Als $f(x) = \mathrm{e}^{4x-3}$, wat is dan $f\left(1 - \ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)$?

<A> $\mathrm{e} + \frac{1}{x^4}$

<B> $\mathrm{e}\,x^4$

<C> $(\mathrm{e}x)^4$

<D> $\mathrm{e} - x^4$

$$1 - \ln\frac{1}{x} = \ln e - \ln\frac{1}{x} = \ln e + \ln x$$

$$= \ln(e \cdot x) = u$$

$\ln e$

$$e^{4x-3} = e^{4x}e^{-3} = \frac{(e^x)^4}{e^3}$$

$$f(u) = \frac{\left(e^{\ln(e\cdot x)}\right)^4}{e^3} = \frac{(e\cdot x)^4}{e^3} = e \cdot x^4$$

B

In onderstaande tabel staan de gegevens van een bowlingwedstrijd waaraan 4 clubs deelnamen. Wat is de gemiddelde score van alle spelletjes die alle spelers die avond speelden?

Bowlingclub	Aantal spelers	Spelletjes per speler	Hoogste score	Laagste score	Gemiddelde per spelletje
Aardebeke	5	2	190	110	145
Bevergem	3	3	215	129	165
Cleve	7	1	165	139	153
Denterberg	10	1	154	106	125

<A> 146

<B> 147

<C> 151

<D> 155

$$\bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^{n} x_n}{n} \Rightarrow \bar{x} \cdot n = \sum_{n=1}^{n} x_n$$

A: $(5 \cdot 2) \cdot 145 = 10 \cdot 145 = 1450$

B: $(3 \cdot 3) \cdot 165 = 9 \cdot 165 = 1485$

C: $(7 \cdot 1) \cdot 153 = 7 \cdot 153 = 1071$

D: $(10 \cdot 1) \cdot 125 = 10 \cdot 125 = 1250$

$10 + 9 + 7 + 10 = 36$

4000
1000
250
6
5256

$$\frac{5256}{36} = 146$$

A

Wiskunde

Augustus 2016 - geel
Vraag 3

Vraag 3 is geneutraliseerd.

Wiskunde

Augustus 2016 - geel
Vraag 4

Beschouw de punten $P(\sqrt[3]{2}, \sqrt[6]{2})$ en $Q(\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{2})$. De grafieken van de functies f en g met voorschrift $f(x) = x^2 - \sqrt[3]{2}$ en $g(x) = \sqrt{x}$ snijden elkaar

<A> in P en in Q.

<B> in P, maar niet in Q.

<C> in Q, maar niet in P

<D> niet in P en niet in Q

$P: 2^{1/3}$ $\quad Q: 2^{2/3}$

$P: f(x) \Rightarrow 2^{2/3} - 2^{1/3} \neq 2^{1/6}$

geen snijpunt want P niet op f(x)

$Q: f(x) \Rightarrow 2^{4/3} - 2^{1/3} = 2^{1/3}$

$\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$

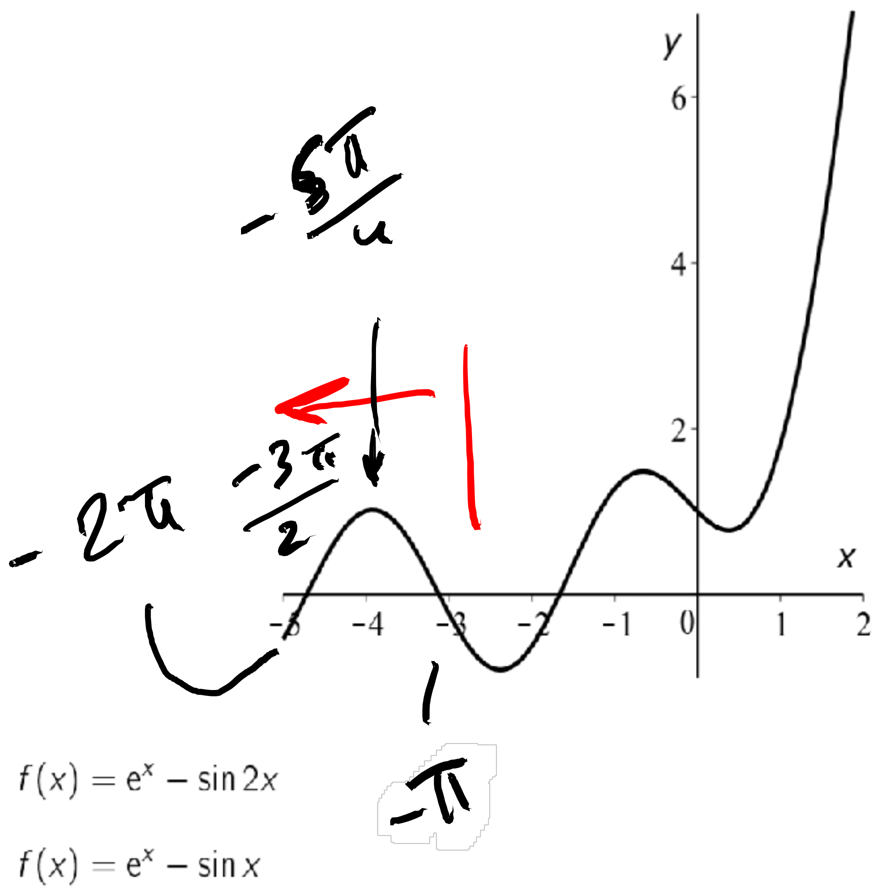
$2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$ Ok

