

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»  
Московский институт электроники и математики

ЕРМАКОВ ДЕНИС СТАНИСЛАВОВИЧ, ВОЛКОВ ЕГОР ИЛЬИЧ, ...  
**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ  
ФИБОНАЧЧИ, ТРИБОНАЧЧИ, ТЕТРАБОНАЧЧИ**

ОТЧЕТ ПО ПРОФСЕМИНАРУ "ВВЕДЕНИЕ В СПЕЦИАЛЬНОСТЬ" СТУДЕНТОВ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ  
ПРОГРАММЫ БАКАЛАВРИАТА  
«ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»  
ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ 01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Студент  
Д.С. Ермаков  
Е.И. Волков

Руководитель трека  
Ученая степень, должность  
Т.А. Коновалова  
  
Консультант (при наличии)  
Ученая степень, должность  
И.О. Фамилия

Рецензент  
Ученая степень, должность  
Л.Н. Щур

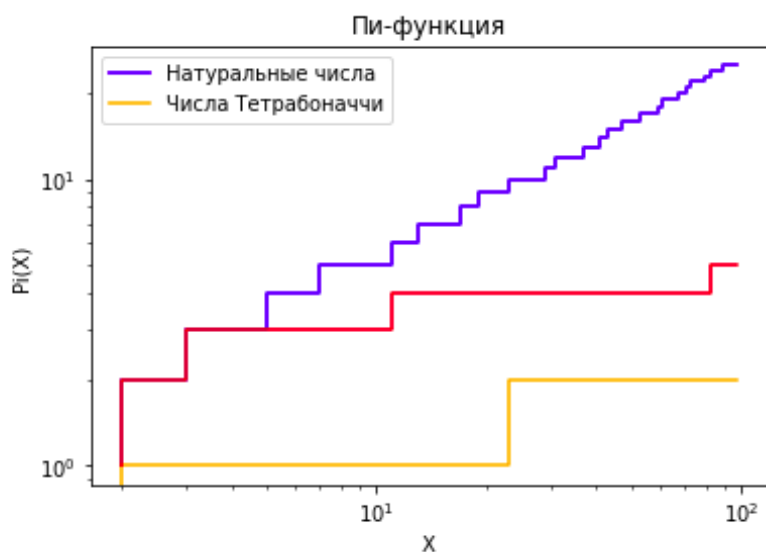
Москва 2025г.

Изначальная постановка задачи:

Изучить функцию распределения простых чисел (пи-функцию  $\pi(x)$ ) в последовательности Фибоначчи, Трибоначчи, Тетрабоначчи (аналогичная последовательность, каждый следующий элемент - сумма четырех предыдущих). Сравнить ее с  $\pi(x)$  на натуральных числах.

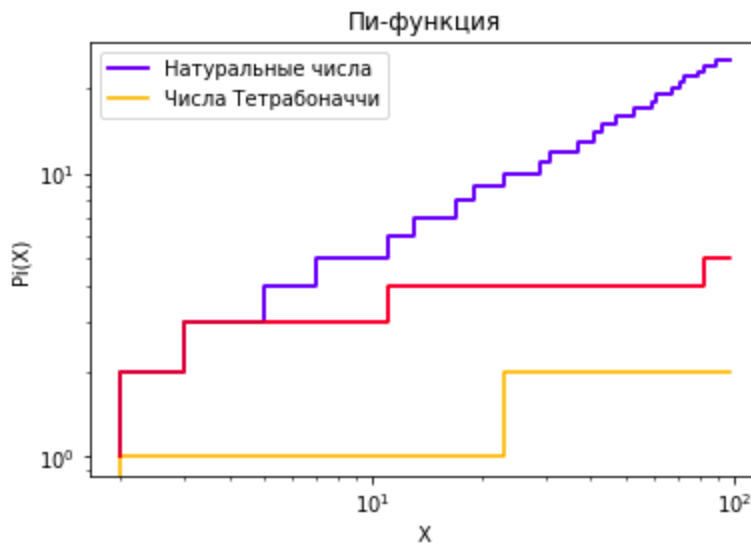
### Ход работы

В данной работе мы написали функции которые вычисляют значение  $\pi(x)$  для натуральных чисел, чисел Фибоначчи, чисел Трибоначчи и чисел Тетрабоначчи, и при их помощи построили графики соответствующих функций.

