ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ

(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

ОТЧЕТ

О ВЫПОЛОНЕНИИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

«АНИМАЦИЯ ТОЧКИ»

ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ОСНОВЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

ВАРИАНТ ЗАДАНИЯ № 2

Выполнил(а) студент группы М8О-209Б-23

Борисов Д.С._____
подпись, дата

Проверил и принял

Ст. преп. каф. 802 Волков Е.В._____
подпись, дата

с оценкой _____

Москва, 2024

Вариант № 2

Задание:

Построить заданную траекторию и анимацию движения точки, а также отобразить стрелки скорости и ускорения. Построить радиус кривизны траектории.

Закон движения точки:

$r = 1 + sin(5t)$

$\varphi = t$

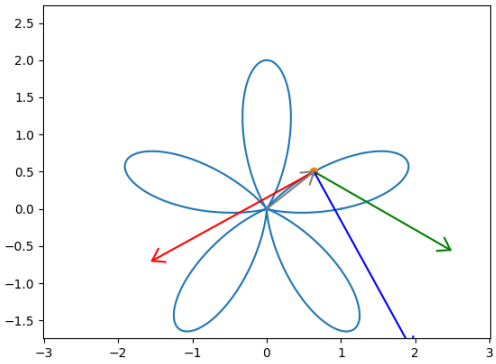
Текст программы

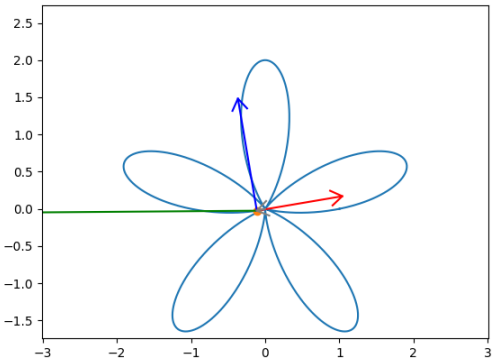
```
# Импорт необходимых библиотек
import math
import sympy as sp
import matplotlib.pyplot as plot
import numpy as np
from matplotlib.animation import FuncAnimation

# Указание параметров моделирования
STEPS = 1000
TIP_LENGTH = 0.15
TIP_WIDTH = 0.1
START_VALUE = 0
END_VALUE = 2 * math.pi


# Определение параметрических функций для движения точки
def r(t: float) -> float:
    # Функция радиус-вектора материальной точки от времени
    return 1 + sp.sin(5 * t)


def phi(t: float) -> float:
    # Функция угла материальной точки от времени
    return t


# Функция поворота двумерной ДСК
def rot2D(X: np.ndarray, Y: np.ndarray, phi: float):
    # Поворот двумерной ДСК с помощью матрицы поворота
    X_r = X * np.cos(phi) - Y * np.sin(phi)
    Y_r = X * np.sin(phi) + Y * np.cos(phi)
    return X_r, Y_r


# Создание символьной переменной времени
t = sp.Symbol('t')

# Переход от полярных координат к декартовым
x = r(t) * sp.cos(phi(t))  # x-координата
y = r(t) * sp.sin(phi(t))  # y-координата

# Вычисление кинематических характеристик
# Скорость - первая производная по времени
Vx = sp.diff(x, t)  # Проекция скорости на ось x
Vy = sp.diff(y, t)  # Проекция скорости на ось y

# Ускорение - вторая производная по времени
```

```
ax = sp.diff(Vx, t)  # Проекция ускорения на ось x
ay = sp.diff(Vy, t)  # Проекция ускорения на ось y

# Вычисление радиуса кривизны
V = sp.sqrt(Vx * Vx + Vy * Vy)  # Модуль скорости
R = (V ** 3) / abs(Vx * ay - Vy * ax)  # Радиус кривизны траектории
# Пояснение к R: (V_x^2 + V_y^3)^{3/2} / (V_x * a_y - V_y * a_x)

# Вычисление нормального вектора
nx = -Vy / V
ny = Vx / V

# Вектор к центру кривизны (нормальный вектор на радиус)
rx = R * nx
ry = R * ny

# Создание массивов для числовых расчетов
T = np.linspace(START_VALUE, END_VALUE, STEPS)  # Массив значений времени
# Инициализация массивов для хранения значений
X = np.zeros_like(T)  # x-координаты
Y = np.zeros_like(T)  # y-координаты
VX = np.zeros_like(T)  # x-компоненты скорости
VY = np.zeros_like(T)  # y-компоненты скорости
AX = np.zeros_like(T)  # x-компоненты ускорения
AY = np.zeros_like(T)  # y-компоненты ускорения
RX = np.zeros_like(T)  # x-компоненты радиуса кривизны
RY = np.zeros_like(T)  # y-компоненты радиуса кривизны

# Вычисление значений для каждого момента времени
for i in range(len(T)):
    X[i] = x.subs(t, T[i])
    Y[i] = y.subs(t, T[i])
    VX[i] = 0.5 * Vx.subs(t, T[i])  # Масштабирование для визуализации
    VY[i] = 0.5 * Vy.subs(t, T[i])
    AX[i] = 0.2 * ax.subs(t, T[i])
