

Московский авиационный институт
(национальный технический университет)

Кафедра 806

Лабораторная работа №2
по курсу «Исследование операций»

Выполнила: студентка группы М8О-407Б

Довженко Анастасия

Преподаватель: Короткова Татьяна Ивановна

Лабораторная работа №1

Лабораторная работа №1
Коалиционные игры и сведение их к системе матричных игр

Введите идентификационные данные:

Ф.И.О.

группа №

Введите номер компьютера:

[Продолжить к выполнению ▶](#)

Лабораторная работа №1

Установка параметров игры

Задайте количество игроков, число стратегий каждого игрока, а также значение максимального выигрыша игрока, после чего нажмите кнопку "Продолжить", чтобы сгенерировать таблицу игры.

количество игроков:

Общие установки (для всех игроков):

≤ число стратегий одного игрока ≤

максимальный выигрыш:

☐ Детальные установки (отдельно для каждого игрока):

[Продолжить ▶](#)

Лабораторная работа №1

Установка параметров игры

Задайте количество игроков, число стратегий каждого игрока, а также значения максимального выигрыша игроков, после чего нажмите кнопку "Продолжить", чтобы сгенерировать таблицу игры.

количество игроков:

Общие установки (для всех игроков):

≤ число стратегий одного игрока ≤

максимальный выигрыш:

☐ детальные установки (отдельно для каждого игрока):

[Продолжить](#)

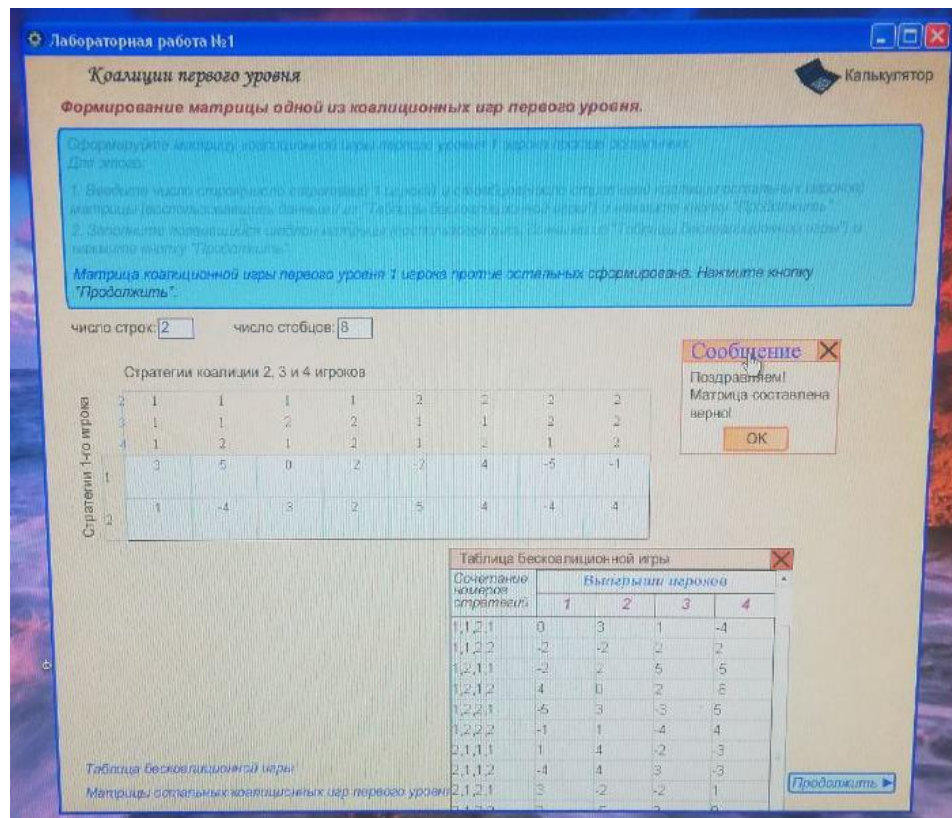
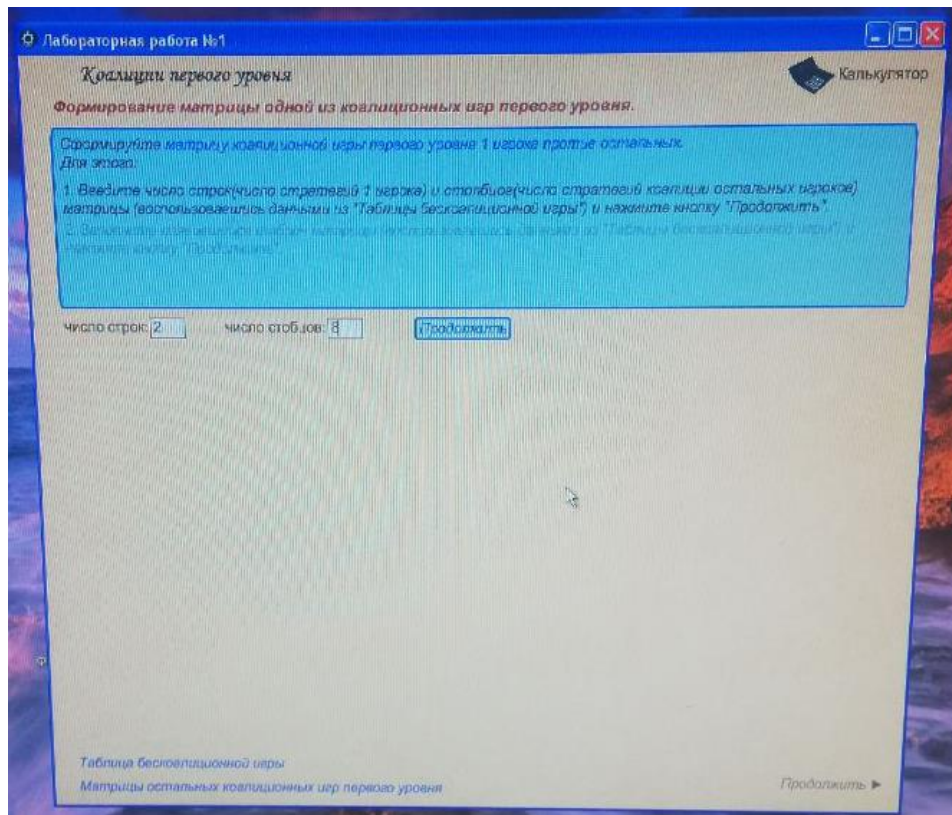
Лабораторная работа №1

