

# Снижение размерности пространств в задачах мультимоделирования динамических систем

Тихонов Д.М.

1.2.1 – Искусственный интеллект и машинное обучение

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Стрижов В. В.

Москва, 2023 г.

# Снижение размерности пространств в задачах мультимоделирования динамических систем

Исследуется задача выбора модели для восстановления динамической системы по множественным наблюдениям.

## Цель исследования

Предложить подход (метод и модель) восстановления неизвестной динамической системы, описываемой ОДУ, по нескольким измерениям.

## Метод решения

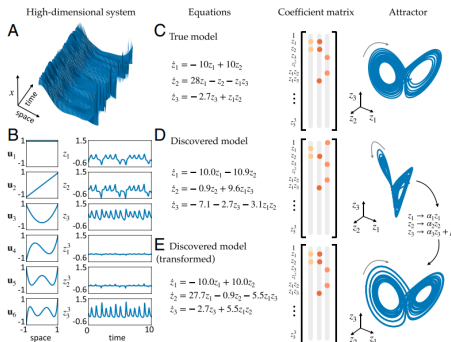
Предлагается объединить всю исходную информацию с помощью MDT (multi-way delay embedding transform) или тензорного произведения (например, векторов задержек нескольких временных рядов).

## Предполагаемая практическая ценность

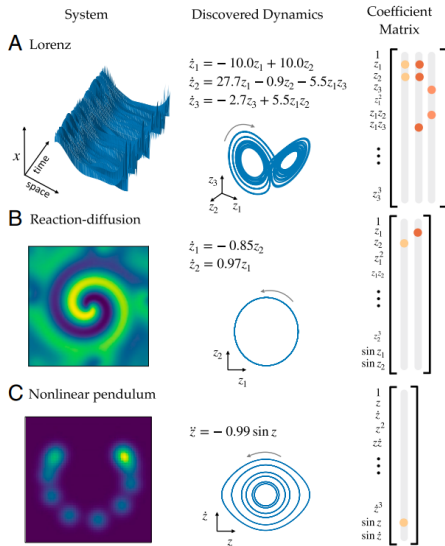
Анализ исследуемой проблемы и смежных областей показывает, что переход к моделированию с помощью тензорных нейронных сетей и тензорных разложения позволяет достигать уменьшения числа настраиваемых параметров модели при «допустимых» потерях в точности прогнозирования.

# Sparse identification of nonlinear dynamics

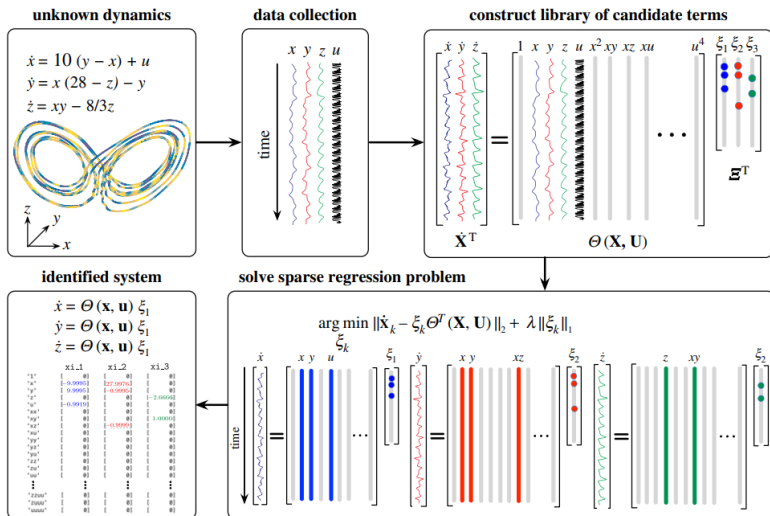
- ▶ Восстановление динамической системы  $\frac{d}{dt}\mathbf{x} = f(\mathbf{x}(t))$  по вектору множественных измерений
- ▶ Заранее определяемая «библиотека» зависимостей понижает число необходимых измерений и предлагает подходящую функциональную зависимость
- ▶ Используя теорему Такенса подход позволяет восстанавливать исходную динамическую систему по одному наблюдению



# Sparse identification of nonlinear dynamics

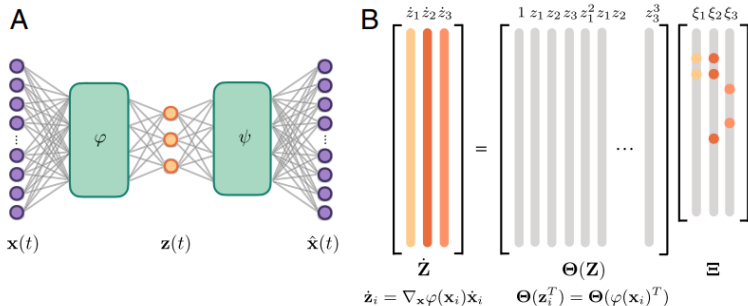


# Sparse identification of nonlinear dynamics



# Sparse identification of nonlinear dynamics

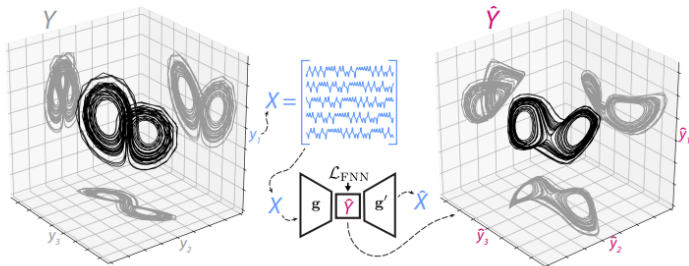
- ▶ Подход обобщается с помощью нейронных сетей (автоэнкодера)
- ▶ Позволяет уменьшить размер «библиотеки» до простых полиномов
- ▶ Переводит изначально сложную систему к линейной или близкой к линейной



