MOCK TEST — 5. týden

Motivace

Začali jsme téma funkčních řad, kde jsme vyšetřovali bodovou a stejnoměrnou konvergenci. Využíváme často Weierstrasse, aparát je doplněn spec. i o Mtest.

Aparát

V: (Weierstrass)

Nechť
$$fn: A \to \mathbb{C}$$
,
 $(\forall n \in \mathbb{N})(\forall z \in A)(|f_n(z)| \leq g_n(z))$ a $\sum_{n=1}^{\infty} g_n[SK]$ na A
 $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} f_n[SK]$ na A

$\underline{\text{pozn:}}$ (M-test)

Nechť
$$fn: A \to \mathbb{C}$$
, $\exists \{M_n\}_{n=1}^{\infty} \subset [0,\infty) \ (n \in \mathbb{N}) (\forall z \in A) (|f_n(z)| \leq M_n) \ \text{a} \ \sum_{n=1}^{\infty} M_n \ \overline{[K]} \ \text{na A}$ $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} f_n \ \overline{[SK]} \ \text{na A}$

V: (B-C krit. pro funkce)

$$\begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} f_n \ \overline{SK} \ \text{na A} \iff \\ (\forall \epsilon > 0) (\exists n_0) (\forall n \geq n_0) (\forall z \in A) (|\sum_{n=1}^{\infty} f_n| < \epsilon) \end{array}$$

Příklady

vyšetřete
$$BK$$
 a SK řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{x^n}$ vyšetřete BK a SK řady $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$

Reference

[1] Boris Děmidovič - Sbírka úloh a cvičení z matematické analýzy