = \sqrt{4^2+8^2} = \sqrt{16+64}$

$= \sqrt{80} = \sqrt{10 \cdot 8} = \sqrt{5 \cdot 16} = 4\sqrt{5}$

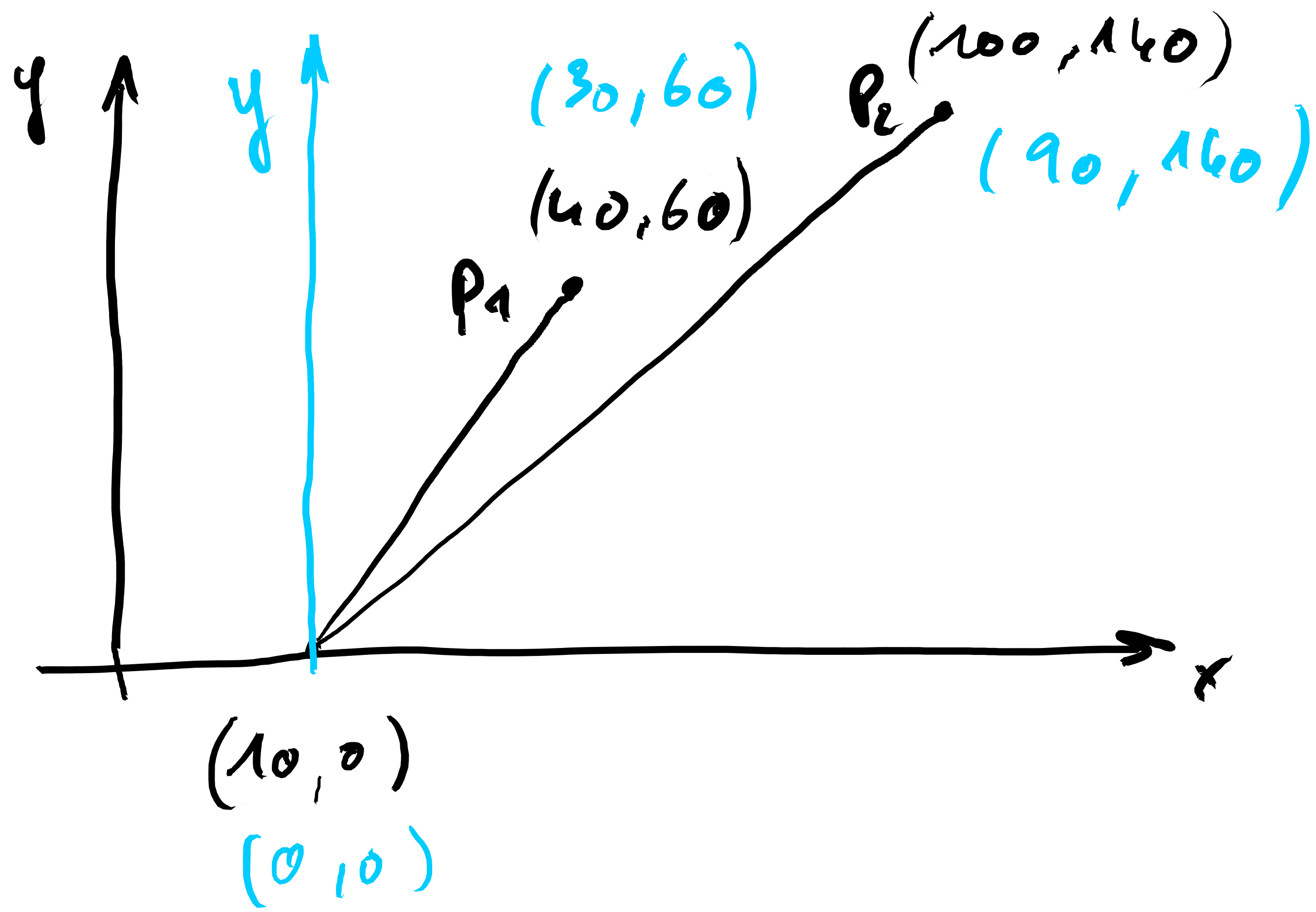
Totaal $= \boxed{1 + 4\sqrt{5}}$

Oefening 18

Om de beweging van 2 voertuigen te simuleren worden deze voorgesteld als 2 puntmassa's in een gecoördinatiseerd vlak. Beide voertuigen vertrekken op hetzelfde tijdstip vanuit het gemeenschappelijk startpunt $A(10, 0)$ naar de punten $P_1(40, 60)$ en $P_2(100, 140)$. Elk van hen beweegt zich voort met constante snelheid langs een rechtlijnig pad en ze bereiken hun eindbestemmingen precies 1 uur na het vertrek. Bepaal de afstand waarop deze voertuigen zich van elkaar bevonden na 1 kwartier. In welk interval ligt deze afstand?

