Vooraf: De logaritme met grondtal e wordt genoteerd als $\ln$.

Beschouw de functie f met functievoorschrift

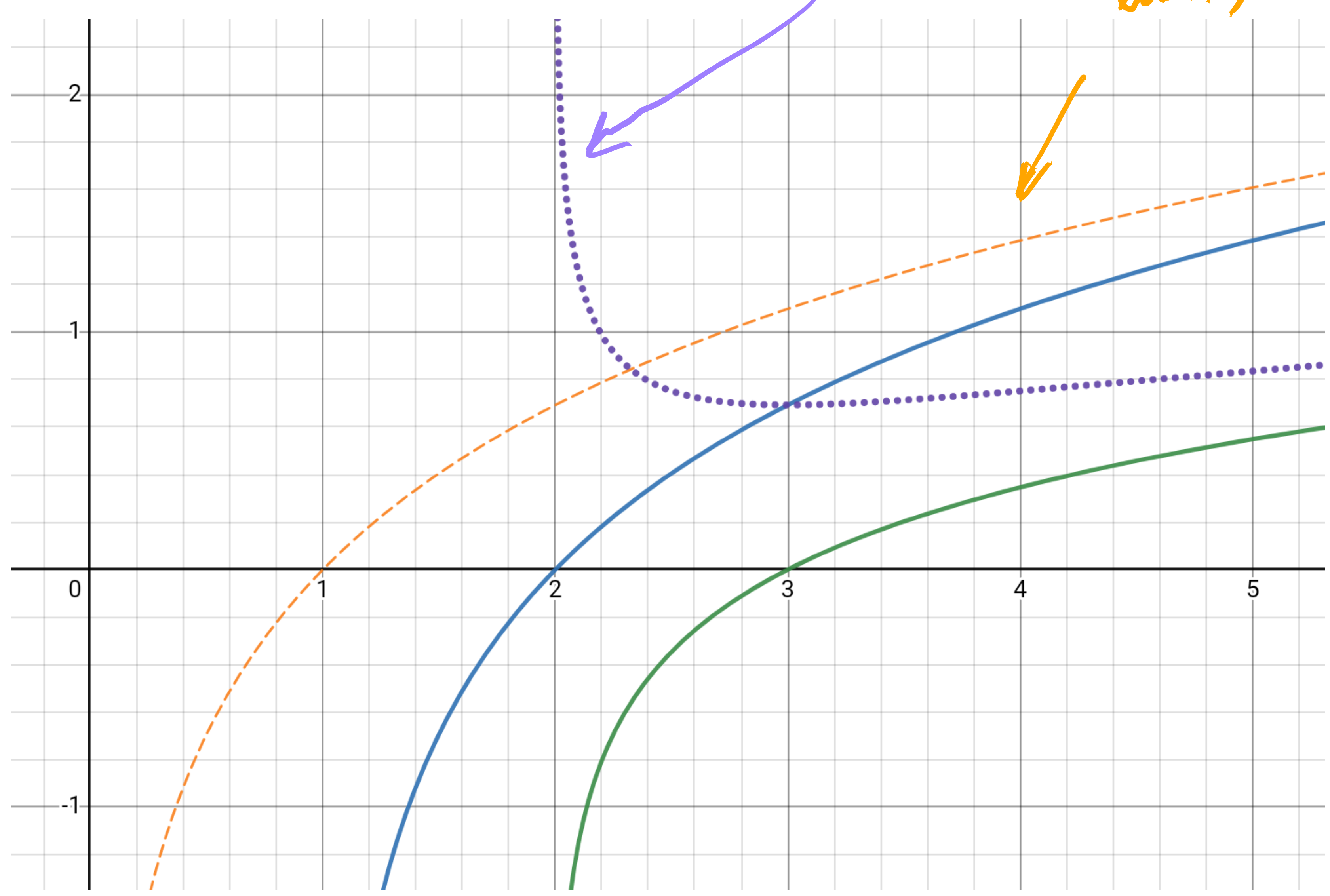
$$f(x) = \ln(x-1) - \frac{1}{2}\ln(x-2) \quad (\text{met } x > 2).$$

Wat is de kleinste waarde die deze functie bereikt?

