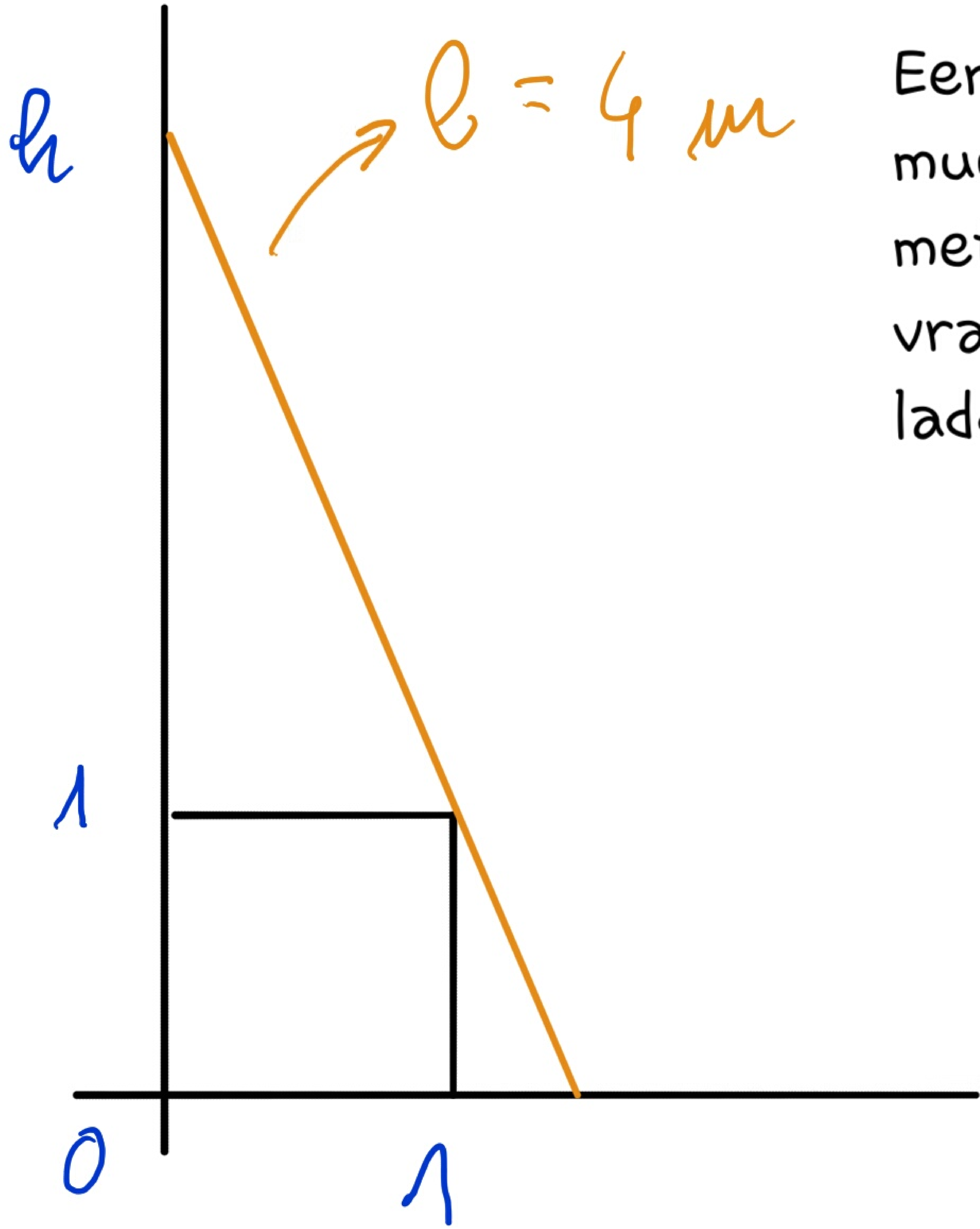


Een ladder met een lengte l = 4 meter staat tegen een muur. Tegen de muur staat ook een kubus met zijde = 1 meter. De ladder staat zo dat hij de kubus raakt. De vraag is: bereken de maximale hoogte h die de top van de ladder bereikt op deze manier.

