vraag 01

Grootheid A is omgekeerd evenredig met grootheid B. Grootheid D is recht evenredig met grootheid B^2. Welke van de volgende grootheden is dan recht evenredig met B?

- ○ AD
- ○ $\frac{1}{AD}$
- ○ $\frac{D}{A}$
- ○ $\frac{A}{D}$

$$A \sim \frac{1}{B}$$

$$D \sim B^2$$

$$AD \Rightarrow \frac{1}{B} \cdot B^2 = B$$ ✓

$$\frac{1}{AD} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{B} B^2} = \frac{1}{B}$$

$$\frac{D}{A} \Rightarrow \frac{B^2}{\frac{1}{B}} = B^3$$

$$\frac{A}{D} \Rightarrow \frac{\frac{1}{B}}{B^2} = \frac{1}{B^3}$$

vraag 02

Als de veelterm $3x^3 - 2x^2 + ax + 5a$ deelbaar is door $2x + 1$, dan is het reëel getal a gelijk aan

- ○ $\frac{1}{44}$.
- ○ $\frac{5}{4}$.
- ○ $\frac{7}{36}$.
- ○ $\frac{32}{3}$.

deelbaar door $2x+1$

$\Rightarrow (2x+1)(\ldots) = 0$

$\Rightarrow 2x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$$P\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 = 3\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + a\left(-\frac{1}{2}\right) + 5a$$

$$0 = -\frac{3}{8} - \frac{2}{4} - \frac{a}{2} + 5a$$

$$0 = -\frac{3}{8} - \frac{4}{8} - \frac{a}{2} + \frac{10}{2}a$$

$$\frac{7}{8} = \frac{9}{2}a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{7}{8} \cdot \frac{2}{9} = \frac{7}{36}}$$

vraag 03

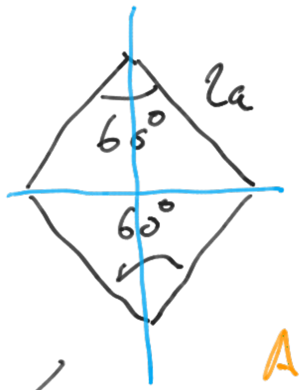
Bij een tomografie maakt men laagjesgewijs een beeld van een vlakke doorsnede van een driedimensionaal object. Bij zo'n tomografische analyse van een bepaald object ziet men achtereenvolgens een cirkel met straal a, een vierkant met zijde $2a$, een ruit met zijde $2a$ en met twee overstaande hoeken van 60° en een rechthoek met zijden van lengte $1{,}5a$ en $2{,}5a$. Welke doorsnede heeft de kleinste oppervlakte?

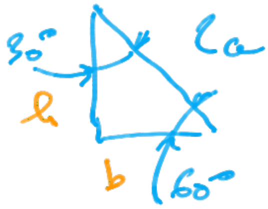
- ○ de ruit
- ○ de cirkel
- ○ het vierkant
- ○ de rechthoek

$A_1 = \pi a^2$ ✓

$A_2 = (2a)^2 = 4a^2$

A_3 :





$$A = \frac{1}{2} b \cdot l$$

$$= \frac{1}{2}(2a \cdot \cos 60^\circ)(2a \cdot \cos 30^\circ)$$

$$= \frac{1}{2}\left(2a \cdot \frac{1}{2}\right)\left(2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{8}\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

$$A_3 = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 = 2\sqrt{3}\,a^2 \approx 3{,}4\,a^2$$

$$A_4 : \frac{3}{2}a \cdot \frac{5}{2}a = \frac{15}{4}a^2 = 3{,}75\,a^2$$

vraag 04

Voor hoeveel verschillende reële waarden van a is de volgende gelijkheid geldig?

$$\int_{-a}^{0} (3x + a)\, \mathrm{d}x = 1$$

- ○ voor geen enkele
- ○ voor precies één
- ○ voor precies twee
- ○ voor oneindig veel

$$\int_{-a}^{0} (3x + a)\, dx = \frac{3}{2}x^2 + ax \Big|_{-a}^{0}$$

$$= 0 - \left[\frac{3}{2}(-a)^2 + a(-a) \right]$$

$$= -\frac{3}{2}a^2 + a^2$$

$$= -\frac{3}{2}a^2 + \frac{2}{2}a^2$$

$$= -\frac{1}{2}a^2$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}a^2 = 1$$

↳ altijd positief!

