

# 7 DOF MANIPULATOR SIMULATES THE JOINT PATTERN OF A HUMAN ARM KINEMATICS SIMULATION

## สมาชิก

นายไกรวิชญ์ วิชาโคตร, 65340500004 นายชยณัฐ เลิศวิทยานุรักษ์, 65340500012 นายชวภณ วชิรานิรมิต, 65340500014 นายวริทธิ์ธร คงหนู, 65340500050

## บทคัดย่อ

โปรเจคนี้ เป็นโปรเจคสำหรับการจัดทำ Simulation การควบคุมการทำงานของแขนกล 7 DOF ที่จำลองรูปแบบข้อต่อของแขนคนแบบ 3R – R – 3R โดยใช้การควบคุมผ่านค่าของ แต่ละข้อต่อของแขนกล (Configuration space) , ตำแหน่งปลายแขนของกล (Task space) และมีการแสดงแรงที่เกิดขึ้นในแต่ละข้อต่อของแขนกล (Joint force) ที่ใช้ในการรักษาท่าทาง เมื่อมีแรงมากระทำที่ปลายแขนกลในการสร้าง Simulation ใช้การสร้าง MDH - Parameter ของแขนกลสำหรับการทำ Simulation และการคำนวณ ต่างที่เกิดขึ้นในการ Simulation การควบคุมการทำงานของแขนกล

คำสำคัญ: Human arm, 7 DOF Manipulator (3R – R – 3R), Simulation

# 1. บทน้ำ

จากความรู้ในเรื่องของ Kinematics ทำให้สามารถนำมาใช้ในการอธิบายลักษณะการเคลื่อนที่ของแขนกลได้และสามารถใช้ในการควบคุม การทำงานของแขลกลให้เป็นไปตามค่าที่กำหนดได้ ดังนั้นความรู้ในเรื่องของ Kinematics จะนำมาใช้อธิบายการเคลื่อนที่ของแขนของสิ่งมีชีวิตได้ หรือไม่ โดยในโครงการนี้นั้นได้ทำการนำแขนของมนุษย์ มาใช้เป็นต้นแบบในการสร้างแขนกลจำลองที่มีลักษณะการเรียงตัวของข้อต่อแบบ 3R – R - 3R ที่สามารถทำการอธิบายการเคลื่อนที่และทดลองควบคุมการเคลื่อนที่ผ่านการทำ Simulation ขึ้นมา

## 1.1. จุดประสงค์โครงการ

- 1.1.1. เพื่อสร้าง Simulation การเคลื่อนที่ของ Model แขนมนุษย์
- 1.1.2. เพื่อสร้างระบบจำลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนมนุษย์
- 1.1.3. เพื่อศึกษาแรงในข้อต่อของแขนมนุษย์ที่ต้องใช้เมื่อมีแรงมากระทำที่ปลายของแขนเพื่อรักษาท่าทาง
- 1.1.4. เพื่อศึกษาการประยุกต์ใช้ความรู้ทาง Kinematics ในการอธิบายการเคลื่อนที่และการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนมนุษย์

#### 1.2. ขอบเขต

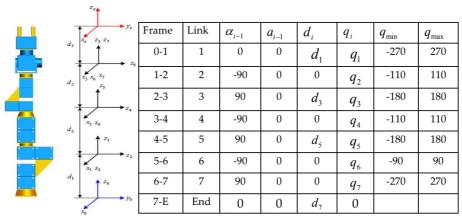
- 1.2.1. Simulation จำลองเคลื่อนที่ของแขนมนุษย์ตั้งแต่หัวไหล่จนถึงข้อมือ
- 1.2.2. ระบบควบคุมการเคลื่อนที่สามารถควบคุมผ่าน Configuration space โดยการปรับค่า q ของแต่ละ joint
- 1.2.3. ระบบควบคุมการเคลื่อนที่สามารถควบคุมผ่าน Task space โดยการกำหนด ตำแหน่งที่มีการอ้างอิงกับ reference frame
- 1.2.4. ระบบควบคุมการเคลื่อนที่สามารถควบคุมผ่าน Task space ที่สามารถเคลื่อนที่แบบ MoveJ หรือ MoveL
- 1.2.5. ระบบคำนวณหาแรงในแต่ละ joint กรณีมีแรงภายนอกมากระทำที่จุดปลายของแขนใน Simulation เมื่อแขนอยู่กับที่

