

Неявная схема:

$$\frac{U_j^{n+1} - U_j^n}{\tau} = a \frac{U_{j+1}^{n+1} - 2U_j^{n+1} + U_{j-1}^{n+1}}{h^2} + f_j^{n+1}; \quad j = 1, \dots, M-1; n = 0, \dots, N-1.$$

Рассматриваемая начально-краевая задача:

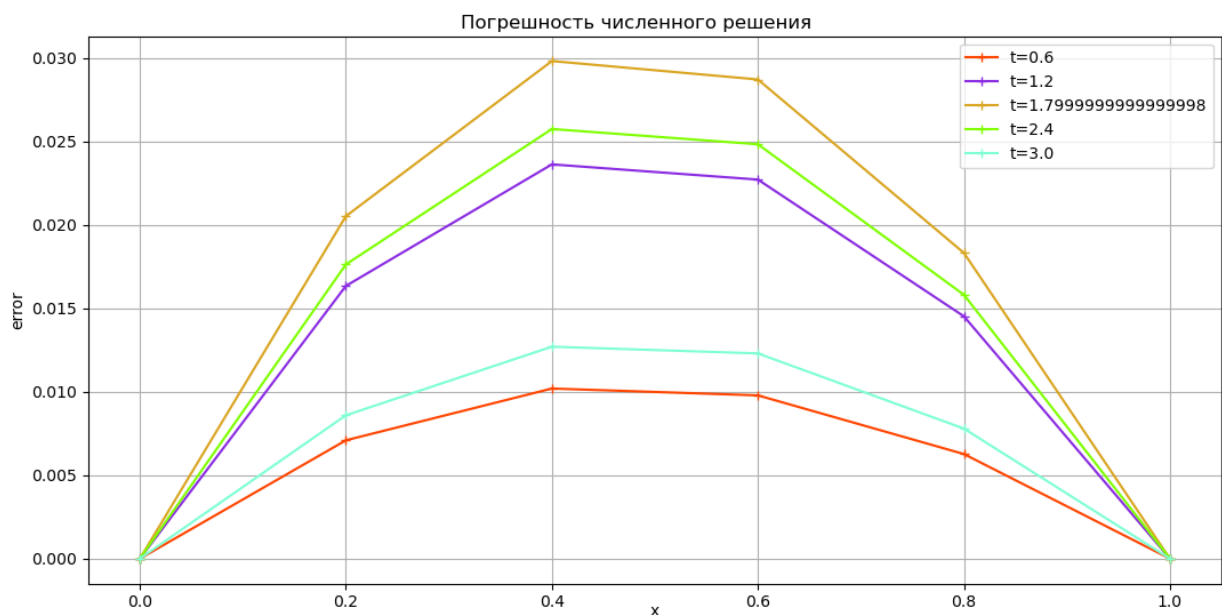
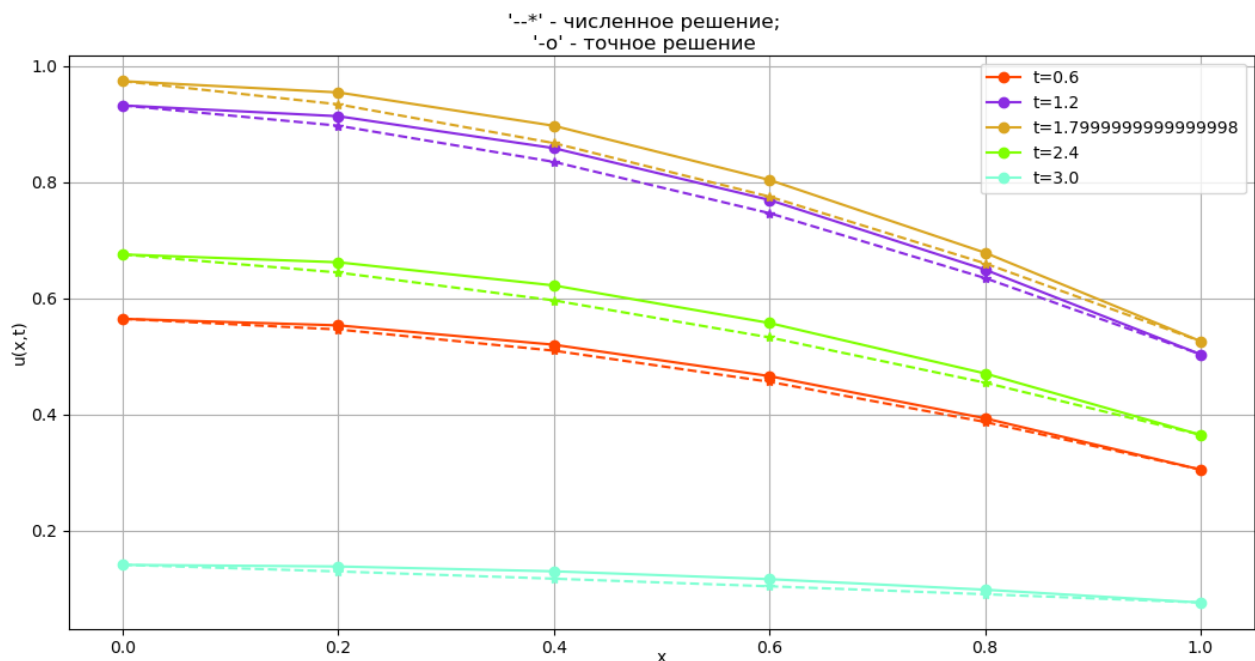
$$\frac{du(x, t)}{dt} = \frac{d^2 u}{dx^2} + \sin(t) \cos(x) + \cos(x) \cos(t); \quad x \in (0, 1); \quad t \in (0, 3]$$