Таблица игры 4 игроков

Таблица игры с заданными параметрами сгенерирована успешно! Нажмите кнопку "Продолжить".

Сочетание номеров стратегий	Выигрыши игроков			
	1	2	3	4
1,1,1,1	3	1	-2	-2
1,1,1,2	5	-1	-2	-2
1,1,2,1	0	3	1	-4
1,1,2,2	-2	-2	2	2
1,2,1,1	-2	2	5	-5
1,2,1,2	4	0	2	-6
1,2,2,1	-5	3	-3	5
1,2,2,2	-1	1	-4	4
2,1,1,1	1	4	-2	-3
2,1,1,2	-4	4	3	-3
2,1,2,1	3	-2	-2	1
2,1,2,2	2	-5	3	0
2,2,1,1	5	-5	-4	4
2,2,1,2	4	3	2	9
2,2,2,1	-4	0	-1	5
2,2,2,2	4	-1	0	-3

[Продолжить](#)



Лабораторная работа №1

Коалиции второго уровня

Формирование матрицы одной из коалиционных игр второго уровня.

Сформируйте матрицу коалиционной игры второго уровня коалиции 1 и 2 игроков против остальных. Для этого:

- Введите число строк (число стратегий коалиции 1 и 2 игроков) и столбцов (число стратегий коалиции остальных игроков) матрицы (воспользуйтесь данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".
- Заполните появившийся шаблон матрицы (воспользуйтесь данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".

Матрица коалиционной игры второго уровня коалиции 1 и 2 игроков против остальных сформирована. Нажмите кнопку "Продолжить".

число строк: 4 число столбцов: 4

Стратегии коалиции 1 и 2 игроков

	1	2	3	4
1	3	1	1	2
2	4	1	2	1
3	1	4	4	3
4	2	0	4	-2
5	5	0	1	-3
6	0	7	-4	3

Сообщение X
Поздравляем!
Матрица составлена верно!
OK

Таблица бескоалиционной игры

Сочетание номеров стратегий	Выигрыши игроков			
	1	2	3	4
1,1,2,1	0	3	1	-4
1,1,2,2	-2	-2	2	2
1,2,1,1	-2	2	5	-5
1,2,1,2	4	0	2	-6
1,2,2,1	-5	3	-3	5
1,2,2,2	-1	1	-4	4
2,1,1,1	1	4	-2	-3
2,1,1,2	-4	4	3	-3
2,1,2,1	3	-2	-2	1
2,1,2,2	2	-5	3	0
2,2,1,1	5	-5	-4	4
2,2,1,2	4	3	2	-9
2,2,2,1	-4	0	-1	5
2,2,2,2	4	-1	0	-3

Продолжить

Лабораторная работа №1

Коалиции третьего уровня

Формирование матрицы одной из коалиционных игр третьего уровня.