    AY[i] = 0.2 * ay.subs(t, T[i])
    RX[i] = rx.subs(t, T[i])
    RY[i] = ry.subs(t, T[i])

# Настройка графика
fgr = plot.figure()
grf = fgr.add_subplot(1, 1, 1)
grf.axis('equal')  # Одинаковый масштаб по осям
grf.set(xlim=[-3, 3], ylim=[-2, 3])
grf.plot(X, Y)  # Построение траектории

# Создание начальных элементов анимации
Pnt = grf.plot(X[0], Y[0], marker='o')[0]  # Точка
Vpl = grf.plot([X[0], X[0] + VX[0]], [Y[0], Y[0] + VY[0]], 'r')[0]  # Вектор
скорости
Apl = grf.plot([X[0], X[0] + AX[0]], [Y[0], Y[0] + AY[0]], 'g')[0]  # Вектор
ускорения
Rpl = grf.plot([X[0], X[0] + RX[0]], [Y[0], Y[0] + RY[0]], 'b')[0]  # Вектор
радиуса кривизны
Radpl = grf.plot([0, X[0]], [0, Y[0]], color='gray')[0]  # Радиус-вектор


# Функция для создания стрелок векторов
def vect_arrow(vec_x, vec_y, _x, _y):
    # Создание наконечника стрелки
    arr_x = np.array([-TIP_LENGTH, 0, -TIP_LENGTH])
    arr_y = np.array([TIP_WIDTH, 0, -TIP_WIDTH])

    # Поворот наконечника
```

```
    phi = math.atan2(vec_y, vec_x)
    rot_x, rot_y = rot2D(arr_x, arr_y, phi)

    # Перемещение наконечника в нужную позицию
    arr_x = rot_x + _x + vec_x
    arr_y = rot_y + _y + vec_y

    return arr_x, arr_y


# Создание начальных стрелок для векторов
ArVX, ArVY = vect_arrow(VX[0], VY[0], X[0], Y[0])
V_arr = grf.plot(ArVX, ArVY, 'r')[0]

ArAX, ArAY = vect_arrow(AX[0], AY[0], X[0], Y[0])
A_arr = grf.plot(ArAX, ArAY, 'g')[0]

ArRX, ArRY = vect_arrow(RX[0], RY[0], X[0], Y[0])
R_arr = grf.plot(ArRX, ArRY, 'b')[0]

ArRadX, ArRadY = vect_arrow(X[0], Y[0], 0, 0)
Rad_arr = grf.plot(ArRadX, ArRadY, color='gray')[0]


# Функция анимации
def animate(j):
    global ArVX, ArVY, ArAX, ArAY, ArRX, ArRY, ArRadX, ArRadY
    # Обновление положения точки
    Pnt.set_data([X[j]], [Y[j]])

    # Обновление вектора скорости
    Vpl.set_data([X[j], X[j] + VX[j]], [Y[j], Y[j] + VY[j]])
    ArVX, ArVY = vect_arrow(VX[j], VY[j], X[j], Y[j])
    V_arr.set_data(ArVX, ArVY)

    # Обновление вектора ускорения
    Apl.set_data([X[j], X[j] + AX[j]], [Y[j], Y[j] + AY[j]])
    ArAX, ArAY = vect_arrow(AX[j], AY[j], X[j], Y[j])
    A_arr.set_data(ArAX, ArAY)

    # Обновление вектора радиуса кривизны
    Rpl.set_data([X[j], X[j] + RX[j]], [Y[j], Y[j] + RY[j]])
    ArRX, ArRY = vect_arrow(RX[j], RY[j], X[j], Y[j])
    R_arr.set_data(ArRX, ArRY)

    # Обновление радиус-вектора
    Radpl.set_data([0, X[j]], [0, Y[j]])
    ArRadX, ArRadY = vect_arrow(X[j], Y[j], 0, 0)
    Rad_arr.set_data(ArRadX, ArRadY)

    return [Pnt, Vpl, V_arr, Apl, A_arr, Rpl, R_arr, Radpl, Rad_arr]


# Создание и запуск анимации
an = FuncAnimation(fgr, animate, frames=STEPS, interval=1)
plot.show()  # Отображение графика
```

Результат работы программы:





Вывод:

В процессе первой лабораторной работы я научился задавать движение точки по заданной траектории в полярных координатах и строить её анимацию. Мне удалось получить координаты x(t) и y(t) в каждый момент времени, а также вычислить скорость и ускорение точки. Дополнительно я добавил визуализацию радиус-вектора, что позволило наглядно отображать положение точки относительно начала координат. После этого я создал анимацию с векторами скорости, ускорения и радиус-вектора. Это помогло мне лучше понять кинематику точки и увидеть преимущества использования символьных и численных методов при анализе движения.