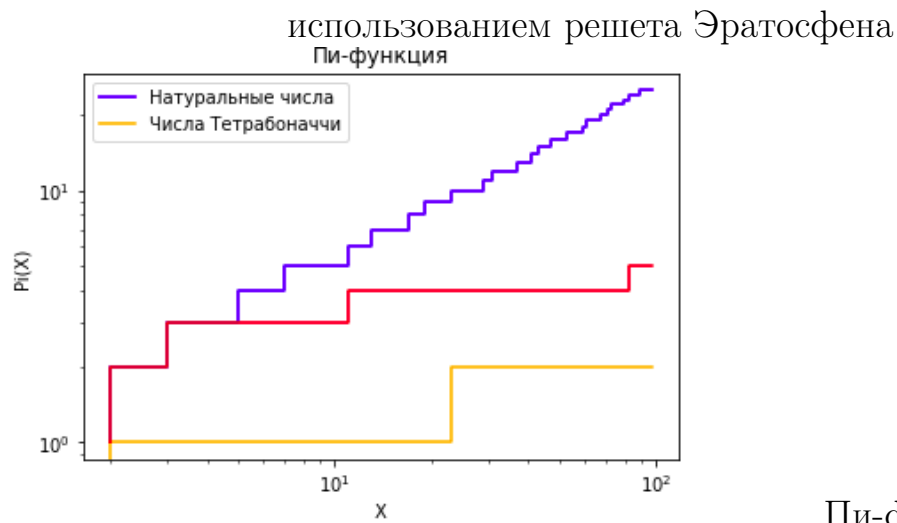


Пи-функция, построенная

простым перебором делителей



Пи-функция, построенная с



Пи-функция, построенная с

использованием решета Эратосфена с использованием параллельного алгоритма

При помощи этих функций можно легко посчитать процент простых чисел в числовом диапазоне в последовательности натуральных чисел, фибоначчиевых

чисел. ТАБЛИЦА

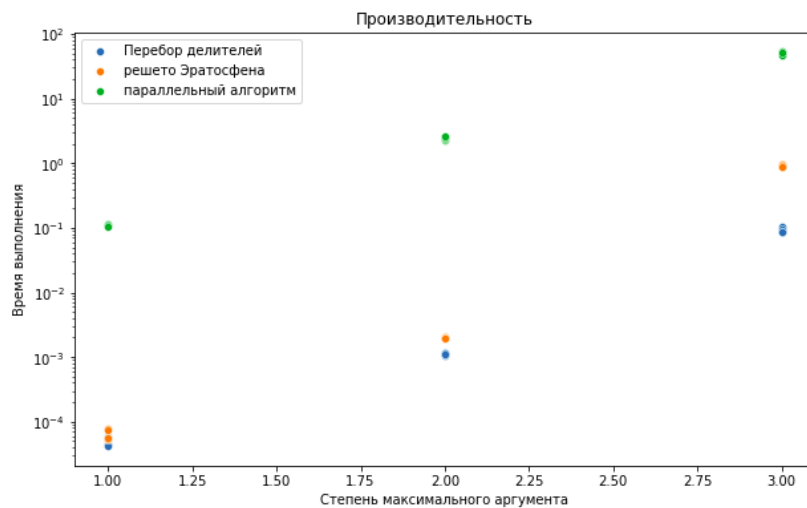
	Граница диапазона	Доля простых чисел	Доля простых чисел Тетрабоначчи	Доля
0	1	0.000000	0.000000	
1	101	0.257426	0.019802	
2	201	0.228856	0.009950	
3	301	0.205980	0.006645	
4	401	0.197007	0.007481	
5	501	0.189621	0.005988	
6	601	0.183028	0.004992	
7	701	0.179743	0.004280	
8	801	0.173533	0.004994	
9	901	0.170921	0.004440	

В этих функциях мы использовали разные методы проверки на простоту чисел из последовательности: простой перебор делителей, решето Эратосфена и решето Эратосфена, реализованное параллельным алгоритмом.

Все 3 метода дали одинаковые результаты, в чем можно убедиться просмотрев графики, полученные этими 3 методами.

Давайте сравним эффективность данных методов.

Будем строить зависимость времени исполнения программы от супремума. Для большей содержательности графиков оси будут прологарифмированы



