Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)

Факультет информационных технологий и прикладной математики

Кафедра вычислительной математики и программирования

Лабораторные работы по курсу «Средства и технологии мультимедия»

Студентка: А. Довженко
Преподаватель: А. В. Крапивенко
Группа: М8О-206Б
Дата:
Оценка:
Подпись:

Москва, 2020

Лабораторная работа №7. Множества Жюлиа и Мандельброта

Задача:

Цели: Изучить процесс построения алгебраических фракталов и результаты их визуализации.

Задание:

1. В среде программы FractInt рассмотреть классическую формулу $z(n+1) = z(n)^2 + c$ (mandel). Увеличить масштаб, с помощью правой кнопки мыши изучить вид соответствующих множеств Жюлиа. В отчете привести пример связного множества Жюлиа, Канторовой пыли.

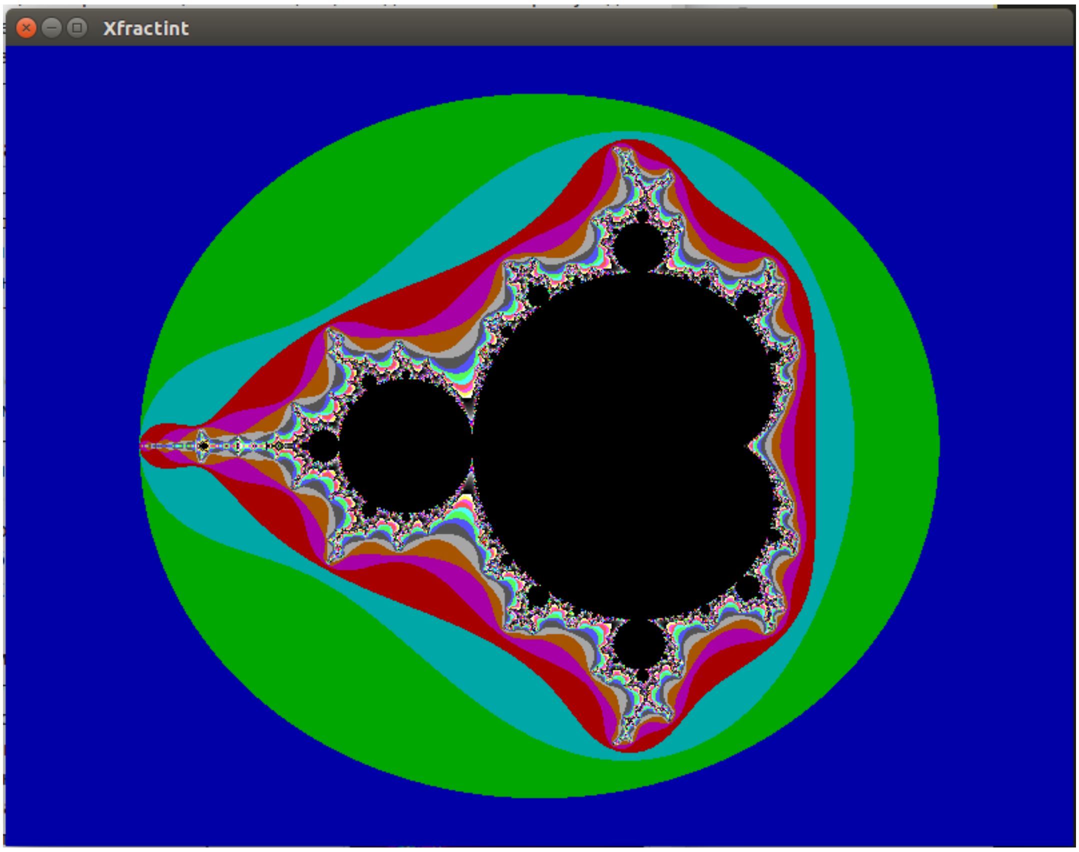
2. В качестве параметров формулы mandel задать $ImaginaryPerturbationofZ(0) = 0.05 \cdot 7$

3. Подобрать для формулы удобный вид с помощью клавиш позиционирования PgUp и PgDown, клавиш палитры + и -. Привести изображение в отчете.