$g(x) \Rightarrow 2^{2/6} = 2^{1/3}$ Ok

in Q niet in P

C

In deze figuur staat de grafiek van één van de functies f waarvan het voorschrift hieronder gegeven is. Wat is dat voorschrift?



<A> $f(x) = e^x - \sin 2x$

<B> $f(x) = e^x - \sin x$

<C> $f(x) = e^x + \sin x$

<D> $f(x) = e^x + \sin 2x$

$$e^{-3} = \frac{1}{e^3} = \frac{1}{2{,}7 \cdot 2{,}7 \cdot 2{,}7} \approx \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 2} \approx \frac{1}{18}$$

~~$T \sin(x) = 2\pi$~~

$T \sin(2x) = \pi \rightarrow \sin(2x)$

$$\sin\left(-2\frac{5\pi}{4}\right) = \sin\left(-\frac{5\pi}{2}\right) = \underline{\underline{-1}}$$

$\Rightarrow e^x - \sin(2x)$

A

Voor hoeveel verschillende waarden van x in het interval $[0, 2\pi]$ is $2\cos^2 x$ een geheel getal?

<A> 10

<B> 9

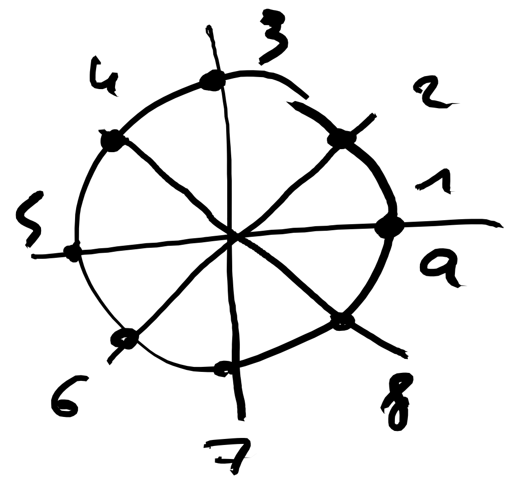
<C> 8

<D> 7

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}\left(1 + \cos(2x)\right)$$

$$2\cos^2 x = 1 + \underbrace{\cos(2x)}_{\hookrightarrow\ -1,\ 0,\ 1}$$

B



PSA (Prostaat-Specifiek Antigeen) is een proteïne dat geproduceerd wordt door cellen in de prostaatklier. Door het opmeten van de PSA-waarde in het bloed kan men bij mannen het risico op prostaatkanker bepalen. In een medisch labo gebruikt men drie toestellen om PSA-waarden te bepalen:

- met toestel T_1 is er 1 % kans op een foute analyse en dit toestel wordt bij 60 % van de analyses gebruikt;
- met toestel T_2 is er 2 % kans op een foute analyse en dit toestel wordt bij 30 % van de analyses gebruikt;
- met toestel T_3 is er 4 % kans op een foute analyse en dit toestel wordt bij 10 % van de analyses gebruikt.

Als men vaststelt dat de PSA-analyse van een bepaald bloedstaal onjuist is, hoe groot is dan de kans dat men hierbij toestel T_1 of toestel T_2 heeft gebruikt?