$$u(x, 0) = 0$$

$$u(0, t) = \sin(t); \quad u(1, t) = \cos(1) \sin(t)$$

Аналитическое решение задачи: $u_{correct}(x, t) = \cos(x) \sin(t)$

1. Решение на «крупной» сетке: $M = 5; N = 5$ Шаг по x : 0.2 Шаг по t : 0.6



Абсолютная погрешность (норма разности точного и численного решений):

0.012707093090586874

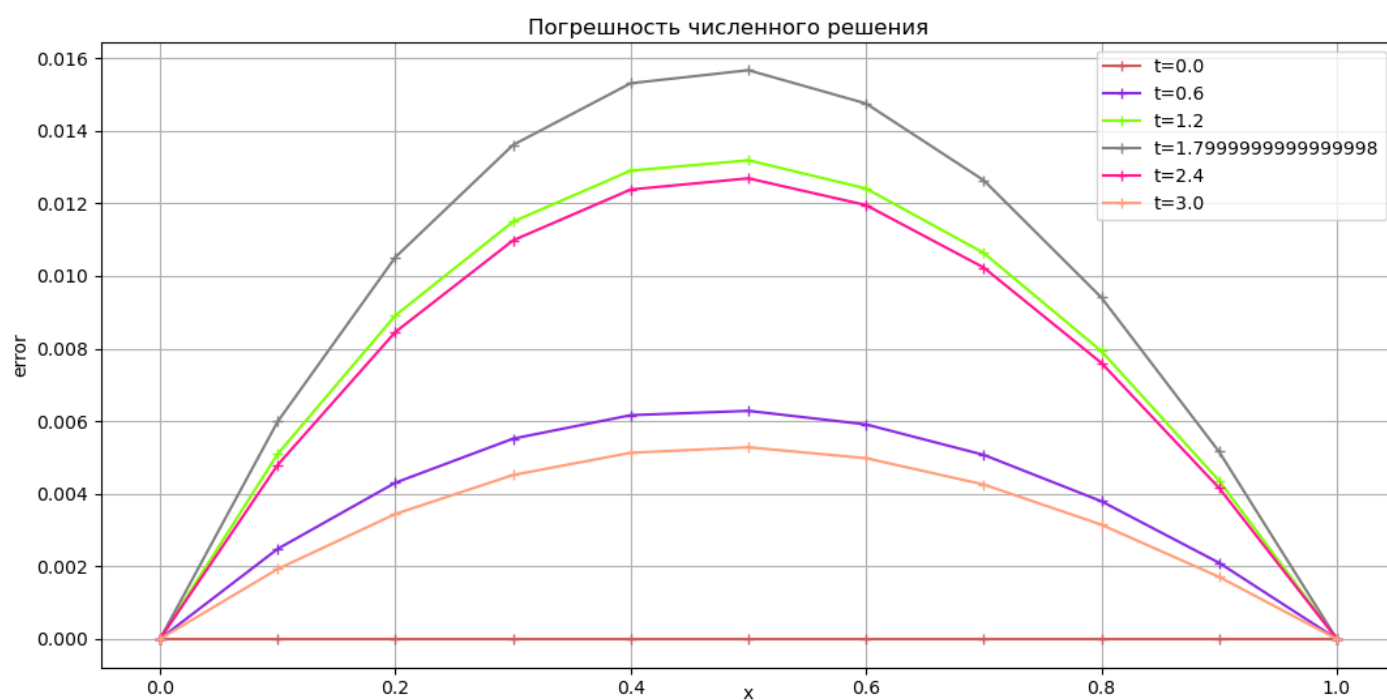
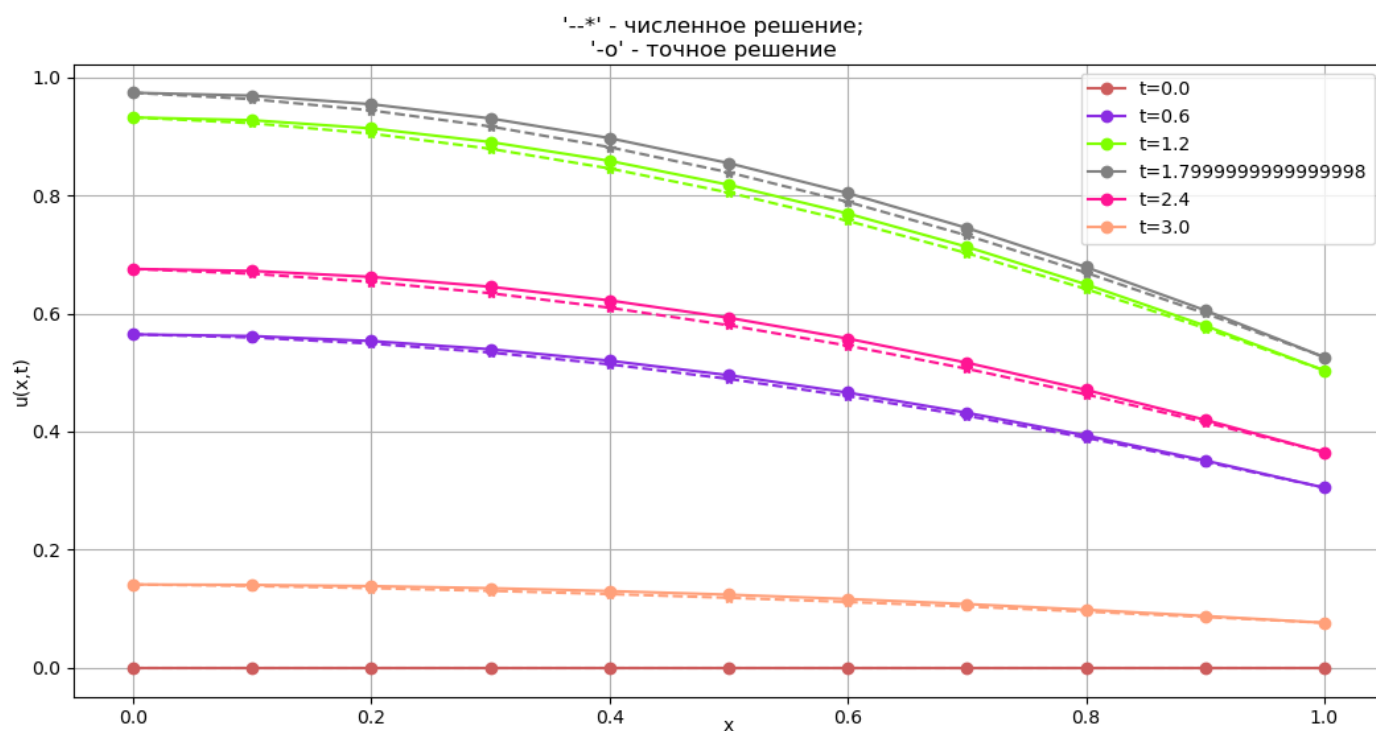
Норма точного решения:

0.1411200080598672

Относительная погрешность (отношение абсолютной погрешности к норме точного решения):

