1. Wiskunde

vraag 01

Beschouw de vergelijking

$$(x^2 - 10x + a)(2x - 6) = 0$$

met een parameter $a < 25$. Voor welke waarde van a heeft deze vergelijking precies twee verschillende reële oplossingen voor x?

- 21
- 16
- 3
- 9

$2x - 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$

2e snijpunt ⇒ kwadratisch

→ slechts 1 NP als determinant = 0

$\Rightarrow b^2 - 4ac = 100 - 4.1.a = 0$

SORRY, DAT IS NIET JUIST.

Score 0 / 3

$\Rightarrow 100 = 4a$

$\Rightarrow a = 25$ ✗

Maar a < 25! Dus 3 is NP van $x^2 - 10x + a$

$\Rightarrow 3^2 - 10(3) + a = 0$

$9 - 30 + a = 0$

$-21 + a = 0 \Rightarrow a = 21$

vraag 02

De matrices A en E zijn gegeven door

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a \\ a & 1 \end{bmatrix} \quad \text{en} \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

waarbij a een reëel getal is. Voor hoeveel reële getallen a geldt dat

$$A \cdot A = A + aE?$$

- ○ geen
- ○ precies één
- ✓ precies twee
- ○ meer dan twee

$$\begin{bmatrix} 0 & a \\ a & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & a \\ a & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+a^2 & 0+a \\ 0+a & a^2+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^2 & a \\ a & a^2+1 \end{bmatrix}$$

$$A + aE = \begin{bmatrix} 0 & a \\ a & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a & a \\ a & a+1 \end{bmatrix}$$

=

$a = a^2 \rightarrow 1$ of -1

$a = a$

$a = a$

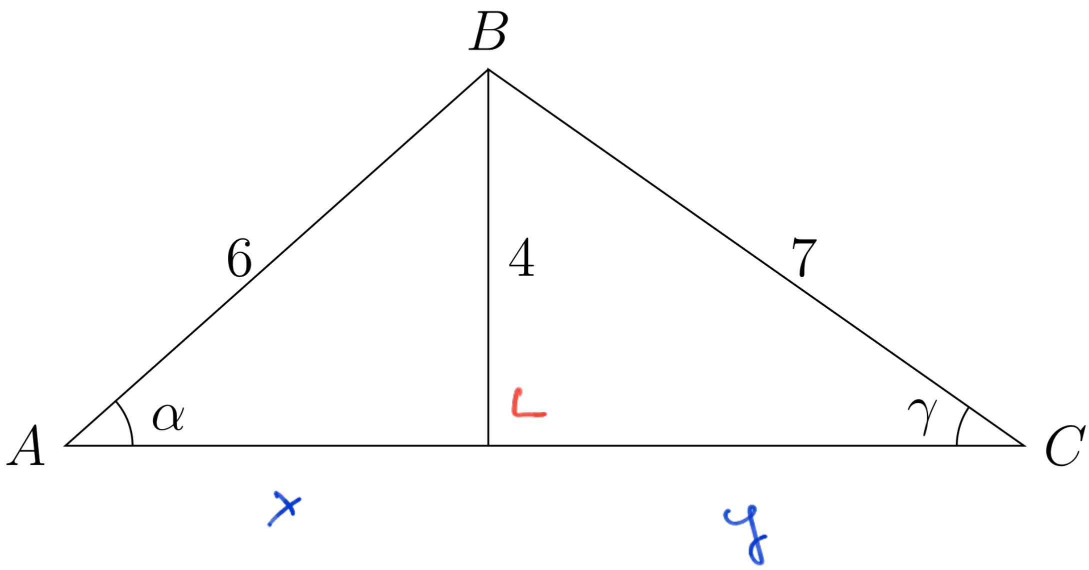
$a+1 = a^2+1 \rightarrow a^2 - a = 0 = a(a-1) = 0$

$\rightarrow a = 0$ of $a = 1$

2

vraag 03

In driehoek $\triangle ABC$ zijn de lengtes van twee zijden en van een hoogtelijn gegeven, zoals aangegeven in de figuur. Waaraan is het product $\sin\alpha \sin\gamma$ gelijk?



- $\frac{1}{3}$
- $\frac{2}{7}$
- $\frac{7}{24}$
- $\frac{8}{21}$ ✓

$x = 6 \cdot \cos\alpha \quad y = 7 \cdot \cos\gamma$

$4 = 6 \cdot \sin\alpha \quad 4 = 7 \cdot \sin\gamma$

$4 \cdot 4 = (6 \sin\alpha)(7 \sin\gamma)$

$16 = 42 \sin\alpha \sin\gamma$

$\Rightarrow \sin\alpha \sin\gamma = \frac{16}{42} = \boxed{\frac{8}{21}}$

vraag 04

Gegeven is de functie f met voorschrift

$$f(x) = \int_0^x (t^3 - t^2 + t)\,\mathrm{d}\,t.$$

Zoals gewoonlijk wordt de afgeleide functie van f genoteerd als f'.

