De logaritme met grondtal 2 van een strikt positief getal $x$ wordt als ${}^2\log(x)$ genoteerd. Als ${}^2\log(a)$ gelijk is aan 1024, dan is ${}^2\log(2a)$ gelijk aan

<A> 2048

<B> 1025

<C> 1023

<D> 512

$\log(2a) = \log(2) + \log(a)$

$= 1 + 1024 = 1025$

B

De uitdrukking $\sin^2 15° + \cos^2 30° + \sin^2 45° + \cos^2 60° + \sin^2 75°$ is gelijk aan

<A> $\frac{5}{2}$

<B> $\frac{3}{2}$

<C> 2

<D> 1

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

$$\sin^2 15° = \frac{1}{2}\left(1-\cos 30°\right) = \frac{1}{2}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\sin^2 45° = \frac{1}{2}\left(1-\cos 90°\right) = \frac{1}{2}\left(1-0\right)$$

$$\sin^2 75° = \frac{1}{2}\left(1-\cos 150°\right) = \frac{1}{2}\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\cos^2 30° = \frac{3}{4}$$

$$\cos^2 60° = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{1}{4} = \frac{5}{2}$$

A

Gegeven is de functie $f$ met als voorschrift

$$f(x) = \ln(1-x)^2 + \ln(1+x)^2.$$

Wat is het voorschrift van de afgeleide functie $f'$?

<A> $f'(x) = \dfrac{4x}{x^2-1}$

<B> $f'(x) = \dfrac{4}{x^2-1}$

<C> $f'(x) = \dfrac{4x}{1-x^2}$

<D> $f'(x) = \dfrac{4}{1-x^2}$

$$f(x) = 2\left(\ln(1-x) + \ln(1+x)\right)$$

$$= 2\ln\left((1-x)(1+x)\right)$$

$$= 2\ln(\underbrace{1-x^2}_{u})$$

$$\frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{du}{dx} = -2x$$

$$f'(x) = 2\,\frac{1}{1-x^2} \cdot (-2x)$$

$$= \frac{-4x}{1-x^2} = \frac{4x}{x^2-1}$$

A

In een koelkast worden tien bloedzakjes bewaard: zes met bloed van het type A-positief en vier met bloed van het type A-negatief. Als men lukraak drie zakjes uit de koelkast neemt, hoe groot is dan de kans dat er precies twee bij zijn met bloed van het type A-positief?

<A> $\frac{1}{2}$

<B> $\frac{3}{10}$

<C> $\frac{1}{5}$

<D> $\frac{1}{6}$

2 A+ ⇒ 1 A−

$$\left.\begin{array}{ccc} A- & A+ & A+ \\ A+ & A- & A+ \\ A+ & A+ & A- \end{array}\right\} 3$$

1e kans op A− = $\frac{4}{10}$

2e kans op A+ = $\frac{6}{9}$

3 kans op A+ = $\frac{5}{8}$

$$P = \frac{\cancel{4}}{\cancel{10}_{2}} \cdot \frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{9}_{\cancel{3}}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{8}} \cdot \cancel{3} = \frac{1}{2}$$

A

Het aantal snijpunten van de parabolen met vergelijking $y = x^2 + x + 1$ en $y = 2x^2 - 2x + 3$ is gelijk aan

<A> 4

<B> 2

<C> 1

<D> 0

$$x^2 + x + 1 = 2x^2 - 2x + 3$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4.2.1}}{2} = \begin{cases} \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \\ \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1 \end{cases}$$

2 wortels

B

De bepaalde integraal

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos x \, \mathrm{d}x$$

is gelijk aan

<A> $\frac{1}{4}$

<B> $\frac{3}{4}$

<C> $\frac{1}{8}$

<D> $\frac{3}{8}$

$$\frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x$$

$$d(\sin x) = \cos x \, dx$$

$$\int_0^{\pi/3} \sin x \, d(\sin x) = \frac{1}{2} \sin^2 x \Big|_0^{\pi/3}$$

$$\frac{1}{2} \sin^2 \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$$

D

Het stelsel

$$\begin{cases} x + ay = a(a+3) \\ ax + y = -2a \end{cases}$$

met parameter $a \in \mathbb{R}$ is oplosbaar

<A> als en slechts als $a \neq 1$.

