

### vraag 01

De parabool met vergelijking  $y = x^2 - 8x - 12$  snijdt de  $x$ -as in de punten  $A(a, 0)$  en  $B(b, 0)$  (met  $a < b$ ). Hoeveel gehele getallen liggen in het interval  $[a, b]$ ?

- 9
- 10
- 11
- 12

$$x^2 - 8x - 12 = 0 \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(-12)}}{2}$$
$$= 4 \pm \sqrt{16 + 48}$$
$$= 4 \pm \sqrt{64} = 4 \pm 8\sqrt{7}$$
$$= \begin{cases} 4 + 8\sqrt{7} = b \\ 4 - 8\sqrt{7} = a \end{cases}$$

$$8\sqrt{7} \approx 5,3 \Rightarrow a = 4 - 5,3 = -1,3$$

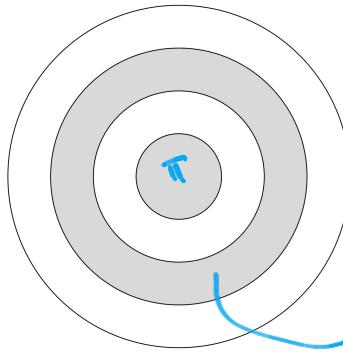
$$b = 4 + 5,3 = 9,3$$

$$\Rightarrow [-1, 9] \Rightarrow \boxed{11}$$

## vraag 02

Beschouw vier concentrische cirkels met stralen 1, 2, 3 en 4, zoals in de figuur.

Hoeveel procent van de oppervlakte van de grootste cirkel is grijs gekleurd?



$$C_1: \pi \cdot 1^2 = \pi$$

$$C_2: \pi \cdot 2^2 = 4\pi$$

$$C_3: \pi \cdot 3^2 = 9\pi$$

$$C_4: \pi \cdot 4^2 = 16\pi$$

$$\begin{aligned} C_3 - C_2 &= 9\pi - 4\pi \\ &= 5\pi \end{aligned}$$

$$G = 5\pi + \pi = 6\pi$$

- 35 %
- 37,5 %
- 40 %
- 42,5 %

$$g = \frac{6\pi}{16\pi} = \frac{3}{8} = 0,375$$

$$\begin{aligned} &= 0,375 \\ &= \underline{\underline{37,5\%}} \end{aligned}$$

### vraag 03

Aan een toets op 10 punten namen 18 leerlingen deel. De gemiddelde score van deze 18 leerlingen is 8 en 6 leerlingen maakten een correcte toets. Hoeveel is de gemiddelde score van de overige 12 leerlingen?

6,75

7

7,25

7,5

$$x = \frac{\sum x_n}{n} = \frac{6 \cdot 10 + 12 \cdot x}{18} = 8$$

$$\Rightarrow 8 \cdot 18 = 60 + 12x$$

$$\frac{144 - 60}{12} = x = 12 - 5 = 7$$

## vraag 04

In deze vraag worden alle hoeken uitgedrukt in radialen.

Het precieze aantal oplossingen voor de onbekende  $x$  van de vergelijking

$$(\sin x + \cos x) \left( \sin x - \cos \left( \frac{\pi}{2} - x \right) \right) = 0$$



in het interval  $[-6\pi, 9\pi]$  is

$$\begin{aligned} & (\sin x + \cos x) (\sin x - \sin(x)) = 0 \\ & \Leftrightarrow (\sin x + \cos x) \cancel{(\sin x - \sin x)} = 0 \end{aligned}$$

- 15.
- 30.
- 45.
- oneindig.

## vraag 05

Vooraf: de logaritme met grondtal  $p$  van een strikt positief getal  $x$  noteren we als  ${}^p \log x$ .

$${}^a \log b = \frac{1}{a} \cdot {}^a \log b$$

Als  ${}^4 \log a = b$ , dan is  $\frac{1}{2} \log a$  gelijk aan

$b^2$ .

$${}^a \log a = \frac{1}{a \log a}$$

$2b$ .

$$= \frac{1}{2^a \log 2} = b$$

$-b^2$ .