Dan is $f'(1)$ gelijk aan

- 0.
- $\frac{5}{12}$.
- 1.
- 2.

$f'(x) = t^3 - t^2 + t$

$\Leftrightarrow f(x) = \int f'(x)\,dx$

$\Rightarrow f'(1) = 1 - 1 + 1 = 1$

vraag 05

Een dierenarts onderzoekt de gezondheidstoestand van een populatie bestaande uit 1000 honden. Hij noteert het gewicht van elke hond (in kilogram) en verkrijgt zo een rij van 1000 getallen. Wanneer een collega nadien deze rij getallen bestudeert, merkt ze op dat het gemiddelde van de eerste 600 getallen gelijk is aan 16, en dat het gemiddelde van de laatste 400 getallen gelijk is aan 22.

Wat weet je met zekerheid over het gemiddelde m van de totale rij van 1000 getallen?

- ○ $m \in [17, 18[$
- ○ $m \in [18, 19[$
- ○ $m \in [19, 20[$
- ○ $m \in [20, 21[$

$\bar{x}_1 = 16 \quad , \quad \bar{x}_2 = 22$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_n}{n}$$

$$\Rightarrow \bar{x}_1 = \frac{\sum x_{1n}}{600} = 16$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_{2n}}{400} = 22$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_{1n} + \sum x_{2n}}{1000} = \frac{16 \cdot 600 + 22 \cdot 400}{1000}$$

$$= \frac{16 \cdot 6}{10} + \frac{22 \cdot 4}{10} = \frac{96}{10} + \frac{88}{10} = \frac{184}{10} = \boxed{18{,}4}$$

vraag 06

De vergelijking $|x+1| = -|2-x|$ heeft

- geen enkele reële oplossing.
- precies één reële oplossing.
- precies twee reële oplossingen.
- meer dan twee reële oplossingen.

$|x+1| = 0$ voor $x = -1$
anders altijd positief

$-|2-x| = 0$ voor $x = 2$
anders altijd negatief

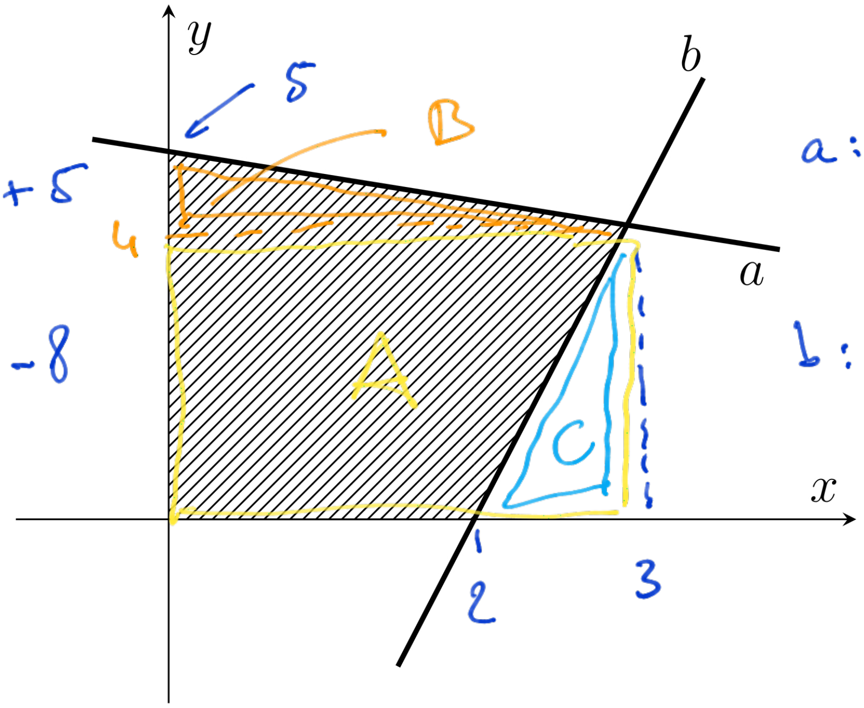
$\Rightarrow$ zijn NOOIT gelijk aan elkaar!

vraag 07

De rechte a met vergelijking $x + 3y = 15$ en de rechte b met vergelijking $4x - y = 8$ begrenzen samen met de x-as en de y-as een vierhoek in het eerste kwadrant. Wat is de oppervlakte van die vierhoek?