$\times -\frac{1}{2} \Rightarrow$ nooit positief!

vraag 05

Uit een team van drie vrouwelijke en drie mannelijke dokters wordt lukraak een groepje van drie personen gekozen.
Hoe groot is de kans dat dit groepje bestaat uit twee vrouwen en één man?

- 30 %
- 40 %
- 45 %
- 50 %

V V M

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{18}{120}$$

V M V

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}$$

M V V

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}$$

$\times 3$

$$\frac{18}{120} \cdot 3$$

$$= \frac{18}{40}$$

$$\times 2{,}5 \Rightarrow \frac{45}{100}$$

$$= 45\ \%$$

vraag 06

De matrices A en B zijn gegeven door

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ b & 2 \end{bmatrix} \quad \text{en} \quad B = \begin{bmatrix} c & 3 \\ 4 & d \end{bmatrix}$$

waarbij a, b, c en d reële getallen zijn.

Als $A \cdot A = B$, dan is $\frac{ab}{cd}$ gelijk aan

- ○ $\frac{-\sqrt{3}}{2}$.
- ○ $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- ○ $\frac{3}{28}$.
- ○ $\frac{12}{133}$.

$$A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ b & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a \\ b & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + ab & a + 2a \\ b + 2b & ab + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & 3 \\ 4 & d \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 1 + ab = c & \to \quad c = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3} \\ 3a = 3 & \to \quad a = 1 \\ 3b = 4 & \to \quad b = 4/3 \\ ab + 4 = d & \to \quad d = \frac{4}{3} + 4 = \frac{16}{3} \end{cases}$$

$$\frac{ab}{cd} = \frac{1 \cdot 4/3}{7/3 \cdot 16/3} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{9}^{\,3}}{7 \cdot \cancel{16}_{\,4}} = \boxed{\frac{3}{28}}$$

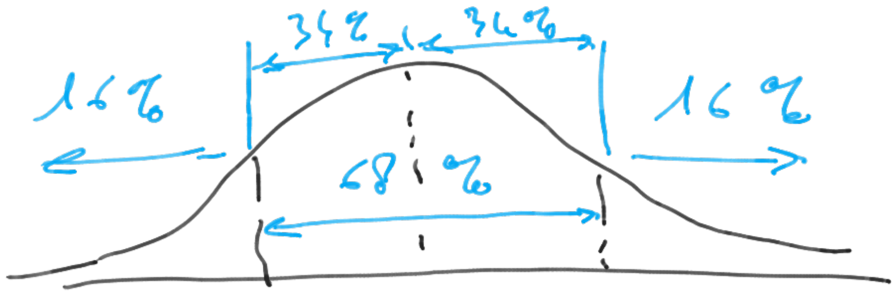
vraag 07

Vooraf: voor een standaard normaal verdeelde toevalsvariabele Z geldt de 68-95-99,7-vuistregel:

$P(-1 < Z < 1) \approx 68\,\%$; $P(-2 < Z < 2) \approx 95\,\%$; $P(-3 < Z < 3) \approx 99{,}7\,\%$.

Een vereniging organiseert jaarlijks een grootschalige wafelenbak in al haar afdelingen. Op basis van een aantal steekproeven besluit het bestuur dat het gewicht van de verkochte wafels normaal verdeeld is met een gemiddelde van 80 g en een standaardafwijking van 5 g. Twee personen worden lukraak uit de wafeleters gekozen. Wat is de kans dat één van hen een wafel krijgt van minder dan 75 g en de ander een wafel van minstens 80 g?

