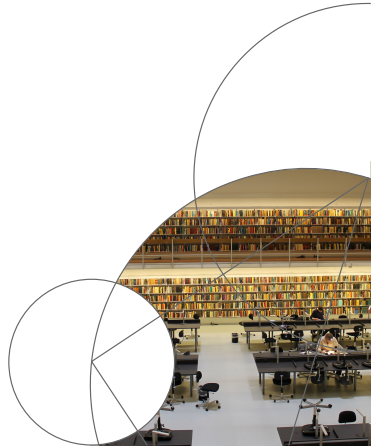




DMA: Uorienterede ræer

Søren Eilers

Institut for Matematiske Fag



Husk: Der er ingen cykler i træer:



Grafer for symmetriske relationer

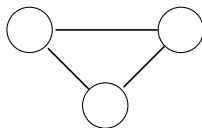
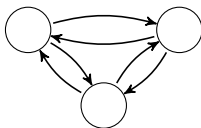
Lad R være en symmetrisk relation på A og lad $a, b \in A$.

Spørgsmål: Hvordan ser den orienterede graf for R ud?

Svar: Symmetri betyder at aRb , hvis og kun hvis bRa .

Dermed er der en kant fra knude a til knude b , hvis og kun hvis der også er en kant den modsatte vej.

Grafen for en symmetrisk relation: Erstat hvert par af modsatrettede pile med en enkelt kant uden retning.



Det giver en graf uden parallelle kanter.



Ikke-orienterede træer (afsnit 7.4)

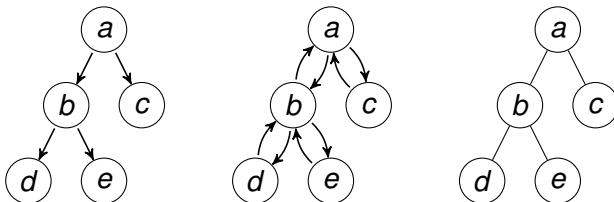
Lad T være et træ.

Den **symmetriske afslutning** af T er relationen $T \cup T^{-1}$.

Dvs. tilføj modsat kant for hver kant i den orienterede graf.

Det giver mindste symmetriske relation, som indeholder T .

Repræsenterer hvert par af modsatrettede kanter med en enkelt ikke-orienteret kant.



Den opnående **graf** kaldes et **ikke-orienteret træ**.



Bemærk:

- Flere træer kan svare til samme ikke-orienterede træ.
- Rodens entydighed er forsvundet
- Det er ikke så klart hvordan man genkender de ikke-orienterede træer blandt alle de irrefleksive symmetriske relationer.

Det sidste råder vi i den grad bod på om lidt.



Definition

En symmetrisk relation kaldes **sammenhængende** (eng. connected) hvis der er en sti mellem ethvert par af forskellige elementer.

En sti fra et element tilbage til det selv kaldes en **cykel**.

Definition

En symmetrisk relation kaldes **acyklisk** hvis den ikke har nogen cykler.



Sætning

Lad en *symmetrisk relation* R på en endelig mængde A være givet, og lad n betegne antallet af uorienterede kanter i R . Da er følgende betingelser ækvivalente

- ① R er et uorienteret træ
- ② R er sammenhængende og acyklisk
- ③ $n = |A| - 1$ og R er sammenhængende
- ④ $n = |A| - 1$ og R er acyklisk
- ⑤ R er sammenhængende, men den relation der opnås ved at fjerne en vilkårlig kant er ikke sammenhængende
- ⑥ R er acyklisk, men den relation der opnås ved at tilføje en vilkårlig kant er ikke acyklisk.