# 2. ทบทวนวรรณกรรม และ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง (Literature Review)

2.1. Inverse Kinematics and Control of a 7-DOF Redundant Manipulator Based on the Closed-Loop Algorithm(Jingguo Wang, Yangmin Li, Xinhua Zhao)[1]

บทความนี้อธิบายถึงการทำ Closed - loop inverse kinematics (CLIK) algorithm ในการควบคุมการทำงานของแขนกล 7 DOF โดยในปกตินั้นจะใช้แค่การควบคุมความเร็วเพียงเท่านั้นแต่บทความนี้มีการนำการควบคุมความเร่งเข้ามาอธิบายเพิ่มเติมด้วยโดยใช้ Pseudoinverse method และมีการเพิ่ม Joint limits avoidance (JLA) เพื่อจัดการกับปัญหา null space motion และมีการแสดงผล การทำงานทั้ง Simulations และการคบคุมแขนกล 7 DOF จริง

Kinematics model ของแขนกล 7 DOF นี้สามารถเขียนเป็น DH – Parameter ได้ดังนี้



รูปที่ 1 DH - Parameter และโครงสร้างของแขนกล 7 DOF ที่ใช้ในบทความ

ในการควบคุมการทำงานนั้นเป็นการใช้ Closed - loop inverse kinematics โดยการใช้ Differential kinematics equation ในการอธิบายการควบคมความเร็วที่เกิดขึ้นโดยทำการคำนวณผ่าน Jacobian ในการแปลงความเร็วของแต่ละข้อต่อให้เป็นความเร็วที่ ปลายแขนของแขนกล โดยกำหนดให้

 $(x(t),\dot{x}(t))$ Task space

 $(q(t),\dot{q}(t))$ Joint space คือ

จะได้ความสัมพันธ์ของ Task space จาก Jacobian Matrix คือ

$$\dot{x} = J(q)\dot{q}$$

เนื่องจากแขนกลเป็นแบบ 7 DOF ทำให้ Jacobian matrix มีขนาด 6 x 7 ซึ่งไม่สามารถหา Invert matrix ได้ทำให้ต้องมีการ แปลง Jacobian matrix ก่อนด้วย Pseudoinverse Jacobian จึงจะสามารถหาความสัมพันธ์ของ Joint space จาก Jacobian Matrix ได้โดย

$$J^{\dagger} = J^{T}(JJ^{T})^{-1}$$

จากการแปลง Jacobian matrix จะได้ความสัมพันธ์ของ Joint space จาก Jacobian Matrix คือ

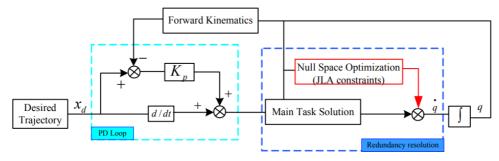
$$\dot{q} = J^{\dagger}(q)\dot{x}$$

้สำหรับแขนกลที่มีจำนวนข้อต่อมากกว่าจำนวน Task space ที่ควบคุมได้ (n>m) ทำให้อาจเกิดปัญหา nullspace motion ขึ้น ได้สามารถแก้ปัญหาได้โดยการใช้สมการ

$$\dot{q} = I^{\dagger}(q)\dot{x} + (I - I^{\dagger}(q)I(q))\dot{q}_{0}$$

 $\dot{q}=J^{\dagger}(q)\dot{x}+(I-J^{\dagger}(q)J(q))\dot{q}_{0}$ โดยพจน์แรกใช้ในการหาคำตอบทั่วไป ส่วนพจน์ที่สองอธิบายค่า Homogeneous solution