<B> als en slechts als $a \neq -1$.

<C> als en slechts als $a \notin \{-1, 1\}$.

<D> voor alle $a \in \mathbb{R}$.

$$x + ay = a(a+3)$$

$$-\ (ax + y = -2a)$$

$$(1-a)x + (a-1)y = a(a+3) + 2a$$

$$(1-a)x - (1-a)y = a(a+3) + 2a$$

$$(x-y)(1-a) = a(a+3) + 2a$$

$$x - y = \frac{a(a+3) + 2a}{1-a}$$

Niet als $a = 1$

$a \neq 1$ A

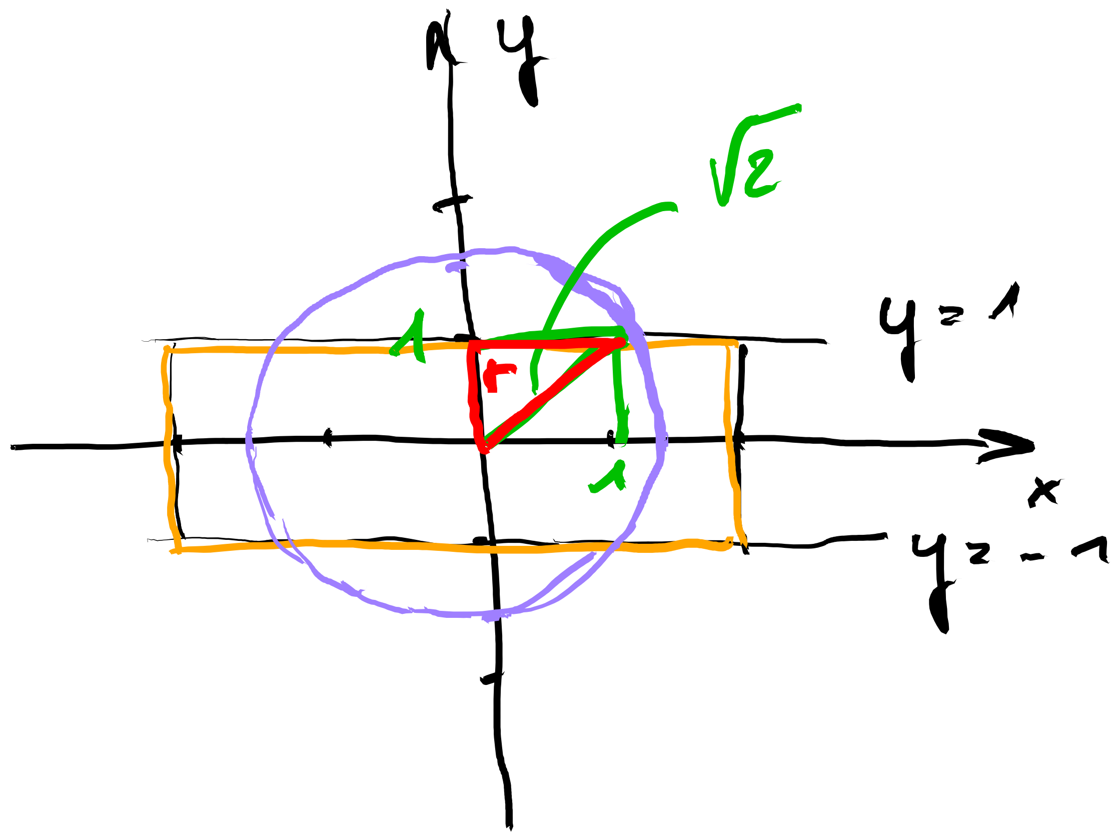
Uit een blad papier knippen we een cirkel met straal $\sqrt{2}$ cm en een rechthoek met zijden 4 cm en 2 cm. We plaatsen de rechthoek op de cirkel zodanig dat hun middelpunten samenvallen. Hoeveel bedraagt de oppervlakte (in cm$^2$) van het deel van de cirkel dat niet door de rechthoek wordt bedekt?

