Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

з дисципліни «*Методи оптимізації та планування експерименту*»
на

тему «*Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння регресії з урахуванням квадратичних членів*

(центральний ортогональний композиційний план)»

ВИКОНАВ:
студент ІІ курсу ФІОТ
групи ІО-92
Соболь Денис

ПЕРЕВІРИВ:
Регіда П.Г.

Київ – 2021

Завдання

1. Взяти рівняння з урахуванням квадратичних членів.
2. Скласти матрицю планування для ОЦКП
3. Провести експеримент у всіх точках факторного простору (знайти значення функції відгуку Y). Значення функції відгуку знайти у відповідності з варіантом діапазону, зазначеного далі. Варіанти вибираються по номеру в списку в журналі викладача.

$$y_{i\max} = 200 + x_{cp\max}$$
$$y_{i\min} = 200 + x_{cp\min}$$

где $x_{cp\max} = \frac{x_{1\max} + x_{2\max} + x_{3\max}}{3}$, $x_{cp\min} = \frac{x_{1\min} + x_{2\min} + x_{3\min}}{3}$

4. Розрахувати коефіцієнти рівняння регресії і записати його.
5. Провести 3 статистичні перевірки.

Варіант

№	X_1		X_2		X_3	
	min	max	min	max	min	max
218	-5	5	-1	6	-10	1

Код програми

```
import random
from pyDOE2 import *
import sklearn.linear_model as lm
from scipy.stats import f, t
from functools import partial

x_range = ((-5, 5), (-1, 6), (-10, 1))

x_aver_max = sum([x[1] for x in x_range]) / 3
x_aver_min = sum([x[0] for x in x_range]) / 3

y_max = 200 + int(x_aver_max)
y_min = 200 + int(x_aver_min)


def check(X, Y, B, n, m):
    print('\n\tПеревірка рівняння:')
    f1 = m - 1
    f2 = n
    f3 = f1 * f2
    q = 0.05

    student = partial(t.ppf, q=1 - q)
    t_student = student(df=f3)
```

```
    G_kr = cohren(f1, f2)

    y_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y]
    print('\nСереднє значення y:', y_aver)

    disp = s_kv(Y, y_aver, n, m)
    print('Дисперсія y:', disp)

    Gp = kriteriy_cochrana(Y, y_aver, n, m)
    print(f'Gp = {Gp}')
    if Gp < G_kr:
        print(f'З ймовірністю {1 - q} дисперсії однорідні.')
    else:
        print("Необхідно збільшити кількість дослідів")
        m += 1
        main(n, m)

    ts = kriteriy_studenta(X[:, 1:], Y, y_aver, n, m)
    print('\nКритерій Стьюдента:\n', ts)
    res = [t for t in ts if t > t_student]
    final_k = [B[i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res]
    print('\nКоефіцієнти {} статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з
рівняння.'.format(
        [round(i, 3) for i in B if i not in final_k]))

    y_new = []
    for j in range(n):
        y_new.append(regression([X[j][i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res], final_k))

    print(f'\nЗначення "y" з коефіцієнтами {final_k}')
    print(y_new)

    d = len(res)
    if d >= n:
        print('\nF4 <= 0')
        print('')
        return
    f4 = n - d

    F_p = kriteriy_fishera(Y, y_aver, y_new, n, m, d)

    fisher = partial(f.ppf, q=0.95)
    f_t = fisher(dfn=f4, dfd=f3)
    print('\n\nПеревірка адекватності за критерієм Фішера\n')
    print('Fp =', F_p)
    print('F_t =', f_t)
    if F_p < f_t:
        print('\nМатематична модель адекватна')
    else:
        print('\nМатематична модель не адекватна')
```

```
def regression(x, b):
    y = sum([x[i] * b[i] for i in range(len(x))])
    return y


def s_kv(y, y_aver, n, m):
    res = []
    for i in range(n):
        s = sum([(y_aver[i] - y[i][j]) ** 2 for j in range(m)]) / m
        res.append(round(s, 3))
    return res


def plan_matrix5(n, m):
    print(f'\nГенеруємо матрицю планування для n = {n}, m = {m}')

    y = np.zeros(shape=(n, m))