ANTWOORD

- ○ 2
- ○ 3
- ☒ $\ln 2$
- ○ $\ln 3$

$\ln(x)$



$x-1$ = 1 opgeschoven naar rechts

$x-2$ = 2 opgeschoven naar rechts + delen door 2 !

blauw >> groen

$x=2$: $\ln(2-1) - \frac{1}{2}(\ln(2-2)) = 0 - (-\infty) \longrightarrow x > 2$!

$x=3$: $\ln(3-1) - \frac{1}{2}(\ln(3-2)) = \ln(2) - 0 =$ kleinste waarde

$x=4$: $\ln(4-1) - \frac{1}{2}(\ln(4-2)) = \ln(3) - \frac{1}{2}\ln(2) = \ln\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = \ln\left(\sqrt{\frac{9}{2}}\right)$

$= \ln(\sqrt{4{,}5}) > \ln(2)$

OF:

$$f'(x) = 0 = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{2}\,\frac{1}{x-2} = \frac{2x-4-(x-1)}{(x-1).2.(x-2)}$$

$$\Rightarrow 0 = 2x-4-x+1 = x-3 \Rightarrow \boxed{x=3}$$

Dus: $f(3) = \ln(3-1) - \frac{1}{2}\ln(3-2) = \ln(2) - \frac{1}{2}\,0 = \boxed{\ln(2)}$

Waaraan is

$$\sin^4\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos^4\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

gelijk?

ANTWOORD

- ○ 1
- ○ $\frac{1}{2}$
- ○ $\frac{3}{4}$
- ✓ $\frac{5}{8}$

$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$

$\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$

$\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} + \frac{9}{16} = \frac{10}{16}$

$= \frac{5}{8}$

Gegeven is de matrix $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, met a een strikt negatief getal.

Als het matrixproduct AAA gelijk is aan

$$\begin{bmatrix} a^3 & 13 \\ 0 & 27 \end{bmatrix},$$

dan is a gelijk aan

ANTWOORD

- ○ -5.
- ☒ -4.
- ○ -3.
- ○ -2.

$$A^2 = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a^2+0 & a+3 \\ 0+0 & 0+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 & a+3 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} a^2 & a+3 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^3+0 & a^2+3a+9 \\ 0+0 & 0+9\cdot 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^3 & a^2+3a+9 \\ 0 & 27 \end{bmatrix}$$

$$a^2+3a+9 = 13$$

$$a^2+3a-4 = 0$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4\cdot 1\cdot(-4)}}{2\cdot 1} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{9+16}}{2} = -\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2} \begin{cases} 2/2 = 1 \\ -8/2 = \boxed{-4} \end{cases}$$

Mieke moet een bepaald bedrag betalen. Als zij dit betaalt met biljetten van 5 euro dan heeft zij 105 biljetten meer nodig dan wanneer zij datzelfde bedrag zou betalen met biljetten van 20 euro. Hoeveel biljetten van 50 euro heeft zij nodig om dit bedrag te betalen?

ANTWOORD

- 15
- 14
- 13
- 12

$\frac{x}{5} = v =$ # biljetten van 5

$\frac{x}{20} = t =$ # biljetten van 20

$\Rightarrow v - 105 = t \Rightarrow \frac{x}{5} - 105 = \frac{x}{20}$ $(\times 20)$

$\Rightarrow \frac{20}{5}x - 20 \cdot 105 = x = 4x - 2100$

$\Rightarrow 3x = 2100 \Rightarrow \boxed{x = \frac{2100}{3} = 700}$

$\frac{70\cancel{0}}{5\cancel{0}} = \boxed{14}$

Voor welke waarde van de parameter m heeft het stelsel

$$\begin{cases} x + (1+m)y = 4 & (1) \\ x + (1-m)y = 16 & (2) \\ x - y = 6 \end{cases}$$

in de onbekenden x en y juist één oplossing?

