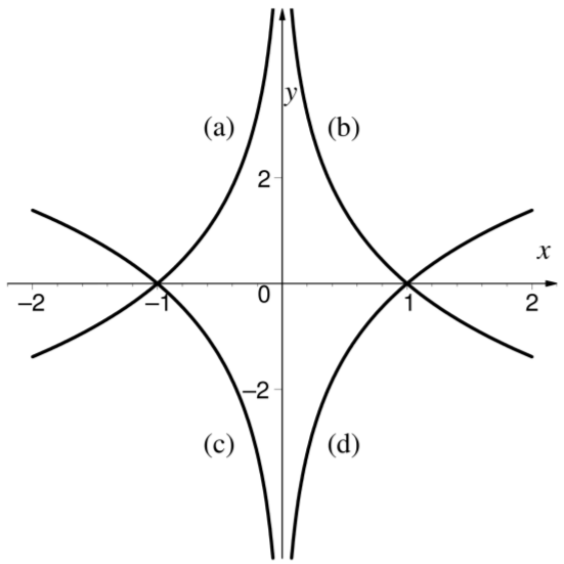
In de volgende figuur worden vier krommen weergegeven.



De grafiek van de functie f met functievoorschrift

$$f(x) = -\ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

bestaat uit de unie van de krommen

<A> (a) en (b).

<B> (a) en (d).

<C> (b) en (c).

<D> (c) en (d).

$x^2 > 0 \to$ symmetrisch tov y-as

$\left\{ \begin{array}{l} \text{a en b} \\ \text{c en d} \end{array} \right.$

$x \to 0 \Rightarrow \frac{1}{x^2} \to +\infty$

$\ln(x) \to +\infty$

$-\ln\left(\frac{1}{x^2}\right) \Rightarrow -\infty$ c en d

D

Een student moet het gemiddelde m berekenen van drie getallen x, y en z, met $x < y < z$. Eerst berekent hij het gemiddelde van x en y, en daarna het gemiddelde van dat gevonden resultaat en z. Het eindresultaat dat deze student vindt is

<A> correct.

<B> altijd kleiner dan m.

<C> altijd groter dan m.

<D> soms kleiner dan, soms groter dan m.

$$m = \frac{x+y+z}{3}$$

$$m_s = \frac{\frac{x+y}{2} + z}{2} = \frac{x+y}{4} + \frac{z}{2}$$

$$m_s - m = \frac{x+y}{4} + \frac{z}{2} - \frac{x}{3} - \frac{y}{3} - \frac{z}{3} = \frac{1}{12}\left(3x + 3y + 6z - 4x - 4y - 4z\right)$$

$$= \frac{1}{12}\underbrace{\left(-x - y + 2z\right)}_{\text{altyd } +}$$

$$\left.\begin{array}{l} x < z \\ y < z \end{array}\right\} \quad x + y < 2z$$

$$\Rightarrow m_s > m$$

C

Bereken

$$\int_1^2 \frac{2}{x}\,\mathrm{d}x + \int_2^4 \frac{4}{x}\,\mathrm{d}x + \int_4^8 \frac{8}{x}\,\mathrm{d}x.$$

<A> $7 \ln 4$

<B> $9 \ln 4$

<C> $14 \ln 4$

<D> $16 \ln 4$

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln x + C$$

$$2\left(\ln(2) - \ln(1)\right) + 4\left(\ln(4) - \ln(2)\right) + 8\left(\ln(8) - \ln(4)\right)$$

$$2\ln(2) + 4\left(2\ln(2) - \ln(2)\right) + 8\left(3\ln(2) - 2\ln(2)\right)$$

$$2\ln(2) + 4\ln(2) + 8\ln(2)$$

$$14\ln(2) = 2 \cdot 7 \cdot \ln(2) = 7\ln(4)$$

A

Een vierkant heeft dezelfde oppervlakte als een cirkel met straal 2. De diagonaal van dat vierkant heeft dan lengte

<A> 4π.

<B> $2\pi\sqrt{2}$.

<C> $\sqrt{8\pi}$.