- ○ 8 %
- ○ 13,5 %
- ☑ 16 %
- ○ 34 %



$$\mu - \sigma \qquad \mu \qquad \mu + \sigma$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = 80\text{ g} \\ \sigma = 5\text{ g} \end{array} \right.$$

$$80 - 5 = 75\text{ g} \qquad 80\text{ g} \qquad 80 + 5 = 85\text{ g}$$

$$< 75\text{ g} = 16\,\% = \frac{16}{100} = A$$

$$\geq 80\text{ g} = 50\,\% = \frac{1}{2} = B$$

1	2		1	2
A	B	OF	B	A

$$\left(\frac{16}{100} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{16}{100}\right) = \frac{16}{100}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

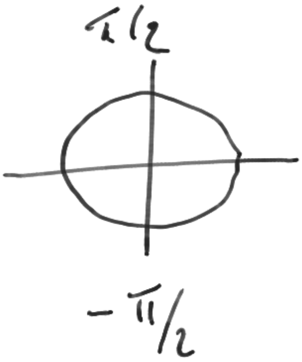
$$= \frac{16}{100} = \boxed{16\,\%}$$

vraag 08

De hoeken worden in deze vraag uitgedrukt in radialen.

Als $\alpha \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ en $\cos^2\alpha = \frac{1+\sin\alpha}{2}$, dan is $\tan\alpha$ gelijk aan

- ○ $\sqrt{3}$.
- ○ $-\sqrt{3}$.
- ○ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.
- ☒ $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



$$\cos^2\alpha = \frac{1+\sin\alpha}{2}$$

$$1-\sin^2\alpha = \frac{1+\sin\alpha}{2}$$

$$2-2\sin^2\alpha = 1+\sin\alpha$$

$$2\sin^2\alpha + \sin\alpha - 1 = 0$$

$$2u^2 + u - 1 = 0$$

$$u = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4\cdot 2\cdot(-1)}}{2\cdot 2}$$

$$= -\frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{9}}{4} \quad \begin{cases} 2/4 = 1/2 \\ -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = 1/2 \quad ✓$$

$$\sin\alpha = -1 \quad ✗$$

$$\sin\alpha = 1/2$$

$$\alpha = 30°$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$= \frac{1/2}{\sqrt{3}/2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

vraag 09

De parabool p heeft vergelijking $y = -x^2 + 8x - 12$. Elk van de volgende vier rechten snijdt de parabool in twee verschillende punten. Voor welke rechte liggen de snijpunten met de parabool p het verst uit elkaar?

- ○ de rechte met vergelijking $y = x$
- ○ de rechte met vergelijking $y = \frac{1}{2}x$
- ○ de rechte met vergelijking $y = -\frac{1}{2}x$
- ○ de rechte met vergelijking $y = -x$

