Beispiel für die Berechnung des Wärmedurchgangskoeffizienten eines zusammengesetzten Bauteiles nach DIN EN ISO 6946

DIN EN ISO 6946: Bauteile - Wärmedurchlasswiderstand und Wärmedurchgangs-koeffizient - Berechnungsverfahren. Ausgabe 11.1996.

Der Wärmedurchgangskoeffizient wird aus dem Mittelwert des Wärmedurchgangswiderstandes R_T berechnet:

$$U = \frac{1}{R_\mathrm{T}}. \tag{1}$$

Der Mittelwert von R_T wird aus dem oberen $\left(R'_\mathrm{T}\right)$ und unteren $\left(R''_\mathrm{T}\right)$ Grenzwert des Wärmedurchgangskoeffizienten gebildet:

$$R_\mathrm{T} = \frac{R'_\mathrm{T} + R''_\mathrm{T}}{2}. \tag{2}$$

(1) Aufbau des Bauteils und Materialdaten

Holz-Außenwand mit Vormauerschale

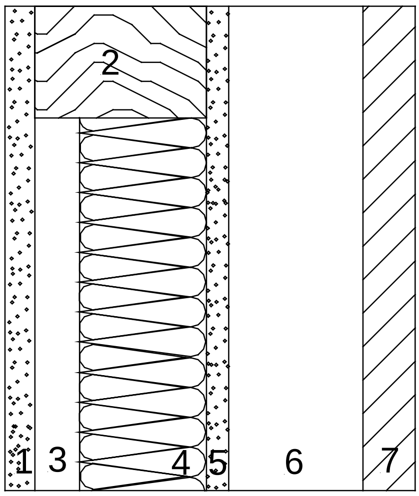

Bild 1. Aufbau des Bauteils

Tabelle 1. Materialdaten

Nr.	Material	d / cm	λ / $\mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$	R / $\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$	Bemerkungen
1	Spanplatte	1,9	0,14	0,1357	R nach Formel (3)
2	Holzriegel	16,0	0,17	0,9412	Flächenanteil 15 %
3	Luftschicht, ruhend	4,0	–	0,18	R siehe Tabelle 2
4	Wärmedämmung	12,0	0,04	3,0	R nach Formel (3)
5	Spanplatte	1,9	0,14	0,1357	R nach Formel (3)
6	Luftschicht, ruhend	6,0	–	0,18	R siehe Tabelle 2
7	Vormauerwerk	11,5	0,96	0,1198	R nach Formel (3)

Der Wärmedurchlasswiderstand jedes festen Bestandteiles der Wand wird berechnet nach

$$R = \frac{d}{\lambda}, \tag{3}$$

wobei d die Dicke des Bestandteiles und λ dessen Wärmeleitfähigkeit ist.

Zum Wärmedurchgangswiderstand eines Bauteiles tragen nur ruhende oder schwach belüftete Luftschichten bei. Der Wärmedurchlasswiderstand einer ruhenden Luftschicht wird nicht nach Gleichung (3) berechnet, da hierbei auch Konvektion und Strahlung berücksichtigt werden müssen. Wärmedurchlasswiderstände von Luftschichten können Tabelle 2 entnommen werden.

Tabelle 2. Wärmedurchlasswiderstand ruhender Luftschichten [DIN EN ISO 6946] [1)]

d **(Luftschicht) in mm**	***R*** **in $\frac{m^2 \, K}{W}$ für Richtung des Wärmestromes** [2)]		
	aufwärts	**horizontal** [3)]	**abwärts**
0	0,00	0,00	0,00
5	0,11	0,11	0,11
7	0,13	0,13	0,13
10	0,15	0,15	0,15
15	0,16	0,17	0,17
25	0,16	0,18	0,19
50	0,16	0,18	0,21
100	0,16	0,18	0,22
300	0,16	0,18	0,23

1) Gilt für Luftschichten, die von zwei parallelen, zur Richtung des Wärmestromes senkrechten Flächen mit einem Emissionsgrad größer 0,8 begrenzt werden. Für die Dicke der Luftschichten in Wärmestromrichtung muss gelten $d < 0{,}1 \cdot d$ (begrenzende Bauteilschichten) und $d < 0{,}3$ m .

2) Ermittlung von Zwischenwerten durch lineare Interpolation.

3) Die Richtung des Wärmestromes kann um ± 30° zur Horizontalebene geneigt sein.