<D> $4\sqrt{\pi}$.

$$A = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$$

$$z = \sqrt{4\pi}$$

$$d = \sqrt{(\sqrt{4\pi})^2 + (\sqrt{4\pi})^2}$$

$$= \sqrt{8\pi}$$

C

De deling van de veelterm $p(x) = x^3 + mx^2 + mx + 4$ door $x - 2$ en $x + 2$ levert dezelfde rest op. Hoeveel is die rest?

<A> -16

<B> -12

<C> -8

<D> -4

	1	m	m	4
-2	$\downarrow$	-2	$-2m+4$	$+2m-8$
	1	$m-2$	$-m+4$	$+2m-4$

	1	m	m	4
2	$\downarrow$	2	$2m+4$	$6m+8$
	1	$m+2$	$3m+4$	$6m+12$

$$+2m - 4 = 6m + 12$$

$$4m = -16$$

$$\Rightarrow m = -4$$

$$2m - 4 \Rightarrow -8 - 4 = -12$$

B

Gegeven is de functie f met functievoorschrift

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + (a+2)x + a^2,$$

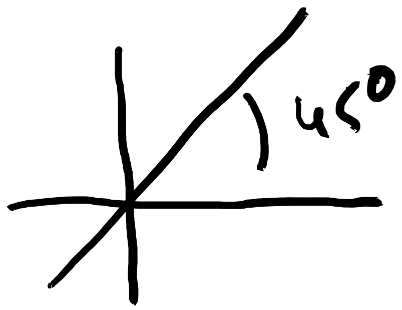
met a een reële constante. De grafiek van f heeft geen enkele raaklijn die evenwijdig is met de eerste bissectrice als en slechts als

<A> $a \leq 0$.

<B> $a \geq 0$.

<C> $a < 0$.

<D> $a > 0$.



$\operatorname{tg}(45) = 1$

rico $= 1$

$f'(x) = x^2 + 2x + a + 2 \neq 1$

$x^2 + 2x + a + 1 \neq 0$

geen nulpunten!

$D = b^2 - 4ac < 0$

$2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a+1) < 0$

$4 - 4a - 4 < 0$

$-4a < 0 \qquad a > 0$

D

De functies f en g worden gegeven door de functievoorschriften

$$f(x) = 3 - x^2 \quad \text{en} \quad g(x) = \frac{2}{x}, \quad \text{waarbij} \quad x > 0.$$

De grafieken raken aan elkaar in het punt P. Bepaal de vergelijking van de gemeenschappelijke raaklijn in P.

<A> $y = -x + 3$

<B> $y = -2x + 4$

<C> $y = -3x + 5$

<D> $y = -4x + 6$

$f'(x) = -2x \qquad g'(x) = -\frac{2}{x^2}$

$-2x = -\frac{2}{x^2} \Rightarrow x^3 = 1$

$\Rightarrow x = 1$

$$\begin{cases} f(1) = 3 - 1 = 2 \\ g(1) = \frac{2}{1} = 2 \end{cases} \Rightarrow P(1, 2)$$

$y - f(a) = f'(a)(x - a)$

$y - 2 = -2(x - 1)$

$y - 2 = -2x + 2$

$y = -2x + 4$

B

Een hartchirurg contacteert in een willekeurige volgorde vijf collega's: één uit Detroit, één uit San Francisco, één uit New York, één uit Chicago en één uit Houston. Wat is de kans dat hij zijn collega uit Chicago eerder contacteert dan die uit Detroit en ook die uit Detroit eerder dan die uit New York?

<A> $\frac{1}{6}$

<B> $\frac{1}{8}$

<C> $\frac{1}{10}$

<D> $\frac{1}{12}$

en $\begin{cases} \text{C voor D} \\ \text{D voor N} \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{ll} 1^e\,2^e & \text{CDN}-- \quad \text{CD}-\text{N}- \quad \text{CD}--\text{N} \\ 1^e\,3^e & \text{C}-\text{DN}- \quad \text{C}-\text{D}-\text{N} \\ 1^e\,4^e & \text{C}--\text{DN} \\ 2^e\,3^e & -\text{CDN}- \quad -\text{CD}-\text{N} \\ 2^e\,4^e & -\text{C}-\text{DN} \\ 3^e\,4^e & --\text{CDN} \end{array}\right\} 10$$