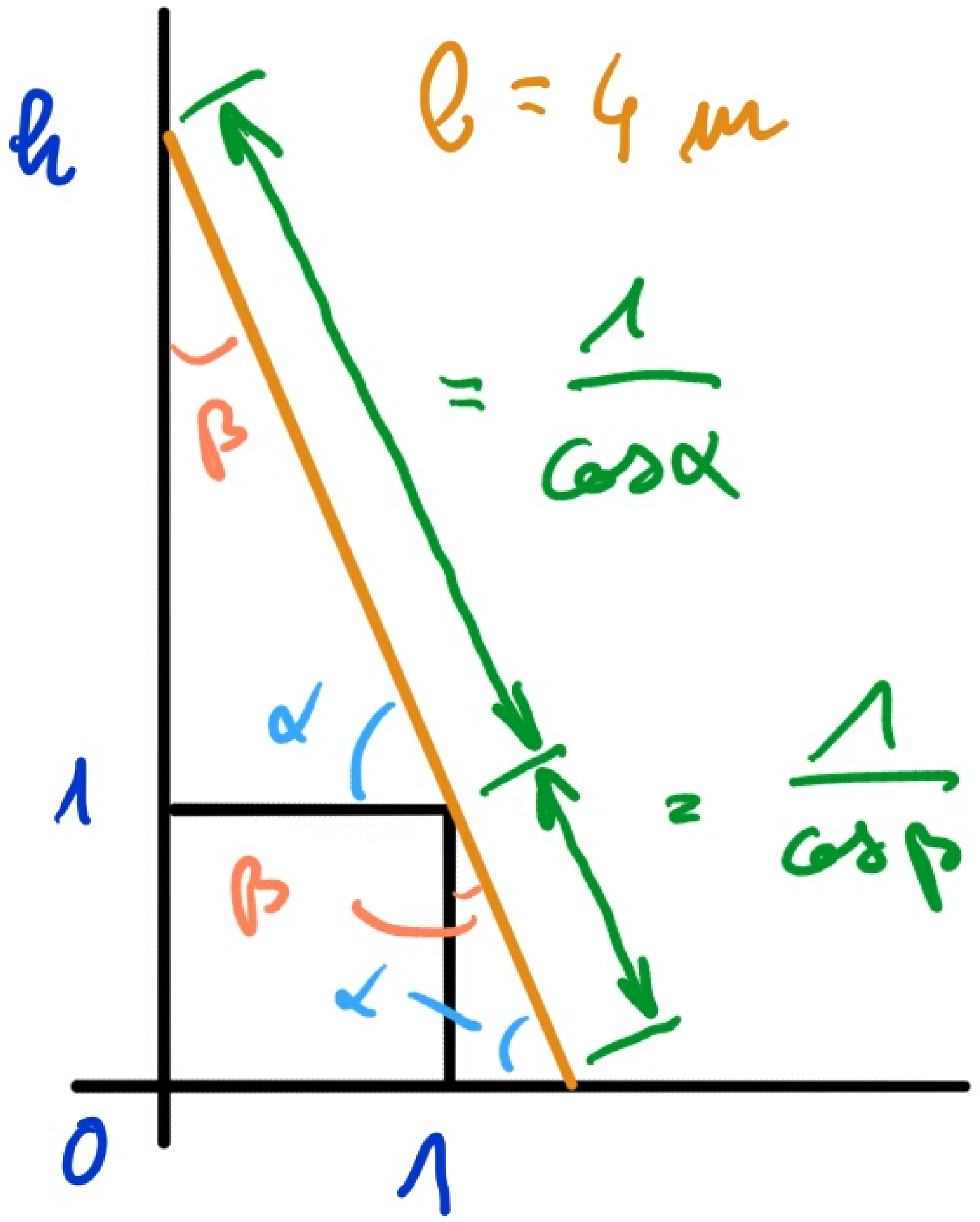
Slechts 2 gevallen mogelijk!

