

《概率论与数理统计》（科学出版社 2014 年版）习题详细解答
（更新至第四章）

目录

习题一

1.解：（1）只有第一次命中 $A1\overline{A2}\overline{A3}$

（2）目标被击中 $A1UA2UA3$

（3）至多命中一次 $\overline{A1A2UA1A3UA2A3}$

（4）至多命中两次 $\overline{A1UA2UA3}=\overline{A1A2A3}$

（5）至少命中两次 $A1A2UA1A3UA2A3$

2. 解： $P(2 \text{ 人专业相同的概率}) = (+++) / 77/315$

3. 解： $P(\text{顾客如数得到订货}) = (++) / 252/2431$

4. 解：样本点总数 $6*6=36$

点 $A(m,n)$ 落入 $x^2+y^2=19$ 内 $\rightarrow 1 \leq m \leq 4$

样本点可能情况有：

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (2, 1)

(2, 2)

(2, 3) (3, 1) (3, 2) (3, 3) (4, 1), 共 11 个

所以 $P=11/36$

5. 解：样本点总数为 N^n

则可能情况总数为： $(N-1)^{(n-m)}$

故 $P(c) = [(N-1)^{(n-m)}] / N^n$

6. 解： $P(1 \text{ 个部件强度不合格}) = 10/$

7.解： 设事件 A ：取出 n 个数的积能被 10 整除

取出数字没有 5 的概率： $8^n/9^n$;

取出的数字没有偶数： $5^n/9^n$

两个集合有交集 1,3,7,9, 概率为 $4^n/9^n$

所以 $Pp=1-8^n/9^n-5^n/9^n+4^n/9^n$

8.解： $S_1=\{1, 4,7,10,13,16,19,22,25, 28\} \pmod{3} \equiv 1$

$S_2=\{2,5,8,11,14,17,20,23,26,29\} \pmod{3} \equiv 2$

$S_3=\{3,6,9,12,15,18,21,24,27,30\} \pmod{3} \equiv 0$

则能被整除情况总数为 $n=3C_{10}^3+C_{10}^1*C_{10}^1*C_{10}^1=3+10^3$

所以 $P(A)=(3C_{10}^3+10^3)/C_{30}^3$

9.解：根据德摩根定律 $\overline{ABC} = \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$

$$P(\overline{ABC}) = P(\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C})$$

$$= 1 - P(A \cap B \cap C)$$

$$= 1 - [P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)]$$

$$\therefore P(A-B) = 1/4$$

$$\therefore P(A-B) = P(A-AB) = P(A) - P(AB) = 1/4$$

$$\therefore P(AB) = 0$$

$$\therefore P(\overline{ABC}) = 1 - (1/4 * 3 - 0 - 2/16) = 3/8$$

$\therefore A, B, C$ 都不发生的概率为 $3/8$

10. 解：(1) $p_1 = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$;

$$P_1 = 0.8;$$

$$(2) P_2 = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.2;$$

$$(3) P_3 = P(\overline{A}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - 0.1 = 0.9;$$

$$(4) P_4 = P(A) = P(A) - P(AB) = 0.5;$$

$$(5) P_5 = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.5 + 0.2 = 0.7$$

11. 解：设事件 A: 被 6 整除 $2000/6 = 333$

事件 B: 被 8 整除 $2000/8 = 250$

则 AB: 被 6 和 8 都能整除 $2000/(3*8) = 83$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - (P(A) + P(B) - P(AB))$$

$$= 1 - (333 + 250 - 83) / 2000$$

$$=$$

12. 解： $q=0$ 有实根，则 $-4q \geq 0$;

$$q \quad S_1 =$$

$$S_{\text{总}} \quad p \quad S_{\text{总}} = 24$$

$$s_1 \quad P =$$

13. 解：

$$0 < x < 2a$$

$$y \quad 0 < y < 2a$$

$$2a \quad 0 < 2a - x - y < 2a$$

$$x \quad x + y > 2a - x - y$$

$$\begin{aligned}
 & x-y < 2a-x-y \\
 a \quad & S(\text{阴影}) = \\
 & S(\text{总}) = 4 \\
 & P =
 \end{aligned}$$

14.解: $P(B|A) =$
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) =$
 $P(B - A) = P(B) - P(AB) =$
 所以 $P(AB) =$, $P(A) =$
 所以 $P(B|A) =$