Сформируйте матрицу коалиционной игры третьего уровня коалиции 1, 2 и 3 игроков против остальных. Для этого:

- Введите число строк (число стратегий коалиции 1, 2 и 3 игроков) и столбцов (число стратегий коалиции остальных игроков) матрицы (воспользуйтесь данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".
- Заполните появившийся шаблон матрицы (воспользуйтесь данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".

Матрица коалиционной игры третьего уровня коалиции 1, 2 и 3 игроков против остальных сформирована. Нажмите кнопку "Продолжить".

число строк: 8 число столбцов: 2

Стратегии 4-го игрока

	1	2
1	2	2
2	4	-2
3	5	6
4	-5	-4
5	3	3
6	-1	0
7	-4	9
8	-5	3

Сообщение X
Поздравляем!
Матрица составлена верно!
OK

Таблица бескоалиционной игры

Сочетание номеров стратегий	Выигрыши игроков			
	1	2	3	4
1,1,2,1	0	3	1	-4
1,1,2,2	-2	-2	2	2
1,2,1,1	-2	2	5	-5
1,2,1,2	4	0	2	-6
1,2,2,1	-5	3	-3	5
1,2,2,2	-1	1	-4	4
2,1,1,1	1	4	-2	-3
2,1,1,2	-4	4	3	-3
2,1,2,1	3	-2	-2	1
2,1,2,2	2	-5	3	0
2,2,1,1	5	-5	-4	4
2,2,1,2	4	3	2	-9
2,2,2,1	-4	0	-1	5
2,2,2,2	4	-1	0	-3

Продолжить

Формулы для решения коалиционных игр в чистых стратегиях и нахождения гарантированных выигрышей

Составьте формулы для нахождения нижней, верхней цены и гарантированного выигрыша коалиционной игры первого уровня коалиционных игр первого уровня и нажмите кнопку "Продолжить".

Формулы для нахождения нижней, верхней цены и гарантированного выигрыша коалиционной игры первого уровня составлены верно. Нажмите кнопку "Продолжить".

Нижняя цена коалиционной игры s -го игрока против остальных определяется по формуле:

$$V_s^l = \max_{j \in \{1, \dots, s-1, s+1, \dots, k\}} \min_{i \in \{1, \dots, j, j+1, \dots, k\}} a_{i, \dots, j}^s$$

Верхняя цена коалиционной игры s -го игрока против остальных определяется по формуле:

$$V_s^j = \min_{j \in \{1, \dots, j, j+1, \dots, k\}} \max_{i \in \{1, \dots, s-1, s+1, \dots, k\}} a_{i, \dots, j}^s$$

Гарантированный выигрыш s -го игрока против остальных определяется по формуле:

Сообщение

Поздравляем! Формулы составлены верно.

Это игра

$$V_s^l = \max_{j \in \{1, \dots, s-1, s+1, \dots, k\}} \min_{i \in \{1, \dots, j, j+1, \dots, k\}} a_{i, \dots, j}^s$$

Матрица дохода s -го игрока

от остальных:

$$\min \left(\begin{array}{ccccccc} a_{1, \dots, 1, 1, \dots, 1}^s & a_{1, \dots, 1, 1, \dots, 2}^s & \dots & a_{1, \dots, 1, 1, \dots, j-1}^s & a_{1, \dots, 1, 1, \dots, j}^s & \dots & a_{1, \dots, 1, 1, \dots, k}^s \\ a_{1, \dots, 2, 1, \dots, 1}^s & a_{1, \dots, 2, 1, \dots, 2}^s & \dots & a_{1, \dots, 2, 1, \dots, j-1}^s & a_{1, \dots, 2, 1, \dots, j}^s & \dots & a_{1, \dots, 2, 1, \dots, k}^s \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1, \dots, j-1, 1, \dots, 1}^s & a_{1, \dots, j-1, 1, \dots, 2}^s & \dots & a_{1, \dots, j-1, 1, \dots, j-1}^s & a_{1, \dots, j-1, 1, \dots, j}^s & \dots & a_{1, \dots, j-1, 1, \dots, k}^s \\ a_{1, \dots, j, 1, \dots, 1}^s & a_{1, \dots, j, 1, \dots, 2}^s & \dots & a_{1, \dots, j, 1, \dots, j-1}^s & a_{1, \dots, j, 1, \dots, j}^s & \dots & a_{1, \dots, j, 1, \dots, k}^s \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1, \dots, k-1, 1, \dots, 1}^s & a_{1, \dots, k-1, 1, \dots, 2}^s & \dots & a_{1, \dots, k-1, 1, \dots, j-1}^s & a_{1, \dots, k-1, 1, \dots, j}^s & \dots & a_{1, \dots, k-1, 1, \dots, k}^s \end{array} \right) \max$$