(2) Unterteilung des Bauteiles in homogene Abschnitte

Ein homogener Abschnitt besteht aus einem einheitlichen Material. Zur Bildung derartiger Abschnitte wird das Bauteil in Schichten zerlegt, die zur Richtung des Wärmestromes parallel (hier: p1 und p2) oder senkrecht (hier: s1 bis s6) verlaufen, wie in Bild 2 dargestellt.
Die zwei parallelen Schichten des Wandbeispiels haben folgende Anteile an der Gesamtfläche des Bauteils A_{ges} senkrecht zum Wärmestrom :

$$f_{p1} = \frac{A_{p1}}{A_{ges}}, \tag{4}$$

$f_{p1} = 0{,}15$ und

$$f_{p2} = \frac{A_{p2}}{A_{ges}}, \tag{5}$$

$f_{p2} = 1 - f_{p1} = 0{,}85.$

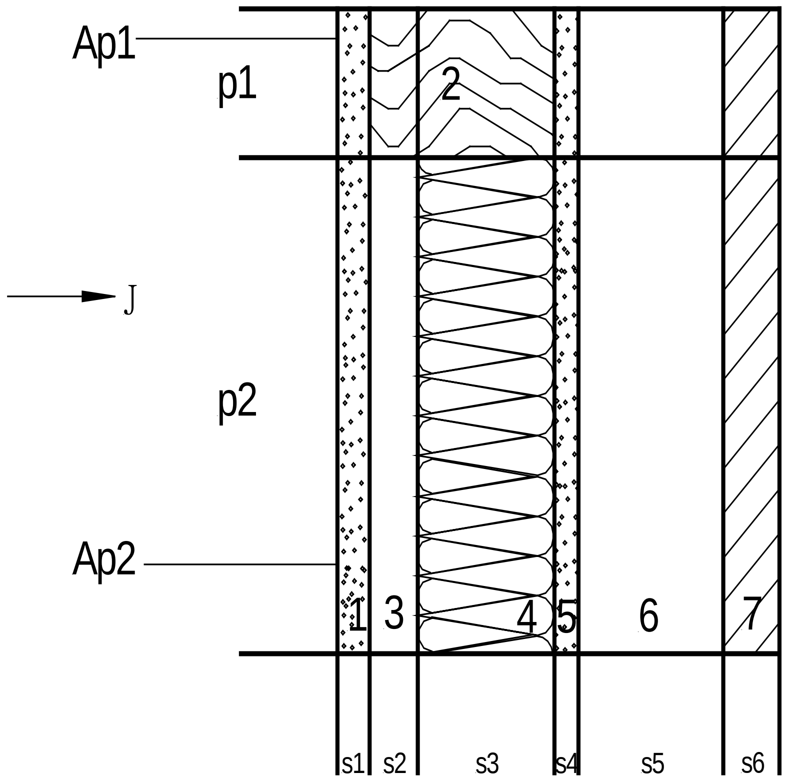

Bild 2. Zerlegung des Bauteils in homogene Abschnitte

Es gilt

$$A_{\text{ges}} = A_{\text{p1}} + A_{\text{p2}}. \tag{6}$$

(3) Berechnung des oberen Grenzwertes für den Wärmedurchgangswiderstand R'_T

Es wird angenommen, dass der Wärmestrom eindimensional ist und senkrecht zur Bauteiloberfläche fließt. Das bedeutet, dass es innerhalb einer Bauteilebene parallel zur Bauteiloberfläche Temperaturunterschiede geben kann, dass aber die Wärmeströme, die infolge dessen in den Bauteilebenen fließen würden, vernachlässigt werden. Das entspricht der Annahme, dass der Wärmewiderstand parallel zur Bauteiloberfläche unendlich groß ist. Dann verhält sich das Bauteil so, als ob die Wärmedurchgangswiderstände der einzelnen parallelen Schichten (hier: $R_{\text{T, p1}}$ und $R_{\text{T, p2}}$) *parallel* geschalten sind. Es ergibt sich

$$\frac{1}{R'_T} = \frac{f_{\text{p1}}}{R_{\text{T, p1}}} + \frac{f_{\text{p2}}}{R_{\text{T, p2}}}, \quad \text{mit} \tag{7}$$

$$R_{\text{T, p1}} = R_{\text{si}} + R_1 + R_2 + R_5 + R_6 + R_7 + R_{\text{se}} \quad \text{und} \tag{8}$$

$$R_{\text{T, p2}} = R_{\text{si}} + R_1 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_{\text{se}}. \tag{9}$$

Die Indizes der Wärmedurchlasswiderstände in den Gleichungen (8) und (9) sind dabei identisch mit der Nummer des jeweiligen Materials in Tabelle 1.
Eine Herleitung von Gleichung (7) befindet sich im Anhang.

