vraag 01

Voor welk reëel getal a is de veelterm $p(x) = 4x^4 + ax^3 - \frac{1}{8}$ deelbaar door $x + \frac{1}{2}$?

$\hookrightarrow$ $p(x) = 0$ voor $x = -\frac{1}{2}$

- -1
- $-\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2}$
- ✓ 1

$$p\left(-\frac{1}{2}\right) = 4\left(-\frac{1}{2}\right)^4 + a\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{8}$$

$$= \frac{2}{8} - \frac{a}{8} - \frac{1}{8} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{8} = \frac{2}{8} - \frac{1}{8} \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

vraag 02

Voor een scherpe hoek α geldt dat $\sin\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$.

Waaraan is $\sin(4\alpha)$ gelijk?

- ○ $\dfrac{15}{25}$
- ○ $\dfrac{16}{25}$
- ○ $\dfrac{20}{25}$
- ☒ $\dfrac{24}{25}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$

$= 1 - \left(\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 = \dfrac{9}{10}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$

$\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\sin(2\alpha) = 2 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{10}} \cdot \dfrac{3}{\sqrt{10}} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$

$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\cos(2\alpha) = \left(\dfrac{3}{\sqrt{10}}\right)^2 - \left(\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 = \dfrac{9-1}{10} = \dfrac{4}{5}$

$\Rightarrow \sin(4\alpha) = 2\sin(2\alpha) \cdot \cos(2\alpha)$

$= 2 \cdot \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{4}{5} = \boxed{\dfrac{24}{25}}$

vraag 03

Een apotheker heeft op maandagmorgen van twee soorten pijnstillers een aantal doosjes in voorraad: d doosjes Indolor en s doosjes Asoufran. In de voormiddag verkoopt hij één derde van zijn voorraad Indolor en één vierde van zijn voorraad Asoufran. In de namiddag verkoopt hij drie vierde van de resterende doosjes Indolor en één derde van de resterende doosjes Asoufran. Hij houdt uiteindelijk in totaal nog 9 doosjes over. Hieruit volgt dat d en s voldoen aan

- ○ $d + 3s = 36$.
- ○ $d + 3s = 54$.
- ○ $2d + 3s = 36$.
- ○ $2d + 3s = 54$.

VM: $* \; d - \frac{d}{3} = \frac{2}{3} d$

$* \; s - \frac{s}{4} = \frac{3}{4} s$

NM: $* \; \frac{2}{3} d \left(1 - \frac{3}{4}\right)$

$= \frac{2}{3} d \, \frac{1}{4} = \frac{2}{12} d$

$= \frac{1}{6} d$

$* \; \frac{3}{4} s \left(1 - \frac{1}{3}\right)$

$= \frac{3}{4} s \, \frac{2}{3} = \frac{6}{12} s$

$= \frac{3}{6} s$

$\Rightarrow \frac{1}{6} d + \frac{3}{6} s = 9$

$d + 3s = 9 \cdot 6$

$\boxed{d + 3s = 54}$

vraag 04

Vooraf: voor een standaard normaal verdeelde toevalsvariabele Z geldt de 68-95-99,7-vuistregel:

$$P(-1 < Z < 1) \approx 68\,\%, \quad P(-2 < Z < 2) \approx 95\,\%, \quad P(-3 < Z < 3) \approx 99{,}7\,\%.$$

Een grootstad besluit op basis van een aantal steekproeven dat de hoeveelheid huisvuil die door een gezin bij de tweewekelijkse ophaling wordt buitengezet, normaal verdeeld is met een gemiddeld gewicht van 14 kg en een standaardafwijking van 5 kg. De stad telt 120 000 gezinnen. Van hoeveel gezinnen kan men een hoeveelheid huisvuil verwachten tussen 9 kg en 24 kg?