ANTWOORD

- ○ $m = 3$
- ○ $m = 2$
- ○ $m = -2$
- ☒ $m = -3$

$$x + (1+m)y = 4$$
$$[x + (1-m)y = 16] +$$
$$2x + 2y = 20 \Rightarrow x + y = 10$$

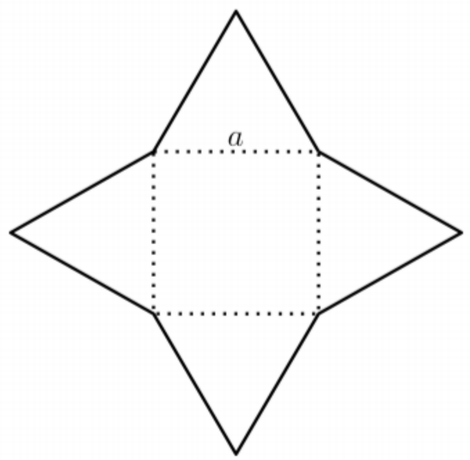
$$x + y = 10$$
$$[x - y = 6] +$$
$$2x = 16 \Rightarrow \boxed{x = \frac{16}{2} = 8}$$
$$\Rightarrow \boxed{y = 2}$$

(1) $8 + (1+m) \cdot 2 = 4$
$8 + 2 + 2m = 4$
$\Rightarrow 2m = -6 \rightarrow \boxed{m = -3}$

(2) $8 + (1-m) \cdot 2 = 16 \Rightarrow 8 + 2 - 2m = 16$
$-2m = 16 - 10 = 6 \Rightarrow \boxed{m = -3}$

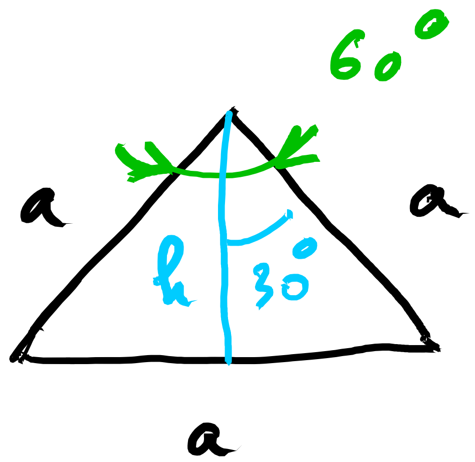
Op elke zijde van een vierkant met zijde a construeert men een gelijkzijdige driehoek, zoals in de figuur.

Wat is de totale oppervlakte van deze stervormige figuur?



ANTWOORD

- ○ $(1+\sqrt{2})a^2$
- ☒ $(1+\sqrt{3})a^2$
- ○ $(2+\sqrt{2})a^2$
- ○ $(2+\sqrt{3})a^2$



$$h = a \cdot \cos 30^\circ$$

$$= a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A_\Delta = \frac{1}{2} b \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} a \cdot a \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} a^2 \sqrt{3}$$