15.解: $P(A) =$, $P(B|A) =$
 所以 $P(AB) =$, $P(B) =$
 $P() = P() = 1 - (P(A) + P(B) - P(AB)) =$

16.解: 设事件 A: 至少一件是次品, 事件 B: 两件都是次品
 $P(B|A) =$
 $P(AB) =$, $P(A) =$,
 所以 $P(B|A) =$

17.解: $P(A) = a$, $P(B) = b$,
 $P(A|B) =$
 因为 $P(A \cup B) \leq 1$
 所以上式

18.解:
 (1) 设 $P(A1)$: 甲的产量比率 $P(A2)$: 乙的产量比率
 $P(A3)$: 丙的产量比率
 $P(B1)$: 甲的次品率 $P(B2)$: 乙的次品率 $P(B3)$: 丙的次品率
 则 $P1 = P(A1B1) + P(A2B2) + P(A3B3) = 0.0345$
 (2) $P(B)$: 取得次品的概率
 $P(A1|B) =$
 $P(A1B) = 0.2505$
 则 $P(A1|B) = 0.362$

19. 解:
 第一轮共有 4 种取法: 1. 取到 3 个旧球; 2. 取到 2 个旧球;
 3. 取到 1 个旧球; 4. 取到 0 个旧球

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 =$$

故第二轮有四种取法：6个旧球，5个旧球，
4个旧球，3个旧球

$$\therefore P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \approx 0.1458$$

20.解：

(1) 设事件 $A_1 = \{\text{一盒中无次品}\}$ $A_2 = \{\text{一盒中有一个次品}\}$

$A_3 = \{\text{一盒中有两个次品}\}$

$B = \{\text{抽中的4只中无次品}\}$

$$\text{已知 } P(A_1) = 0.8 \quad P(A_2) = 0.1 \quad P(A_3) = 0.1$$

$$P(B|A_1) = 1 \quad P(B|A_2) = P(B|A_3) =$$

$$\therefore P(B) = 0.8 + 0.1 + 0.1 \approx 0.943$$

$$(2) P(A_1|B) \approx 0.848$$

21.解：设事件 $H_i = \{\text{取第 } i \text{ 张卡片}\}$ $A = \{\text{看到红色}\}$ $B = \{\text{另一面是黄色}\}$

$$P(A) = \frac{1}{2} + \frac{0}{2} =$$

$$P(AB) = \frac{0}{2} + \frac{0}{2} =$$

$$\therefore P(B|A) =$$

22.解：设甲乙丙的命中概率分别为,,;

敌机被击落的概率为 P

$$\text{已知 } 0.4 = 0.5 = 0.65$$

$$\text{则 } P = 1 - (1 - 0.8)(1 - 0.5)(1 - 0.65)$$

$$= 0.594$$

23.解：共有 6 种取法

甲袋：两红；两白；一红一白

乙袋：红；白

$$P = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

24.解：已知 $P(A \cup B) =$; $P(A) =$

$$P(A \cup B) = P(B) + P(A) - P(AB) \therefore P(B) =$$

$$P(A) - P(AB) = P(A)P(B) \therefore P(A) =$$

25.解：已知 $P(A) + P(B) - P(AB) = 1 - P(A \cup B) =$ ①

$$P(A) = P(B) \text{ 得 } P(A) = P(B) \text{ ②}$$

$$P(AB) = P(A)P(B) \text{ ③}$$

①②③ 联立，可得 $P(A)=P(B)=$

26.解：

(1) 设事件 $=\{\text{第 } i \text{ 门炮击中}\}$ 则 $P()=0.6$

$$P(B)=P(\cup\cup)=1-P() P() P()=1-=0.936$$

(2) 令 $P(B)=1-\geq 99\%$

则 $n \geq 6$ ($n \in \mathbb{N}$)，即至少需要 6 门炮。

27.解： $P=1-\geq 0.96$

即 ≤ 0.04

解得 $n \geq 37$ ，即至少有 37 人

28.解：可能闯关次数为 2,3,4,5

29.解：

则 A、B、C 两两独立，但 ABC 不是互相独立

30.解：设每次投不中概率为 P

$$P(\text{投四次一次不中}) = 1 - 80/81 = 1/81 = (1/P)^4, P = 1/3$$

$$P(\text{投五次中一次获零次}) = (1/3)^5 +$$

31.解：每个元件的可靠概率是 p，

则每个并联组的可靠概率为 $1 - (1-p)^2$

所以该系统的可靠性为 $[1 - (1-p)^2]^n = p^n * (2-p)^n$

例 1.25 中系统可靠性为 $1 - (1-p^n)^2 = p^n * (2-p)^n$

所以可靠性相同。

32.解：

33.解： $P(\text{非 } 0) = 1 - 0.46 = 0.54$

$$P_{++} = 0.46 = 0.241$$

34.解:

$$P_{++} = 0.1035$$

$$P_{1-} = 0.0866$$

$$35. \text{解: } P(X > 3) = 1 - P(X = 1 - (++) = 0.121$$

36.解: 设 X 为使用外线的分机数, N 为外线条数

$$X \sim P(0.9)$$

$$P = 0.9$$

$$P = 0.9$$

由中心极限定理知:

$$P(X \leq 8) = 0.9, \text{查表} = 1.285, \quad N \text{ 取整数 } 8$$

$$37. \text{解: } P(B) = 1 - 0.08385$$

$$P(AB) = 1 - 0.5155$$

$$P(A) = 0.6148$$

习题二

1. 解: X 的可能取值为 1, 2, 3 样本点总数为 64 种

$$X=1 \text{ 时, } P_{111} =$$

$$X=2 \text{ 时, } P_{112} =$$

$$X=3 \text{ 时, } P_{113} =$$

分布律即为: $X=1, 2, 3$ 时, $p_{111}, p_{112}, p_{113}$.

2. 解: T 的可能取值为 3, 4, 5, 6, 7.

$T=3$ 时, 必为 1, 2, 3 的无序排列,

对于 1 共有 9 种排法, 对于 2 有 6 种, 对于 3 有 3 种。

$T=4$ 时, 为 1, 2, 4 或 1, 3, 4 的无序排列。

$T=5$ 时, 为 1, 2, 5 或 1, 3, 5 或 1, 4, 5

$$P(T=6)$$

$$P(T=7)$$

$$, p_{111} =$$

3. 解:

(1)

(2)

4.解：当 $x < -1$ 时， X 为不可能事件， $F(x) = P(X \leq x) = 0$

即 $c=0$;

当时， $X = -1$ ， $F(x) = P(X) = P(X = -1) =$

即 $d=$

当时， $X,$

$F(x) = P$

即 $a=$

又

即

综上， $a=0, b=, c=, d=$

5. 解：

(1) 设 A 为甲射中 i 次， B 为乙射中 i 次。

$P = P() + P() + P() + P() =$

两人射中次数相等的概率为 0.32076

(2) $P = P()P(B) + P()P(B + P()) =$

6. 解：由题意， X 服从几何分布，且红灯概率为 $1/3$ ，绿灯概率为 $2/3$

当 $x < n$ 时， $P(X=k) =$ ， $k=0, 1, 2, \dots, n-1$

当 $x=n$ 时， $P(X=k) =$

7. 解：

(1) 从 8 杯酒中取 4 杯，共有种取法，而试验一次成功的情况只有一种，

(2) 若此人无区分能力，则他每次独立试验的成功概率为，共试验 10 次，则猜对次数 $X \sim b(10,)$

$P(X=3) =$

试验十次，猜对次数 ≥ 3 的概率极小
认为他有区分能力

8. 解：

(1)

(2)

最大，即一天中最大可能到达港口的油船数为 2 只，概率为
0.2565

(3)

$\frac{1}{4} \frac{1}{4}$

即当 $X=5$ 时，油船能以 96% 的概率得到服务
服务能力提高到 5 只油船时，才能使到达港口油船以 90% 的概率
得到服务。

9. 解：投点服从均匀分布， $X \sim U(2,6)$

$p(x) =$, $P(2 < X < 6) =$

观测服从二项分布，即 $Y \sim B(3,)$

$P =$

10. 解：根据密度函数的性质， $p(x) \geq 0$ 以及

(1)

$\therefore a = 1$

(2)

(这题和答案不一样，答案为 1)

$\therefore a = 1/4$

(3)

$\therefore a =$

(4)

$\therefore a =$

11.解： $=-B=1$ $B=-1$
 $A=1$

12.解：

$=1$ $A=4$
 0
 2. =
 3. 1

13.
 0
 2.
 =
 3. =1

14.