<A> 65 %

<B> 68 %

<C> 72 %

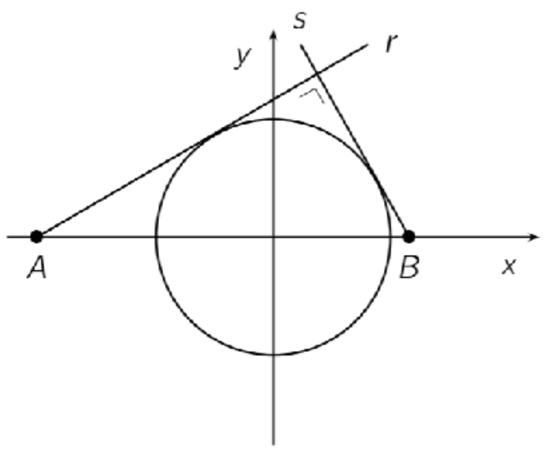
<D> 75 %

	T_1	T_2	T_3	Totaal
Fout	6	6	4	16
Juist	594	294	96	984
Totaal	600	300	100	1000

$$\frac{6}{16} + \frac{6}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 75\ \%$$

D

In een orthonormaal assenstelsel is een cirkel met middelpunt $(0,0)$ en straal 1 gegeven. Vanuit het punt $A(-2,0)$ tekenen we de raaklijn r aan de cirkel. Het punt B is het snijpunt van de (positieve) x-as met de raaklijn s aan de cirkel loodrecht op r. Wat is de coördinaat van B?

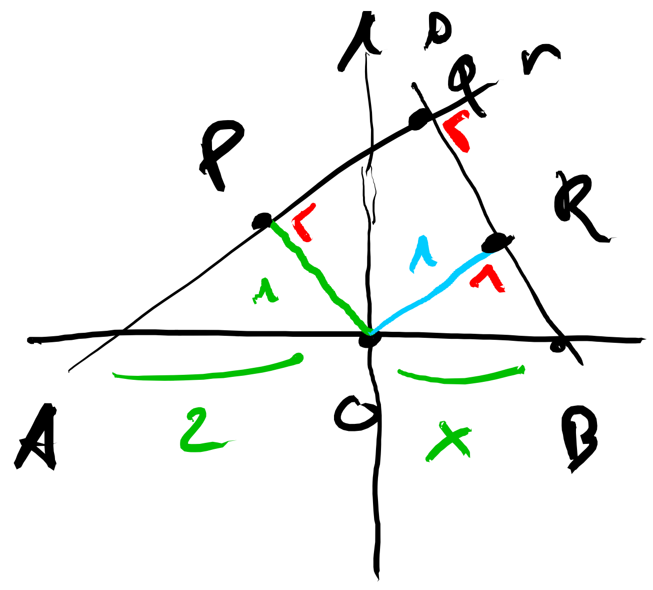


<A> $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right)$

<B> $\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}, 0\right)$

<C> $\left(\frac{4\sqrt{3}}{5}, 0\right)$

<D> $\left(\frac{5\sqrt{3}}{6}, 0\right)$



$\Delta ORB \sim \Delta APO$

$$\frac{|AP|}{2} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{2}{|AP|}$$

$$|AP| = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

A)

$$\begin{cases} x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ y = 0 \end{cases}$$

G is het gebied in het vlak dat bestaat uit de punten met coördinaat (x, y) waarvoor geldt dat

$$0 \le x \le \frac{\pi}{2} \quad \text{en} \quad \underbrace{1 - \cos x}_{\text{boven}\ 1-\cos x} \le y \le \underbrace{\cos x}_{\text{onder}\ \cos x}.$$

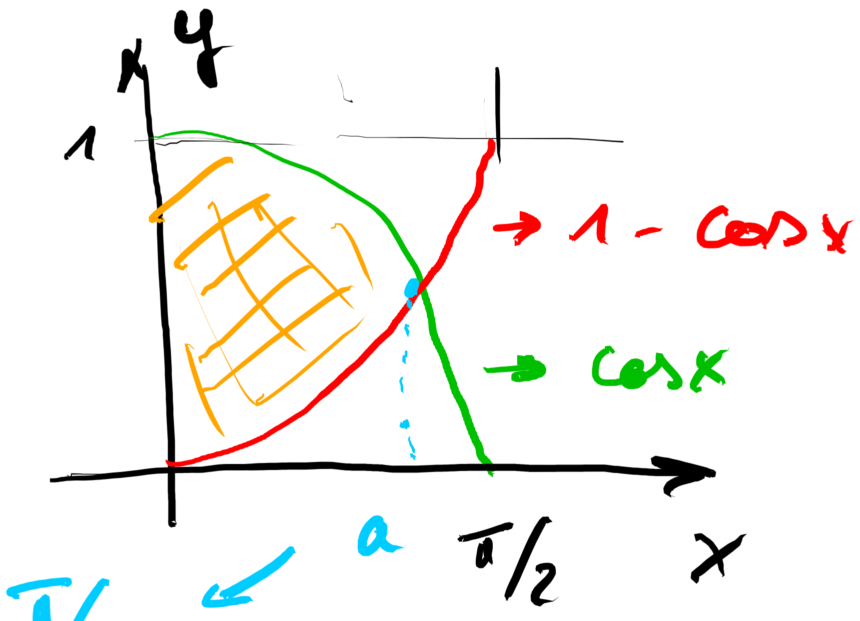
Bepaal de oppervlakte van G.