(A) $[22, 26[$ (B) $[26, 30[$ (C) $[30, 34[$ (D) $[34, 38[$

Oplossing: A
juist beantwoord: 58 %
blanco: 27 %



na $\frac{1}{4}$ u : $\left(\frac{30}{4}, \frac{60}{4}\right)$ en $\left(\frac{90}{4}, \frac{140}{4}\right)$

$$d = \sqrt{\left(\frac{90-30}{4}\right)^2 + \left(\frac{140-60}{4}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{60^2 + 80^2} = \frac{1}{4}\sqrt{3600 + 6400}$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{10000} = \frac{1}{4}100$$

$$= \boxed{25}$$

Oefening 19

Gegeven een vlak met cartesiaans assenstelsel xy.

Wat is de omtrek van de kleinste cirkel met middelpunt $(0,1)$ die precies twee punten gemeen heeft met de parabool met vergelijking $y = x^2 - \frac{3}{4}$?

(A) π (B) $\pi\sqrt{2}$ (C) $\pi\sqrt{3}$ ✓ (D) $\pi\sqrt{6}$

Oplossing: D
juist beantwoord: 31 %
blanco: 42 %

$\Rightarrow$ Raaklijnen aan cirkel en parabool vallen samen en staan $\perp$ op de straal v/d cirkel.

$P: \; y' = 2x \rightsquigarrow \perp : r_1 \cdot r_2 = -1 \Rightarrow r_2 = -\frac{1}{r_1} = -\frac{1}{2x}$

Straal door $(0,1) \Rightarrow y - y_0 = r_2 \cdot (x - x_0)$

$y - 1 = -\frac{1}{2\cancel{x}}(\cancel{x} - 0)$

$\boxed{y = -\frac{1}{2} + 1 = +\frac{1}{2}} \rightarrow$ in P

$\frac{1}{2} = x^2 - \frac{3}{4}$

$x^2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4}$

$x^2 = \frac{5}{4}$

$\Rightarrow \boxed{x = \frac{\sqrt{5}}{2}}$

$C: \; x^2 + (y-1)^2 = r^2$

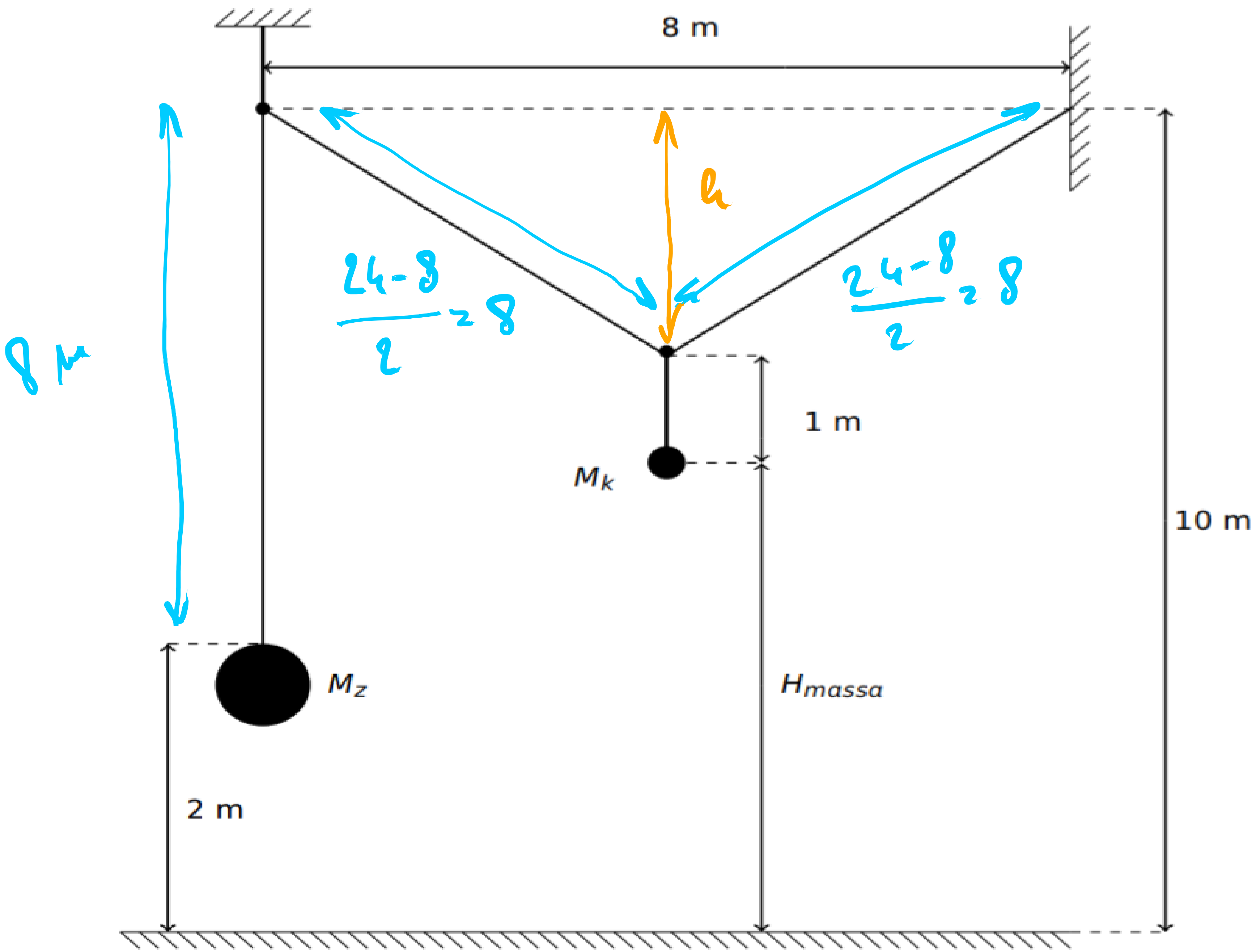
$\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 = r^2$