ในบทความนี้มีการควบคุมการทำงานของแขนกลอยู่ 2 แบบ คือการควบคุมความเร็วและควบคุมความเร่งของแต่ละข้อต่อ แต่ใน โครงการนี้เป็นการควบคุมความเร็วเพียงอย่างเดียว จึงมีการยกมาแค่ในส่วนของการควบคุมความเร็วของแต่ละข้อต่อเพียงอย่างเดียง



รูปที่ 2 Block Diagram ระบบการควบคุมความเร็วของข้อต่อแขนกล

ในระบบจะทำการหา Error จาก

$$e = x_d - x$$
$$\dot{e} = \dot{x}_d - \dot{x}$$

เมื่อแทนค่าลงในสมการความสัมพันธ์ของ Joint space จาก Jacobian Matrix จะได้

$$\dot{q} = J^{\dagger}(q)(\dot{x}_d + K_p(x_d - x))$$

ซึ่งจากสมการจะมีการใช้ P control ในการควบคุมการทำงาน ซึ่งสามารถนำมารวมกับพจน์ที่อธิบายค่า Homogeneous solution เพื่อ ป้องกัน null space motion ได้โดยจะได้

$$\dot{q} = J^{\dagger}(q)(\dot{x}_d + K_p(x_d - x)) + (I - J^{\dagger}(q)J(q))\dot{q}_0$$

2.2. Introduction to Inverse Kinematics with Jacobian Transpose, Pseudoinverse and Damped Least Squares methods (Samuel R. Buss)[2]

บทความนี้อธิบายถึงการใช้งาน Inverse Kinematics ร่วมกับ Jacobian Transpose, Pseudoinverse และ Damped Least Squares methods โดยในโครงการนี้มีการใช้งานแค่ Pseudoinverse method จึงมีการยกมาแค่ในส่วน Pseudoinverse method เพียงอย่างเดียง

Pseudoinverse method หรือ Moore-Penrose Inverse ของ Jacobian matrix นั้นเป็นกระบงนการที่ใช้ในการหา invert matrix ของ Jacobian matrix ที่ไม่ใช่ matrix จัตุรัสหรือไม่เป็น full row rank โดยสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการได้

$$\Delta \theta = I^{\dagger} \vec{e}$$

โดย Pseudoinverse method จะให้ตอบที่ดีที่สุดของ

$$J\Delta\theta = \vec{e}$$

ซึ่งคำตอบที่ได้จะมาจากการใช้ Least squares method ในการหาคำตอบซึ่งจะนิยามโดยสมการ

$$||I\Delta\theta - \vec{e}||^2$$

คำตอบที่ได้จะเกิดขึ้นได้ ประกอบด้วย

- 1.  $ec{e}$  อยู่ในช่วงคอลัมน์ของ J คำตอบที่ได้ในสมการ  $J\Delta\theta=ec{e}$  จะมีค่าแน่นอน และ Pseudoinverse จะให้คำตอบ  $\Delta\theta$  ที่มีขนาด เล็กที่สุด
- 2.  $ec{e}$  ไม่อยู่ในช่วงคอลัมน์ของ J Pseudoinverse จะให้คำตอบ  $\Delta heta$  ที่มีความต่าง  $\|J\Delta heta ec{e}\|$  ที่น้อยที่สุด

Pseudoinverse method นั้นได้รับผลกระทบจากปัญหา Singularities โดยแบ่งเป็นเมื่อเป้าหมายอยู่ที่จุด Singularities การ ใช้ Pseudoinverse จะไม่เกิดการเคลื่อนที่ในทิศทางที่เป็นไปไม่ได้ แต่ถ้าอยู่ใกล้ Singularities การใช้ Pseudoinverse จะทำให้  $\Delta \theta$  มีการ เปลี่ยนแปลงค่าอย่างมากแม้ว่า  $\vec{e}$  จะเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย

การกำหยดเป้าหมายรองโดยการใช้ Nullspace method ช่วยให้สามารถเพิ่มเป้าหมายเพิ่มเติม โดยไม่กระทบต่อเป้าหมายหลัก โดยเกิดจากการ Projection matrix ลงบน Nullspace ของ J ซึ่งจะนิยามโดยสมการ

$$\Delta\theta = J^{\dagger}\vec{e} + (I - J^{\dagger}J)\varphi$$

กำหนดให้  $\varphi$  เป็นเวกเตอร์สำหรับเป้าหมายรองสามารถหา Pseudoinverse method ของ Jacobian matrix ได้โดยเริ่มจากสมการในรูป ปกติ

$$J^T I \Delta \theta = \vec{e}$$

กำหนดให้  $\vec{z} = J^T \vec{e}$  จะได้

$$(J^T J)\Delta\theta = \vec{z}$$

ซึ่งจากสมการสามารถบอกได้ว่าค่า  $\vec{z}$  จะอยู่ในช่วงของ  $J^TJ$  เสมอทำให้สามารถหาคำตอบได้เสมอ และเมื่อเป็น full row rank ทำให้  $J^TJ$  แสดงให้เห็นว่าสามารถหาค่า Invert ได้และคำตอบที่จะ Minimum magnitude ของ  $\Delta heta$  ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปของ

$$\Delta\theta = J^T (JJ^T)^{-1} \vec{e}$$

การทำ Pseudoinverse method มีการใช้งานอย่างแพร่หลายแต่ก็ต้องระวังความไม่เสถียรเมื่อเข้าใกล้ Singularities

2.3. The Singular Value Decomposition : Computation and Applications to Robotics (Anthony A. Maciejewski, Charles A. Klein)[3]

Singular Value Decomposition (SVD) เป็นเครื่องมือสำคัญในพีชคณิตเชิงเส้นที่ใช้ในการวิเคราะห์สมบัติทางจลนศาสตร์และ พลศาสตร์ของระบบหุ่นยนต์ โดยเฉพาะในงานศึกษาการวิเคราะห์ Jacobian matrix ซึ่งเป็นตัวแปรสำคัญที่เชื่อมโยงความเร็วของข้อต่อไป ยังความเร็วของ End-effector การประยุกต์ SVD ยังครอบคลุมถึงการจัดการ Redundancy, Dexterity Optimization และ Singularity

จุดอ่อนของระบบนี้เกิดขึ้นเมื่อ Jacobian matrix มีค่าลดลำดับ (Rank Deficiency) ที่ความเอกฐาน ซึ่งส่งผลต่อการควบคุม และลดความสามารถในการควบคุมของหุ่นยนต์ แม้ว่า SVD จะให้วิธีการจัดการปัญหานี้ได้อย่างแม่นยำ แต่ความซับซ้อนในการคำนวณ กลับจำกัดการใช้งานในเวลาจริง (Real-time)

การนำ SVD มาใช้งานในส่วนของ Robotics นั้นจะนิยมใช้เมื่อ Jacobian matrix ที่ได้มีขนาด m × n โดยจะสามารถจัดรูป SVD ให้อยู่ในรูปสมการ

$$I = U\Sigma V^T$$

กำหนดให้  $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$  เป็น Orthogonal Matrices

 $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$  เป็น Orthogonal Matrices

 $\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times n}$  เป็น Matrix แนวทแยงที่มีค่า Singular (  $\sigma_{\mathbf{i}}$  ) บนเส้นทแยงมุมเรียงลำดับ

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_{\min(m,n)} \geq 0$$

ค่า Singular ( $\sigma_i$ ) แสดงถึงความสามารถในการปรับขนาด (Scaling) ของ J ในทิศทางที่กำหนดโดยเวกเตอร์ V ค่าเงื่อนไข (Condition Number) สามารถอธิบายได้โดยสมการ

$$k(J) = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}$$

บ่งบอกถึงความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของอินพุต หาก  $\,\sigma_{min} o 0\,$  ระบบจะเข้าสู่ Singularity

