1. Wiskunde

vraag 01

De rest bij deling van de veelterm

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$$

door $x + 1$ is gelijk aan

- -15.
- -3.
- 3.
- 15.

Reststelling $x+1 \Rightarrow x = -1$

$(-1)^4 + 2(-1)^3 + 3(-1)^2 + 4(-1) + 5$

$1 - 2 + 3 - 4 + 5 = 3$

Of Horner

$$\begin{array}{r|cccc|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & \downarrow & -1 & -1 & -2 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 \end{array}$$

vraag 02

Beschouw de matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{en} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a^{-1} & 1 \end{bmatrix}$$

met $a \neq 0$ een reëel getal. Dan is $A \cdot B - B \cdot A$ gelijk aan

- $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.
- $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.
- $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.
- $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.

$A.B = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/a & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+1 & 0+a \\ 0+1/a & 0+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1/a & 1 \end{bmatrix}$

$B.A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+0 & a+0 \\ 1/a+0 & 1+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 1/a & 2 \end{bmatrix}$

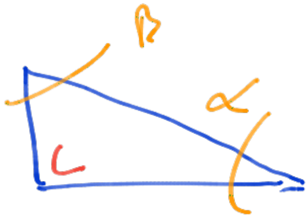
$A.B - B.A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1/a & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & a \\ 1/a & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

vraag 03

Gegeven zijn een rechthoekige driehoek met scherpe hoeken α en β, en een rechthoekige driehoek met scherpe hoeken α' en β'. Er geldt dat $\alpha' = 3\alpha$ en $2\beta' = \beta$. Hoe groot is α?

- $\alpha = 15°$
- $\alpha = 18°$
- $\alpha = 30°$
- $\alpha = 54°$



$$\alpha + \beta + 90° = 180°$$

$$\alpha + \beta = 90°$$

$$\Rightarrow \alpha' + \beta' = 90°$$

$$3\alpha + \frac{\beta}{2} = 90°$$

$$\alpha + \beta = 3\alpha + \frac{\beta}{2}$$

$$\Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 6\alpha + \beta$$

$$\Rightarrow 4\alpha - \beta = 0 \Rightarrow \beta = 4\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 90° \Rightarrow \alpha + 4\alpha = 90°$$

$$5\alpha = 90°$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{90°}{5} = \boxed{18°}$$

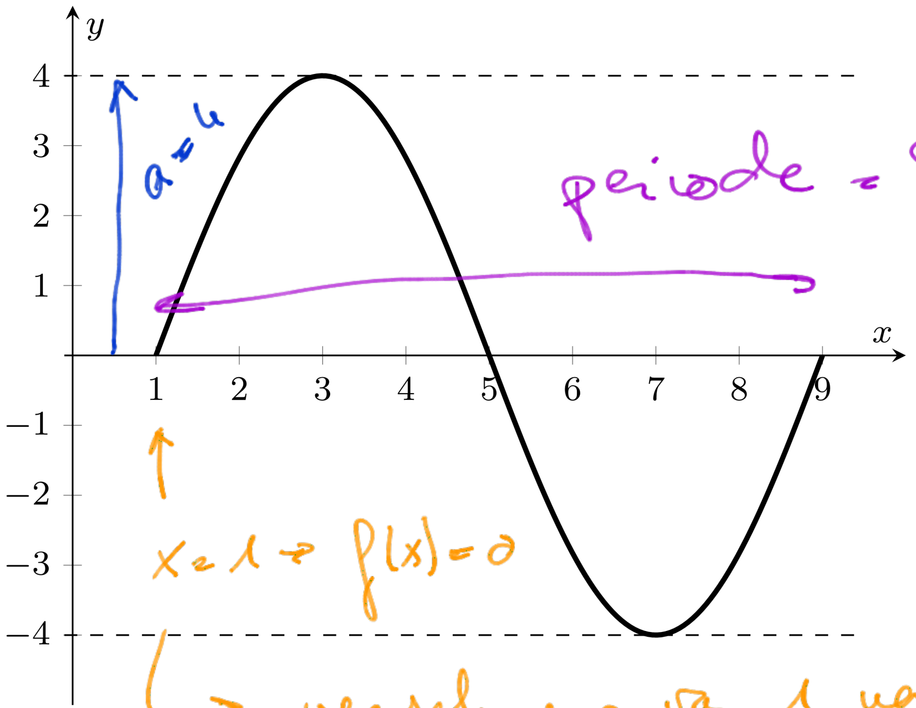
vraag 04

Beschouw een functie f met voorschrift van de vorm

$$f(x) = a\ \sin(bx + c)$$

waarbij a, b en c reële parameters zijn.