$-2b$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \log a = \frac{1}{a \log(\frac{1}{2})} \\ = -\frac{1}{a \log 2} \end{array} \right.$$

$$x(-2) \Rightarrow -2b$$

## vraag 06

In een bepaalde regio is 2% van de bevolking besmet met tuberculose (TBC). De bewoners van deze regio worden getest op TBC met de Mantoux-test. Deze test werkt niet feilloos: van degenen die met TBC besmet zijn, reageert 98% positief, maar ook een aantal personen die niet besmet zijn reageren positief.

De kans dat iemand met een positieve test effectief ook met TBC besmet is, bedraagt  $\frac{10}{11}$ .

Wat is de kans dat een bewoner uit deze regio positief reageert als hij niet besmet is?

0,1 %

0,2 %

1 %

2 %

$$P(TBC|+) = \frac{P(+|TBC) P(TBC)}{P(+|TBC) \cdot P(TBC) + P(+|\overline{TBC}) \cdot P(\overline{TBC})}$$
$$= \frac{0,98 \cdot 0,02}{0,98 \cdot 0,02 + x \cdot 0,98}$$
$$= \frac{\cancel{0,18} \cdot \cancel{0,02}}{\cancel{0,18} (0,02 + x)} = \frac{10}{11}$$

$$\Rightarrow 0,02 = \frac{0,2}{11} + \frac{10}{11} x \Rightarrow \frac{0,22 - 0,2}{11} = \frac{10}{11} x$$

$$\Rightarrow x = \frac{11}{10} \cdot \frac{0,02}{11} = 0,002 = 0,2\%$$

## vraag 07

Vooraf: zoals gebruikelijk stelt  $e$  het grondtal van de natuurlijke logaritme voor.

Voor welk reëel getal  $a$  geldt dat

- $\frac{2e - 1}{e + 1}$
- $\frac{2e - 1}{1 - e}$
- $\frac{2e + 1}{1 - e}$
- $\frac{e - 1}{1 + 2e}$

$$\begin{aligned}
 & \int_a^{a+1} \frac{t}{t+1} dt = 2 ? \\
 & \int_a^{a+1} \frac{t+1-1}{t+1} dt = \int_a^{a+1} \frac{1}{t+1} d(t+1) \\
 &= t \Big|_a^{a+1} - \ln(t+1) \Big|_a^{a+1} \\
 &= (a+1 - a) - (\ln(a+1+1) - \ln(a+1)) \\
 &= 1 - \ln\left(\frac{a+2}{a+1}\right) \\
 &= 1 + \ln\left(\frac{a+1}{a+2}\right) = 2 \\
 \Rightarrow & \ln\left(\frac{a+1}{a+2}\right) = 1 \\
 & \frac{a+1}{a+2} = e \\
 a+1 &= ae + 2e \\
 a - ae &= 2e - 1 \\
 a(1-e) &= 2e - 1 \\
 a &= \frac{2e-1}{1-e}
 \end{aligned}$$

## vraag 08

Gegeven de matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Als  $n$  een natuurlijk getal is dat verschillend is van nul, noteren we

$$A^n = \underbrace{A A \cdots A}_{n \text{ factoren}}.$$

Voor elk natuurlijk getal  $n \neq 0$  geldt dat

$A^n = A$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$A^n = 3A$ .

$$\begin{bmatrix} 1+1+1 & 1+1+1 & 1+1+1 \\ 1+1+1 & 1+1+1 & 1+1+1 \\ 1+1+1 & 1+1+1 & 1+1+1 \end{bmatrix}$$

$A^n = 3^{n-1}A$ .