,

15.解：
 1.
 2.
 3.

16.

17.

18.

19.解:

(1)

Y	-4	-1	0	1	8
P	1/8	1/4	1/8	1/6	1/3

(2)

Y	O	1/4	4	16
P	1/8	5/12	1/8	1/3

(3)

Y	-1	0	1
P	1/4	7/12	1/6

20.解: $X \sim U(-1,1)$

\therefore

$\therefore y \geq 1 \quad FY(y) = 1$

$y \leq 0 \quad FY(y) = 0$

$0 < y < 1 \quad FY(y) =$

$$\begin{aligned}
 & 0 \leq y \leq 1 \\
 & \text{得到, } P_Y(y) = F'_Y(y) = \\
 & \quad 0 \quad \text{其他}
 \end{aligned}$$

21.解:

$$\because Y = f(x) = 2x + 1 \quad x < 0$$

$$\therefore 2 \geq 0 \text{ 恒成立}$$

而= 根据书上的定理 2.2

$$\text{所以 } P_Y(y) =$$

22.解:

$$\therefore P_X(x) = \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$\because Y = \sin X \text{ 则 } Y \geq 1 \quad F_Y(y) = 1$$

$$Y \leq 0 \quad F_Y(y) = 0$$

$$0 < y < 1 \quad F_Y(y) = P(\sin x \leq y) = \arccos y$$

\therefore

23.解:

$$P_X(x) =$$

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(2(1-y) \leq y) = P(\geq 1-y)$$

$$= P(X \geq 1-y) + P(X \leq -1)$$

$$= 1 -$$

$$P_Y(y) =$$

24.解:

(注: 结果与书上答案略有不同, 应该是书上有误。)

$$25. \text{解: } x < 1 \text{ 时, } F(x) = P(X \leq x) = 0$$

$$1 \leq x \leq 8 \text{ 时, } F(x) = P(X \leq x) = x - 1$$

$$x > 8 \text{ 时, } F(x) = P(X \leq x) = 1$$

$$0 \quad x < 1$$

$$\text{得到, } F(X) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ x - 1 & 1 \leq x \leq 8 \\ 1 & x > 8 \end{cases} \text{ 即 } F(x) \in [0, 1] \quad x \in (-, +)$$

$$1 \quad x > 8$$

$y < 0$ 时, $F_Y(y) = 0$

$0 \leq y \leq 1$ 时, $F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(-1 \leq y) = P(X \leq (y+1))$
 $= F_X((y+1)) = [(y+1)] - 1 = y + 1 - 1 = y$

$y > 1$ 时, $F_Y(y) = 1$

$1 \quad 0 \leq y \leq 1$

得到, $P_Y(y) = F'_Y(y) =$, 即 $Y \sim U[0, 1]$

0 其他

26.解:

习题三

1. 解: $x \leq 0$ 或 $y \leq 0$ 时有 $F(x, y) = 0$

$0 \leq x < 1, 0 \leq y < 1$ 时有 $F(x, y) = \int \int 2dx dy = 2xy$

$0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1$ 且 $x + y > 1$ 时有

$F(x, y) = \int dx \int 2dy + \int dx \int 2dy = 1 - (1-x)^2 - (1-y)^2$

$x > 1, 0 \leq y \leq 1$ 时有 $F(x, y) = \int dx \int 2dy = 1 - (1-y)^2$

$0 < x \leq 1, y > 1$ 时同理可得 $F(x, y) = 1 - (1-x)^2$

$x > 1, y > 1$ 时有 $F(x, y) = \int dx \int 2dy = 1$

2. 解:

(1) 由题意易得 $a+b=0.4, a=0.2, b=0.2$

(2) 列表易得 $(-2/0.2 \quad -1/0.1 \quad 0/0.4 \quad 1/0.3)$

(3) $P(X=Z) = P(Y=0) = 0.1 + 0.2 = 0.3$

3.解: $P = 1/4 * 1/4 + 1/8 * 1/2 + 1/8 * 1/4 = 5/32$

4.解:

(1) $P(X > 2Y) = \int dx \int (2-x-y) dy = 7/24$

(2) $P_Z(z) = \int p(x, z-x) dx$

$$0 < z \leq 1 \text{ 时, } P_Z(z) = \int (2-z) dx = z(2-z)$$

$$1 < z \leq 2 \text{ 时, } P_Z(z) = \int (2-z) dx = (2-z)^2$$

5. 解:

$$(1) P_X(X) = 2x, \quad 0 < x < 1$$

$$P_Y(y) = 1-y, \quad 0 < y < 2$$

$$(2) F_Z(z) = P(Z \leq z) = P(2X - Y \leq z) =$$

$$=, \quad 0 < x < 1, 0 < y < 2x$$

$$-z \leq -2 \text{ 即 } z \geq 2 \text{ 时, } F_Z(z) = 1$$

$$-2 \leq -Z \leq 0 \text{ 即 } 0 < z < 2 \text{ 时, } F_Z(z) = 1 - z -$$

$$-z \geq 0 \text{ 即 } z \leq 0 \text{ 时, } F_Z(z) = 0$$

$$1 - z, \quad 0 < z < 2$$

得到, $P_Z(z) =$

$$0, \quad \text{其他}$$

$$(3) P(Y \leq |X|) =$$

$$=$$

$$6. \text{ 解: } \quad 1, \quad 0 < x < 1$$

$$(1) P_X(X) =$$

$$0, \quad \text{其他}$$

$$, \quad 0 < y < x < 1$$

$$\text{当 } X=x, \quad 0 < x < 1 \text{ 时, } P_{Y|X=x}(y) =$$

$$0, \quad \text{其他}$$

$$, \quad 0 < y < x$$

$$\text{得到, } P(x, y) = P_{Y|X=x}(y) \times P_X(X) =$$

$$0, \quad \text{其他}$$

$$P_Y(y) = 1 - \ln x = 1 - \ln y = -\ln y$$

$$P(x+y) = 1 - \ln 2$$

$$7. \text{ 解: } F(u) = (4u - u^2)/4$$

$$h(u) = 1 - u/2$$

$$8. \text{ 解: } P(x=2) = 1/2 * 2/3 * 3/4 + 1/2 * 1/3 * 3/4 + 1/2 * 2/3 * 1/4 = 11/24$$

$$9. \text{ 解: 原题等价于求 } P(|X - Y| \leq 1/2)$$

即 S 两根斜线间= $1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2=\frac{3}{4}$

10.解:

$$(1) P(x,y)=P_{y|x=x(y)}*P_x(X)=9y^2/x^2 \quad 0<y<x<1$$

$$(2) P_Y(y)=-9y^2\ln x|=-9y^2\ln y$$

11.解: $J(u,v)===$

$$P(u,v)=p * J(u,v)=1(0<y<1,0<x<1)$$

12.解:

(1) 由于 $p(x,y)$ 是一个密度函数, 所以积分为 1, 即

,
得 $c=$ 。

(2)

当
所以,
当

当

当时,
合并得,
而,
故 X,Y 不独立。

(3)

13.

(1) 由题得:

所以
由于

作图知：

当 $0 < z < 1$ 时，

当 z 时，

当 $z < 0$ 时，

综上：

(2) 根据公式，

由于 故，

当 $r > 0$ 时，

当 r 时，

综上：

(3) 先求分布函数：

当，

所以

14.解：记 $W = X - bY$ ， $V = X + bY$ 。

因 (X, Y) 是二维正态变量，而 W 与 V 分别是 X, Y 的线性组合，

故 (W, V) 也服从二维正态分布，现设 $b^2 = \sigma_x^2 / \sigma_y^2$ ，

有 $\text{cov}(W, V) = \text{cov}(X - bY, X + bY) = \text{cov}(X, X) -$

$b^2 \text{cov}(Y, Y) = \sigma_x^2 - b^2 \sigma_y^2 = 0$ ，

即知 W 与 V 不相关，又因 (W, V) 是二维正态变量，则 X 与 V 是相互独立的

15.解：

(1) 显然 $P(x, y) > 0$

$= 0.4$

即 $F(+) = 0.4 F_1(+) + 0.6 F_2(+)$

$\because P_1(x, y), P_2(x, y)$ 均为密度函数

$\therefore F_1(+) = F_2(+) = 1$

$\therefore F(+) = 1$

故 $P(x, y)$ 为密度函数

(2) $P_X(x) =$

$= 0.4 + 0.6$

$= 0.4 P_1(x) + 0.6 P_2(x)$

$= 0.4 + 0.6$

$$=$$

同理，

$$P_Y(y) =$$

$$= 0.4 + 0.6$$

$$=$$

(3) 即使边缘分布相同，其联合分布也可以不同，且边缘分布同为正态分布的，联合分布也可以是正态分布。

16.解： $P(X=i) =$ $P(Y=j) =$
 $P(X+Y=k) =$
 $=$
 $=$
 $=$

所以 $Z \sim B(15, 0.3)$ 为有相同成功概率 p 的二项分布
 可以推广，用数学归纳法（答案如是说，推广考的可能性不大，
 故在此不详叙述。老师也未多提。）

注：补充知识

$$=$$

17. 解：

(1)

$$P(X+Y) P(X+Y)$$

$$= 1 -$$

$$= 3 \text{ (本题书上答案有误)}$$

(2) $P(Y-X) =$
 $=$

18.解： $X, Y \sim [0, 1]$ 且相互独立，所以

变量替换，逆变换为，
 Jacobi 行列式为，

(1)

；

19.解： $X, Y \sim [0, 1]$ 且相互独立，所以

；

故 ;
;

20. 解:

法一: 首先考虑 $Z=aX+bY$, 其中 X, Y 独立且同分布于标准正态分布

$$\text{则}(z)=P(Z\leq z)=P(aX+bY\leq z)=\int\int p(x,y)dx dy$$

$$=dx \int p(x,y) dy$$

$$\text{则}(z)=\int p(x,-x+)dx$$

$$=dx$$

$$=dx$$

$$=dx$$

$$=, -\infty \leq z \leq +\infty$$

即 Z 服从 $N(0,)$

用数学归纳法可知, 服从 $N(0,)$

法二 (运用第四章的知识):

因为服从独立同分布于标准正态分布

设 $Z=$, 则 Z 也服从正态分布

$$\text{则 } E(Z) == 0$$

$$D(Z) ==$$

所以, 服从 $N(0,)$

21. 解: 由题意得: X 的分布律为 $=P(X=k) =, k=0,1,2$

当 $X=k$ 时 Y 的条件分布为二项分布 $B(k,p)$

所以 $P(Y=i)=, i=0,1,2$

其中 $q=1-p$

$$\text{则 } P(Y=i)=P(Y=i)P(X=k)$$

$$=$$

$$=$$

$$= (p=1-q)$$

$$=, i=0,1,2$$

即 Y 服从参数为 $30p$ 的泊松分布

习题四

$$1.\text{解: } EX=-2*0.3+0*0.1+2*0.4+3*0.2=0.8$$

$$EX^2=0*0.1+4*(0.3+0.4)+9*0.2=4.6$$

$$DX=EX^2-E^2(X)=3.96$$

2.解: $EX = \int_0^1 x dx = 1/2$
 $EY = \int_0^1 x dx = 1/2$
 $\text{cov}(X, Y) = E(XY) - EXEY = 1/8 - 1/4 = -1/8$

3.解: X 服从参数为 λ 的指数分布, 得 $F(X) = 1 - e^{-\lambda x}$, $DX = 1/\lambda^2$
 $P(X > DX) = 1 - F(DX) = e^{-\lambda \cdot 1/\lambda^2} = e^{-1/\lambda}$

4.解: 由题可得

(1) $P(U=1, V=1) = 4/9$, $P(U=2, V=1) = 4/9$, $P(U=2, V=2) = 1/9$
(2) $EU = 4/9 \cdot 1 + 5/9 \cdot 2 = 14/9$, $EV = 8/9 \cdot 1 + 1/9 \cdot 2 = 10/9$
(3) $E(UV) = 1 \cdot 4/9 + 2 \cdot 4/9 + 4 \cdot 1/9 = 16/9$,
 $\text{cov}(U, V) = E(UV) - EU \cdot EV = 16/9 - 14/9 \cdot 10/9 = 4/81$

5.解: 由题易得

$P(X=0) = 0.4$, $P(X=1) = 0.6$, $P(Y=0) = 0.5$, $P(Y=1) = 0.5$
 $EX = 0.6$, $EY = 0.5$, $E(XY) = 0.2 - 0.08 = 0.12$
(1) $\because \text{cov}(X, Y) = E(XY) - EXEY = 0.12 - 0.3 = -0.18$,
 $\therefore \rho = -0.18 / \sqrt{0.6 \cdot 0.5} = -0.4$
(2) $\text{cov}(X^2, Y^2) = E(X^2Y^2) - EX^2EY^2 = 0.28 - 0.6 \cdot 0.25 = -0.07$

