



DMA

Ugeopgave 2

Matti Andreas Nielsen
24. oktober 2016

Indhold

1	Del	2
1.1	2
1.2	3
1.3	4
2		4
2.1	4
2.2	4
2.3	4

1 Del

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

1.1

Basis step:

$$F_0 + F_1 = 1$$

$$2^1 = 2$$

$$1 \leq 2$$

Induktions hypotese:

$$F_n \leq 2^n$$

Så vores base case holder

Induktionstrin:

Vi antager at

$$F_n(1)$$

er sandt, nu vil vi så vise at det også gælder for

$$F_n(n+1)$$

$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$$

$$2^{n+1} = 2 * 2^n = 2^n + 2^n$$

Fordi vores induktions hypotese siger at

$$F_n \leq 2^n$$

og fordi at

$$F_{n-1} \leq F_n$$

kan vi opstille det følgende udtryk

$$f_n + f_{n-1} \leq 2^n + 2^n$$

1.2

$$F_n \geq \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}, \forall n \in \langle 6, 7, 8, \dots \rangle$$

Basis step:

$$F_6 = 8 \geq \left(\frac{2}{3}\right)^{6-1} = 7.59$$

Induktionshypotese:

$$F_n \geq \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

Induktionstrin:

Vi indsætter

$n + 1$ i stedet for n

$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{(n+1)-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$F_n + F_{n-1} \geq \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$F_n + F_{n-1} \geq \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^{n-2} \geq \left(\frac{3}{2}\right)^n$$

Hvis vi kigger på udtrykket

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}$$

kan man via vores potensregne regler skrive som

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{3}{2}\right)^n \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$$

Vi kan så trække

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n$$

ud og får

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n \left(\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right)$$

som giver

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n \left(\frac{10}{9}\right) \geq \left(\frac{3}{2}\right)^n$$

1.3

$$\log F_n \leq \log 2^n$$

$$\log 2^n = n * \log 2$$

$$n \leq \log F_n \leq n$$

$$\log F_n \leq \log \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

$$(n-1) * \log \left(\frac{3}{2}\right) \leq \log F_n \leq n * \log 2$$

jeg ved her at jeg skal bruge reglen S6 til at fjerne konstanterne og på en eller anden måde skal jeg have fjernet -1 fra mit n, men jeg har ikke kunne lave opgaven helt færdig.

2

2.1

Mul metoden laver heltals division af a og b, som returnere true hvis b går op i a, false hvis ikke og variabelen y tæller hvor mange gange b går op i a. Desuden indeholder x variabelen rest værdien af divisionen.

Hvis vi kalder Mul(6, 3) vil når while loopet terminere returnere true, fordi x vil være 0, udover det er y=2 fordi 3 går op i 6 2 gange.

Mul(7, 3) når while loopet terminere returnere false, fordi x vil være -1 hvor hvis man vender fortegnet om har man resten af divisionen, udover det vil y=3.

Mul(3, 7) vil terminere med det samme og returnere false, så det viser at man ikke bare ville kunne returnere x som en rest, i det her tilfælde burde den jo være -4 men fordi vi aldrig hopper ind i løkken er x bare 3.

Mul(0, 7) ville terminere med true.

2.2

2.3