Für das Beispiel folgt

$$R_{\mathrm{T,\,p1}} = \left(0{,}13 + 0{,}1357 + 0{,}9412 + 0{,}1357 + 0{,}18 + 0{,}1198 + 0{,}04\right)\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$$

$$\underline{\underline{R_{\mathrm{T,\,p1}} = 1{,}6824\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}}}$$

$$R_{\mathrm{T,\,p2}} = \left(0{,}13 + 0{,}1357 + 0{,}18 + 3{,}0 + 0{,}1357 + 0{,}18 + 0{,}1198 + 0{,}04\right)\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$$

$$\underline{\underline{R_{\mathrm{T,\,p2}} = 3{,}9212\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}}}$$

$$\frac{1}{R'_{\mathrm{T}}} = \left(\frac{0{,}15}{1{,}6824} + \frac{0{,}85}{3{,}9212}\right)\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

$$\underline{\underline{R'_{\mathrm{T}} = 3{,}2687\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}}}$$

(4) Berechnung des unteren Grenzwertes für den Wärmedurchgangswiderstand R''_{T}

Es wird angenommen, dass alle Ebenen parallel zur Oberfläche des Bauteiles isotherm sind. Auch in diesem Fall fließen keine Wärmeströme in den Bauteilebenen, der Wärmewiderstand parallel zur Bauteiloberfläche hat aber einen endlichen Wert. Das Bauteil wird betrachtet, wenn der Temperaturausgleich parallel zur Bauteiloberfläche durch Fließen von Wärmeströmen bereits abgeschlossen ist. Dann entspricht das Bauteil einer Reihenschaltung der Wärmeübergangswiderstände und der Wärmedurchlasswiderstände der senkrechten Schichten s1 bis s6. Es ergibt sich

$$R''_{\mathrm{T}} = R_{\mathrm{si}} + R_{\mathrm{s1}} + R_{\mathrm{s2}} + R_{\mathrm{s3}} + R_{\mathrm{s4}} + R_{\mathrm{s5}} + R_{\mathrm{s6}} + R_{\mathrm{se}}. \tag{10}$$

Die Wärmedurchlasswiderstände der homogenen senkrechten Schichten ergeben sich aus Tabelle 1 zu

$R_{\mathrm{s1}} = R_1 = 0{,}1357\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$,

$R_{\mathrm{s4}} = R_5 = 0{,}1357\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$,

$R_{\mathrm{s5}} = R_6 = 0{,}18\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$ und

$R_{\mathrm{s6}} = R_7 = 0{,}1198\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$.

Für die zusammengesetzten senkrechten Schichten (vgl. Bild 2) muss ein resultierender Wärmedurchlasswiderstand durch Parallelschaltung der Wärmedurchlasswiderstände der einzelnen Bestandteile entsprechend der Darstellung im Anhang berechnet werden.

$$\frac{1}{R_{\mathrm{s2}}} = \frac{f_{\mathrm{p1}}}{R_{\mathrm{2a}}} + \frac{f_{\mathrm{p2}}}{R_3} \quad \text{und} \tag{11}$$

$$\frac{1}{R_{\mathrm{s3}}} = \frac{f_{\mathrm{p1}}}{R_{\mathrm{2b}}} + \frac{f_{\mathrm{p2}}}{R_4}. \tag{12}$$

Die Herleitung von Gleichung (11) und (12) befindet sich im Anhang.
R_{2a} und R_{2b} sind die Wärmedurchlasswiderstände der Anteile des Holzriegels an den Schichten s2 und s3. Sie werden wie folgt berechnet:

$$R_{\mathrm{2a}} = \frac{d_3}{\lambda_2} \quad \text{und} \tag{13}$$

$$R_{2b} = \frac{d_4}{\lambda_2}. \qquad (14)$$

Damit ergeben sich folgende Werte:

$$R_{2a} = \frac{0{,}04\ \text{m}}{0{,}17\ \text{W}\,\text{m}^{-1}\,\text{K}^{-1}}, \quad \underline{\underline{R_{2a} = 0{,}2353\ \text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}}}$$

$$R_{2b} = \frac{0{,}12\ \text{m}}{0{,}17\ \text{W}\,\text{m}^{-1}\,\text{K}^{-1}}, \quad \underline{\underline{R_{2b} = 0{,}7059\ \text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}}}$$