① ladder staat recht (tekening)

② ladder ligt plat (tekening 90° gedraaid)

In alle andere gevallen raakt de ladder niet aan de 3 punten tegelijk!

vloer, muur en kubus



$$= \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$= \frac{1}{\cos\beta} = \frac{1}{\cos(90-\alpha)} = \frac{1}{\sin\alpha}$$

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$l = 4 = \frac{1}{\cos\alpha} + \frac{1}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{2\cos\alpha\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin(2\alpha)}$$

$$\Rightarrow \left(2\sin(2\alpha)\right)^2 = \left(\sin\alpha + \cos\alpha\right)^2$$

$$\Rightarrow 4\sin^2 2\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha$$

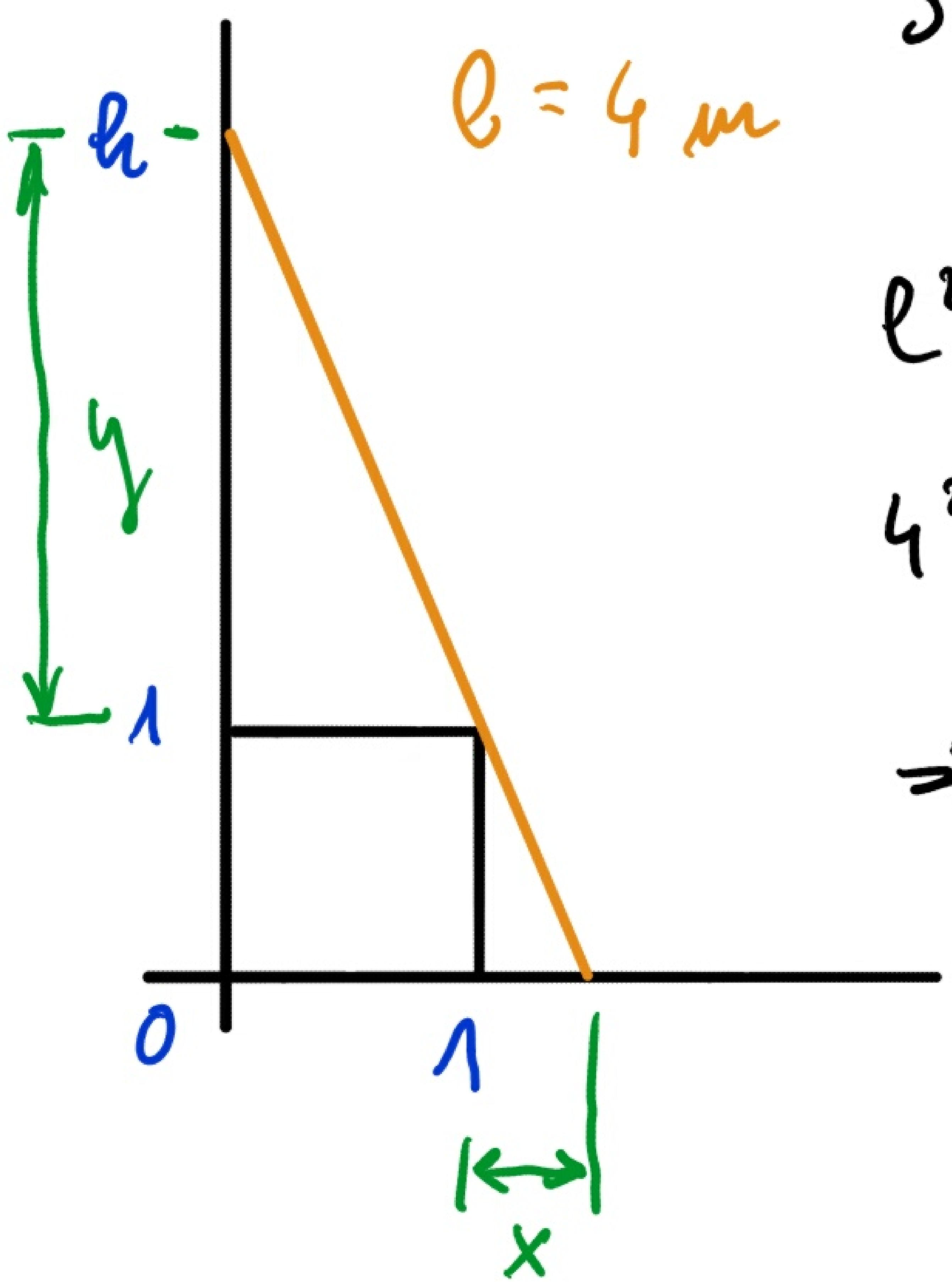
$$= 1 + \underbrace{\sin(2\alpha)}_{= u}$$