De figuur toont de grafiek van f beperkt tot het interval $[1, 9]$.



periode = 8

$8 \cdot \frac{\pi}{4}$

$= 2\pi$

of

↳ verschuiving van 1 naar rechts

$\Rightarrow c = -\frac{\pi}{4}$

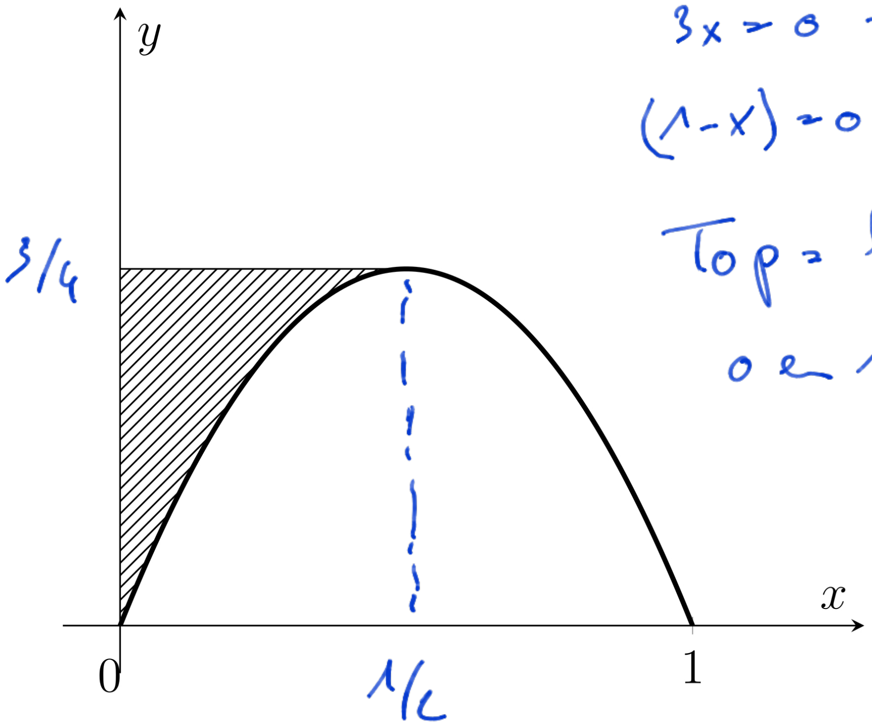
Wat is het voorschrift van de functie f?

- [x] $f(x) = 4\ \sin\left(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{4}\right)$ $\Rightarrow 8 = 2\pi$
- [ ] $f(x) = 4\ \sin\left(\frac{\pi}{4}x - 1\right)$ $1 = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$
- [ ] $f(x) = 4\ \sin\left(\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{4}\right)$
- [ ] $f(x) = 4\ \sin\left(\frac{\pi}{4}x + 1\right)$

$\Rightarrow f(x) = 4 \sin\left(\frac{\pi}{4}x - 1\right)$

vraag 05

Beschouw de functie f met voorschrift $f(x) = 3x(1-x)$. De figuur toont de grafiek van f beperkt tot het interval $[0,1]$.



$3x = 0 \Rightarrow x = 0$

$(1-x) = 0 \Rightarrow x = 1$

Top = halverwege

0 en 1 $\Rightarrow$ 1/2

De oppervlakte van het gearceerde gebied is gelijk aan

- $\frac{1}{8}$.
- $\frac{1}{4}$.
- $\frac{3}{8}$.
- $\frac{5}{8}$.

