vraag 01 (geneutraliseerd)

Vraag 1 werd geneutraliseerd.

Ga door naar de volgende vraag.

- (x)
- ( )
- ( )
- ( )

DAT KLOPT HELEMAAL!

Score 3/3

vraag 02

Twee cirkels, C_1 en C_2, zijn bepaald door de vergelijkingen

$$C_1: \ x^2 + y^2 = 4a^2 \quad \text{en} \quad C_2: \ x^2 + y^2 - 2x + 4y = a^2.$$

Hierin is a een positief reëel getal.

Voor welke a is de oppervlakte van C_1 het dubbele van de oppervlakte van C_2?

- ○ $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- ○ $\sqrt{5}$ ✓
- ○ $\sqrt{10}$
- ○ $2\sqrt{5}$

$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

$y^2 + 4y + 4 = (y+2)^2$

$x^2 - 2x + \underline{1} + y^2 + 4y + \underline{4} - 5 = a^2$

5 teveel => −5

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = a^2 + 5$

$C_1: \pi \cdot 4a^2 \qquad C_2: \pi(a^2+5)$

$C_1 = 2C_2 \Rightarrow \cancel{\pi}\, 4a^2 = 2(\cancel{\pi}(a^2+5))$

$4a^2 = 2a^2 + 10$

$2a^2 = 10$

$a^2 = 5 \Rightarrow \boxed{a = \sqrt{5}}$

vraag 03

Beschouw de functie f met domein $]0,+\infty[$ en met functievoorschrift

$$f(x) = x + 2 + \frac{1}{x}.$$

Voor elke $x \in]0,+\infty[$ is $f(f(x)-2)$ gelijk aan

- ○ $x^2 + 2 + \dfrac{1}{x^2}$.
- ○ $\dfrac{x+1}{x} + 2 + \dfrac{x}{x+1}$.
- ○ $\dfrac{x+1}{x^2} + 2 + \dfrac{x^2}{x+1}$.
- ✓ $\dfrac{x^2+1}{x} + 2 + \dfrac{x}{x^2+1}$.

$$f(x) - 2 = x + 2 + \frac{1}{x} - 2$$

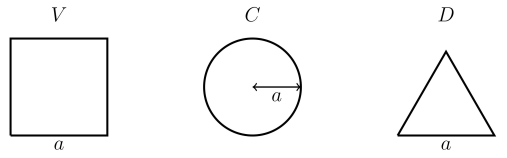
$$= x + \frac{1}{x}$$

$$f(f(x)-2) = \left(x + \frac{1}{x}\right) + 2 + \left(\frac{1}{x + \frac{1}{x}}\right)$$

$$= \frac{x^2+1}{x} + 2 + \frac{x}{x^2+1}$$

vraag 04

Voor $a > 0$ beschouwen we de volgende drie figuren: een vierkant V met zijde a, een cirkel C met straal a, een gelijkzijdige driehoek D met zijde a.



Voor elke figuur bekijken we de verhouding $r = \dfrac{\text{oppervlakte}}{\text{omtrek}}$. We noteren hiervoor respectievelijk r_V, r_C en r_D. Dan geldt:

- $r_V < r_D < r_C$.
- $r_D < r_V < r_C$.
- $r_V = r_C = r_D$.
- $r_D = r_V < r_C$.

$\square = \dfrac{a^2}{4a} = \dfrac{a}{4}$

$\bigcirc = \dfrac{\pi a^2}{2\pi a} = \dfrac{a}{2}$

$\Delta = \dfrac{\frac{1}{2}(a \cdot \cos 30^\circ)\cancel{a}}{3\cancel{a}}$

$= \dfrac{1}{6} \cdot a \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{12}$