- ○ tussen 85 000 en 90 000 gezinnen
- ○ tussen 90 000 en 95 000 gezinnen
- ○ tussen 95 000 en 100 000 gezinnen
- ○ meer dan 100 000 gezinnen

$\mu = 14$ kg

$\sigma = 5$ kg

$9\text{ kg} = 14 - 5 = \mu - \sigma$

$= 34\,\%$

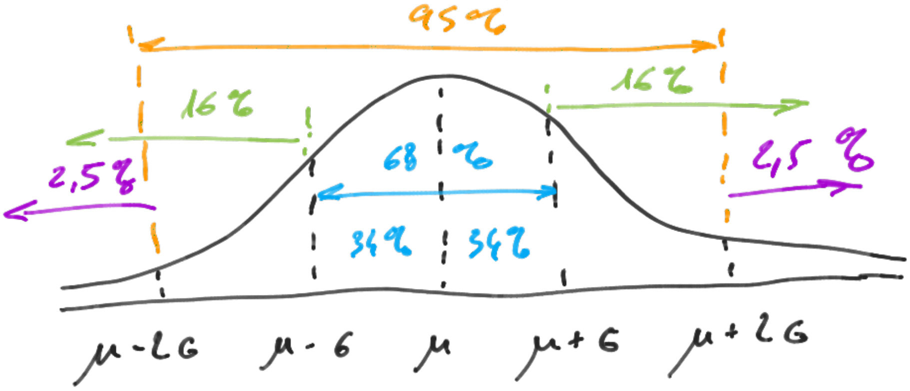
$24\text{ kg} = 14 + 2 \cdot 5$

$= \mu + 2\sigma$

$= 34 + (16 - 2{,}5)$

$= 34 + 13{,}5$

$= 47{,}5\,\%$



$$\Rightarrow \quad 120\,0\cancel{00} \, \frac{(34 + 47{,}5)}{1\cancel{00}} = 1200 \cdot 81{,}5 = \boxed{97800}$$

vraag 05

Vooraf: zoals gebruikelijk stelt e het grondtal van de natuurlijke logaritme voor.

Als

$$\int_{\sqrt{2}}^{t} \frac{x}{x^2-1}\,\mathrm{d}x = 2$$

dan is t gelijk aan

- $\sqrt{e^2+1}$.
- $\sqrt{e^4+1}$. ✓
- $\sqrt{e^6+1}$.
- $\sqrt{e^8+1}$.

$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x$$

$$\Rightarrow d(x^2) = 2x\,dx$$

$$\frac{1}{2}\int_{\sqrt{2}}^{t} \frac{d(x^2)}{x^2-1} = \frac{1}{2}\int_{\sqrt{2}}^{t} \frac{d(x^2-1)}{x^2-1}$$

$$= \frac{1}{2} \ln(x^2-1)\Big|_{\sqrt{2}}^{t}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\ln(t^2-1) - \underbrace{\ln((\sqrt{2})^2-1)}_{=0}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\ln(t^2-1) = 2$$

$$\Rightarrow \ln(t^2-1) = 4 \quad \Rightarrow t^2-1 = e^4$$

e e

$$t^2 = e^4+1$$

$$\boxed{t = \sqrt{e^4+1}}$$

vraag 06

Voor welk reëel getal a is er precies één koppel reële getallen (x, y) waarvoor geldt dat