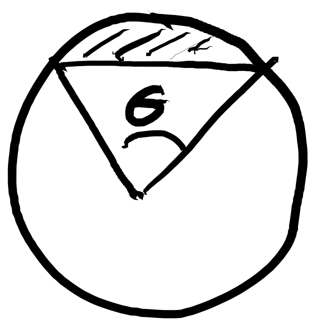
<A> $\pi - 2$

<B> $\pi - 1$

<C> $2\pi - 1$

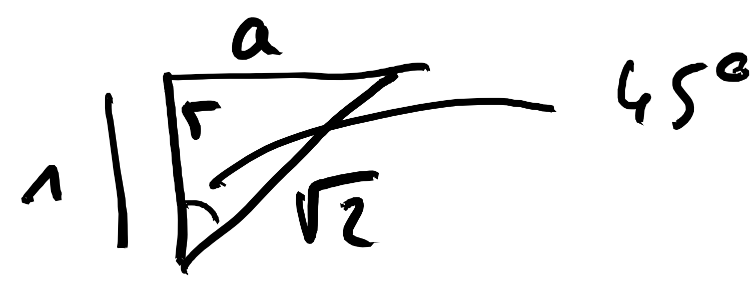
<D> $2\pi - 2$




$$A = \pi r^2 \frac{\theta}{2\pi} = \frac{1}{2} r^2 \cdot \theta$$

$$\theta = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$




$$a = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1} = 1$$

$$A = \frac{1}{2} r^2 \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi - 1 = \frac{1}{2}\pi - 1$$

$$2A = \pi - 2 \text{ cm}^2 \quad (A)$$

OF: $y = \sqrt{2 - x^2}$ $\quad (x^2 + y^2 = r^2)$ en $\square$ met zijde 1 $\quad [0,1]$

$$\Rightarrow 4\int_0^1 \sqrt{2 - x^2}\,dx - 4 \Rightarrow 4\left(\text{Bgsin } \frac{x}{\sqrt{2}}\Big|_0^1 + \frac{x \cdot \sqrt{2 - x^2}}{2}\Big|_0^1\right) - 4$$

$$= 4\left(\frac{\pi}{4} - 0 + \frac{\sqrt{2-1}}{2}\right) - 4$$

$$= \pi - 2 \text{ cm}^2 \quad (A)$$

De functie $f$ is bepaald door het voorschrift $f(x) = 2x^3 - 6x + 6$. Hoeveel bedraagt de oppervlakte van het vlak gebied ingesloten door de grafiek van $f$, de $x$-as en de verticale rechten door het lokaal minimum en het lokaal maximum van $f$?

<A> 16

<B> 14

<C> 12

<D> 10

$$f'(x) = 6x^2 - 6 \Rightarrow (x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$\Rightarrow x = \pm 1$$

$$\int_{-1}^{1} (2x^3 - 6x + 6)\,dx = 2\frac{1}{4}x^4 - 6\cdot\frac{1}{2}x^2 + 6x \Big|_{-1}^{1}$$

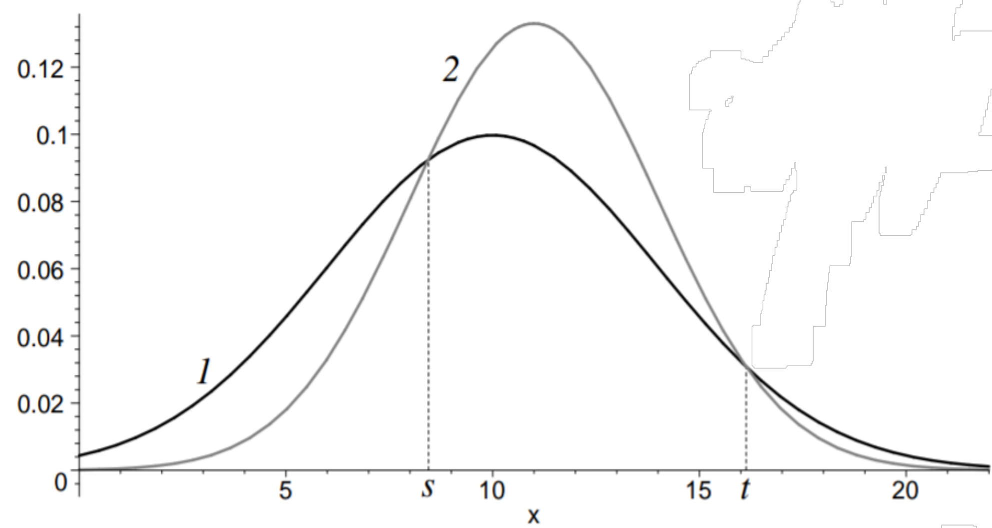
$$= \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + 6x \Big|_{-1}^{1}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{6}{2} + \frac{12}{2} - \frac{1}{2} + \frac{6}{2} + \frac{12}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