где $\{1, \dots, i, \dots, j, \dots, k\}$ - множество возможных сочетаний номеров стратегий всех игроков, кроме s -го, $1 \leq s \leq k$

Коалиции первого уровня

Решение одной из коалиционных игр первого уровня в чистых стратегиях.

Найдите минимальный выигрыш s -го игрока и гарантированный выигрыш s -го игрока коалиционной игры первого уровня s игрока коалиционных игр первого уровня и нажмите кнопку "Продолжить".

Для этого:

- Заполните таблицу α (таблица минимальных строк α - строк j и β (таблица максимальных строк β - строк j), где α - минимальное из чисел $a_{1, \dots, j, \dots, k}$ и β - максимальное из чисел $a_{1, \dots, j, \dots, k}$ и нажмите кнопку "Продолжить".
- Введите минимальный, верхний гарантированный выигрыш s -го игрока коалиционной игры первого уровня s игрока коалиционных игр первого уровня и нажмите кнопку "Продолжить".

Задание выполнено. Нажмите кнопку "Продолжить".

Стратегии 1-го игрока

Стратегии коалиции 2, 3 и 4 игроков

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇	B ₈	α_i
A ₁	3	5	0	-2	2	4	-5	-1	-5
A ₂	1	-4	3	2	5	4	-4	4	-4
β_j	3	5	3	2	5	4	4	4	

β

Сообщение

Поздравляем. Минимум и максимум найдены верно!

OK

Сообщение

Задача решена верно!

OK

Нижняя цена игры $V_s^l = -4$

Верхняя цена игры $V_s^j = -4$

Гарантированный выигрыш $V_s^g = -4$

Решение в чистых стратегиях:

☒ существует

☐ не существует

Лабораторная работа №1

Решение коалиционных игр в смешанных стратегиях.

Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом сведения к системе из двух ЗЛП.

Найдите решение в смешанных стратегиях коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных (матричной игры игроков А против В (взвешивания: А - коалиция 1 и 2 игроков, В - коалиция остальных игроков)). Для этого:

1. Выполните переход к преобразованной игре, задав число $\alpha \geq 0$ и нажав кнопку "Продолжить". (Преобразованная игра - игра с положительной матрицей, все ее элементы положительны) $U: U = A + \alpha \cdot E$, где А - матрица исходной игры, Е - матрица размерности матрицы А, с единичными элементами, $\alpha \geq 0; U > 0$).
2. Составьте две задачи линейного программирования (ЗЛП) к решению которых сводится решение преобразованной игры в смешанных стратегиях и нажмите кнопку "Продолжить" для автоматического отыскания решений ЗЛП.
3. По найденным решениям ЗЛП (X* и Y*) найдите оптимальные смешанные стратегии игроков А - р и игроков В - q и цену игры (с точностью до заданного знака после запятой) и нажмите кнопку "Продолжить".

Матрица игры:

$$A = A_{12}^2 = (a_{ij})_{n \times m}$$

$$n = 4; \quad m = 4;$$

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	4	4	3	-4
A ₂	0	4	-2	0
A ₃	5	0	1	-3
A ₄	0	7	-4	0

Сообщение
Переход к преобразованной игре выполнен верно.
ОК

Переход к преобразованной игре

$$\alpha = 5; \quad U: U = A + \alpha \cdot E > 0 \quad (u_{ij} > 0); E = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}_{n \times m}$$

Лабораторная работа №1

Решение коалиционных игр в смешанных стратегиях.

Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом сведения к системе из двух ЗЛП.