$r_D < r_V < r_C$

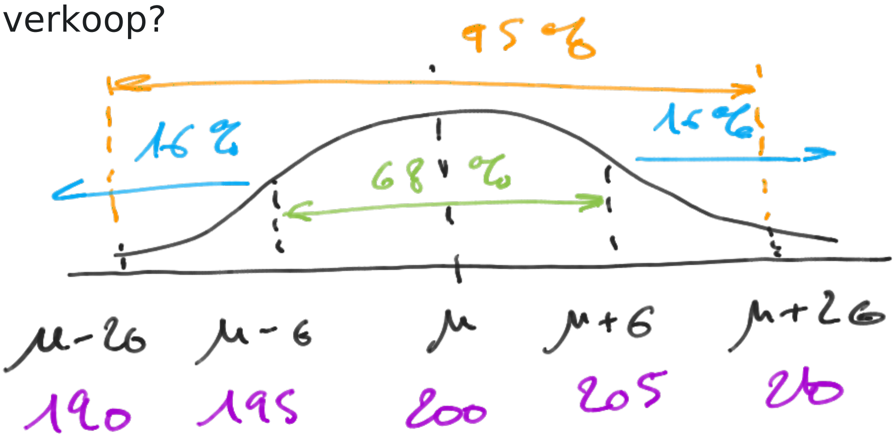
vraag 05

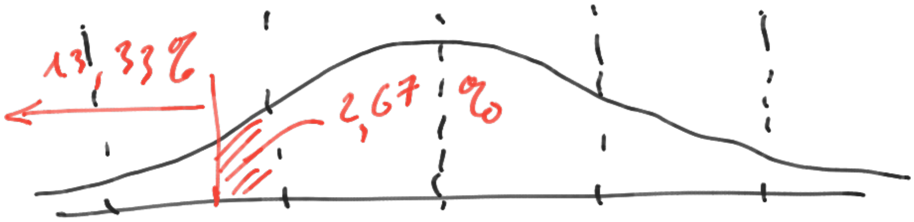
Vooraf: voor een standaard normaal verdeelde toevalsvariabele Z geldt de 68-95-99,7-vuistregel:

$$P(-1 < Z < 1) \approx 68\,\%, \quad P(-2 < Z < 2) \approx 95\,\%, \quad P(-3 < Z < 3) \approx 99{,}7\,\%.$$

Een bedrijf maakt een zalf die het verpakt in plastic potjes. In principe moet er 200 gram zalf in een potje zitten. Maar het vulmechanisme werkt niet perfect. Uit vroegere analyses weet men dat de hoeveelheid zalf die effectief in een potje zit, normaal verdeeld is met een gemiddelde van 200 gram en een standaardafwijking van 5 gram. De plastic potjes waarin de zalf zit, zijn identiek. Op een bepaalde dag rollen 6000 potjes van de productieband. Enkel de 5200 zwaarst wegende potjes worden toegelaten voor de verkoop. Wat is de beste schatting voor het aantal potjes met minder dan 195 gram zalf dat die dag toegelaten wordt voor de verkoop?

- ✓ 160
- O 200
- O 240
- O 280





$6000 - 5200$

$= 800$

$\frac{800}{6000} = \frac{2}{15}$

$= 0{,}1333$

$= 13{,}33\,\%$

$0{,}16 - \frac{2}{15} = \frac{2{,}4 - 2}{15} = \frac{0{,}4}{15}$

$\Rightarrow 6000 \cdot \frac{0{,}4}{15} = 6000 \cdot \frac{4}{150}$

$= 40 \cdot 4 = \boxed{160}$

vraag 06

Hoeveel oplossingen voor de onbekende x heeft de vergelijking

$$2\sin^2 x + \underbrace{\sin x}_{\hookrightarrow\, = u} - 1 = 0$$

in het interval $[-\pi, \pi]$?

De hoeken worden hier uitgedrukt in radialen.