การนำ SVD มาใช้งานในส่วนของ Robotics จะนำมาใช้ได้หลากหลายแต่ในโครงการนี้นั้นมีการใช้งานแค่ส่วนของการตรวจสอบ Singularity เท่านั้นจึงจะยกมาแค่ประเด็นนี้

การเกิด Singularity นั้นส่งผลให้การคำนวณความเร็วของข้อต่อมีค่าที่ได้ไม่จำจัด โดย SVD จะมีการแปลง Jacobian Matrix ด้วย Damped Least-Squares (DLS) Solution เพื่อเพิ่มเสถียรภาพของระบบตามสมการ

$$I + \lambda = V(\Sigma^2 + \lambda^2 I)^{-1} \Sigma U^T$$

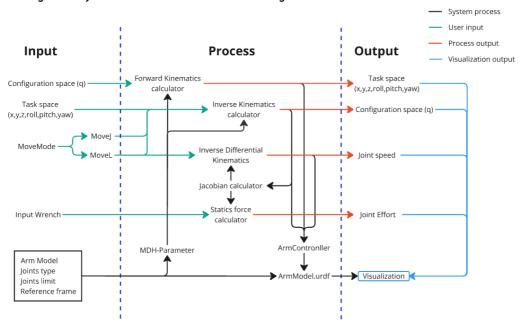
กำหนดให้ *J* เป็น Jacobian Matrix

 $\lambda > 0$  เป็น ตัวแปรลดผลกระทบจาก Singularity

# 3. เนื้อหาในรายวิชาที่เกี่ยวข้อง

- 3.1. Forward Kinematics
- 3.2. Inverse Kinematics
- 3.3. Differential Kinematics
- 3.4. Static force

## 4. System Diagram / System Overview (Function and Argument



รูปที่ 3 System Overview ของระบบการทำงาน

- 4.1. ส่วน Input ของระบบซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ
  - 4.1.1. ส่วนที่ผู้ใช้งานสามารถ Input ให้กับระบบได้ ประกอบด้วย
    - 4.1.1.1. Configuration Space (q) : ค่ามุมในแต่ละข้อต่อที่ใช้เพื่อควบคุมการเคลื่อนไหวของแต่ละข้อต่อ
    - 4.1.1.2. Task Space (x, y, z, roll. Pitch, yaw) : ตำแหน่งเป้าหมายใน Simulation ที่ให้ปลายแขนไปถึง
    - 4.1.1.3. Move Mode (MoveJ, MoveL) : โหมดการเคลื่อนที่
    - 4.1.1.4. Input Wrench : ค่า wrench (force and torque) จากภายนอกที่กระทำต่อปลายแขนเมื่อระบบหยุดนิ่งอยู่กับที่
  - 4.1.2. ส่วนที่ระบบจะรับ Input จาก setup ที่ถูกกำหนดไว้ ประกอบด้วย
    - 4.1.2.1. Arm Model : Model แบบจำลองแต่ละส่วนของแขนมนุษย์
    - 4.1.2.2. Joint Type: ประเภทของข้อต่อโดยกำหนดไว้เป็นแบบ Revolute ที่ถูกจัดเรียงแบบ 3R R 3R
    - 4.1.2.3. Joint Limit : ขอบเขตการเคลื่อนไหวของแต่ละข้อต่อที่ถูกกำหนดไว้
    - 4.1.2.4. Reference Frame
- 4.2. ส่วน Process ของระบบซึ่งแบ่งออกเป็น 7 ส่วน คือ
  - 4.2.1. Model.urdf : Model แบบจำลองของแขนมนุษย์
  - 4.2.2. MDH Parameter : Parameter ที่อธิบายการเปลี่ยนแปลงของแต่ละข้อต่อของ Model แบบจำลองแขนมนุษย์สำหรับใช้ในการ คำนวณส่วนอื่น ๆ ต่อไป
  - 4.2.3. Forward Kinematics : การคำนวณที่ใช้ในการหา Task Space (x, y, z, roll. Pitch, yaw) จาก Configuration Space (q)
  - 4.2.4. Inverse Kinematics : การคำนวณที่ใช้ในการหา Configuration Space (q) จาก Task Space (x, y, z, roll. Pitch, yaw)