$$\text{CDN}-- = \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{2}\cdot 1 = \frac{1}{60}$$

$$\text{CD}-\text{N}- = \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\cancel{\frac{2}{3}}\cdot\cancel{\frac{1}{2}}\cdot 1 = \frac{1}{60}$$

$$10\cdot\frac{1}{60} = \frac{1}{6} \quad \text{A}$$

$$\text{Laplace } P = \frac{\#\text{ gunstige}}{\#\text{ mogelijke}} \rightarrow 5! \qquad 5.4.3.2.1$$

$$\#\text{ gunstige} \quad \text{CD} + \text{DN}$$
$$10 + 10 = 20$$

$$\frac{20}{5!} = \frac{20}{5.4.3.2.1} = \frac{1}{6}$$

Beschouw de functie f met functievoorschrift $f(x) = \sin^2 x$. Neem $\alpha \in \mathbb{R}$ met $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Waaraan is de volgende som gelijk?

$$f(\alpha) + f\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + f(\alpha + \pi) + f\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) + \ldots + f(\alpha + 99\pi) + f\left(\alpha + \frac{199\pi}{2}\right)$$

$\frac{\pi}{2}$ $\quad \frac{2\pi}{2}$ $\quad \frac{3\pi}{2}$ $\quad \frac{198\pi}{2}$ $\quad \frac{199\pi}{2}$

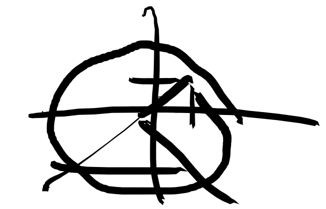
<A> $99 \sin^2\alpha$

<B> $100 \sin^2\alpha$

<C> 99

<D> 100

$\alpha + k \cdot \frac{1}{2}\pi$ $\qquad \sin^2 \rightarrow +$



(2) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\alpha)$

(3) $\sin(\alpha + \pi) = -\sin(\alpha)$

(4) $\sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) = -\cos(\alpha)$

(5) $\sin(\alpha + 2\pi) = \sin(\alpha)$

1e vier termen

$$\underbrace{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}_{1} + \underbrace{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}_{1} = 2$$

$$\frac{200}{4} = 50 \Rightarrow 50 \times 2 = \boxed{100}$$

D

Noem S het gebied in het vlak dat bestaat uit de punten $P(x, y)$ waarvoor $x \geq y$ en $(x-5)^2 + y^2 \leq 25$. Wat is de oppervlakte van S?

<A> $\frac{25}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$

<B> $\frac{25\pi}{2}$

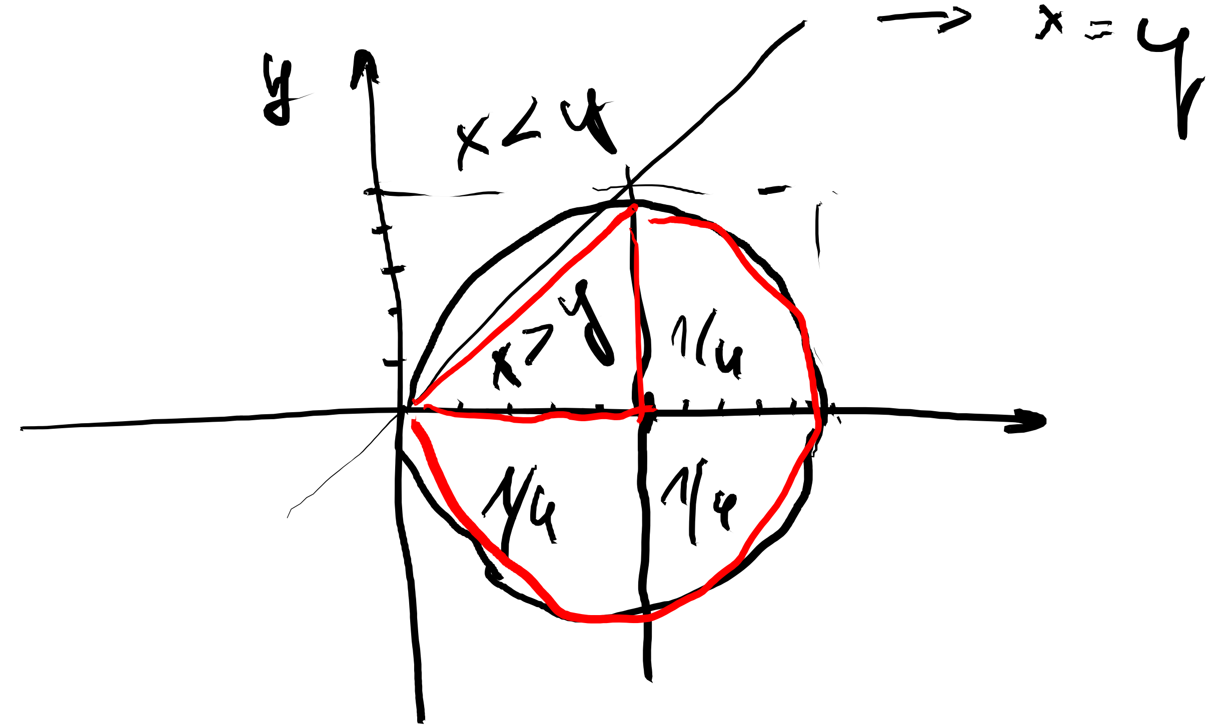
<C> $\frac{25}{2}\left(\frac{3\pi}{2} + 1\right)$