6.解: 由题可得

$p(x, y) = \begin{cases} 1/6 & (x, y) = (1, 1) \\ 1/3 & (x, y) = (1, 2) \\ 1/6 & (x, y) = (2, 1) \\ 1/6 & (x, y) = (2, 2) \end{cases}$
 $EX = 5/6$, $EY = 5/6$,
 $EX^2 = 7/6$, $EY^2 = 7/6$, $E(XY) = 5/6$ 。
带入上述值, 得 $D(X+Y) = E(X^2+Y^2+2XY) - E^2(X+Y) = 1/18$ 。

7. 解: 由题可知 X, Y 相关系数为 0.5, 即 $0.5 = (E(XY) - EXEY) / \sqrt{DX \cdot DY}$,
其中 $EX = EY = 0$, $EX^2 = EY^2 = 2$, $DX = DY = 2$,
得 $E(XY) = 1$, 那么 $E(3X+Y)^2 = 9EX^2 + EY^2 + 6EXEY = 26$

8.解: 由题可得 $P(AB) = 1/12$, $P(B) = 1/6$

(1) $P(X=0, Y=0) = P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB) = 2/3$
 $P(X=0, Y=1) = P(\bar{A}B) = 1/12$,
 $P(X=1, Y=0) = P(A\bar{B}) = 1/6$, $P(X=1, Y=1) = 1/12$
(2) 易得 $EX = 1/4$, $EY = 1/6$, $E(XY) = 1/12$,
 $EX^2 = 1/4$, $EY^2 = 1/6$,

$$\text{cov}(x,y)=E(XY)-EXEY=1/24, DX=3/16, DY=5/36,$$

带入得 $\rho=1/2$.

(3)证明：对于任意事件 A,B 考虑其随机变量 X,Y. $X=$, $Y=$,

$$EX=P(A), EY=P(B), E(XY)=P(AB),$$

$$DX=P(A)-P^2(A)=P(A)P(), DY=P(B)P().$$

$$\rho=P(AB)-P(A)P(B)/$$

$$=E(XY)-EXEY/, \because || \leq 1,$$

$$\therefore |\rho| \leq 1.$$

9.解：

设

$$\text{则 } E(X_1)=E(X_2)=E(Y_1)=E(Y_2)=0, D(X_1)=D(X_2)=D(Y_1)=D(Y_2)=1$$

$$E(X_1)=0$$

$$\text{同理可得, } E(Y)=0$$

(1)

$$[E(x_1y_1)+E(x_2y_2)]=[]$$

$$=()=$$

(2)除书上答案外还可以如此判定：

因为 x_1 与 y_1 相关系数不为零， x_2 与 y_2 相关系数不为零，

所以 x_1 与 y_1 不独立， x_2 与 y_2 不独立

因此，

10.解：

(1)

X	1	-1
P		

$$EX=1/2, D(X)=3/4$$

X	1	-1
P		

$$EY=-1/2, D(Y)=3/4$$

XY	1	-1
----	---	----

P		
---	--	--

$$\text{cov}(X, Y) = E(XY) - EXEY = 1/4$$

$$(2) D(X+Y) = D(X) + D(Y) + 2\text{cov}(X, Y) =$$

11.解:

$$(1) E() = 0 + (E=0+1=1$$

$$E(\bar{X}) = E(=$$

$$E() =$$

$$E() = E(+$$

$$D() = E() - (E=E[] -$$

$$(2) \text{cov}() = E() - \text{易知 } E=0$$

$$\text{cov}() = E[(\bar{X})(\bar{X})]$$

$$= E() - E[\bar{X}()] + E()$$

∴

$$\therefore \text{cov}() = E()E() - E(\bar{X}) - E(\bar{X}) + E()$$

$$= 0 - - + = -$$

$$(3) N(0,1)$$

∴ 的分布关于 y 轴对称 X 的分布关于 y 轴对称

的分布关于 y 轴对称 + 的分布关于 y 轴对称

$$P(+)=P(+)$$

$$= (1 + P(+)) =$$

12.解: 易知

$$E(XY) =$$

$$P_{xy} =$$

13.解:

(1) X_1, X_2, X_3 独立

$$\text{所以 } D(Y) = D(X_1) + 4D(X_2) + 9D(X_3) = 64$$

$$(2) E(X, Y) = E[X_1(X_1 - 2X_2 + 3X_3)] = -2EX_2^2 + EX_1EX_2 + 3EX_2EX_3$$

$$= -2[(EX_2)^2 + D(X_2)] = -8$$

$$P_{xy} =$$

14.