<A> $2 - \frac{\pi}{2}$

<B> $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

<C> $1 - \frac{\pi}{3}$

<D> $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{2}$



$1 - \cos x = \cos x \Rightarrow 2\cos x = 1$

$\cos x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = 60^\circ$ of $\frac{\pi}{3}$ $\to$ a

$$\int_0^{\pi/3} \left(\cos x - (1 - \cos x) \right) dx$$

$$\int_0^{\pi/3} (-1 + 2\cos x)\, dx = -x \Big|_0^{\pi/3} + 2 \sin x \Big|_0^{\pi/3}$$

$$= -\frac{\pi}{3} + 2\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$$

B

Beschouw de functie f bepaald door het voorschrift $f(x) = (x-1)e^{-x}$. Als de punten $A(a, f(a))$ en $B(b, f(b))$ de raakpunten zijn van de raaklijnen uit de oorsprong aan de grafiek van f, dan is $a+b$ gelijk aan

<A> -2

<B> -1

<C> 1

<D> 2

$(f \cdot g)' = f'g + f \cdot g'$

A en B → raaklijnen door O

→ rgl: $y = m \cdot x$

$$f'(x) = 1 \cdot e^{-x} + (x-1) \cdot (-e^{-x})$$
$$= e^{-x} - xe^{-x} + e^{-x}$$
$$= e^{-x}(2-x)$$

$$f'(x) = \frac{2-x}{e^x}$$

raaklijn door A → { A ligt op de curve; A ligt op de raaklijn }

$$f(x) = f'(x) \cdot x$$

$$\frac{x-1}{e^x} = \frac{2-x}{e^x} \cdot x \Rightarrow x - 1 = 2x - x^2 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$a + b = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} = 1$$

C

$x^2 \to \pm x \to$ zelfde

Gegeven is de functie f met voorschrift $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2-4}$, en de acht open intervallen

$]-4,-3[,\quad]-3,-2[,\quad]-2,-1[,\quad]-1,0[,\quad]0,1[,\quad]1,2[,\quad]2,3[,\quad]3,4[.$

De functie f is negatief

<A> in precies één van deze intervallen.

<B> in precies twee van deze intervallen.

<C> in precies drie van deze intervallen.

<D> in precies vier van deze intervallen.

$f(x)$ neg als

	$x^2-1<0$		OF $x^2-4<0$		
$1/2$	$1/4-1$	$-$	$1/4-4$	$-$	$+$
$\to$ $3/2$	$9/4-1$	$+$	$9/4-4$	$-$	$-$
$5/2$	$25/4-1$	$+$	$25/4-4$	$+$	$+$
$7/2$	$49/4-1$	$+$	$49/4-4$	$+$	$+$

B

2 intervallen
wegens symmetrie

Gegeven is de functie f met voorschrift $f(x) = \dfrac{\sin x}{1-\cos^2 x}$. De afgeleide functie f' heeft als voorschrift

<A> $f'(x) = \dfrac{1}{2\sin x}$

<B> $f'(x) = \dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$

<C> $f'(x) = -\dfrac{\cos x}{1-\cos^2 x}$

<D> $f'(x) = -\dfrac{\cos x}{1-\sin^2 x}$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$

$f(x) = \dfrac{\sin x}{\sin^2 x} = \dfrac{1}{\sin x}$

$f'(x) = \dfrac{0 - \cos x}{\sin^2 x}$

$= \dfrac{-\cos x}{1-\cos^2 x}$

C

Twee jongens en zes meisjes nemen in een willekeurige volgorde plaats op een van de acht stoelen die naast elkaar op een rij staan. Hoe groot is de kans dat er precies twee meisjes tussen de twee jongens zitten?