$$\Rightarrow 4u^2 - u - 1 = 0 \longrightarrow u = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4\cdot 4\cdot(-1)}}{2\cdot 4} = \frac{1}{8} \pm \frac{\sqrt{17}}{8}$$

$$0 < \alpha < 90 \Rightarrow 0 < 2\alpha < 180 \rightarrow \sin 2\alpha > 0 \;!$$

$$2\alpha = 39{,}79° \text{ of } 180° - 39{,}79° = \underline{140{,}21°} \longrightarrow \alpha = 70{,}105°$$

$$\boxed{h = l \cdot \sin\alpha = 4 \cdot \sin(70{,}105°) = 3{,}76 \text{ m}}$$



$$3 \sim \Delta \rightarrow \frac{y+1}{x+1} = \frac{y}{1} = \frac{1}{x} \rightsquigarrow y = \frac{1}{x}$$

$$\ell^2 = (x+1)^2 + (y+1)^2$$

$$y+1 = \frac{1}{x} + 1 = \frac{x+1}{x}$$

$$4^2 = x^2 + 2x + 1 + \frac{x^2+2x+1}{x^2}$$

$$\Rightarrow 16x^2 = x^2(x^2+2x+1) + x^2 + 2x + 1 = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow 0 = x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 2x + 1$$

$\hookrightarrow$ 4 wortels : $x = \cancel{-4{,}92}, \cancel{-0{,}20}, \underline{\underline{0{,}36}}$ en $\underline{2{,}76}$

waarde voor x als de ladder plat ligt!

$$y = \frac{1}{x} = \frac{1}{0{,}36} = 2{,}76 \text{ m}$$

$$h = 1 + y = 1 + 2{,}76 = 3{,}76 \text{ m}$$

$$\ell^2 = (x+1)^2 + (y+1)^2$$

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y+1 = \frac{1}{x} + 1$$

$$z = x + \frac{1}{x} \; \Big\} \; x>0 \Rightarrow z>0$$

$$z^2 = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$$

$$2z = 2x + \frac{2}{x}$$

$$4^2 = (x+1)^2 + \left(\frac{1}{x}+1\right)^2 = x^2 + 2x + 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} + 1$$

$$16 = \underbrace{\left[x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}\right]} + \underbrace{\left[2x + \frac{2}{x}\right]}$$

$$16 = z^2 + 2z \Rightarrow z^2 + 2z - 16 = 0$$

$$\Rightarrow z = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4.1.(-16)}}{2.1} = -1 \pm \frac{\sqrt{4+64}}{2} = -1 \cancel{\pm} \sqrt{17}$$

$$z = x + \frac{1}{x} \Rightarrow zx = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 - zx + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{(-1+\sqrt{17}) \pm \sqrt{(-1+\sqrt{17})^2 - 4.1.1}}{2.1}$$

$$x = 1{,}57 \pm 1{,}2 \quad \begin{cases} 2{,}77 \leftarrow = y \\ 0{,}37 \leftarrow = x \end{cases}$$

$$\boxed{\ell = 1 + y = 3{,}77}$$

$\longrightarrow$ Afrondingsfouten!