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ a \end{bmatrix} ?$$

- ○ 3
- ○ 4
- ○ 5
- ○ 6

$3x + 2y = 7$

$x - y = 1 \quad (\times 2)$

$3x + 2y = 7$

$2x - 2y = 2$

$5x + 0 = 9$

$\Rightarrow x = \frac{9}{5}$

$y = x - 1$

$= \frac{9}{5} - \frac{5}{5} = \frac{4}{5}$

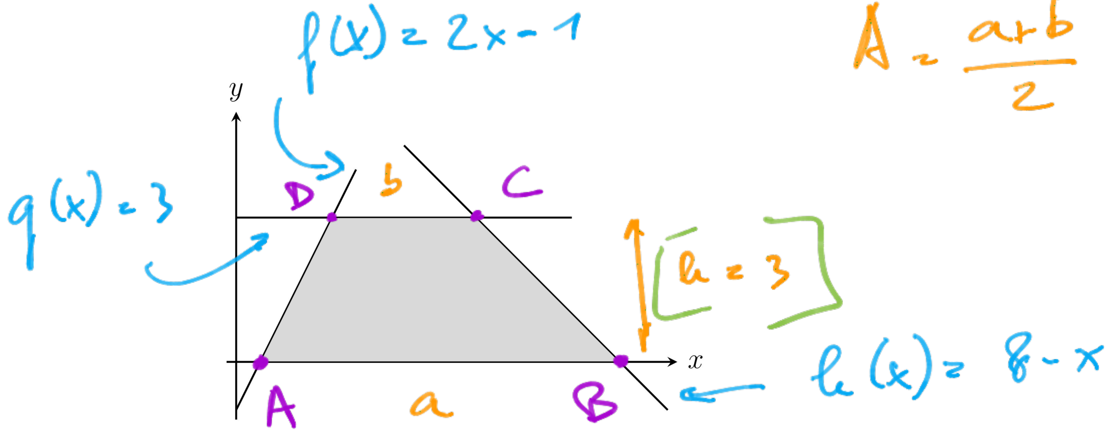
$\Rightarrow 2x + 3y = a$

$2\left(\frac{9}{5}\right) + 3\left(\frac{4}{5}\right) = a = \frac{18}{5} + \frac{12}{5}$

$= \frac{30}{5} = \boxed{6}$

De grafieken van de functies met voorschriften $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = 3$ en $h(x) = 8 - x$, samen met de x-as vormen in het bovenste halfvlak de rand van een vierhoek. Bepaal de oppervlakte van die vierhoek.

$A = \frac{a+b}{2} \cdot h$



- $\frac{60}{4}$
- $\frac{63}{4}$ ✓
- $\frac{60}{2}$
- $\frac{63}{2}$

A : $f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

B : $h(x) = 0 \Rightarrow 8 - x = 0 \Rightarrow x = 8$

C : $h(x) = 3 \Rightarrow 8 - x = 3 \Rightarrow x = 5$

D : $f(x) = 3 \Rightarrow 2x - 1 = 3 \Rightarrow x = 2$

$a = B - A = 8 - \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$

$b = C - D = 5 - 2 = 3$

$A = \frac{3}{2}\left(\frac{15}{2} + 3\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{21}{2} = \frac{63}{4}$

vraag 08

De functie f is bepaald door het voorschrift

$$f(x) = x(x^2 - 2)(x^2 + 2)$$

en heeft het punt P als buigpunt.

De raaklijn in P aan de grafiek van f is de rechte met als vergelijking

- ○ $x + 4y = 0$.
- ○ $x - 4y = 0$.
- ○ $4x - y = 0$.
- ✓ $4x + y = 0$.