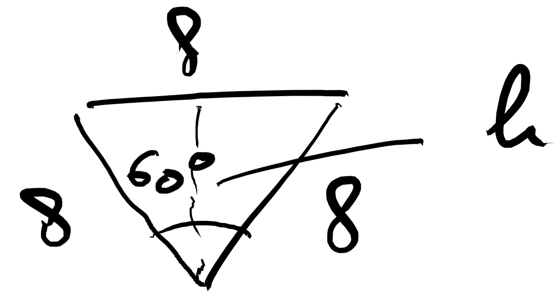
$\frac{5}{4} + \frac{1}{4} = \frac{6}{4} = r^2 \Rightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Omtrek: $O = 2\pi r = 2\pi \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} = \boxed{\pi\sqrt{6}}$

Oefening 20

Een touw met een totale lengte van 24 m wordt opgespannen zoals geschetst in onderstaande figuur. Eén uiteinde van het touw is vastgemaakt aan een muur, op een hoogte van 10 m boven het grondoppervlak. Aan het andere uiteinde is er een zware massa M_z bevestigd. Op een afstand van 8 m links van het aanhechtingspunt aan de muur wordt het touw over een katrol heen gespannen, die zich op dezelfde hoogte bevindt als het aanhechtingspunt aan de muur. Een kleine massa M_k wordt tussen de muur en de katrol aan het touw opgehangen met behulp van een verbindingsstaaf van 1 m. In de evenwichtstoestand bevindt het uiteinde van het touw, dat met de massa M_z verbonden is, zich op een hoogte van 2 m boven het grondoppervlak. De massa M_k bevindt zich dan exact in het midden tussen de katrol en de muur. De staaf waarmee de massa M_k is opgehangen hangt in de evenwichtstoestand perfect verticaal. De figuur hieronder is een principe-tekening, en is niet op schaal getekend.





$h = 8 \cdot \cos 30° = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$h = 4\sqrt{3}$

$H_{massa} = 10 - 1 - 4\sqrt{3}$

$\approx 9 - \frac{17}{10} \cdot 4$

$= \frac{90-68}{10} = \frac{22}{10}$

$= 2{,}2$ m

te klein!

te groot!

Welk van de onderstaande antwoorden is de beste benadering voor de hoogte van de kleine massa (H_{massa})?

(A) 1,9 m ✓(B) 2,1 m (C) 2,3 m (D) 2,5 m

Oplossing: B
juist beantwoord: 66 %
blanco: 16 %

Oefening 21

Bereken $L = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{(x^2-1)^3}$.

(A) $L = -\infty$ (B) $L = 0$ (C) $L = 1$ (D) $L = +\infty$

Oplossing: A
juist beantwoord: 51 %
blanco: 7 %

$$x^2 - 6x + 5 = (x-5)(x-1)$$

$$(x^2-1)^3 = [(x-1)(x+1)]^3 = (x-1)^3(x+1)^3$$

$$\Rightarrow \frac{(x-5)\cancel{(x-1)}}{(x-1)^{3}(x+1)^3} = \frac{x-5}{(x+1)(x^2-1)^2} = \frac{1-\frac{5}{x}}{\frac{(x+1)(x^2-1)^2}{x}}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 1} \frac{-4}{0} = -\infty$$

Oefening 22

De bladzijden van een boek worden opeenvolgend genummerd, startend met bladzijde 1. Om alle bladzijden van dit boek te nummeren heeft men in totaal 1440 cijfers nodig. Daarbij wordt bijvoorbeeld bladzijde 1 gerekend als 1 cijfer, bladzijde 10 als 2 cijfers, bladzijde 100 als 3 cijfers, enz. Waaraan is de *som van de cijfers* van het laatste bladzijdenummer gelijk?

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14

Oplossing: B
juist beantwoord: 55 %
blanco: 14 %

$1 \rightarrow 9 : \quad 9$ cijfers

$10 \rightarrow 99 : \quad 90 \times 2 = 180$ cijfers

$100 \rightarrow 999 : \quad 900 \times 2 = 1800$ cijfers → te veel!

$\Rightarrow 1440 - 9 - 180 = 1251 \longrightarrow /3 : \quad \frac{1251}{3} = 417$

$\Rightarrow 4 + 1 + 7 = \boxed{12}$