

MOCK TEST — 5. týden

Motivace

Začali jsme téma funkčních řad, kde jsme vyšetřovali bodovou a stejnoměrnou konvergenci. Využíváme často Weierstrasse, aparát je doplněn spec. i o M-test.

Aparát

V: (Weierstrass)

Nechť $f_n : A \rightarrow \mathbb{C}$,
 $(\forall n \in \mathbb{N})(\forall z \in A)(|f_n(z)| \leq g_n(z))$ a $\sum_{n=1}^{\infty} g_n \boxed{SK}$ na A
 $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} f_n \boxed{SK}$ na A

pozn: (M-test)

Nechť $f_n : A \rightarrow \mathbb{C}$,
 $\exists \{M_n\}_{n=1}^{\infty} \subset [0, \infty)$ ($n \in \mathbb{N})(\forall z \in A)(|f_n(z)| \leq M_n)$ a $\sum_{n=1}^{\infty} M_n \boxed{K}$ na A
 $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} f_n \boxed{SK}$ na A

V: (B-C krit. pro funkce)

$\sum_{n=1}^{\infty} f_n \boxed{SK}$ na $A \iff$
 $(\forall \epsilon > 0)(\exists n_0)(\forall n \geq n_0)(\forall z \in A)(|\sum_{n=1}^{\infty} f_n| < \epsilon)$

Příklady

vyšetřete \boxed{BK} a \boxed{SK} řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{x^n}$
vyšetřete \boxed{BK} a \boxed{SK} řady $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$
vyšetřete \boxed{BK} a \boxed{SK} řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$
vyšetřete \boxed{BK} a \boxed{SK} řady $\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-nx}$

Reference

[1] Boris Děmidovič - Sbírka úloh a cvičení z matematické analýzy