<D> $25\left(\frac{3\pi}{4} + 1\right)$

$x = y$

$$(x-5)^2 + y^2 = 25$$

$$r = 5$$



$$A_O = \frac{3}{4}\pi r^2 = \frac{75}{4}\pi$$

$$A_\Delta = \frac{1}{2} bh = \frac{1}{2} 25$$

$$A = \frac{25}{2} + \frac{75}{4}\pi = 25\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\pi\right) = \frac{25}{2}\left(1 + \frac{3}{2}\pi\right)$$

C

Als c een reële constante is, dan heeft het stelsel

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ cx + y = 4 \end{cases}$$

een oplossing (x, y) met $x > 0$ en $y > 0$ als en slechts als

<A> $c > -1$.

<B> $0 < c < \frac{4}{3}$.

<C> $-1 < c < \frac{4}{3}$.

<D> $c > \frac{4}{3}$.

$$\begin{array}{rl} & x - y = 3 \\ + & cx + y = 4 \\ \hline & (c+1)x = 7 \end{array} \Rightarrow x = \frac{7}{c+1} > 0$$

$$\Rightarrow c > -1$$

$$\frac{7}{c+1} - y = 3 \Rightarrow y = \frac{7}{c+1} - 3$$

$$y = \frac{7 - 3c - 3}{c+1} > 0$$

$$\Rightarrow c > -1$$

$$7 - 3c - 3 > 0$$

$$4 - 3c > 0 \Rightarrow 4 > 3c \quad \frac{4}{3} > c$$

$$-1 < c < \frac{4}{3}$$

C

Noteer V de verzameling van de elementen $x \in \mathbb{R}$ waarvoor

$$2|x| + 1 < x.$$

Welke van de volgende uitspraken is waar?

<A> V bevat strikt positieve getallen maar geen strikt negatieve.

<B> V bevat strikt negatieve getallen maar geen strikt positieve.

<C> V bevat zowel strikt positieve als strikt negatieve getalllen.

<D> V is de lege verzameling.