$$A_{tot} = a^2 + 4 \cdot \frac{1}{4} a^2 \sqrt{3}$$

$$= a^2 (1 + \sqrt{3})$$

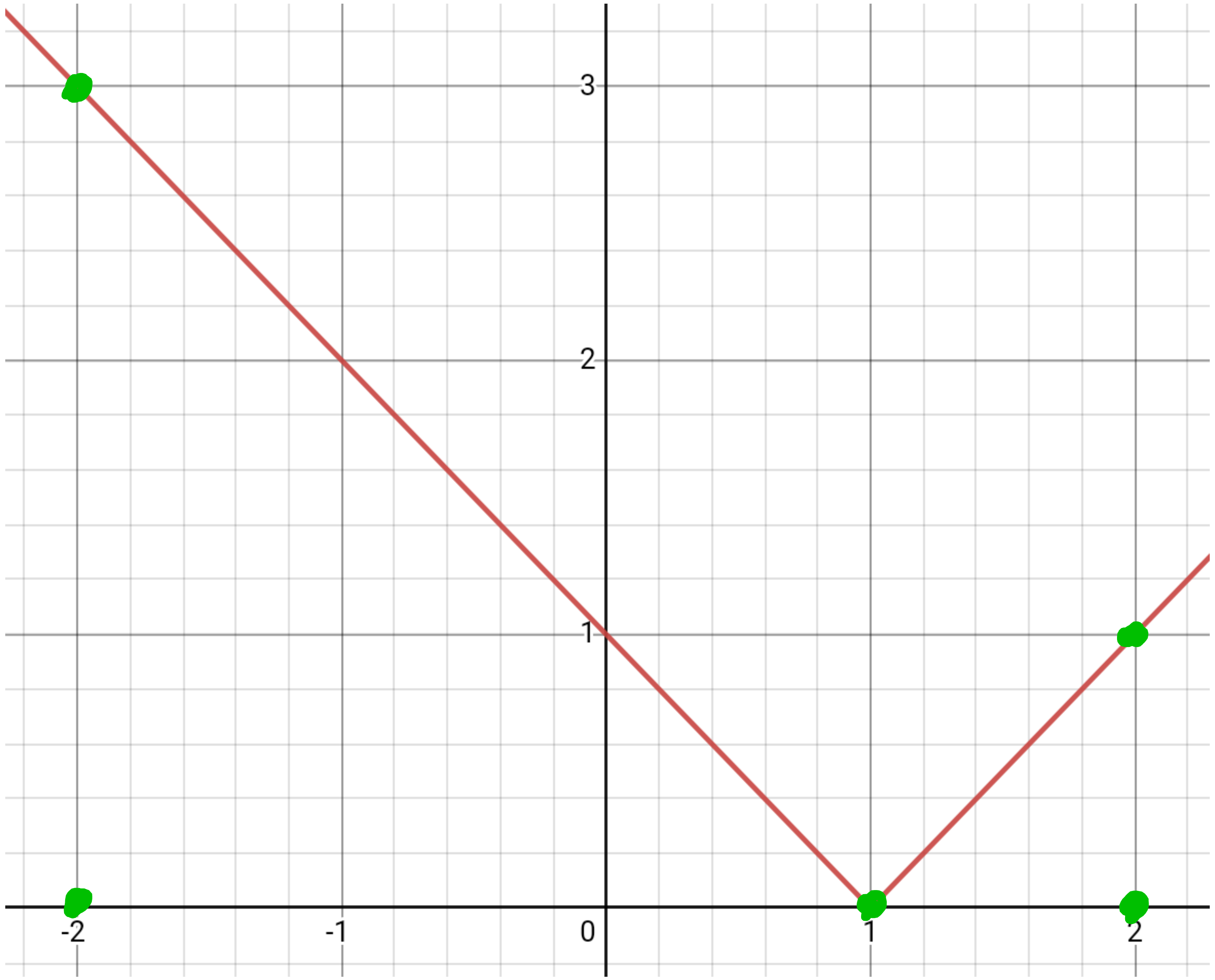
De integraal

$$\int_{-2}^{2} |x-1|\,\mathrm{d}x$$

is gelijk aan

ANTWOORD

- ○ 7.
- ○ 6.
- ☒ 5.
- ○ 4.



$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$

$x = -2 \rightarrow |-2-1| = 3$

$x = 2 \rightarrow |2-1| = 1$

$\int = \quad + \quad$

$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1$

$= \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = \frac{10}{2} = \boxed{5}$

Het totaal aantal doelpunten gescoord in 11 wedstrijden wordt, van klein naar groot gerangschikt, gegeven door

$$3 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad 5 \quad 5 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad a \quad b.$$

Er is ook gegeven dat het gemiddeld aantal doelpunten gelijk is aan de mediaan.

Welke van de volgende uitspraken is waar?