C

Vooraf: voor een **standaard** normaal verdeelde toevalsvariabele $Z$ geldt de 68-95-99,7-vuistregel: $P(-1 < Z < 1) \approx 0{,}68$; $P(-2 < Z < 2) \approx 0{,}95$; $P(-3 < Z < 3) \approx 0{,}997$.

De toevalsveranderlijke $X_1$ is normaal verdeeld met gemiddelde 10 en standaardafwijking 4 (grafiek 1). De toevalsveranderlijke $X_2$ is ook normaal verdeeld maar met gemiddelde 11 en standaardafwijking 3 (grafiek 2). De corresponderende grafieken snijden elkaar in de punten met $x$-coördinaat $s \approx 8{,}44$ en $t \approx 16{,}13$ (zie figuur).




Welke van de volgende vier uitspraken is **vals**?

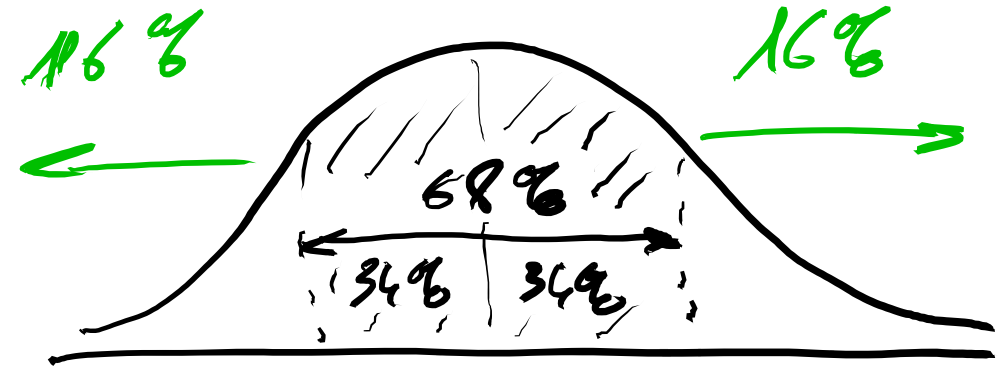
<A> $P(X_1 > t) < 0{,}16$ en $P(X_2 > s) < 0{,}84$.

<B> $P(X_1 > 14) = P(X_2 > 14)$. ok

<C> $P(X_1 < 6) < 0{,}17$ en $P(X_2 > 17) < 0{,}03$.

<D> $P(X_1 > t) = P(X_2 > t)$. Fout

D




$\mu - \sigma \quad \mu \quad \mu + \sigma$

$\left\{\begin{array}{l}\mu + 2\sigma \\ \mu - 2\sigma\end{array}\right. \Rightarrow 95\%$

$\left\{\begin{array}{l}\mu + 3\sigma \\ \mu - 3\sigma\end{array}\right. \Rightarrow 99{,}7\%$

$\mu_1 + \sigma_1 = 10 + 4 = 14$

$\mu_2 + \sigma_2 = 11 + 3 = 14$

Beschouw de vierkantsvergelijking $2x^2 + (a+1)x + a^2 - 1 = 0$ in de onbekende $x$ met parameter $a \in [0,1]$. De oplossingen van deze vergelijking hangen af van $a$. Wat is de maximale waarde van de som van de kwadraten van die oplossingen?

