10.2-3 Dynamiske tabeller noter CLRS 10 og 17

Disse noter er stærkt inspireret af noter af Philip Bille og Inge Li Gørtz til kurset Algoritmer og Datastrukturer, på DTU,
http://www2.compute.dtu.dk/courses/02105+02326/2015/#generelinfo

Stak med dynamisk tabel

- Udfordring. Kan vi implementere en stak effektivt med tabel(ler)?
  - Behøver vi fastsætte en øvre grænse på antallet af elementer?
  - Kan vi komme ned på lineær plads og konstant tid?

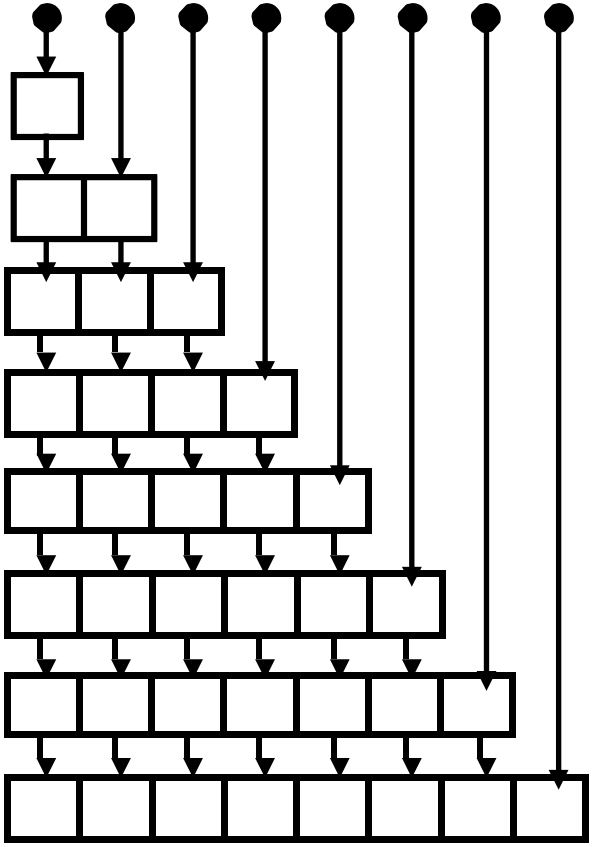
Dynamiske tabeller

- Mål.
  - Implementer en stak vha. tabel(ler) i $\Theta(n)$ plads for n elementer.
  - Så hurtige operationer som muligt.
  - Kun fokus på PUSH. Ignorer POP og ISEMPTY indtil videre.

- Løsning 1.
  - Start med tabel af størrelse 1.
- PUSH(x):
  - Opret ny tabel af størrelse +1.
  - Flyt alle elementer til ny tabel.
  - Slet gammel tabel.

Dynamiske tabeller

- PUSH(x):
  - Opret ny tabel af størrelse +1.
  - Flyt alle elementer til ny tabel.
  - Slet gammel tabel.



- Tid. Hvor meget tid tager n PUSH operationer?
  - $\Theta(1)$ for at indsætte element i tabel første gang.
  - $\Theta(i)$ tid for at bygge tabel af størrelse i og flytte i-1 elementer.
- Samlet tid. $n + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \Theta(n^2)$
- Plads. $\Theta(n)$

- Udfordring. Kan vi gøre noget smartere?

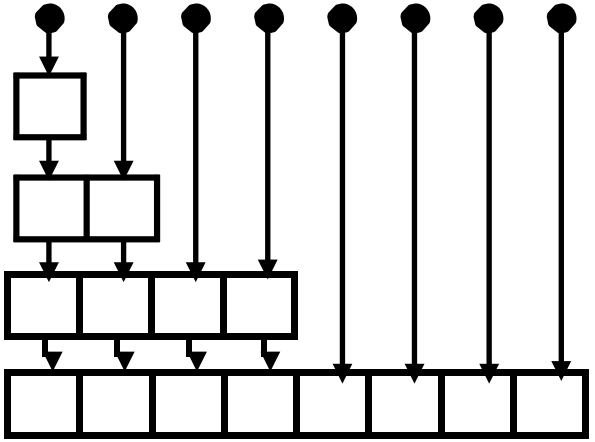
Dynamiske tabeller

- Ide. Kopier kun elementer en gang i mellem.

- Løsning 2.
  - Start med tabel af størrelse 1.
- PUSH(x):
  - Hvis tabel er fuld (antallet af elementer i stak er lig tabellens størrelse).
    - Opret ny tabel af dobbelt størrelse.
    - Flyt elementer over i ny tabel.
    - Slet gammel tabel.

Dynamiske tabeller

- PUSH(x):
  - Hvis tabel er fuld (antallet af elementer i stak er lig tabellens størrelse).
    - Opret ny tabel af dobbelt størrelse.
    - Flyt elementer over i ny tabel.
    - Slet gammel tabel.



- Tid. Hvor meget tid tager n PUSH operationer?
  - Θ(1) for at indsætte element i tabel første gang.
  - Θ(i) tid for at bygge tabel af størrelse i og flytte i-1 elementer.
- Samlet tid. n + 2 + 4 + 8 + 16… + n = Θ(n)
- Plads. Θ(n)

Dynamiske tabeller

- Stak med dynamisk tabel.
  - n PUSH operationer i $\Theta(n)$ tid og plads.
  - Kan udvides til n PUSH, POP og ISEMPTY operationer i $\Theta(n)$ tid.
- Køretiden er amortiseret $\Theta(1)$ per operation (een operation kan tage lang tid, men tiden for enhver sekvens af k operationer er $\Theta(k)$)
- Med snedige tricks kan man deamortisere løsning til $\Theta(1)$ værstefaldskøretid per operation.

- Kø med dynamisk tabel.
  - Samme resultater som stak.
- Global genobygning.
  - Dynamisk tabel er eksempel på global genopbygning (*global rebuilding*).
  - General teknik til at gøre statiske datastrukturer dynamiske.

Datastruktur	PUSH	POP	ISEMPTY	Plads
Tabel med kapacitet N	Θ(1)	Θ(1)	Θ(1)	Θ(N)
Hægtet liste	Θ(1)	Θ(1)	Θ(1)	Θ(n)
Dynamisk tabel med udvidelse	Θ(n)†	Θ(1)†	Θ(1)	Θ(n)
Dynamisk tabel med fordobling	Θ(1)†	Θ(1)†	Θ(1)	Θ(n)
Dynamisk tabel med deamortiseret fordobling	Θ(1)	Θ(1)	Θ(1)	Θ(n)

† = amortiseret