

MOCK TEST — 1. týden

Motivace

Po prvním cvičení byste měli zvládnout určit konvergenci následujících nevlastních integrálů. Pokud si nevíte rady, doražte v pátek na AAT meeting.

Aparát

Bez znalosti těchto základních věcí následující příklady budou obtížně.

$$\int_0^1 x^p dx \quad \boxed{K} \iff p > -1$$

$$\int_1^\infty x^p dx \quad \boxed{K} \iff p < -1$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, \quad |x| < 1$$

Příklady

$$\int_0^2 \frac{dx}{\ln x}$$

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^p x \cos^q x}$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^p + x^q}$$

$$\int_0^1 \frac{\ln x}{1-x^2} dx$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p \ln^q x}$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p \ln^q x (\ln \ln x)^r}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{|x-a_1|^{p_1} |x-a_2|^{p_2} \dots |x-a_n|^{p_n}} \quad (a_1 < a_2 < \dots < a_n)$$

Reference

- [1] Boris Děmidovič - Sbírka úloh a cvičení z matematické analýzy **str. 187-193**