

L3 MIASHS

Théorie de Graphes

TP N° 2

Coloration de graphes

La coloration des sommets d'un graphe consiste à affecter à tous les sommets de ce graphe une couleur de telle sorte que deux sommets adjacents ne portent pas la même couleur.

1 Heuristique de Welsh et Powell

Écrivez l'algorithme de coloration de Welsh et Powell et colorez les graphes ci-dessous.

1.1 Organisation d'examens

Un lycée doit organiser les horaires des examens. On suppose qu'il y a 7 épreuves à planifier, correspondant aux cours numérotés de 1 à 7 et que les paires de cours suivantes ont des étudiants communs : 1 et 2, 1 et 3, 1 et 4, 1 et 7, 2 et 3, 2 et 4, 2 et 5, 2 et 7, 3 et 4, 3 et 6, 3 et 7, 4 et 5, 4 et 6, 5 et 6, 5 et 7 et enfin 6 et 7. Comment organiser ces épreuves de façon qu'aucun étudiant n'ait à passer deux épreuves en même temps et cela sur une durée minimale ?

1. Dessinez le graphe qui correspond à ce scénario.
2. Dans ce scénario, qu'est-ce que veut dire le nombre chromatique du graphe ?
3. Déterminez le nombre de couleurs nécessaires pour colorer ce graphe, en utilisant l'algorithme que vous venez d'implémenter.
4. En utilisant l'algorithme de Welsh et Powell, le nombre chromatique est-il trouvé ?

1.2 Séparation des combinaisons chimiques inflammables

Supposez que vous avez à planifier le transport de 7 sortes de produits chimiques, dans différents wagons :

$$A, B, C, D, E, F, G$$

Pour certains de ces produits, ils ne peuvent pas être entreposés dans le même wagon, car il y aurait risque d'explosion :

- si on combine le produit A avec $\{B, C, E, F, G\}$;
- si on combine le produit B avec $\{A, C\}$;
- si on combine le produit C avec $\{A, B, D, G\}$;
- si on combine le produit D avec $\{C, E, G\}$;
- si on combine le produit E avec $\{A, D, F, G\}$;
- si on combine le produit F avec $\{A, E\}$;
- si on combine le produit G avec $\{A, C, D, E\}$.

1. Dessinez le graphe qui correspond à ce scénario.
2. Dans ce scénario, qu'est-ce que veut dire le nombre chromatique du graphe ?
3. Déterminez le nombre de couleurs nécessaires pour colorer ce graphe, en utilisant l'algorithme que vous venez d'implémenter.
4. En utilisant l'algorithme de Welsh et Powell, le nombre chromatique est-il trouvé ?

2 *Sequential coloring*

L'algorithme de Welsh et Powell est en effet une variation d'algorithme *sequential coloring* (ou *greedy sequential*) :

Algorithme Greedy Sequential

```
1: While exists an uncolored vertex v do
2:     color v with the minimal color (number) that does not conflict with the
        already colored neighbors
3: end while
```

Implémentez cet algorithme (en C++ ou Ruby ou Java, etc.) et comparez leur résultats avec les résultats qui vous avez trouvé dans les exercices 1 et 2.

3 Exercice supplémentaire

Écrivez l'algorithme qui implémente la méthode (vue en cours) pour trouver toutes les colorations possibles et le nombre chromatique d'un graphe triangulé donné.