$f(x) = 3x - 3x^2$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

Opp = ▭ − ◿

$= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} - \int_0^{1/2} (3x - 3x^2)\,dx$

$= \frac{3}{8} - 3\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^{1/2} = \frac{3}{8} - 3\left[\frac{1}{8} - \frac{1}{24}\right]$

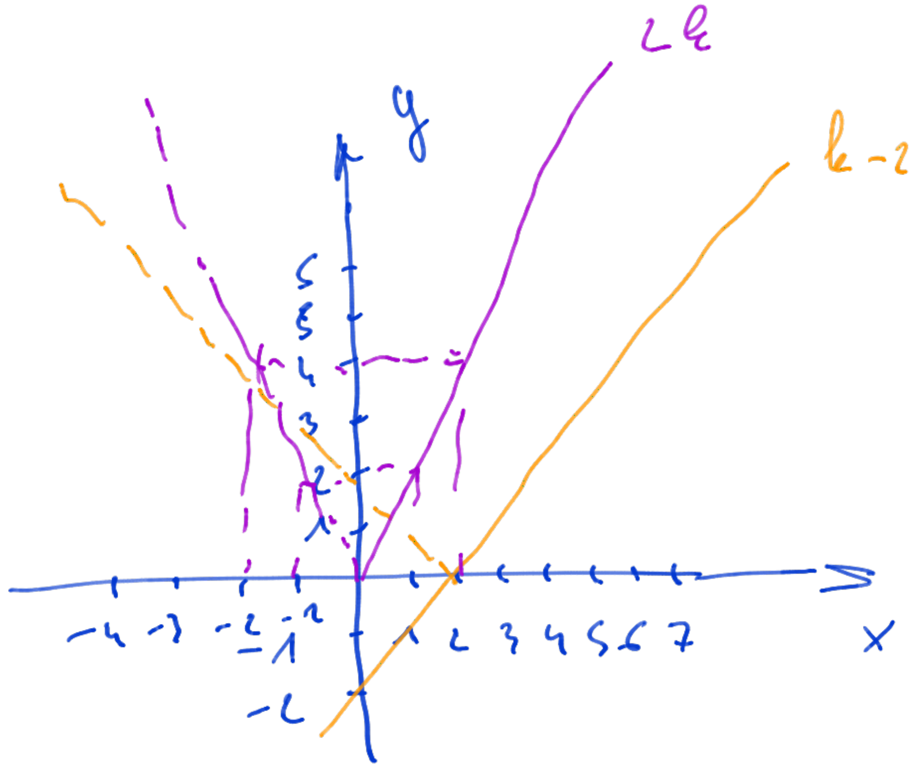
$= \frac{3}{8} - 3\left[\frac{3}{24} - \frac{1}{24}\right] = \frac{3}{8} - 3 \cdot \frac{2}{24} = \frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \boxed{\frac{1}{8}}$

vraag 06

Het aantal strikt negatieve gehele getallen k die voldoen aan de ongelijkheid

$$2|k| < |k - 2|$$

is



- ○ 0.
- ○ 1. ✓
- ○ 2.
- ○ oneindig.

Enkel voor -1 -2

$2|-1| < |-1-2|$

$2 < 3$ ✓

$2|-2| < |-2-2|$

$4 < 4$ ✗

vraag 07

De rechte met vergelijking $x - 2y + 2 = 0$ snijdt de cirkel met vergelijking $x^2 + y^2 = 4$ in twee punten met coördinaten (x_1, y_1) en (x_2, y_2). Dan is $|y_1 - y_2|$ gelijk aan

- $\frac{4}{5}$.
- $\frac{9}{5}$.
- $\frac{8}{5}$.
- $\frac{3}{2}$.

$x = 2y - 2$

$\Rightarrow (2y-2)^2 + y^2 = 4$

$4y^2 + 4 - 8y + y^2 = 4$

$5y^2 - 8y = 0$

$\Rightarrow y(5y - 8) = 0$

$y = 0$ of $5y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{5}$

$\Rightarrow \left|0 - \frac{8}{5}\right| = \frac{8}{5}$

vraag 08

Gegeven is de functie f met voorschrift

$$f(x) = 3x^2 + (2 - x)^3.$$

De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van f in het buigpunt van f is gelijk aan

$\Rightarrow f''(x) = 0$

- ○ 3 .
- ○ 15 .
- ○ 21 .
- ○ 26 .