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            y[i][j] = random.randint(y_min, y_max)

    if n > 14:
        no = n - 14
    else:
        no = 1
    x_norm = ccdesign(3, center=(0, no))
    x_norm = np.insert(x_norm, 0, 1, axis=1)

    for i in range(4, 11):
        x_norm = np.insert(x_norm, i, 0, axis=1)

    l = 1.215

    for i in range(len(x_norm)):
        for j in range(len(x_norm[i])):
            if x_norm[i][j] < -1 or x_norm[i][j] > 1:
                if x_norm[i][j] < 0:
                    x_norm[i][j] = -l
                else:
                    x_norm[i][j] = l

    def add_sq_nums(x):
        for i in range(len(x)):
            x[i][4] = x[i][1] * x[i][2]
            x[i][5] = x[i][1] * x[i][3]
            x[i][6] = x[i][2] * x[i][3]
            x[i][7] = x[i][1] * x[i][3] * x[i][2]
            x[i][8] = x[i][1] ** 2
            x[i][9] = x[i][2] ** 2
            x[i][10] = x[i][3] ** 2
        return x
```

```
    x_norm = add_sq_nums(x_norm)

    x = np.ones(shape=(len(x_norm), len(x_norm[0])), dtype=np.int64)
    for i in range(8):
        for j in range(1, 4):
            if x_norm[i][j] == -1:
                x[i][j] = x_range[j - 1][0]
            else:
                x[i][j] = x_range[j - 1][1]

    for i in range(8, len(x)):
        for j in range(1, 3):
            x[i][j] = (x_range[j - 1][0] + x_range[j - 1][1]) / 2

    dx = [x_range[i][1] - (x_range[i][0] + x_range[i][1]) / 2 for i in range(3)]

    x[8][1] = l * dx[0] + x[9][1]
    x[9][1] = -l * dx[0] + x[9][1]
    x[10][2] = l * dx[1] + x[9][2]
    x[11][2] = -l * dx[1] + x[9][2]
    x[12][3] = l * dx[2] + x[9][3]
    x[13][3] = -l * dx[2] + x[9][3]

    x = add_sq_nums(x)

    print('\nX:\n', x)
    print('\nX нормоване:\n')
    for i in x_norm:
        print([round(x, 2) for x in i])
    print('\nY:\n', y)

    return x, y, x_norm


def find_coef(X, Y, norm=False):
    skm = lm.LinearRegression(fit_intercept=False)
    skm.fit(X, Y)
    B = skm.coef_

    if norm == 1:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії з нормованими X:')
    else:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії:')
    B = [round(i, 3) for i in B]
    print(B)
    print('\nРезультат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:\n', np.dot(X, B))
    return B


def kriteriy_cochrana(y, y_aver, n, m):
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    Gp = max(S_kv) / sum(S_kv)
```

```
    print('\nПеревірка за критерієм Кохрена')
    return Gp


def cohren(f1, f2, q=0.05):
    q1 = q / f1
    fisher_value = f.ppf(q=1 - q1, dfn=f2, dfd=(f1 - 1) * f2)
    return fisher_value / (fisher_value + f1 - 1)


def bs(x, y_aver, n):
    res = [sum(1 * y for y in y_aver) / n]

    for i in range(len(x[0])):
        b = sum(j[0] * j[1] for j in zip(x[:, i], y_aver)) / n
        res.append(b)
    return res


def kriteriy_studenta(x, y, y_aver, n, m):
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    s_kv_aver = sum(S_kv) / n

    s_Bs = (s_kv_aver / n / m) ** 0.5
    Bs = bs(x, y_aver, n)
    ts = [round(abs(B) / s_Bs, 3) for B in Bs]

    return ts


def kriteriy_fishera(y, y_aver, y_new, n, m, d):
    S_ad = m / (n - d) * sum([(y_new[i] - y_aver[i]) ** 2 for i in range(len(y))])
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    S_kv_aver = sum(S_kv) / n

    return S_ad / S_kv_aver


def main(n, m):
    X5, Y5, X5_norm = plan_matrix5(n, m)

    y5_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y5]
    B5 = find_coef(X5, y5_aver)

    check(X5_norm, Y5, B5, n, m)


if __name__ == '__main__':
    n = 15
    m = 4
    main(n, m)
```