<A> $\frac{10}{3}$

<B> $\frac{7}{3}$

<C> $\frac{4}{3}$

<D> $\frac{1}{3}$

$$x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \max ?$$

$$x_{1,2} = \frac{-a-1 \pm \sqrt{(a+1)^2 - 4.2.(a^2-1)}}{2.2}$$

$$\sqrt{\ } = (a+1)(a+1) - 8(a+1)(a-1)$$
$$= (a+1)(a+1-8(a-1))$$
$$= (a+1)(-7a+9)$$
$$= -7a^2 + 9a - 7a + 9 = \boxed{-7a^2 + 2a + 9}$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2$$
$$2a^2 + 2b^2 + \cancel{2ab} - \cancel{2ab}$$

$$x_{1,2} = \frac{-a-1 \pm \sqrt{-7a^2 + 2a + 9}}{4}$$

$$f(a) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left[2(-a-1)^2 + 2(-7a^2 + 2a + 9)\right]$$
$$= \frac{1}{16}\left[2(a^2 + 1 + 2a) - 14a^2 + 4a + 18\right]$$
$$= \frac{1}{16}\left[2a^2 + 2 + 4a - 14a^2 + 4a + 18\right]$$
$$= \frac{1}{16}\left[-12a^2 + 8a + 20\right] = -\frac{4}{16}(3a^2 - 2a - 5) = -\frac{1}{4}(3a^2 - 2a - 5)$$

$$f'(a) = -\frac{1}{4}(6a - 2) = -\frac{3}{2}a + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{4}\left(3 \cdot \frac{1}{9} - \frac{2}{3} - \frac{15}{3}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{16}{3} = \boxed{\frac{4}{3}}$$

C

$$f(0) = +\frac{5}{4} = 1{,}25$$
$$f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{4}\left(3\,\frac{4}{9} - \frac{2.2}{3} - \frac{15}{3}\right) = +\frac{5}{4} = 1{,}25$$

$$1{,}25 < \frac{4}{3}$$

maximum!

De uitdrukking

$$\frac{s-1}{1-2s}$$

is gelijk aan de sinus van een hoek $\alpha$ als en slechts als

<A> $s \in [1, +\infty[$

<B> $s \in ]-\infty, 0]$

<C> $s \in ]-\infty, \frac{1}{2}] \cup [1, +\infty[$

<D> $s \in ]-\infty, 0] \cup [\frac{2}{3}, +\infty[$

D

$\sin \alpha \rightarrow -1$ en $+1$

$$-1 \leq \frac{s-1}{1-2s} \leq 1$$

$-(1-2s) = s-1$

$s = -1+1$

$\Rightarrow s = 0$

$\downarrow$

max

want $\frac{s-1}{1-2s} \geq -1$

$s-1 = 1-2s$

$3s = 2$

$\Rightarrow s = \frac{2}{3}$

$\downarrow$

min

want $\frac{s-1}{1-2s} \leq 1$

In een bepaalde regio heeft 12 % van de bevolking diabetes. Onderzoek toont aan dat 80 % van de inwoners van die regio zich nooit laat testen op diabetes en dat 40 % van de inwoners die zich wel laat testen ook effectief diabetespatiënt is. Wat is de kans dat iemand die zich niet laat testen op diabetes wel diabetespatiënt is?

<A> 7 %

<B> 6 %

<C> 5 %

<D> 4 %

| | D | geen D | Totaal |
|---|---|---|---|
| T | 40% = 8 | 12 | 20 |
| geen T | $\boxed{4}$ | 76 | 80 |
| Totaal | 12 | 88 | 100 |

$$\frac{4}{80} = \frac{1}{20} = 0{,}05 = 5\,\%$$

C

Bepaal $n$ waarvoor

$$\int_1^2 x^2\,dx + \int_2^3 (x-1)^2\,dx + \int_3^4 (x-2)^2\,dx + \cdots + \int_n^{n+1} (x-n+1)^2\,dx = 280.$$