4. Рассчитать неподвижную траекторию, привести пример точки, для которой последовательность будет ограничена.

1 Выполнение работы

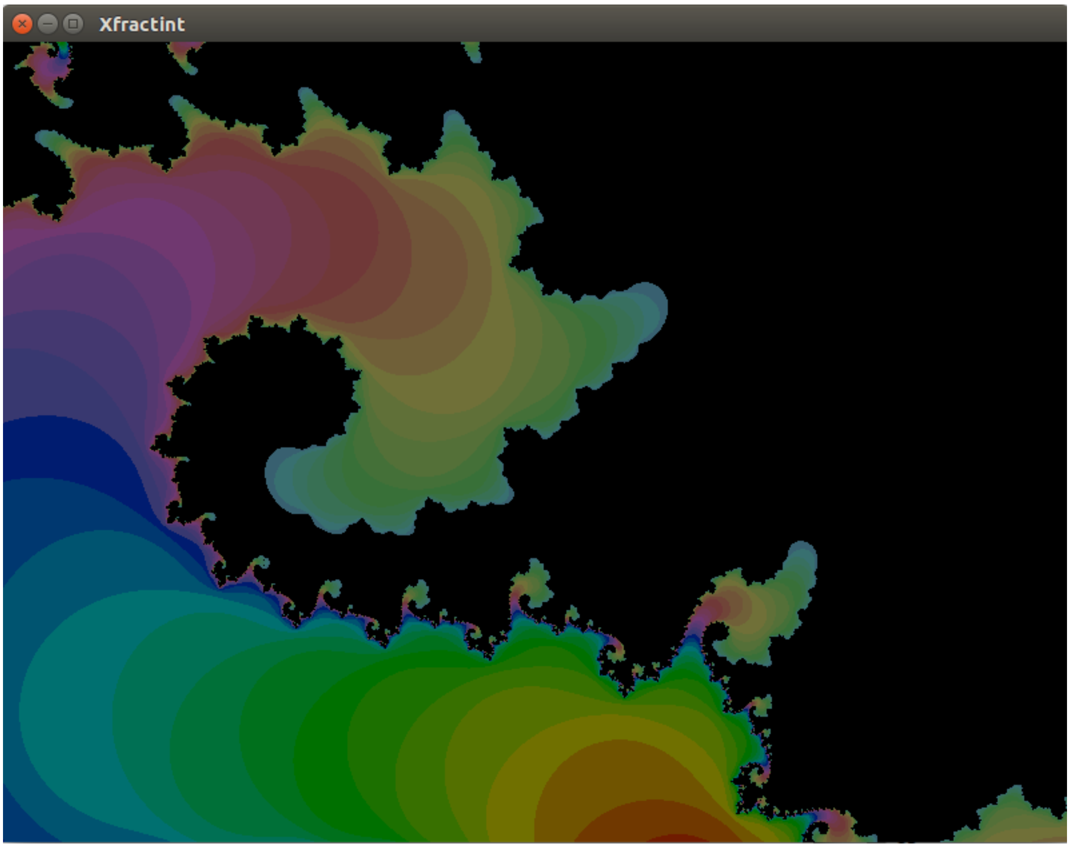
После запуска программы видим окно в классическим фракталом множества Мандельброта



Черный цвет в середине показывает, что в этих точках функция стремится к нулю - это и есть множество Мандельброта. За пределами этого множества функция стремится к бесконечности. А самое интересное это границы множества. Они то и являются фрактальными. На границах этого множества функция ведет себя непредсказуемо - хаотично.