Зависимость времени

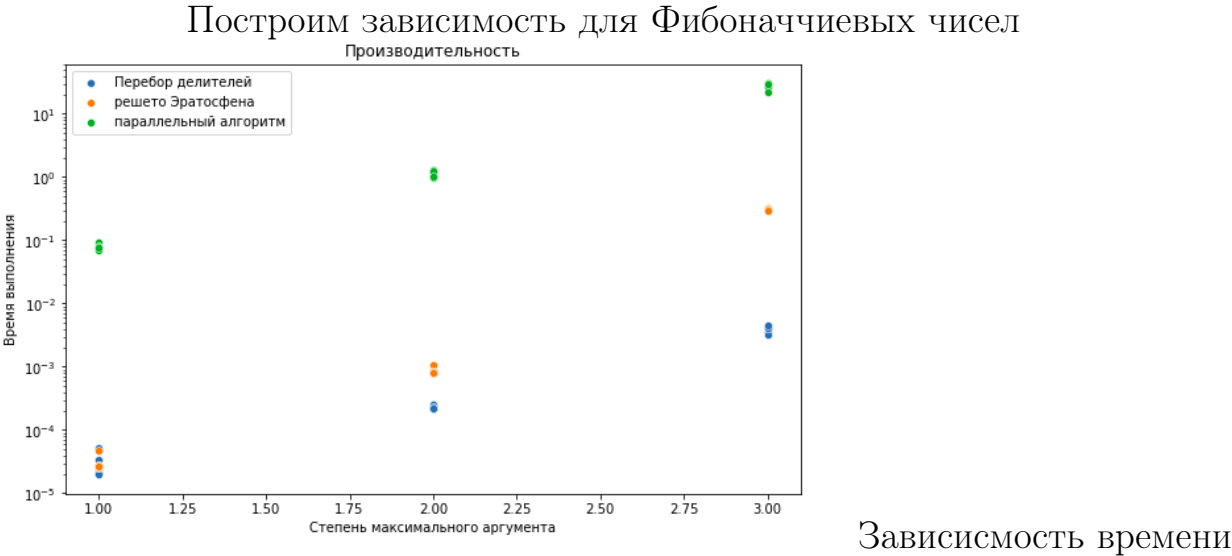
построения от степени супремума

Как видно из графика, производительность распараллеленного решета Эратосфена постепенно догоняет производительность обычного решета Эратосфена, хотя на маленьких значениях работает хуже из-за слишком длительного создания потоков.

Простой перебор делителей показывает наилучший результат, более того, его результативность не портится с увеличением вычислений.

Однако можно заметить, что вычисления связанные с расчетом пи-функции натуральных чисел отличаются от вычислений связанных с расчетом пи-функции Фибоначчиевых чисел, тем, что при вычислении пи-функции Фибоначчиевых чисел, происходит очень мало проверок на простоту числа (так как Фибоначчиевых чисел очень мало), поэтому использовать в этих вычислениях решето Эратосфена, которое само по себе долго считается, но ускоряет дальнейшую проверку простых

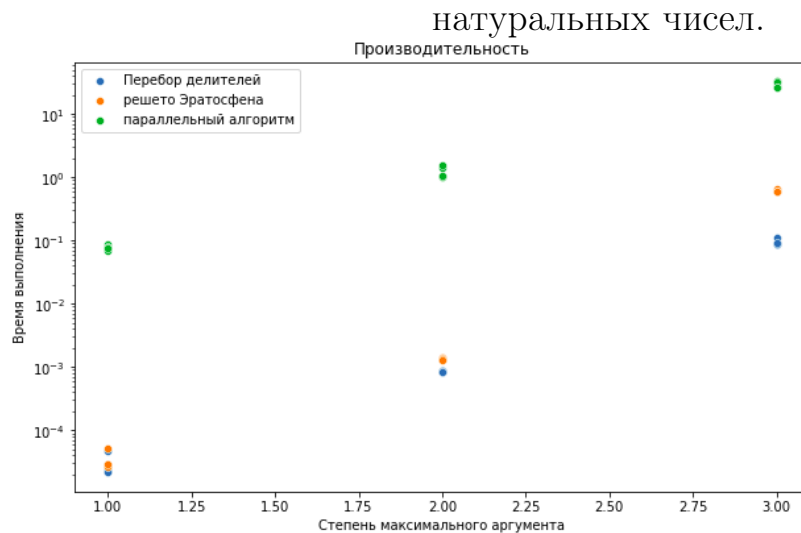
чисел, неэффективно. А при вычислении пи-функции натуральных чисел, происходит намного больше проверок на простоту и в этом случае использование решета Эратосфена может дать преимущество на больших вычислениях. Поэтому давайте попробуем построить соответствующую зависимость отдельно для вычисления пи-функции натуральных чисел и вычисления пи-функции Фибоначчиевых чисел.



построения от степени супремума отдельно для чисел Фибоначчи

Из графика видим, что при расчете пи-функции Фибоначчиевых чисел из 3 алгоритмов, наилучшие результаты дает простой перебор делителей, причем с увеличением супремума, разница увеличивается.

Построим зависимость производительности для последовательности



Зависимость времени

построения от степени супремума отдельно для натуральных чисел

Из графика видим, что при расчете пи-функции натуральных чисел, простой перебор делителей дает всё еще лучший результат, но разница в производительностях не такая большая, даже возможно на больших числах, алгоритмы, использующие решето Эратосфена будут давать лучший результат. Этот эффект возникает по видимому из-за того, что при расчете пи-функции натуральных чисел приходится перебирать очень большое количество делителей, поэтому алгоритм в котором тратится большое время для вычисления решета Эратосфена, но затем проверка каждого числа на простоту осуществляется за константное время, является более целесообразным.