<A> $n = 280$

<B> $n = 140$

<C> $n = 120$

<D> $n = 100$

Stel $a = n - 1 \Rightarrow n = a + 1$

$$\int_{a+1}^{a+2} (x-a)^2\,dx \qquad (d(x-a)) = dx$$

$$\Rightarrow \int (x-a)^2\,d(x-a) = \frac{1}{3}(x-a)^3 + C$$

$$a = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}(x)^3\Big|_1^2 = \frac{1}{3}\underline{2}^3 - \frac{1}{3}\underline{1}^3 = \frac{1}{3}(8-1) = \frac{7}{3}$$

$$a = 1 \Rightarrow \frac{1}{3}(x-1)^3\Big|_2^3 = \frac{1}{3}(\underbrace{3-1}_{2})^3 - \frac{1}{3}(\underbrace{2-1}_{1})^3 = \frac{7}{3}$$

$$a = 2 \Rightarrow \frac{1}{3}(x-2)^3\Big|_3^4 = \frac{1}{3}(\underbrace{4-2}_{2})^3 - \frac{1}{3}(\underbrace{3-2}_{1})^3 = \frac{7}{3}$$

$$n \cdot \frac{7}{3} = 280 \Rightarrow n = \frac{280 \cdot 3}{7} = 120 \qquad C$$

---

OF: $2^e \quad \int_2^3 (x-1)^2\,dx \Rightarrow x-1 = u \quad \frac{du}{dx} = 1 \Rightarrow du = dx$

grenzen $\begin{cases} x = 3 \rightarrow u = 2 \\ x = 2 \rightarrow u = 1 \end{cases}$

$$\int_1^2 u^2\,du$$

$3^e \Rightarrow x - 2 \rightarrow x - 2 = u \quad \frac{du}{dx} = 1 \Rightarrow du = dx$

grenzen $\begin{cases} x = 4 \rightarrow u = 2 \\ x = 3 \rightarrow u = 1 \end{cases}$

$I = \frac{7}{3}$ $\qquad n \cdot \frac{7}{3} = 280 \rightarrow n = 120$

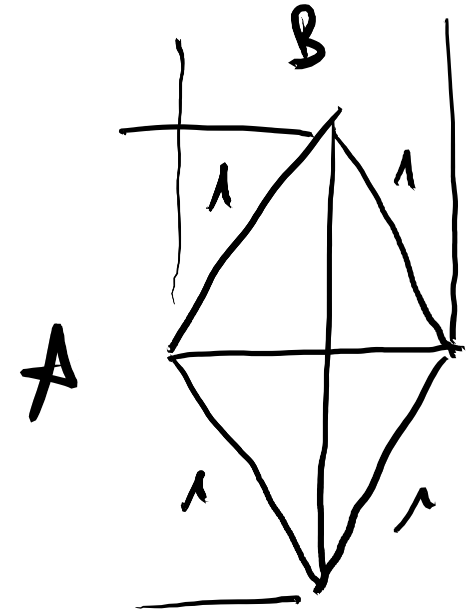
Beschouw een ruit met zijde 1. De som van de kwadraten van de lengtes van de diagonalen van deze ruit

<A> is gelijk aan 4.

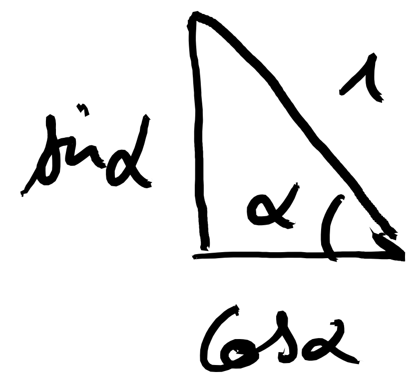
<B> is gelijk aan $2\sqrt{2}$.

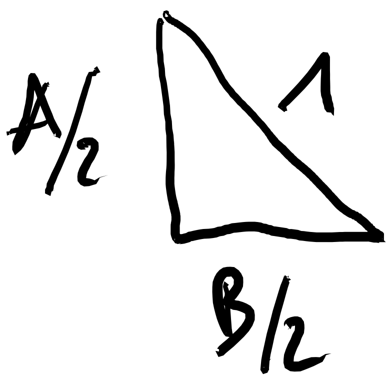
<C> is gelijk aan 2.

<D> kan niet bepaald worden uit de gegevens.




$A^2 + B^2 = ?$




$$\left(\frac{A}{2}\right)^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2 = 1^2$$

$$\frac{A^2}{4} + \frac{B^2}{4} = 1$$

$$A^2 + B^2 = 4$$

A

$$A = 2\sin\alpha$$

$$B = 2\cos\alpha$$

$$4\sin^2\alpha + 4\cos^2\alpha$$

$$4(\underbrace{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}_{1})$$

$$A^2 + B^2 = 4$$

A