

Лабораторная работа № 2. Датчик ДСВ

1. Постановка задачи:

- Требуется реализовать датчик дискретной случайной величины (ДСВ) в виде функции с параметром $p = (p_0, \dots, p_{m-1})$ - распределение вероятностей значений ДСВ, возвращающей значение ДСВ, равное i , с вероятностью p_i , где $i = [0, m-1]$.
- Реализовать игру двух игроков в кости: в случае выигрыша одного из игроков выигрыш этого игрока положить +1, выигрыш другого игрока положить -1, в случае ничьей положить выигрыши игроков 0. Вероятности выпадения определённых сумм рассчитывать теоретически, использовать полученное распределение при реализации. Разыграть N игр, вычислить средний выигрыш игрока 1.

2. Математическая составляющая задачи:

★ Функция генерации ДСВ:

- Генерируется случайное число в диапазоне $[0, 1)$.
- Накапливается сумма вероятностей, чтобы определить, в какой интервал попадает случайное число:

$$\text{кумулятивная вероятность} = \sum_{i=0}^k p_i$$

p_i - вероятность текущего значения

- Проверяется, в какой интервал попадает случайное число:
если случайное число меньше кумулятивной вероятности, возвращается текущий индекс i :

$$\text{случайное число} < \sum_{i=0}^k p_i$$

★ Функция игральной кости:

- Рассчитывается распределение вероятностей:
вероятности выпадения сумм на двух кубиках рассчитаны как отношение числа комбинаций, дающих эту сумму, к общему числу исходов (36):

$$P(X = k) = \frac{\text{число комбинаций для суммы } k}{36}$$

- Рассчитывается средний выигрыш:
средний выигрыш первого игрока рассчитывается как отношение общего выигрыша к числу игр:

$$\text{Средний выигрыш} = \frac{\text{общий выигрыш}}{\text{число игр}}$$

3. Результаты выполнения задачи:

В ходе выполнения лабораторной работы была реализована модель игры в кости между двумя игроками. Программа моделировала различные сценарии, варьируя

количество игр от 1 до 1,000,000,000. Основной целью было определить средний выигрыш первого игрока в зависимости от количества сыгранных партий.

- Малое количество игр (1, 10, 100):
результаты сильно варьируются. Например, при одной игре выигрыш первого игрока составил -1.0, что указывает на случайное преимущество второго игрока. При 10 играх результат был 0.6, что свидетельствует о преимуществе первого игрока:

Средний выигрыш первого игрока за 1 игр: -1.0

Средний выигрыш первого игрока за 10 игр: 0.6

Средний выигрыш первого игрока за 100 игр: -0.09

Эти колебания связаны с небольшой выборкой, где случайные факторы играют значительную роль.

- Среднее количество игр (1000, 10000):
средний выигрыш первого игрока начинает стабилизироваться ближе к нулю. Например, при 1000 играх средний выигрыш составил 0.058, а при 10000 играх равен -0.0043:

Средний выигрыш первого игрока за 1000 игр: 0.058

Средний выигрыш первого игрока за 10000 игр: -0.0043

Это указывает на то, что при увеличении количества игр случайные колебания уменьшаются.

- Большое количество игр (100,000 и более):
средний выигрыш первого игрока стремится к нулю. Например, при 100,000 играх средний выигрыш составил 0.00031, а при 1,000,000 играх равен 0.000642:

Средний выигрыш первого игрока за 100000 игр: 0.00031

Средний выигрыш первого игрока за 1000000 игр: 0.000642

Средний выигрыш первого игрока за 10000000 игр: -0.0001241

Средний выигрыш первого игрока за 100000000 игр: -5.85e-05

Средний выигрыш первого игрока за 1000000000 игр: 2.171e-06

Это показывает, что игра справедлива, и у обоих игроков равные шансы на победу в долгосрочной перспективе.

Примечание 1: закон больших чисел - это фундаментальный принцип в теории вероятностей, который описывает поведение среднего значения случайной величины при увеличении числа испытаний, а именно то, что значение случайной величины стремится к её математическому ожиданию (теоретическому среднему).

4. Вывод:

На основании проведённых тестов можно сделать следующие выводы:

- Справедливость игры - с увеличением числа игр средний выигрыш первого игрока стремится к нулю, что подтверждает справедливость игры.
- Закон больших чисел - результаты демонстрируют действие закона больших чисел, где среднее значение случайной величины приближается к её математическому ожиданию по мере увеличения числа испытаний.

- Случайные колебания - при малом количестве игр результаты могут значительно колебаться из-за случайных факторов, но с увеличением выборки эти колебания сглаживаются.