ANTWOORD

- ○ Uit de gegevens kan men de waarde van $a + b$ afleiden, maar niet van a en b afzonderlijk.
- ○ Uit de gegevens kan men enkel de waarde van a afleiden, maar niet van b.
- ○ Uit de gegevens kan men enkel de waarde van b afleiden, maar niet van a.
- ☒ Uit de gegevens kan men de waarde van a en van b afleiden.

mediaan = middelste v/d rij = m

gemiddelde $g = m = 5$

$$g = \frac{3+3+4+4+5+5+6+6+6+a+b}{11}$$

$\Rightarrow 5 \cdot 11 = 42 + a + b$

$\Rightarrow \boxed{a+b = 55 - 42 = 13}$

$\Rightarrow$ a en b zijn gehele getallen

en $a \geq 6$ en $b \geq a$

Dus $a = \min 6 \rightarrow b = 7$

$\Leftarrow 6 + 7 = 13$

$a = 6, \; b = 7$

Op een conferentie zijn er 9 oncologen, een aantal geriaters en een aantal pediaters aanwezig. Men stelt hieruit lukraak een groepje van 3 artsen samen. De kans dat dit groepje bestaat uit 2 oncologen en 1 pediater is dubbel zo groot als de kans dat er 1 arts bij is uit elk van de 3 specialisaties.

Hoeveel geriaters zijn er aanwezig?

9 O   x G   y P

$$P(2O + 1P) = 2P(1O + 1G + 1P)$$

$$C_9^2 \cdot C_y^1 = 2\, C_9^1\, C_y^1\, C_x^1$$

$$\frac{9!}{2!(9-2)!} \cdot \cancel{y} = 2 \cdot 9 \cdot \cancel{y} \cdot x$$

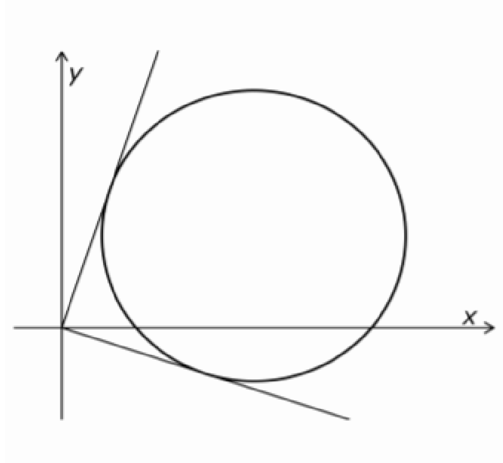
$$\frac{\cancel{9} \cdot 8}{2} = 2 \cdot \cancel{9} \cdot x \rightarrow \frac{8}{4} = x = 2$$

ANTWOORD

- ○ 4
- ○ 5
- ☒ 2
- ○ 3

Vanuit de oorsprong tekent men de twee raaklijnen aan de cirkel met middelpunt $M(4, 2)$ en straal $\sqrt{10}$.

