



Таблица производных и интегралов

Таблица производных

Правила дифференцирования (правила расчета производной):

1. $(u \pm v)' = u' \pm v'$;
2. $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$, в частности, $(c \cdot u)' = c \cdot u'$;
3. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$, в частности, $\left(\frac{c}{v}\right)' = -\frac{c \cdot v'}{v^2}$;
4. $y'_x = y'_u \cdot u'_x$, если: $y = f(u)$, $u = \varphi(x)$;
5. $y'_x = \frac{1}{x'_y}$, если: $y = f(x)$, $x = \varphi(y)$;
6. $(u^v)' = u^v \cdot \left(v' \cdot \ln u + \frac{v \cdot u'}{u} \right)$ (производная показательно-степенной функции);
7. $(\log_v u)' = \left(\frac{\ln u}{\ln v} \right)'$.

Формулы дифференцирования (производные различных функций):

1. $(c)' = 0$; $(c \cdot x)' = c$; $(x)' = 1$;
2. $(u^a)' = a \cdot u^{a-1} \cdot u'$, в частности, $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$;
3. $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$, в частности, $(e^u)' = e^u \cdot u'$;
4. $(\log_a u)' = \frac{1}{u \cdot \ln a} \cdot u'$, в частности, $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$;
5. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$;
6. $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$;
7. $(\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$;
8. $(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$;
9. $(\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$;
10. $(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$;
11. $(\operatorname{arctg} u)' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$;
12. $(\operatorname{arcctg} u)' = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$.

Производные гиперболических функций:

13. $(\operatorname{sh} u)' = \operatorname{ch} u \cdot u'$, где: $\operatorname{sh} u = \frac{e^u - e^{-u}}{2}$; $\operatorname{ch} u = \frac{e^u + e^{-u}}{2}$;
14. $(\operatorname{ch} u)' = \operatorname{sh} u \cdot u'$;
15. $(\operatorname{th} u)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 u} \cdot u'$, где: $\operatorname{th} u = \frac{\operatorname{sh} u}{\operatorname{ch} u}$;
16. $(\operatorname{cth} u)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 u} \cdot u'$, где: $\operatorname{cth} u = \frac{\operatorname{ch} u}{\operatorname{sh} u}$.



Таблица интегралов

Формулы интегрирования (интегралы различных функций):

1. $\int u^a du = \frac{u^{a+1}}{a+1} + C$, при: $a \neq -1$, в частности, $\int du = u + C$;
2. $\int \frac{du}{u} = \ln|u| + C$;
3. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$, при: $a > 0$;
4. $\int e^u du = e^u + C$;
5. $\int \sin u \cdot du = -\cos u + C$;
6. $\int \cos u \cdot du = \sin u + C$;
7. $\int \operatorname{tg} u \cdot du = -\ln|\cos u| + C$;
8. $\int \operatorname{ctg} u \cdot du = \ln|\sin u| + C$;
9. $\int \frac{du}{\cos^2 u} = \operatorname{tg} u + C$;
10. $\int \frac{du}{\sin^2 u} = -\operatorname{ctg} u + C$;
11. $\int \frac{du}{\sin u} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right| + C$;
12. $\int \frac{du}{\cos u} = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{u}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C$;
13. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$, при: $a > 0$;
14. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} = \ln \left| u + \sqrt{u^2 \pm a^2} \right| + C$;
15. $\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \cdot \operatorname{arctg} \frac{u}{a} + C$, при: $a > 0$;
16. $\int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a} \cdot \ln \left| \frac{a+u}{a-u} \right| + C$, при: $a > 0$;
17. $\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{u}{2} \cdot \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{a^2}{2} \cdot \arcsin \frac{u}{a} + C$, при: $a > 0$;
18. $\int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{u}{2} \cdot \sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \cdot \ln \left| u + \sqrt{u^2 \pm a^2} \right| + C$.

Интегралы простейших правильных рациональных дробей:

- I. $\int \frac{A}{x-a} dx = A \cdot \ln|x-a| + C$;
- II. $\int \frac{A}{(x-a)^n} dx = \frac{A}{(1-n)(x-a)^{n-1}} + C$;
- III. $\int \frac{Ax+B}{x^2+px+q} dx = \frac{A}{2} \cdot \ln|x^2+px+q| + \frac{\left(B - \frac{Ap}{2}\right)}{\sqrt{q - \frac{p^2}{4}}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{x + \frac{p}{2}}{\sqrt{q - \frac{p^2}{4}}} + C$, при: $p^2 - 4q < 0$.

Интегралы гиперболических функций:

1. $\int \operatorname{sh} u \cdot du = \operatorname{ch} u + C$;
2. $\int \operatorname{ch} u \cdot du = \operatorname{sh} u + C$;
3. $\int \frac{du}{\operatorname{ch}^2 u} = \operatorname{th} u + C$;
4. $\int \frac{du}{\operatorname{sh}^2 u} = -\operatorname{cth} u + C$.

Правило интегрирования по частям:

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

Основные свойства интеграла:

1. $\int F'(x) dx = F(x) + C$;
2. $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$;
3. $\int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx$;
4. $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$.