$$x > 0 \Rightarrow 2x + 1 \not< x$$

$$x = 0 \Rightarrow +1 \not< 0$$

$$x < 0 \Rightarrow \underbrace{2|x| + 1}_{+} \not< \underbrace{x}_{-}$$

D

De functie f wordt gegeven door het functievoorschrift

$$f(x) = x + 2\cos x.$$

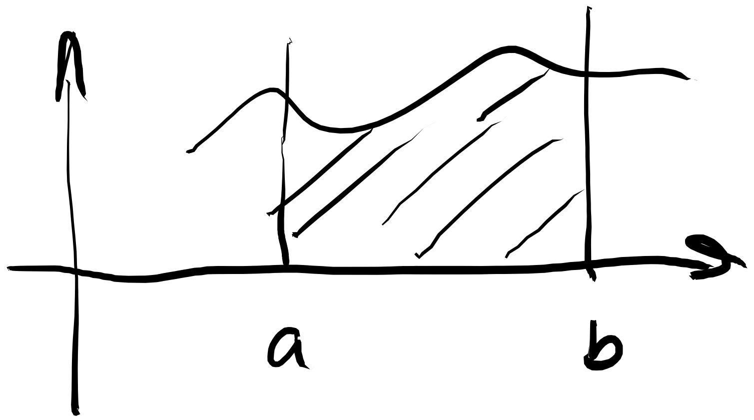
Noem a de kleinste positieve waarde waarin f een lokaal maximum bereikt. Noem b de kleinste positieve waarde waarvoor het punt $(b, f(b))$ een buigpunt is van f. Bepaal de oppervlakte tussen de grafiek van f, de x-as en de verticale rechten met vergelijking $x = a$ en $x = b$.

<A> $\frac{\pi^2}{12} + 1$

<B> $\frac{\pi^2}{9} + 1$

<C> $\frac{\pi^2}{8} + 1$

<D> $\frac{\pi^2}{6} + 1$



$$f'(x) = 1 - 2\sin x = 0$$

$$\Rightarrow 2\sin x = 1 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 30^\circ \text{ of } \frac{\pi}{6} \Rightarrow \boxed{a = \frac{\pi}{6}}$$

$$f'(0) = 1 - 2.0 = 1 > 0$$

$$f'(60^\circ) = f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 - 2.\frac{\sqrt{3}}{2} < 0$$

Buigpunt $f''(x) = 0 - 2\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{b = \frac{\pi}{2}}$

$$A = \int_{\pi/6}^{\pi/2} (x + 2\cos x)\,dx = \frac{x^2}{2}\Bigg|_{\pi/6}^{\pi/2} + 2\sin(x)\Bigg|_{\pi/6}^{\pi/2}$$

B

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi^2}{36}\right) + 2\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{9\pi^2 - \pi^2}{36}\right) + 1 = \frac{4}{36}\pi^2 + 1 = \frac{1}{9}\pi^2 + 1$$

<u>Vooraf</u>: voor een standaard normaal verdeelde toevalsvariabele Z geldt de 68-95-99,7-vuistregel: $P(-1 < Z < 1) \approx 0{,}68$; $P(-2 < Z < 2) \approx 0{,}95$; $P(-3 < Z < 3) \approx 0{,}997$.