<A> $\frac{1}{14}$

<B> $\frac{5}{56}$

<C> $\frac{1}{7}$

<D> $\frac{5}{28}$

mogelijke : 8!

laplace : $\frac{\#\text{ gunstige}}{\#\text{ mogelijke}}$

1 2 3 4 5 6 7 8

J_1 x x J_2

J_1 x x J_2

J_1 x x J_2

J_1 x x J_2

J_1 x x J_2

J : 5×2

M : 6!

$$\frac{5 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{6!}}{\cancel{8}^{4} \cdot 7 \cdot \cancel{6!}} = \frac{5}{28}$$

D

In onderstaande tabel staan de gemiddelde resultaten van de leerlingen uit twee scholen, kortweg met A en B aangeduid.

	A	B	A en B samen
Jongens	71	81	79
Meisjes	76	90	?
Alle leerlingen	74	84	

Wat is het gemiddeld resultaat van de meisjes van beide scholen samen?

<A> 82

<B> 83

<C> 84

<D> 85

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \Rightarrow \boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{X}.n}$$

$$A: \frac{\Sigma A_J + \Sigma A_M}{J_A + M_A} = \frac{71.J_A + 76.M_A}{J_A + M_A} = 74$$

$$\begin{cases} A: 71.J_A + 76.M_A = 74(J_A + M_A) \\ B: 81.J_B + 90 M_B = 84(J_B + M_B) \\ J: 71.J_A + 81 J_B = 79(J_A + J_B) \\ M: 76 M_A + 90 M_B = x(M_A + M_B) \end{cases}$$

$$A: 71 + 76\frac{M_A}{J_A} = 74\left(1 + \frac{M_A}{J_A}\right) \Rightarrow 2\frac{M_A}{J_A} = 3 \Rightarrow \frac{M_A}{J_A} = \frac{3}{2}$$

$$B: 81 + 90\frac{M_B}{J_B} = 84\left(1 + \frac{M_B}{J_B}\right) \Rightarrow 6\frac{M_B}{J_B} = 3 \Rightarrow \frac{M_B}{J_B} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$J: 71 + 81\frac{J_B}{J_A} = 79\left(1 + \frac{J_B}{J_A}\right) \Rightarrow 2\frac{J_B}{J_A} = 8 \Rightarrow \frac{J_B}{J_A} = 4$$

$$M: 76 + 90\frac{M_B}{M_A} = x\left(1 + \frac{M_B}{M_A}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{M_A}{J_A}}{\frac{M_B}{J_B}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}.\frac{2}{1} = 3 = \frac{M_A}{J_A}.\frac{J_B}{M_B} = 4.\frac{M_A}{M_B} \Rightarrow \frac{M_B}{M_A} = \frac{4}{3}$$

$$M: 76 + 90.\frac{4}{3} = x\left(1 + \frac{4}{3}\right)$$

$$196 = \frac{7}{3}x \Rightarrow x = \frac{196.3}{7} = 28.3 = 84$$

C

Beschouw in een orthonormaal assenkruis een cirkel die door het punt $B(-1,0)$ gaat en in het punt $A(1,2)$ raakt aan de rechte met vergelijking $y = 2x$. Hoeveel bedraagt de oppervlakte van deze cirkel?

<A> 16π

<B> 20π

<C> 25π

<D> 32π

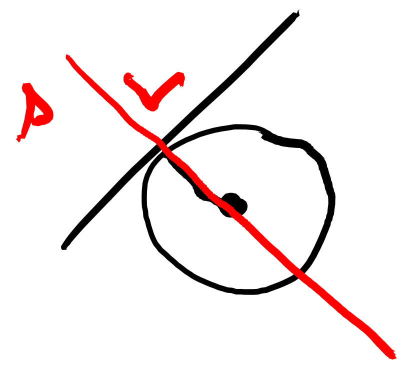
$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$$

A: $r^2 = (1-a)^2 + (2-b)^2 = 1 + a^2 - 2a + 4 + b^2 - 4b = r^2$

B: $r^2 = (-1-a)^2 + (0-b)^2 = (1 + a^2 + 2a + 0 + b^2 + 0 = r^2)$ —

$0 + 0 - 4a + 4 + 0 - 4b = 0$

$a + b = 1$ of $b = 1 - a$



rico $s = -\frac{1}{2}$ => vgl s => $s - 2 = -\frac{1}{2}(x-1)$

=> $s = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ => straal v/d cirkel

straal gaat door (a, b)

$b = -\frac{1}{2}a + \frac{5}{2} = 1 - a$

=> $-a + 5 = 2 - 2a$ => $\boxed{a = -3}$

$b = 1 - a = 1 - (-3)$

$\boxed{b = 4}$

$r^2 = (-1-(-3))^2 + (0-4)^2 = 4 + 16 = 20$

Opp $= \pi r^2 = 20\pi$

B