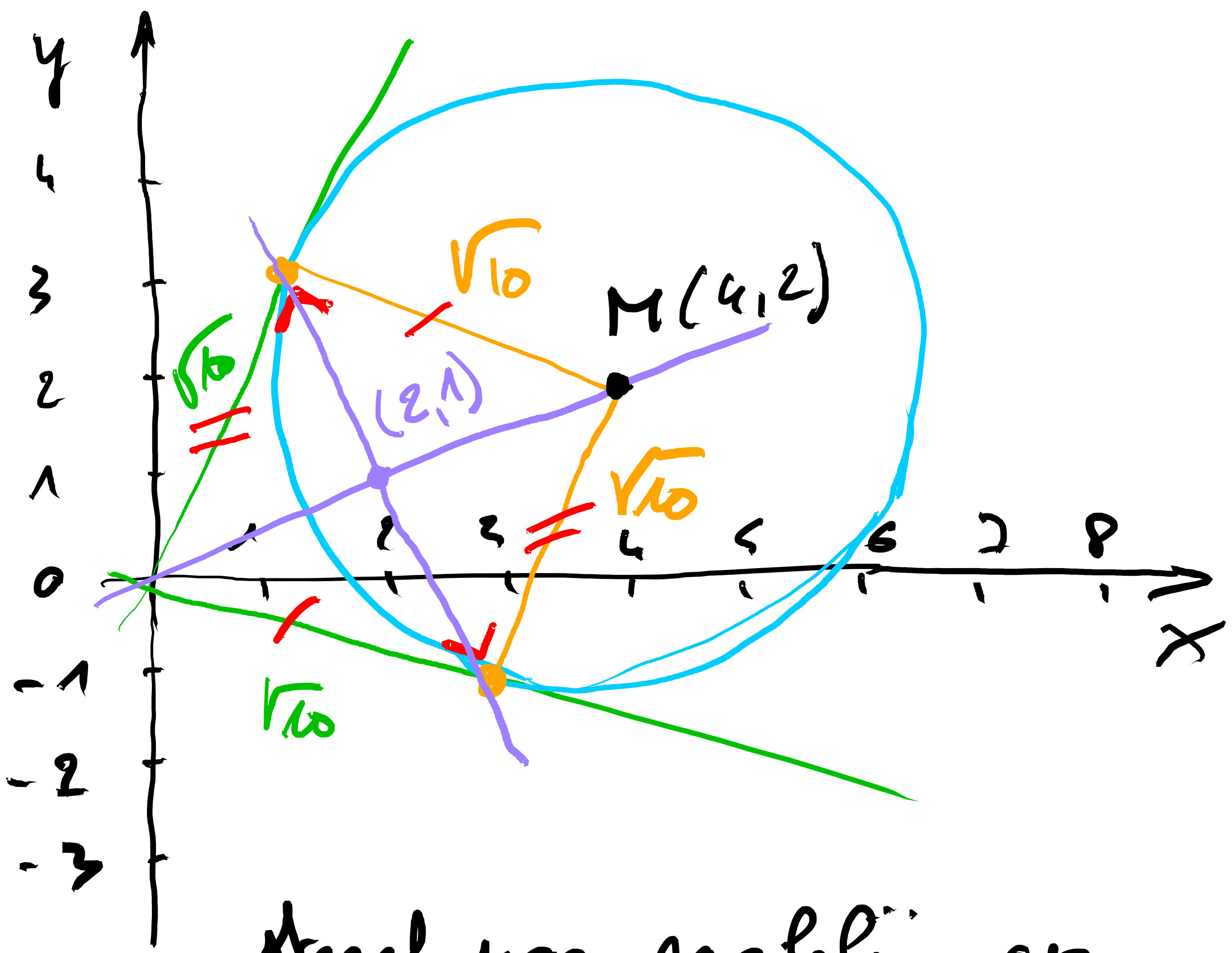
Hieronder staat een benaderende schets.



Wat is de richtingscoëfficiënt van de stijgende raaklijn?

ANTWOORD

- ○ $\frac{25}{8}$
- ☒ $\frac{24}{8}$
- ○ $\frac{23}{8}$
- ○ $\frac{22}{8}$



Dus: - snijpunten op diagonaal vierkant.

- diagonalen delen elkaar in 2 => snijpunt diagonalen $= \frac{M}{2} = (2,1)$

Straal naar raaklijn op raakpunt staat $\perp$!?

=> $2 \times 90° \to$ Som hoeken $= 360°$

=> alle hoeken $90° =$ vierkant!

$rico\ 1 = \frac{y}{x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$rico\ 2 = \perp$ op ① $\Rightarrow r_1 \cdot r_2 = -1$