$$f'(x) = 6x + 3(2-x)^2(-1)$$
$$= 6x - 3(4 + x^2 - 4x)$$
$$= 6x - 12 - 3x^2 + 12x$$
$$= -3x^2 + 18x - 12$$
$$f''(x) = -6x + 18 = 0$$
$$\Rightarrow 6x = 18 \Rightarrow x = 3$$

rico = $f'(x)$ voor $x = 3$

$$\Rightarrow f'(3) = -3(3)^2 + 18 \cdot 3 - 12$$
$$= -27 + 54 - 12 = 15$$

vraag 09

Om een spel te spelen zijn twee teams nodig: Team Blauw en Team Rood. De teams mogen niet uit evenveel spelers bestaan en moeten elk minstens één speler bevatten. Acht vrienden verdelen zich in Team Blauw en Team Rood. Op hoeveel manieren kan die verdeling gebeuren?

- 92
- 127
- 184
- 254

B →	R →
1	7
2	6
3	5
4	4
5	3
6	2
7	1

X

$$C_8^1 + C_8^2 + C_8^3 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7$$

$$8 + \frac{8!}{2!(8-2)!} + \frac{8!}{3!.5!} + \frac{8!}{5!\,3!} + \frac{8!}{6!\,2!} + \frac{8!}{7!\,1}$$

$$8 + \frac{8.7}{2} + \frac{8.7.6}{2.3} + \frac{8.7.6}{2.3} + \frac{8.7}{2} + 8$$

$$8 + 4.7 + 8.7 + 8.7 + 4.7 + 8$$

$$16 + 7(24) = 16 + 140 + 28 = 184$$

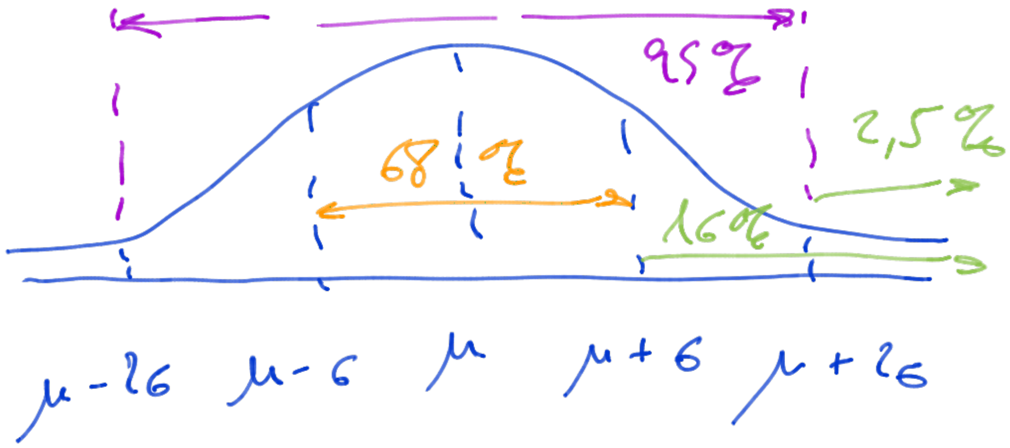
vraag 10

<u>Vooraf:</u> voor een standaard normaal verdeelde toevalsvariabele Z geldt de 68-95-99,7-vuistregel:

$P(-1 < Z < 1) \approx 68\,\%$; $P(-2 < Z < 2) \approx 95\,\%$;
$P(-3 < Z < 3) \approx 99{,}7\,\%$.

Een ziekenhuis laat maaltijden leveren. Bij alle gerechten hoort een portie aardappelen. Het ziekenhuis onderzoekt het gewicht van de portie aardappelen. Op basis van een aantal steekproeven weten we dat het gewicht normaal verdeeld is met een gemiddelde van 200 g en een standaardafwijking van 10 g. Uit alle geleverde porties worden er twee lukraak gekozen. Wat is de kans dat één van de porties meer weegt dan 220 g en de andere minder dan 200 g?

- ○ $1{,}25\,\%$
- ○ $2{,}5\,\%$
- ○ $5\,\%$
- ○ $50\,\%$



$\mu = 200$ g en $\sigma = 10$ g

1e of 2e $200\text{ g} = \mu \rightarrow 50\,\%$

2e of 1e $220\text{ g} = \mu + 2\sigma = 200 + 2 \cdot 10 = 220$

$2{,}5\,\%$

$2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2{,}5}{100}\right) = \frac{2{,}5}{100} \Rightarrow 2{,}5\,\%$