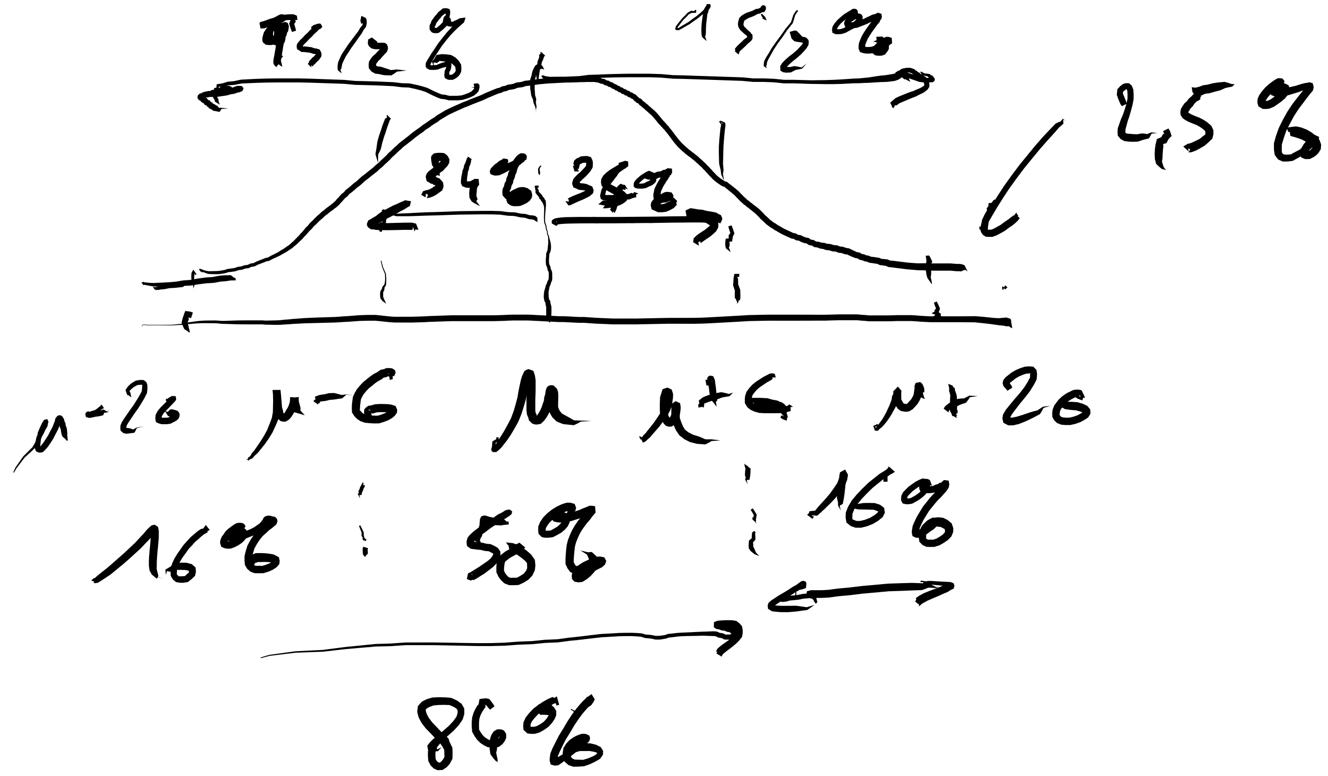
Het IQ van een bepaalde bevolkingsgroep is normaal verdeeld. Van deze groep heeft 16 % een IQ van minder dan 95 en 2,5 % haalt een IQ hoger dan 125. Twee mensen worden lukraak uit deze bevolkingsgroep gekozen. De kans dat minstens één van beiden een IQ heeft dat hoger is dan 115

<A> is kleiner dan 5 %.

<B> ligt tussen 5 % en 15 %.

<C> ligt tussen 15 % en 25 %.

<D> ligt tussen 25 % en 35 %.



$$-(\mu - \sigma = 95)$$
$$\mu + 2\sigma = 125$$
$$0 + 3\sigma = 30 \Rightarrow \boxed{\sigma = 10}$$
$$\mu - 10 = 95$$
$$\mu = \boxed{105}$$

$$\mu + \sigma = 115 \rightarrow \begin{cases} 16\,\% & IQ \geq 115 \\ 84\,\% & IQ \leq 115 \end{cases}$$

$$\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow + \uparrow\uparrow \quad > 115 \text{ IQ}$$

$$\frac{1}{100}\left(16 \cdot 84 + 84 \cdot 16 + 16 \cdot 16\right)$$
$$\frac{1}{100}\left(4^2\left(84 + 84 + 16\right)\right) = \frac{184 \cdot 4^2}{100}$$
$$= 29{,}44\,\%$$

D

$$\begin{array}{r} 1840 \\ 920 \\ 184 \\ \hline 2944 \end{array}$$

Stel dat 5 % van de bevolking een genetische afwijking heeft. Er is een test beschikbaar om deze afwijking te meten, maar die is niet perfect. Als een persoon de afwijking heeft, geeft de test in 95 % van de gevallen inderdaad positief, maar anders negatief. Als een persoon de afwijking niet heeft, geeft de test in 97 % van de gevallen inderdaad negatief, maar anders toch positief. Stel dat bij een willekeurig persoon de test positief aangeeft. De kans P dat deze persoon inderdaad de afwijking heeft, voldoet aan

<A> $0{,}6 \leq P < 0{,}7$.

<B> $0{,}7 \leq P < 0{,}8$.

