

DMA 2016

– Ugeopgave 8 –

- Hele ugeopgaven skal besvares.
- Ugeopgaven skal afleveres mandag den 12. december klokken 23:59 på Absalon.
- Ugeopgaven skal laves **individuel**t
- Besvarelsen skal udarbejdes i L^AT_EX.

Denne projektopgave har to helt uafhængige temaer. Vi lægger vægt på at I har udtrykt jer præcist og koncist, og i overensstemmelse med de principper der er beskrevet i KBR 2, når vi bedømmer opgaven.

- Del 1
- (1) Lad r være et positivt helt tal. Bestem en formel for antallet af måder hvorpå man kan danne en ordnet liste af r tal fra mængden $\{1, 2, \dots, 500\}$, når gentagelser er tilladt. Bestem en formel for antallet af måder hvorpå man kan danne en ordnet liste, når gentagelser ikke er tilladt.
 - (2) Vi ønsker at benytte en nøglefunktion $f : U \rightarrow \{1, 2, \dots, 500\}$ til at lægge n objekter fra mængden U i en hash-tabel, og foretrækker at undgå *kollisioner* hvor to forskellige objekter får tildelt samme nøgle. Hvis vi antager at nøglefunktionen tildeler alle mulige værdier med samme sandsynlighed, hvad er så sandsynligheden $p(n)$ for at der **ikke** sker en kollision?
 - (3) Benyt en computer til at beregne sandsynlighederne $p(n)$ for n mellem 1 og 100. Hvornår bliver sandsynligheden første gang under $1/2$? Illustrér med en figur.

Del 2

- (1) Betragt relationen R på \mathbb{R} givet ved

$$xRy \iff x - y \in \mathbb{Z}$$

(her er \mathbb{Z} mængden af hele tal).

Afgør om R er refleksiv, symmetrisk, og transitiv. Før beviser eller giv modeksempler.

(2) Betragt relationen S på \mathbb{R} givet ved

$$xSy \iff xy > 0$$

Afgør om S er refleksiv, symmetrisk, og transitiv. Før beviser eller giv modeksempler.