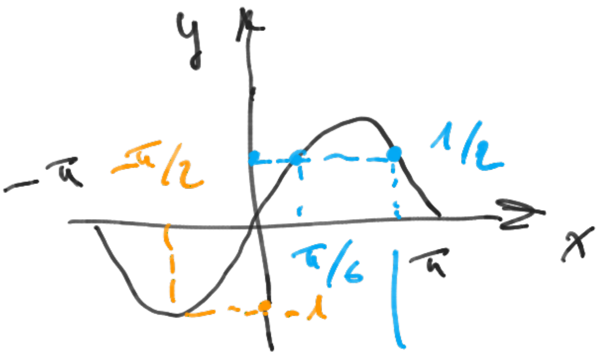
- ○ precies 2
- ☒ precies 3 ✓
- ○ precies 4
- ○ meer dan 4

$$2u^2 + u - 1 = 0$$

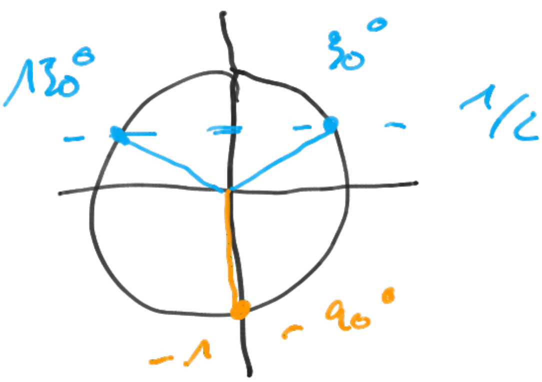
$$u = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$$

$$= -\frac{1}{4} \pm \frac{1}{4}\sqrt{9}$$

$$= -\frac{1}{4} \pm \frac{3}{4} \quad \begin{cases} -1 \\ +\frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$



$\frac{5\pi}{6}$



$\sin x = -1$

$$\Rightarrow \boxed{x = -\frac{\pi}{2}}$$

$\sin x = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{6}}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{5\pi}{6}}$$

vraag 07

De reële getallen a en b voldoen aan

$$\begin{bmatrix} a & \frac{1}{4} \\ -8 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & \frac{1}{4} \\ -8 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \frac{1}{4} \\ -8 & b \end{bmatrix}.$$

Bepaal het product ab.

- -4
- ~~-2~~ ✓
- 2
- 4

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} a^2 - 8/4 & a/4 + b/4 \\ -8a - 8b & -2 + b^2 \end{bmatrix}$$

$a^2 - 2 = a$

$\frac{a}{4} + \frac{b}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow a + b = 1$

$-8a - 8b = -8 \Rightarrow a + b = 1$

$-2 + b^2 = b \Rightarrow b^2 - 2 = b$

$$\left.\begin{array}{l} a^2 - a - 2 = 0 \\ b^2 - b - 2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2}$$

$\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{9}}{2} = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$

$4/2 = 2$

$-2/2 = -1$

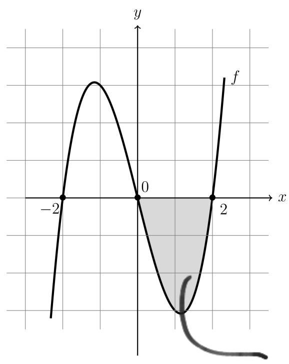
$$\boxed{\begin{array}{l} a = 2,\ b = -1 \\ a = -1,\ b = 2 \end{array}}$$

$\Rightarrow (-1)\,2 = \boxed{-2}$

vraag 08

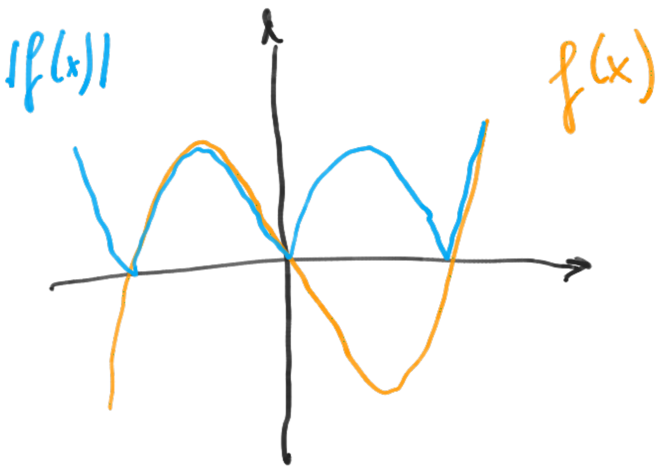
De figuur toont de grafiek van een oneven functie f.