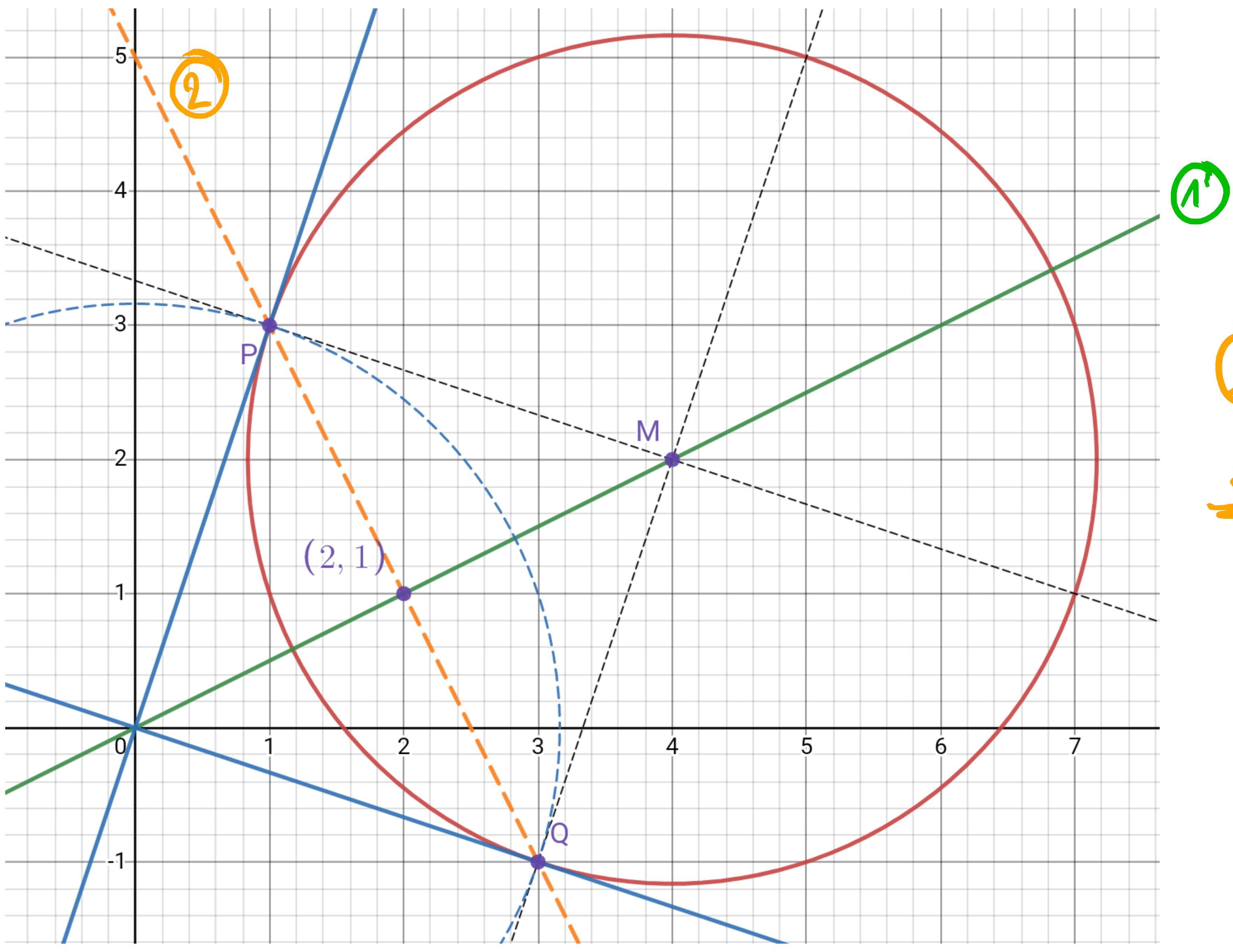
$\Rightarrow r_2 = -\frac{1}{r_1} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = \boxed{-2}$

② door punt $(2,1)$

$\Rightarrow y - y_0 = r(x - x_0)$

$y - 1 = -2(x-2)$

$\boxed{y = -2x + 5}$



cirkel: $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 10 \Rightarrow y = \sqrt{10 - (x-4)^2} + 2$

In P: y waarden gelijk: $-2x + 5 = \sqrt{10-(x-4)^2} + 2$

$-2x + 5 - 2 = \sqrt{10 - (x-4)^2}$

$(-2x+3)^2 = \left(\sqrt{10 - [x^2 - 8x + 16]}\right)^2$

$4x^2 - 12x + 9 = 10 - x^2 + 8x - 16$

$5x^2 - 20x + 15 = 0 \quad (/5)$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{+4 \pm \sqrt{16 - 4.1.3}}{2.1} = 2 \pm \frac{\sqrt{4}}{2} \begin{cases} 3 \\ 1 \ ✓ \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{x = 1} \to \boxed{y = -2x + 5 = -2 + 5 = 3}$

$rico = \frac{y}{x} = \frac{3}{1} = 3 = \boxed{\frac{24}{8}}$