Результат роботи програми

```
Генеруємо матрицю планування для n = 15, m = 4

X:
 [[   1   -5   -1  -10    5   50   10  -50   25    1  100]
 [   1    5   -1  -10   -5  -50   10   50   25    1  100]
 [   1   -5    6  -10  -30   50  -60  300   25   36  100]
 [   1    5    6  -10   30  -50  -60 -300   25   36  100]
 [   1   -5   -1    1    5   -5   -1    5   25    1    1]
 [   1    5   -1    1   -5    5   -1   -5   25    1    1]
 [   1   -5    6    1  -30   -5    6  -30   25   36    1]
 [   1    5    6    1   30    5    6   30   25   36    1]
 [   1    6    2    1   12    6    2   12   36    4    1]
 [   1   -6    2    1  -12   -6    2  -12   36    4    1]
 [   1    0    6    1    0    0    6    0    0   36    1]
 [   1    0   -2    1    0    0   -2    0    0    4    1]
 [   1    0    2    7    0    0   14    0    0    4   49]
 [   1    0    2   -5    0    0  -10    0    0    4   25]
 [   1    0    2    1    0    0    2    0    0    4    1]]
```

```
X нормоване:

[1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.22, 0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, -0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
```

```
Y:
 [[198. 200. 204. 195.]
 [203. 200. 199. 203.]
 [204. 196. 197. 201.]
 [197. 200. 197. 197.]
 [195. 195. 202. 199.]
 [201. 196. 202. 196.]
 [198. 200. 198. 201.]
 [202. 197. 198. 199.]
 [203. 197. 204. 198.]
 [196. 203. 197. 197.]
 [204. 202. 203. 197.]
 [195. 199. 201. 198.]
 [197. 201. 201. 196.]
 [200. 197. 197. 196.]
 [198. 203. 200. 203.]]

Коефіцієнти рівняння регресії:
[198.957, 0.147, 0.201, -0.095, -0.023, 0.0, 0.041, 0.003, -0.01, -0.004, 0.002]

Результат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:
 [199.062 201.062 199.314 197.604 197.533 199.203 199.787 200.057 199.614
 198.33  200.172 198.364 199.35  199.458 199.332]

    Перевірка рівняння:

Середнє значення y: [199.25, 201.25, 199.5, 197.75, 197.75, 198.75, 199.25, 199.0, 200.5, 198.25, 201.5, 198.25, 198.75, 197.5, 201.0]
Дисперсія y: [10.688, 3.188, 10.25, 1.688, 8.688, 7.688, 1.688, 3.5, 9.25, 7.688, 7.25, 4.688, 5.188, 2.25, 4.5]

 Перевірка за критерієм Кохрена
 Gp = 0.12119013062409288
 З ймовірністю 0.95 дисперсії однорідні.

 Критерій Стьюдента:
  [636.403, 0.369, 1.16, 0.962, 1.065, 0.106, 1.065, 0.532, 464.515, 464.83, 463.729]

 Коефіцієнти [0.147, 0.201, -0.095, -0.023, 0.0, 0.041, 0.003] статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з рівняння.

 Значення "y" з коефіцієнтами [198.957, -0.01, -0.004, 0.002]
 [198.94500000000002, 198.94500000000002, 198.94500000000002, 198.94500000000002, 198.94500000000002, 198.94500000000002,


 Перевірка адекватності за критерієм Фішера

 Fp = 1.5429882557515084
 F_t = 2.008842199095351

 Математична модель адекватна
```

Висновок:

Під час виконання лабораторної роботи було:

- змодельовано трьохфакторний експеримент при використанні лінійного рівняння регресії та рівняння регресії з ефктом взаємодії;

- складено матрицю планування експерименту;

- було визначено коефіцієнти рівняння регресії(натуралізовані та нормовані);

- виконано перевірку правильності розрахунку коефіцієнтів рівняння регресії.

Також було проведено 3 статичні перевірки(використання критеріїв Кохрена, Стьюдента та Фішера).

При виявленні неадекватності лінійного рівняння регресії оригіналу було застосовано ефект взаємодії факторів.

Довірча ймовірність в даній роботі дорівнює 0.95, відповідно рівень значимості q= 0.05.