0.09004458875311398

2. $M = 10$; $N = 10$ Шаг по x : 0.1 Шаг по t : 0.3



Абсолютная погрешность (норма разности точного и численного решений):

0.00527863028731998

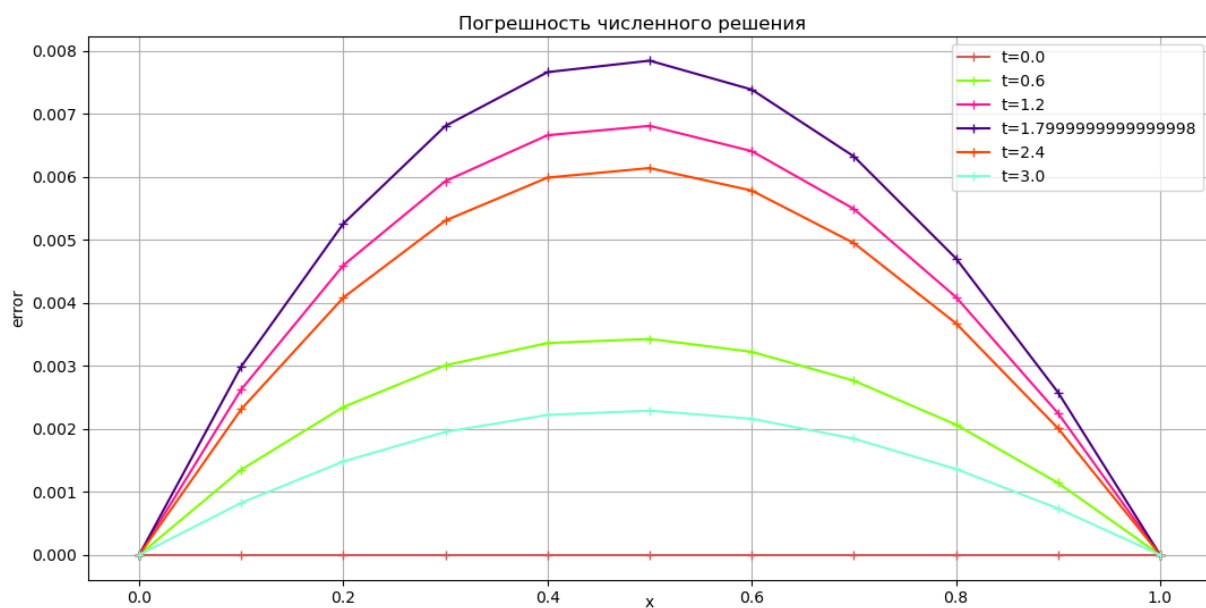
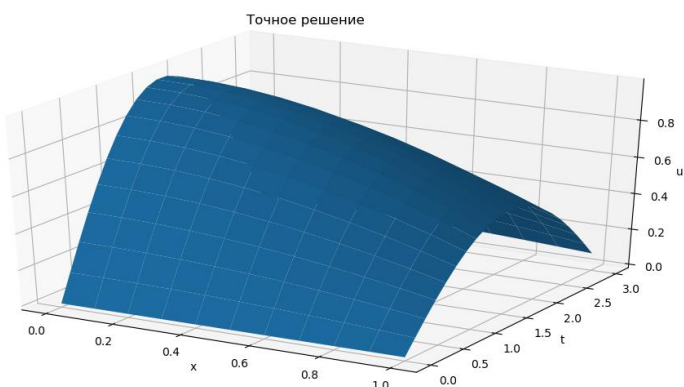
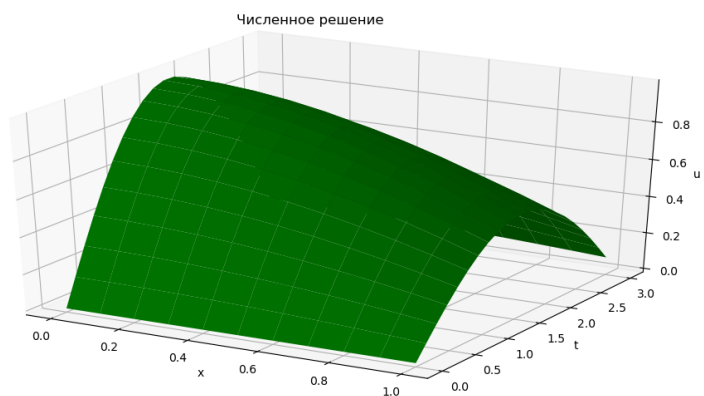
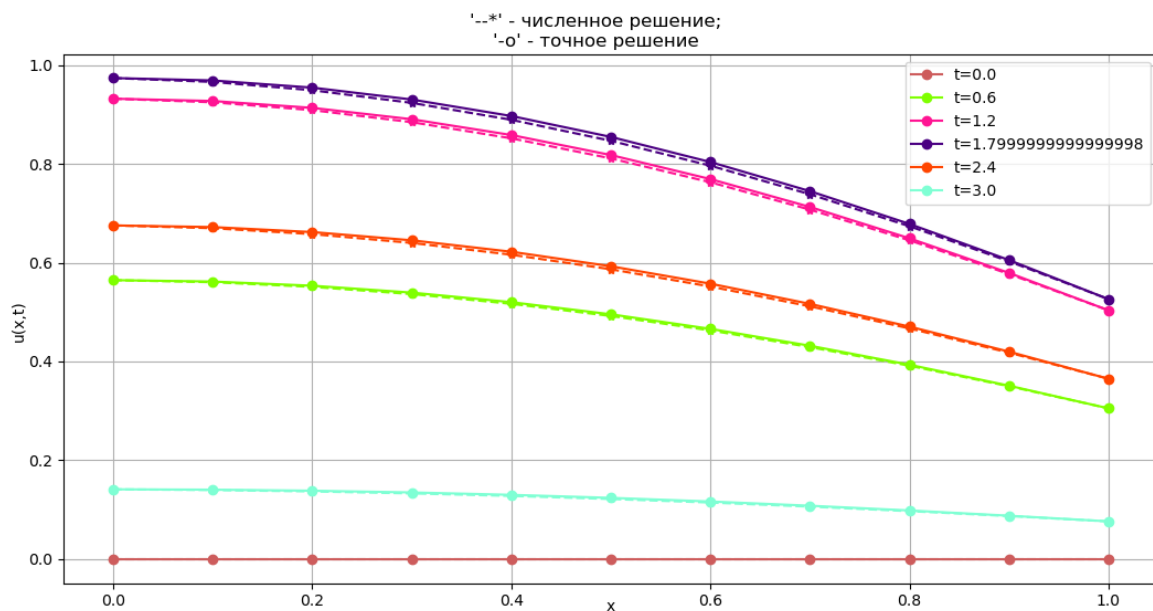
Норма точного решения:

0.1411200080598672

Относительная погрешность (отношение абсолютной погрешности к норме точного решения):

0.037405257836157654

3. $M = 10$; $N = 20$ Шаг по x : 0.1 Шаг по t : 0.15



Абсолютная погрешность (норма разности точного и численного решений):

0.0022901684316805337

Норма точного решения:

0.1411200080598672

Относительная погрешность (отношение абсолютной погрешности к норме точного решения):

0.016228516871321163

4. $M = 10; N = 40$ Шаг по x : 0.1 Шаг по t : 0.075

Абсолютная погрешность (норма разности точного и численного решений):

0.0010458896935315182

Норма точного решения:

0.1411200080598672

Относительная погрешность (отношение абсолютной погрешности к норме точного решения):

0.007411349445840602

5. $M = 10; N = 80$ Шаг по x : 0.1 Шаг по t : 0.0375

Абсолютная погрешность (норма разности точного и численного решений):

0.0004895531452995261

Норма точного решения:

0.1411200080598672

Относительная погрешность (отношение абсолютной погрешности к норме точного решения):

0.003469055536702091

6. $M = 10; N = 160$ Шаг по x : 0.1 Шаг по t : 0.01875

Абсолютная погрешность (норма разности точного и численного решений):

0.0002282361884003853

Норма точного решения:

0.1411200080598672

Относительная погрешность (отношение абсолютной погрешности к норме точного решения):

0.00161731983677014

7. $M = 10; N = 320$ Шаг по x : 0.1 Шаг по t : 0.009375

Абсолютная погрешность (норма разности точного и численного решений):

0.0001018396083435208

Норма точного решения:

0.1411200080598672

Относительная погрешность (отношение абсолютной погрешности к норме точного решения):

0.0007216525122385018