symmetrisch t.o.v. y-as



$$-\int_0^2 f(x)\,dx$$

Welke van de onderstaande integralen geeft de oppervlakte van het grijs gekleurde gebied als resultaat?



- ○ $\displaystyle\int_0^2 \big(f(x) - |f(x)|\big)\,\mathrm{d}x$
- ☒ $\displaystyle\frac{1}{2}\int_{-2}^2 \big(|f(x)| - f(x)\big)\,\mathrm{d}x$
- ○ $\displaystyle\frac{1}{2}\int_{-2}^2 f(x)\,\mathrm{d}x$
- ○ $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$

tussen −2 en 0
$|f(x)| - f(x) = 0$

tussen 0 en 2
$|f(x)| - f(x) = 2f(x)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\int_0^2 2f(x)\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-2}^{2} \big[|f(x)| - f(x)\big]\,dx$$

vraag 09

Tim Dice gooit met twee (eerlijke) dobbelstenen. Hoe groot is de kans dat de som van de gegooide ogen deelbaar is door 5?

- ○ $\frac{1}{6}$
- ✓ $\frac{7}{36}$
- ○ $\frac{2}{9}$
- ○ $\frac{1}{4}$

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$\frac{4+3}{36} = \frac{7}{36}$$

OP: 5 en 10 = deelbaar door 5

10: 4 + 6, 5 + 5, 6 + 4

5: 1 + 4, 2 + 3, 3 + 2, 4 + 1

$3 + 4 = 7$ gunstige

$6 \cdot 6 = 36$ mogelijke

$$\Rightarrow P = \frac{\#\text{ gunstige}}{\#\text{ mogelijke}} = \boxed{\frac{7}{36}}$$

vraag 10

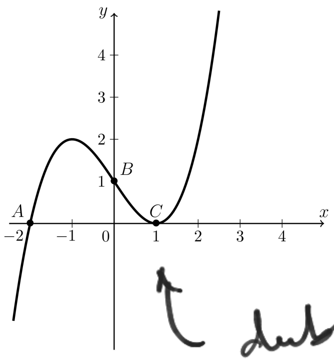
De functie f is bepaald door het voorschrift

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

waarbij de coëfficiënten a, b, c en d reële getallen zijn.

De grafiek van deze functie snijdt de x-as in het punt $A(-2,0)$, snijdt de y-as in het punt $B(0,1)$ en raakt aan de x-as in het punt $C(1,0)$. De coëfficiënt a is dan gelijk aan

- $-\frac{1}{2}$.
- $-\frac{1}{4}$.
- $\frac{1}{4}$.
- **$\frac{1}{2}$.**



$\boxed{f(0) = d = 1}$

↑ dubbel nulpunt

$\Rightarrow \boxed{f(x) = a(x-1)^2 \cdot (x+2)}$

$\Rightarrow a(x^2 - 2x + 1)(x+2)$

$\Rightarrow a(x^3 + \cancel{2x^2} - \cancel{2x^2} - 4x + x + 2) \rightarrow \boxed{b = 0}$

$\Rightarrow a(x^3 - 3x + 2)$

$\Rightarrow ax^3 - 3ax + 2a$

$\hookrightarrow 2a = d = 1$

$\Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \boxed{c = -\frac{3}{2}}$

OF: $f(0) = 1$

$1 = a(0-1)^2(0+2)$

$1 = a \cdot 1 \cdot 2$

$\rightarrow a = \frac{1}{2}$