$\Rightarrow f(x) = (x^3 - 2x)(x^2 + 2)$

$= x^5 + \cancel{2x^3} - \cancel{2x^3} - 4x$

$= x^5 - 4x$

$f'(x) = 5x^4 - 4$

$f''(x) = 20x$

Buigpunt: $f''(x) = 0 \Rightarrow 20x = 0 \Rightarrow x = 0$

rico raaklijn $= f'(x) = f'(0) = -4$

P: $x = 0$ $f(0) = 0 \Rightarrow P: (0, 0)$

$\Rightarrow$ raaklijn: $y - 0 = -4(x - 0)$

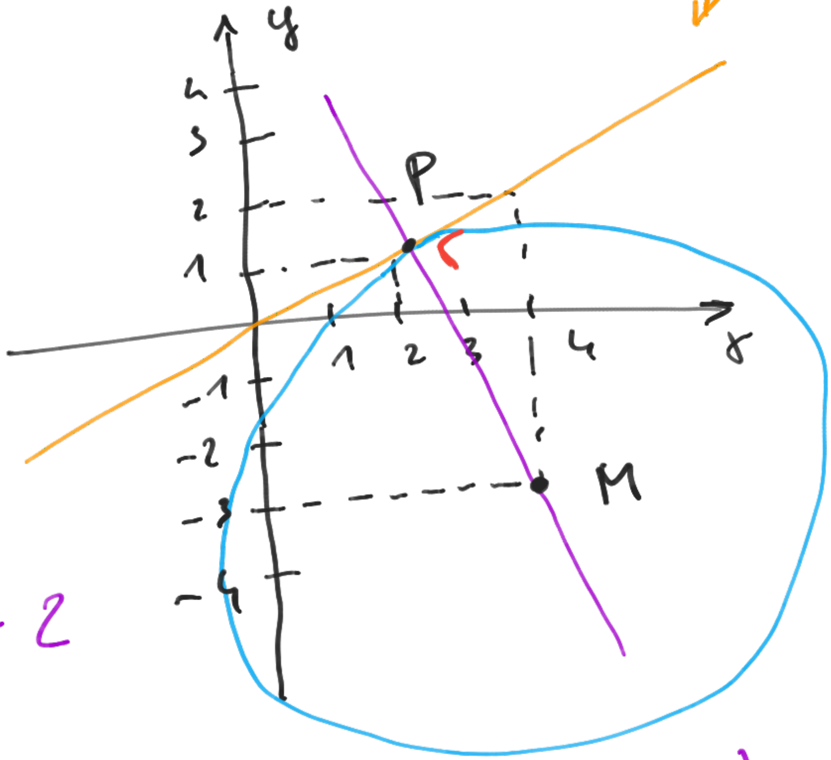
$y = -4x$

$\boxed{4x + y = 0}$

vraag 09

Een cirkel met middelpunt $M(4, -3)$ raakt aan de rechte met vergelijking $2y - x = 0$. $\Rightarrow y = \frac{1}{2}x$

Bepaal de straal van deze cirkel.



- $2\sqrt{5}$
- $3\sqrt{5}$
- $5\sqrt{2}$
- $5\sqrt{3}$

$$\text{rico} = \frac{-1}{1/2} = -2$$

$\Rightarrow$ door $(4,-3)$ $\Rightarrow y-(-3) = -2(x-4)$

$y+3 = -2x+8 \Rightarrow y = -2x+5$

Snijpunt P: $-2x+5 = \frac{1}{2}x \Rightarrow -4x+10 = x$

$\Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow \boxed{x=2} \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{2}x = \frac{2}{2} = 1}$

Afstand $|PM| = \sqrt{(4-2)^2 + ((-3)-1)^2}$

$= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$

OF: afstand $M(4,-3)$ tot rechte $2y-x=0$

$$r = \frac{|(x_M \cdot x_r) + (y_M \cdot y_r)|}{\sqrt{x_r^2 + y_r^2}} = \frac{|4(-1)+(-3)\cdot 2|}{\sqrt{(-1)^2+2^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10}{5}\sqrt{5} = \boxed{2\sqrt{5}}$$

vraag 10

De raad van bestuur van een groot ziekenhuis wil een adviesraad met 4 leden samenstellen. Een verkiezing onder de medewerkers draagt hiervoor 7 artsen en 5 verpleegkundigen voor. Op hoeveel manieren kan de raad van bestuur de adviesraad zo samenstellen dat er minstens 2 artsen toe behoren?

- ○ 210
- ○ 385
- ☒ 420
- ○ 445

4 leden → 2 A + 2 V
3 A + 1 V
4 A + 0 V

$$C_7^2 \cdot C_5^2 + C_7^3 \, C_5^1 + C_7^4$$

$$\frac{7!}{(7-2)!\,2!} \cdot \frac{5!}{(5-2)!\,2!} + \frac{7!}{(7-3)!\,3!} \cdot 5 + \frac{7!}{(7-4)!\,4!}$$

$$\frac{7.\cancel{6}^{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{5.\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}} + \frac{7.\cancel{6}.5}{\cancel{3.2}} \cdot 5 + \frac{7.\cancel{6}.5.\cancel{4}}{\cancel{4}.\cancel{3}.\cancel{2}.1}$$

$$7.3.5.2 + 7.5.5 + 7.5$$

$$210 + 175 + 35 = 210 + 210 = 420$$