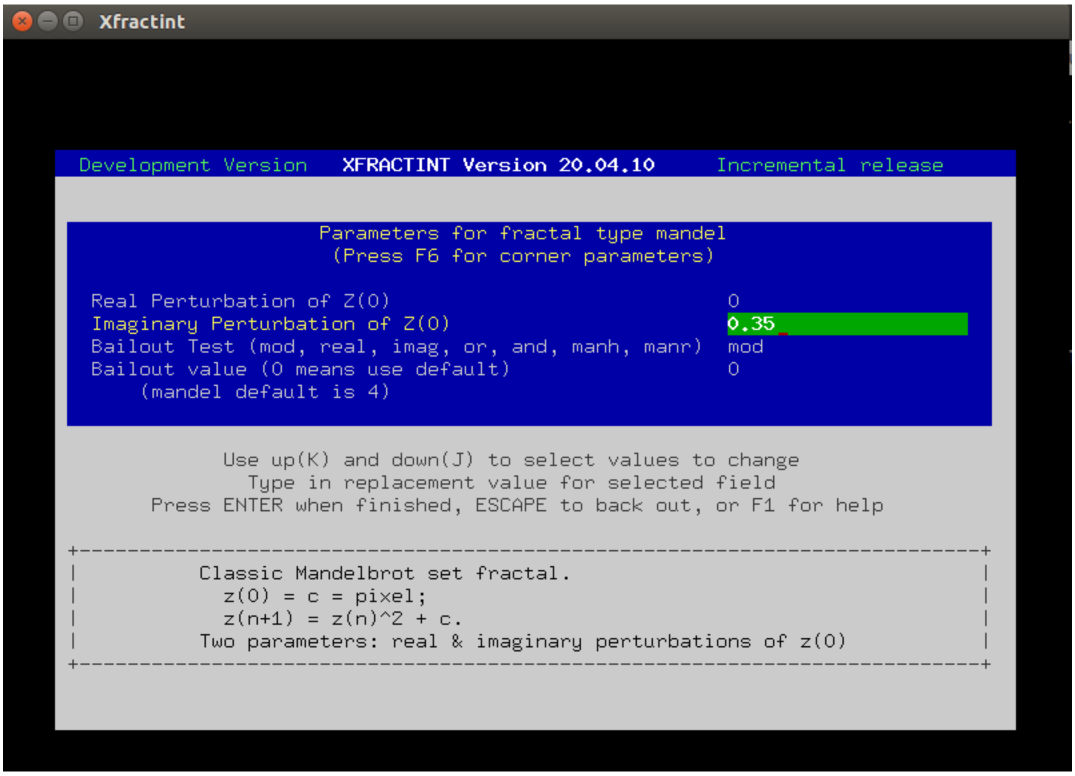
Точки, принадлежащие множеству Мандельброта, соответствуют связным множествам Жюлиа, а точки не принадлежащие — несвязным.

Увеличив масштаб, я обнаружила часть множества Мандельброта, точки которого соответствуют связному множеству Жюлиа.