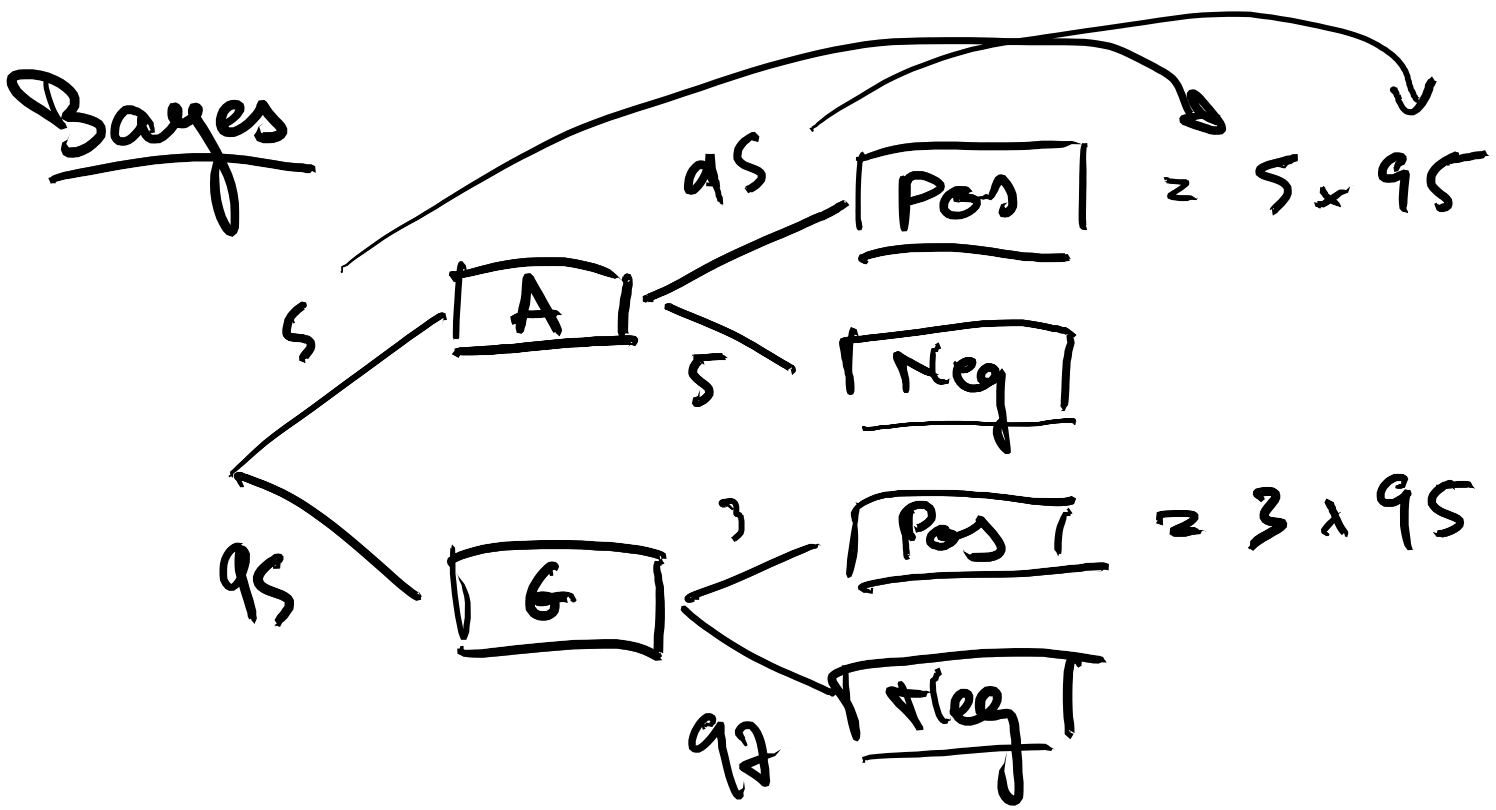
<C> $0{,}8 \leq P < 0{,}9$.

<D> $0{,}9 \leq P < 1$.

$$P = \frac{95}{152} = 0{,}625 \quad A$$

	Afw	geen afw	totaal
TP	95	19×3=57	152
TN	5	1843	1848
totaal	100	1900	2000

5%



$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

$$P(A|PT) = \frac{P(PT|A) \cdot P(A)}{P(PT|A) \cdot P(A) + P(PT|G) \cdot P(G)}$$

$$= \frac{5 \cdot \cancel{95}}{5 \cdot \cancel{95} + 3 \cdot \cancel{95}} = \frac{5}{8}$$

$$= 0{,}625 \quad A$$