$$y = \underbrace{-x^2 + 8x}_{} - 12$$

$$-(x-4)^2 = -x^2 + 8x - 16$$

$$\Rightarrow y = -(x-4)^2 + 4$$

$$y - 4 = -(x-4)^2$$

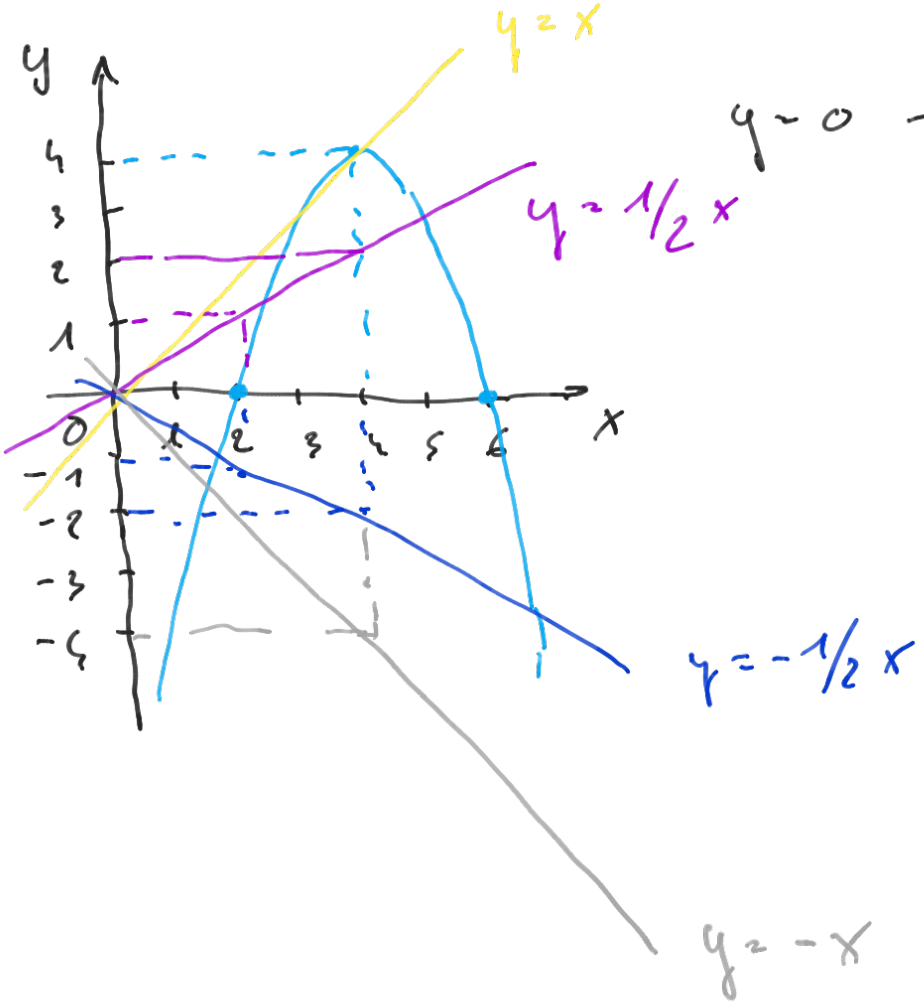
$\Rightarrow -x^2 \to$ 4 naar rechts

$\to$ 4 naar boven

$$y = 0 \to \sqrt{4} = \sqrt{(x-4)^2}$$

$$\pm 2 = x - 4$$

$$x = \begin{cases} 6 \\ 2 \end{cases}$$



vraag 10

Vooraf: zoals gebruikelijk stelt e het grondtal van de natuurlijke logaritme voor.

Beschouw de reële functie f met voorschrift $f(x) = (x^2 - 9)\mathrm{e}^{-x}$. Welke bewering over het functieverloop van f is als enige correct?

- ○ De functie bereikt een negatief lokaal minimum, een negatief lokaal maximum en heeft een horizontale asymptoot.
- ○ De functie bereikt een negatief lokaal minimum, een positief lokaal maximum en heeft geen horizontale asymptoot.
- ◉ De functie heeft twee buigpunten en een horizontale asymptoot.
- ○ De functie heeft geen buigpunten en heeft geen horizontale asymptoot.

$$f(x) = \frac{x^2-9}{e^x}$$

$$f'(x) = \frac{2x e^x - (x^2-9)e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x(2x - x^2 + 9)}{(e^x)^2} = \frac{-x^2+2x+9}{e^x}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -x^2+2x+9 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4\cdot(-1)\,9}}{2\cdot(-1)} = 1 \pm \frac{\sqrt{4+36}}{-2} = 1 \mp \sqrt{\frac{40}{4}} = 1 \pm \sqrt{10} \begin{cases} - \text{ min} \\ + \text{ max} \end{cases}$$

$$f''(x) = \frac{e^x(-2x+2) - (-x^2+2x+9)e^x}{(e^x)^2} = \frac{x^2-4x-7}{e^x}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x^2-4x-7 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-7)}}{2\cdot 1} = 2 \pm \sqrt{\frac{16+28}{4}}$$

$$= 2 \pm \sqrt{11} \quad \{ \text{ 2 buigpunten!}$$

✓

HA

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+9}{e^x} = 0$$

($\frac{1}{e^x}$ gaat heel snel naar 0, veel sneller dan $(x^2-a) \to \infty$)

L'Hopital $\rightarrow$ $$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+9}{e^x} \overset{H}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{e^x} \overset{H}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2}{e^x} = \frac{2}{\infty} = 0$$

$\Rightarrow$ asymptoot van $x > 0$ $\Rightarrow$ $y = 0$ ✓

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2+9}{e^x} = \infty$$

$\Rightarrow$ geen asymptoot voor $x < 0$