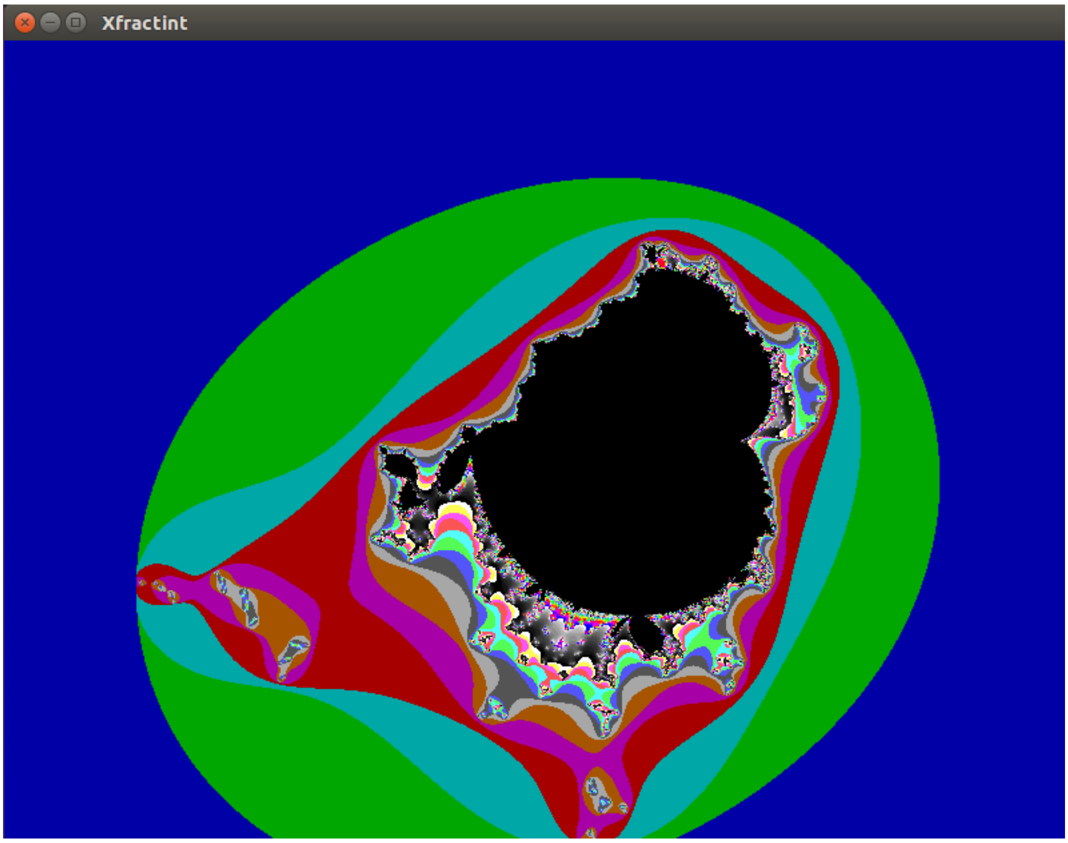


Когда выйдет за границу множества Мандельброта, сопутствующее ему множество Жюлиа как бы взорвется, превратившись в Канторову пыль. Эта пыль становится все мельче с удалением точки от множества Мандельброта.

Поменяем параметры формулы mandel на $ImaginaryPerturbationofZ(0) = 0.35$



Получившееся изображение:



К сожалению, на моем компьютере отсутствуют клавиши PageUp и PageDown. К тому же в программе FrectInt нельзя менять шорткаты.

Рассчитаем неподвижную траекторию. Должно выполняться равенство $z_{n+1} = z_n$.

$$z_{n+1} = R(z_{n+1}) + i \cdot I(z_{n+1}) = z_n^2 + c = (R(z_n) + i \cdot I(z_n))^2 + (R(c) + i \cdot I(c))$$

$$\begin{cases} R(z_{n+1}) = R^2(z_n) - I^2(z_n) + R(c) \\ I(z_{n+1}) = 2 \cdot R(z_n) \cdot I(z_n) + I(c) \end{cases}$$

Подставим $z_0 = 0.35i$:

$$\begin{cases} R(z_1) = 0^2 - 0.35^2 + R(c) = 0 \\ I(z_1) = 2 \cdot 0 \cdot 0.35 + I(c) = 0.35 \end{cases}$$

$$c = 0.1225 + 0.35i$$

Рассмотрим точку, для которой последовательность будет ограничена. Эта точка из множества Мандельброта, например $c = 0.5 - 0.1i$. Запустим итерационный процесс, пока условие окончание итерационного процесса не выполнится (полученные значения не будут лежать достаточно близко друг к другу).

```
C = (0.01-0.1j)
Z_0 = 0.35j
Iteration #1
Z_1 = (-0.11249999999999999-0.1j)
Iteration #2
Z_2 = (0.01-0.1j)
Iteration #3
Z_3 = (0.012656249999999996-0.07750000000000001j)
Iteration #4
Z_4 = (9.999999999999766e-05-0.10200000000000001j)
Iteration #5
Z_5 = (0.004153930664062498-0.10196171875j)
Iteration #6
Z_6 = (-0.00040399000000000164-0.10002040000000001j)
Iteration #7
Z_7 = (-0.0003789369504922629-0.10084708382015228j)
```