$$\underbrace{\|\mathbf{x} - \psi(\mathbf{z})\|_2^2}_{\text{reconstruction loss}} + \underbrace{\lambda_1 \|\dot{\mathbf{x}} - (\nabla_{\mathbf{z}} \psi(\mathbf{z})) (\Theta(\mathbf{z}^T) \Xi)\|_2^2}_{\text{SINDy loss in } \dot{\mathbf{x}}} + \underbrace{\lambda_2 \|\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{z} \dot{\mathbf{x}} - \Theta(\mathbf{z}^T) \Xi\|_2^2}_{\text{SINDy loss in } \dot{\mathbf{z}}} + \underbrace{\lambda_3 \|\Xi\|_1}_{\text{SINDy regularization}}$$

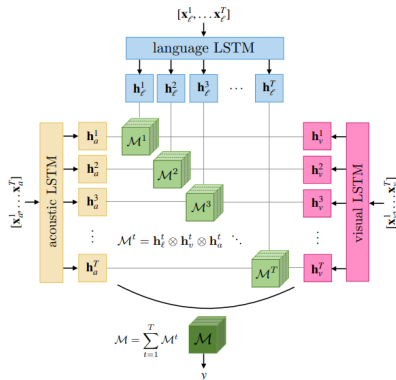
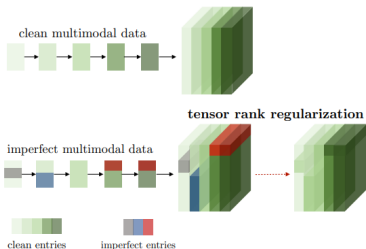
# Восстановление теневого многообразия

- ▶ По теореме Такенса можем для каждого временного ряда в отдельности восстановить теньное многообразие, диффеоморфное истинному.
- ▶ Подходы, например, ССМ анализируют связь через близость в соответствующих **отдельно** полученных пространствах
- ▶ Подход с использованием нескольких измерений позволит анализировать теньное многообразие **совместно**.



# Объединение разнородный данных

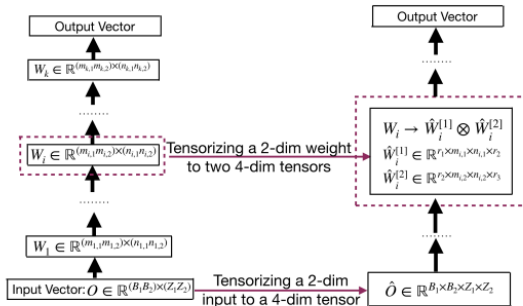
- ▶ Тензорное произведение как способ объединения векторов задержек нескольких временных рядов
- ▶ По результатам близких работ, подход более устойчив к шумам, пропускам и неравномерном распределении во времени





# Объединение разнородный данных

- ▶ Тензорное произведение как способ объединения векторов задержек нескольких временных рядов
- ▶ По результатам близких работ, подход более устойчив к шумам, пропускам и неравномерном распределении во времени



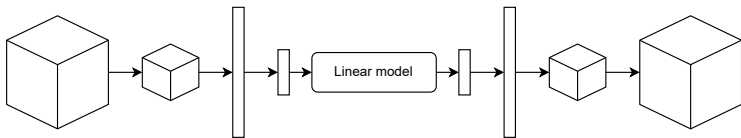
(a) DNN for Vector-to-Vector Regression (b) TTN for Tensor-to-Vector Regression

# Исследуемые подходы

Идея объединить подходы для восстановления сложной динамической системы с помощью

- ▶ функции оптимизации учитывающей динамику, как в SINDY моделях,
- ▶ тензорного представления, как тензорное произведение векторов задержек

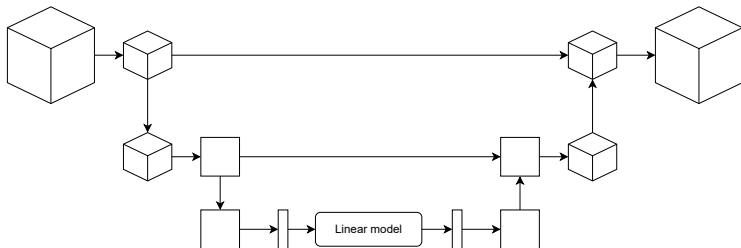
Первый вариант Снижение размерности без снижения «индексности»



- ▶ Из-за векторизации тензора теряется структура данных
- ▶ При большей индексности, тензора необходимо раскладывать (например, tensor train), но непонятно как автоматизировать (тогда не будет вычислительной эффективности при оптимизации на каждой итерации)

# Исследуемые подходы

Снижение размерности, включая снижения «индексности»



- ▶ Не найдено теории по снижению индексности
- ▶ Предлагаемый подход через сверточные слои
- ▶

- ▶ Проведено исследование литературы по восстановлению динамической системы из разных источников данных
- ▶ Тензорные представления в теории более устойчивы к шумам
- ▶ Прорабатываются базовые варианты со снижением индексности и векторизацией
- ▶ Идея уйти в топологический анализ данных и тензорный анализ