Задача 1
Найдите такое минимальное целое a, что ряд
Sum[0,inf]{((ln(n))^2024)/(2024*n^a)} сходится.
Ответ: 2

Задача 2
Обозначим через G подгруппу GL3(R), сохраняющую множество векторов вида
{(a1, a2, a3) | a1^2 = a2^2 = a3^2 = 1}. Сколько элементов содержит G?
Ответ: 48

Задача 3
Сколько решений имеет уравнение x^2 = ((1 2 3 4 5 6 7 8), (3 6 4 5 1 8 2 7)) в группе S8?
Ответ: 8

Задача 4
Какое максимальное число векторов в R^4 можно провести, чтобы попарные углы между любыми двумя векторами были тупые?
Ответ: 5

Задача 5
Найдите det(exp(A)), где
A =
| ln 3   ln 3   ln 4 |
| ln 5   ln 6   ln 7 |
| ln 8   ln 9   ln 10 |

Здесь exp(A) — матричная экспонента, det — определитель.
Ответ: 180

Задача 6
Будем подбрасывать монету, пока не получим два раза подряд орёл. Найдите математическое ожидание числа бросков.
Ответ: 6

Задача 7
Рассмотрим систему линейных уравнений:

kx + y + z = 1
x + ky + z = k
x + y + kz = k^2

Сколько существует значений параметра k, таких, что система не имеет решений?
Ответ: 1

Задача 8
Рассмотрим функцию g(u, v) = f(sin u + v + 1, e^u + (v + 1)^2).
Предположим, что известны следующие значения (где f_x и f_y — частные производные функции f по соответствующим переменным):

(u, v)	f	g	f_x	f_y
(0, 0)	3	6	4	8

(1, 2)	6	3	2	5

Требуется найти значение частной производной $g_u(0, 0)$.
Ответ: 7

Задача 9
Рассмотрим окружность C_a на комплексной плоскости, заданную уравнением:

$| z - 3/2 | = a$, где $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 1/2, 3/2$.

Ориентация окружности выбрана против часовой стрелки.
Требуется найти максимальное значение выражения:

$| 2\pi i \int_{C_a} dz / (z^4 (z-2)) |$

для всех возможных контуров C_a.
Ответ: $\pi^2/4$=(2,4674)

Задача 10
Для каждого действительного числа a рассмотрим поверхность, заданную уравнением:

$x^2 + y^2 = az^2 + (1 - a)$.

Определите количество различных негомеоморфных поверхностей, которые могут быть получены при различных значениях параметра a.
Ответ: 4