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3+3+3 & 3+3+3 & 3+3+3 \\ 3+3+3 & 3+3+3 & 3+3+3 \\ 3+3+3 & 3+3+3 & 3+3+3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{bmatrix} = A^3 = 3^2 \cdot A \\ = 3^{n-1} A$$

vraag 09

Een cirkel met straal 2 raakt de parabool met vergelijking  $y = x^2$  in precies twee punten, zoals in de figuur. Wat is de coördinaat van het middelpunt van deze cirkel?

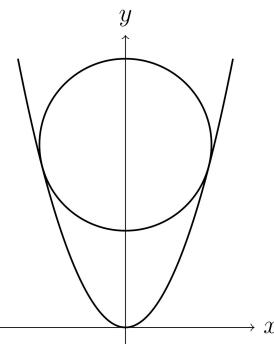
⇒ zelfde raaklijn!

$$(x^2)' = 2x$$

$$C: x = 0, y = a$$

$$x^2 + (y - a)^2 = 2^2$$

$$\Rightarrow y = \pm \sqrt{4-x^2} + a$$



$$(-\sqrt{4-x^2} + a)'$$

$$= -\left[ \frac{-2x}{\sqrt{4-x^2}} \cdot \frac{1}{2} \right]$$

$$= \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$$

$\left(0, \frac{17}{4}\right)$

$$2x = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \rightarrow (2\sqrt{4-x^2})^2 = 1^2$$

$\left(0, \frac{16}{4}\right)$

$$\Rightarrow 4(4-x^2) = 1 \Rightarrow 16-4x^2 = 1$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 15 \Rightarrow x^2 = \frac{15}{4} \Rightarrow \left[x = \pm \frac{\sqrt{15}}{2}\right]$$

$\left(0, \frac{15}{4}\right)$

$$\Rightarrow \text{in parabool: } \left[y = x^2 = \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2 = \frac{15}{4}\right]$$

$\left(0, \frac{14}{4}\right)$

$$\left[\text{nieuwe raaklijn: } f'(x) = 2x = 2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{2} = \sqrt{15}\right]$$

⇒ straal + op raaklijn en door raakpunt

des.  $r_{1,2} = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

$r_1 \cdot r_2 = -1$  ? als 1

$$\text{vgl.: } y - \frac{15}{4} = -\frac{1}{\sqrt{15}} \left(x - \frac{\sqrt{15}}{2}\right) = -\frac{1}{\sqrt{15}}x + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{15}}x + \frac{1}{2} + \frac{15}{4} = -\frac{1}{\sqrt{15}}x + \frac{17}{4}$$

$$\Rightarrow \text{voor } x = 0 \Rightarrow \left[y = \frac{17}{4}\right] \Rightarrow M = \left(0, \frac{17}{4}\right)$$

vraag 10

Het punt  $P$  ligt op de grafiek van de functie  $f$  die bepaald is door het voorschrift

$$f(x) = 2x^3 + 13x^2 + 5x + 9.$$

De raaklijn aan de grafiek van  $f$  in het punt  $P(a, f(a))$  gaat door de oorsprong als en slechts als

- $2a^3 + 13a^2 = 6.$
- $4a^3 + 13a^2 = 6.$
- $2a^3 + 13a^2 = 9.$
- $4a^3 + 13a^2 = 9.$

$$f(a) = 2a^3 + 13a^2 + 5a + 9$$

$$f'(x) = 6x^2 + 26x + 5$$

$$f'(a) = 6a^2 + 26a + 5$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - 2a^3 - 13a^2 - 5a - 9 = (6a^2 + 26a + 5)(x - a)$$

$$y = 2a^3 + 13a^2 + 5a + 9 - 6a^3 - 26a^2 - 5a + x( )$$

$$y = -4a^3 - 13a^2 + 0 + 9 + x( )$$

$$\underbrace{-4a^3 - 13a^2 + 0 + 9}_{\rightarrow 0 \rightarrow} \quad \boxed{4a^3 + 13a^2 = 9}$$