Найдите решение в смешанных стратегиях коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных (матричной игры игроков А против В (взвешивания: А - коалиция 1 и 2 игроков, В - коалиция остальных игроков)). Для этого:

1. Выполните переход к преобразованной игре, задав число $\alpha \geq 0$ и нажав кнопку "Продолжить". (Преобразованная игра - игра с положительной матрицей, все ее элементы положительны) $U: U = A + \alpha \cdot E$, где А - матрица исходной игры, Е - матрица размерности матрицы А, с единичными элементами, $\alpha \geq 0; U > 0$).
2. Составьте две задачи линейного программирования (ЗЛП) к решению которых сводится решение преобразованной игры в смешанных стратегиях и нажмите кнопку "Продолжить" для автоматического отыскания решений ЗЛП.
3. По найденным решениям ЗЛП (X* и Y*) найдите оптимальные смешанные стратегии игроков А - р и игроков В - q и цену игры (с точностью до заданного знака после запятой) и нажмите кнопку "Продолжить".

Матрица игры:

$$A = A_{12}^2 = (a_{ij})_{n \times m}$$

$$n = 4; \quad m = 4;$$

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	4	4	3	-4
A ₂	0	4	-2	0
A ₃	5	0	1	-3
A ₄	0	7	-4	0

Сообщение
ЗЛП составлены верно. После нажатия на кнопку "ОК" будут автоматически найдены решения составленных ЗЛП.
ОК

Составление ЗЛП

$$e_1 = (1, \dots, 1)^T \in R^4$$

$$e_2 = (1, \dots, 1)^T \in R^4$$

Задача А

$$(e_1, X) \rightarrow \min_{X \in R_1}$$

$$R_1 = \{X: U^T \cdot X \geq e_2, X \geq 0\}$$

Задача В

$$(e_2, Y) \rightarrow \max_{Y \in R_2}$$

$$R_2 = \{Y: U \cdot Y \leq e_1, Y \geq 0\}$$

Лабораторная работа №1

Решение коалиционных игр в смешанных стратегиях.

Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом сведения к системе из двух ЗЛП.

Найдите рациональные и оптимальные стратегии коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных игроков (матричной игры игрока А против В (ввели обозначения: А - коалиция 1 и 2 игроков, В - коалиция остальных игроков)). Для этого:

1. Выполните переход к преобразованной игре, задав число $\epsilon \geq 0$ и нажав кнопку "Преобразовать". (Преобразованная игра - игра с положительной матрицей, все ее элементы положительны: $E = E' + \epsilon \cdot I = A + \epsilon \cdot I - B$, где А - матрица исходной игры, E - матрица размерности матрицы А, с единичными элементами, $\epsilon \geq 0, E' > 0$.)
2. Составьте для задачи линейного программирования (ЗЛП) в решении которой решение преобразованной игры в смешанных стратегиях и нажмите кнопку "Преобразовать" для автоматического отыскания решений ЗЛП.
3. По найденным решениям ЗЛП (X^* и Y^*) определите оптимальные смешанные стратегии игрока А - p и игрока В - q и цену игры v (с точностью до первого знака после запятой) и нажмите кнопку "Преобразовать".

Решение найдено. Нажмите кнопку "Преобразовать".

Матрица игры:

	B1	B2	B3	B4
A1	4	4	3	-4
A2	0	4	-2	0
A3	5	0	1	-3
A4	0	7	-4	3

$$A = A_{1,2}^2 = (a_{1,2}^2)_{m \times n}$$

$n = 4$; $m = 4$;

Лабораторная работа №1

Решение коалиционных игр в смешанных стратегиях.

Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом итераций Брауна.

Найдите приближенные решения в смешанных стратегиях коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных игроков (матричной игры игрока А против В (ввели обозначения: А - коалиция 1 и 2 игроков, В - коалиция остальных игроков)). Для этого:

2. Заполните таблицу Брауна, вводя последовательно на каждом шаге номера оптимальных относительно всех предыдущих ходов противника стратегий игроков А и В (первая стратегия игрока А выбирается произвольно).

Матрица игры:

	B1	B2	B3	B4
A1	4	4	3	-4
A2	0	4	-2	0
A3	5	0	1	-3
A4	0	7	-4	3

$$A = A_{1,2}^1$$

Точность решения заданная: $\epsilon = 0.1$ достигнута: $\Delta(Z) = 0$

Введите номер оптимальной стратегии игрока А на первом шаге:

Введите номер оптимальной стратегии игрока В:

k	i	B1	B2	B3	B4	j	A1	A2	A3	A4	Y	P	$\Delta(k)$
1	1	4	4	3	-4	4	-4	0	-3	3	-4	3	7
2	4	4	11	-1	-1	3	-1	-2	-2	-1	-0.5	-0.5	0

Продолжить