$a: y = -\frac{x}{3} + 5$

$b: y = 4x - 8$



$a: x = 0 \Rightarrow y = 5$

$b: y = 0 \Rightarrow x = 2$

- 11,0
- 11,5
- 12,0
- 12,5

$a = b \Rightarrow -\frac{x}{3} + 5 = 4x - 8$

$\frac{13x}{3} = 5 + 8 = 13$

$\Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 4 \cdot 3 - 8$
$\boxed{= 4}$

$\text{Opp} = A + B - C$
$= 3 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4$
$= 12 + \frac{3}{2} - 2 = 10 + \frac{3}{2} = 10 + 1{,}5 = \boxed{11{,}5}$

vraag 08

Vooraf: Zoals gebruikelijk stelt e het grondtal van de natuurlijke logaritme voor.

Beschouw de functie f met voorschrift

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{e^{3x}+1} \quad .$$

Wat is de vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van deze functie in het punt

met coördinaat $(0, f(0))$?

$f(0) = \frac{e^0}{e^0+1} = \frac{1}{2}$

- $x - 4y = -2$
- $3x - 4y = -2$
- $3x - 2y = 2$
- $3x + 4y = 2$

$\Rightarrow P(0, 1/2)$

$f'(x) = \frac{3e^{3x}(e^{3x}+1) - e^{3x}(3e^{3x})}{(e^{3x}+1)^2}$

$f'(0) = \frac{3(2) - 1(3)}{2^2} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow y - y_0 = f'(0)(x - x_0)$

$y - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}(x-0) \Rightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

of $4y = 3x + 2 \Rightarrow \boxed{3x - 4y = -2}$

vraag 09

Luc gooit drie keer met een eerlijke dobbelsteen. Hoe groot is de kans dat precies één van de drie worpen een 4 is of precies twee van de drie worpen een 4 zijn?

- ✓ $\frac{5}{12}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{7}{24}$
- $\frac{5}{18}$

$P(4) = 1/6 \Rightarrow P(\text{geen } 4) = 5/6$

C_3^1

3 manieren om 1 keer 4 te gooien ⇒ 1e, 2e of 3e

3 x

$P(1 \times 4) = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = 3\, \frac{25}{6^3}$

$P(2 \times 4) = C_3^2\, \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$

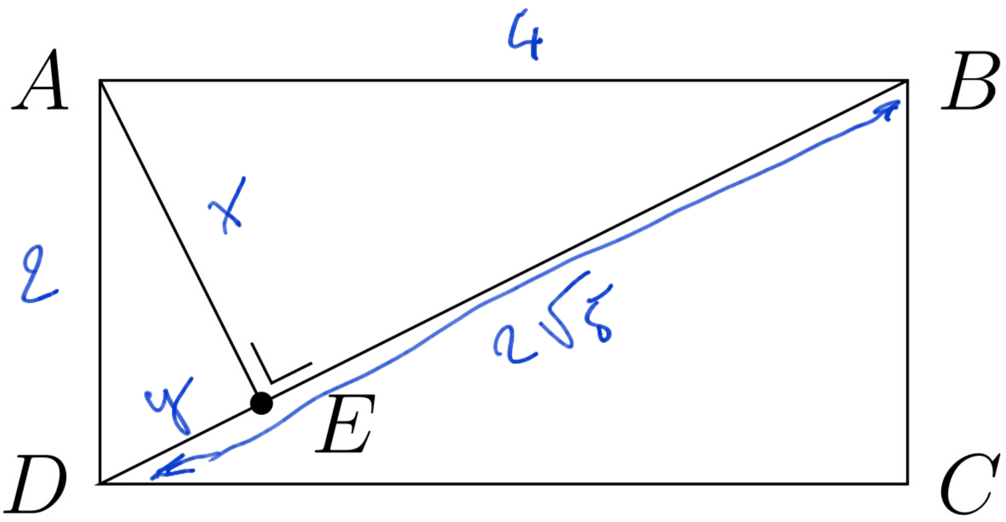
$= \frac{3.2}{2(3-2)!} = 3 \cdot \frac{5}{6^3}$

OF 1x4 OF 2x4 ⇒ +

$3\left(\frac{25}{6^3} + \frac{5}{6^3}\right) = \cancel{3}\left(\frac{\cancel{30}^{\,5}}{\cancel{6} \cdot \cancel{6} \cdot 6_{\,2}}\right) = \frac{5}{12}$

vraag 10

In de rechthoek $ABCD$ is $|AB| = 4$ en $|AD| = 2$. Het snijpunt van de loodlijn uit A op de rechte BD is E, zoals aangegeven in de figuur. Wat is de verhouding van de oppervlakte van de driehoek $\triangle BCD$ tot de oppervlakte van de driehoek $\triangle AED$?



- $\sqrt{20}$
- 5
- 6
- $4\sqrt{5} - 4$

$BD = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4}$

$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$\frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{8}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$

$\frac{2\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{y} \Rightarrow y = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\Delta BCD = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$

$\Delta AED = \frac{1}{2} x \cdot y = \frac{1}{2} \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$

$\frac{4}{4/5} = \boxed{5}$