所以 $EX_i = 0$, 显然 $E=0$

$$DX_i =$$

))

=

=

=

15.解：设进货数量为 Y ，且，

利润

所以

又,故

所以最少进货量为 21.

16 服从圆心为 0，半径为 1 的圆内的均匀分布，

所以，

所以

即 XY 不相关

所以 XY 不独立.

17.

所以

又因为 x_1, x_2, \dots, x_n 是独立同分布的随机变量

所以
所以)=

18.解:

(1)第一个式子

$$\begin{aligned} & \text{右边} = \\ & = k) \\ & = [P(x=1)+P(x=2)+\frac{1}{4} \dots] + [P(x=2)+P(x=3)+\frac{1}{4}] + \\ & \quad \frac{1}{4} + [P(x=k)+P(x=k+1)+\frac{1}{4}] \\ & = 1P(x=1)+2P(x=2)+3P(x=3)+\frac{1}{4} + kP(x=k)+\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$=EX$$

第二个式子

$$\begin{aligned} & \text{右边} = \\ & = \end{aligned}$$

k)

$$\begin{aligned} & = 1[P(x=1)+P(x=2)+\frac{1}{4} \dots] + 3[P(x=2)+P(x=3)+\frac{1}{4}] + \frac{1}{4} \\ & \quad + (2k-1)[P(x=k)+P(x=k+1)+\frac{1}{4}] \\ & = 1P(x=1)+4P(x=2)+9P(x=3)+\frac{1}{4} + (1+3+5+\frac{1}{4} + 2k-1)P(x=k) + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$=E$$

(2)第一个式子

$$\begin{aligned} & \text{右边} = \\ & = \end{aligned}$$

$$==$$

$$=EX$$

第二个式子

$$\text{右边} =$$

$$=$$

$$= \text{设}$$

$$=$$

$$==$$

$$=$$

19.解: $E=E$

$$=E$$

$$=1+1+2$$

20.

$$\begin{aligned} &= \\ &= 2+3 \end{aligned}$$

21.解:

$$\begin{aligned} &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

22.解:

$$\begin{aligned} EX &= E(Y) + E(x=10) \\ &= \\ &= 1.9 \end{aligned}$$

23.解:

令 T 也是上的随机变量

只需证:

设 T 的概率密度函数为

即证:

即证:

在上单调不减

①

②

由①②得, 得证.

致谢:

本答案集由南京大学商学院 2013 级各班级共同完成, 其中习题一的 1~9 题由产业经济学系郑荣梅、殷缘与孙浩冲三位同学完成, 第 10~18 题由电子商务专业袁方奇同学完成, 19~27 题由国际贸易专业陈迟与董伊宁两位同学完成, 28~37 题由市场营销专业高雪同学完成; 习题二的 1~10 题由保险学专业何晶晶同学完成, 11~18 题由工商管理专业李若琼、施恩浩、张扬与于佩言四位同学完成, 19~26 题由金融工程专业卞开欣、韩笑、赵芮与陈钟平四位同学完成; 习题三 1~11 题由经济学系陈新与郑奕帆同学完成, 12~21 题由金融学专业龚敏娜、胡婧怡、邵雨倩、何雅月与朱哲希五位同学完成; 习

题四 1~8 题由人资管理专业丁小龙同学完成，9~16 题由会计学专业李少东同学完成，17~23 题由财务管理专业陈鹏宇、倪弋菁与林英豪三位同学完成。感谢以上班级和同学的辛勤付出，此次活动离不开他们的帮助和支持，谢谢他们！同时也特别感谢商学院 2013 级辅导员韩忠岐老师对本次活动的大力支持。排版工作由商学院 2013 级团总支完成,梅天元同学也为此付出贡献。最后祝愿各位同学《概率论与数理统计》学习顺利！