- 4.2.5. Jacobian Matrix : การคำนวณที่ใช้ในการหา Jacobian Matrix ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลง Configuration Space ที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของ Task Space
- 4.2.6. Inverse Differential Kinematics : การคำนวณที่ใช้ในการหาความเร็วของแต่ละข้อต่อโดยการใช้ Inverse Jacobian Matrix ร่วมกับความเร็วของปลายแขน
- 4.2.7. Statics Force : การคำนวณเพื่อหาค่า Joints Effort โดยการใช้ Jacobian Transpose Matrix ร่วมกับค่า wrench (force and torque)
- 4.3. ส่วน Output ของระบบซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ
  - 4.3.1. ส่วนของค่าที่ได้จากการคำนวณ
    - 4.3.1.1. Task Space (x, y, z, roll. Pitch, yaw)
    - 4.3.1.2. Configuration Space (q)
    - 4.3.1.3. Joint Speed : ความเร็วในการเคลื่อนที่ของแต่ละข้อต่อ
    - 4.3.1.4. Joint Effort : แรงบิดของแต่ละข้อต่อที่ใช้เพื่อรักษาท่าทางเมื่อมีแรงมากระทำที่ปลายแขน
  - 4.3.2. ส่วนการแสดงผลที่แสดงผลการเคลื่อนไหวของ Model แบบจำลองแขนมนุษย์จากค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้

## ผลการศึกษาที่คาดหวัง

- 5.1. Simulation การเคลื่อนที่ของ Model แขนกล 7 DOF ที่จัดเรียงข้อต่อแบบ 3R R 3R ที่สามารถควบคุมได้ผ่าน Configuration space และ Task space
- 5.2. การควบคุม Simulation ผ่าน Task space ในรูปแบบการเคลื่อนที่แบบ MoveJ และ MoveL
- 5.3. สามารถหาแรงในแต่ละ joint กรณีมีแรงภายนอกมากระทำที่จุดปลายของแขนกล
- 5.4. readme ขั้นตอนการนำ Simulation ที่สร้างขึ้นไปใช้งาน

## 6. รายละเอียดโครงการ

ลำดับ	การดำเนินงาน	สัปดาห์ที่					
		1	2	3	4	5	6
1	ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับ Kinematics ของแขนมนุษย์						
2	จัดทำ Proposal						
3	พัฒนาระบบ Simulation ในส่วนของ Model แขนมนุษย์						
4	พัฒนาระบบการคำนวณ ทาง Kinematics						
5	รวบมระบบ Simulation						
6	ปรับปรุงแก้ไขงาน						
7	ทดสอบและบันทึกผลการทำงาน						
8	จัดทำ readme และเอกสารสำหรับการนำเสนอ						
9	นำเสนอและจัดส่งงาน						

#### 7. เอกสารอ้างอิง

- [1] Jingguo Wang, Yangmin Li, Xinhua Zhao. "Inverse Kinematics and Control of a 7-DOF Redundant Manipulator Based on the Closed-Loop Algorithm" International Journal of Advanced Robotic Systems, 2010.
- [2] Samuel R. Buss. "Introduction to Inverse Kinematics with Jacobian Transpose, Pseudoinverse and Damped Least Squares methods" Department of Mathematics University of California, 2009
- [3] Anthony A. Maciejewski, Charles A. Klein. "The Singular Value Decomposition : Computation and Applications to Robotics" The International Journal of Robotics Research, 1989