Kontrolle: Es muss gelten

$$R_2 = R_{2a} + R_{2b} \qquad (15)$$

$$R_2 = (0{,}2353 + 0{,}7059)\ \text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1} = 0{,}9412\ \text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}$$

$$\frac{1}{R_{s2}} = \left(\frac{0{,}15}{0{,}2353} + \frac{0{,}85}{0{,}18}\right)\text{W}\,\text{m}^{-2}\,\text{K}^{-1}, \quad \underline{\underline{R_{s2} = 0{,}1866\ \text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}}}$$

$$\frac{1}{R_{s3}} = \left(\frac{0{,}15}{0{,}7059} + \frac{0{,}85}{3{,}0}\right)\text{W}\,\text{m}^{-2}\,\text{K}^{-1}, \quad \underline{\underline{R_{s3} = 2{,}0168\ \text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}}}$$

$$R''_T = (0{,}13 + 0{,}1357 + 0{,}1866 + 2{,}0168 + 0{,}1357 + 0{,}18 + 0{,}1198 + 0{,}04)\ \text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}$$

$$\underline{\underline{R''_T = 2{,}9446\ \text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}}}$$

Kontrolle: $R'_T > R''_T$

$$3{,}2687\ \text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1} > 2{,}9446\ \text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}$$

(5) Mittelwertbildung

$$R_T = \left(\frac{3{,}2687 + 2{,}9446}{2}\right)\text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}, \quad R_T = 3{,}1066\ \text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}$$

Das Endergebnis erhält man nach Rundung auf zwei Dezimalstellen:

$$\underline{\underline{R_T = 3{,}11\,\text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}}}$$

(6) Berechnung des Wärmedurchgangskoeffizienten

$$U = \left(\frac{1}{3{,}1066}\right)\text{W}\,\text{m}^{-2}\,\text{K}^{-1}, \quad U = 0{,}3219\ \text{W}\,\text{m}^{-2}\,\text{K}^{-1}$$

Das Endergebnis erhält man nach Rundung auf zwei Dezimalstellen:

$$\underline{\underline{U = 0{,}32\ \text{W}\,\text{m}^{-2}\,\text{K}^{-1}}}$$

Anhang: Herleitung von Gleichung (7), (11) und (12)

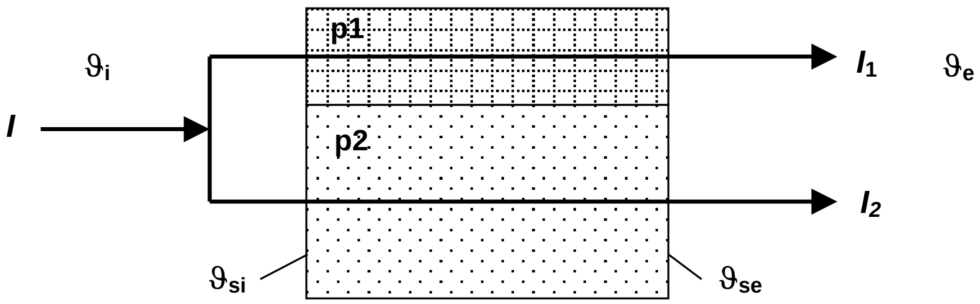

Bild A1. Wärmestrom durch ein Bauteil aus zwei parallelen Schichten

Allgemein gilt für den Wärmewiderstand R_w eines vom Wärmestrom I durchflossenen Bauteiles oder Bauteilabschnittes:

$$R_w = \frac{\Delta\vartheta}{I}. \tag{16}$$

Daraus folgt:

$$I = \frac{\Delta\vartheta}{R_w}. \tag{17}$$

$\Delta\vartheta$ ist die Temperaturdifferenz zwischen der betrachteten Eintritts- bzw. Austrittsfläche des Wärmestromes. Betrachtet man nur den Wärmedurchlass innerhalb des Bauteiles, so gilt

$$\Delta\vartheta_B = \vartheta_{si} - \vartheta_{se}. \tag{18}$$

Der Wärmestrom I teilt sich in die Wärmeströme I_1 und I_2 auf, die durch die parallelen Schichten p1 und p2 fließen (siehe Bild A1) und es gilt:

$$I = I_1 + I_2. \tag{19}$$

Mit Gleichung (17) und (18) kann (19) geschrieben werden:

$$\frac{(\vartheta_{si} - \vartheta_{se})}{R_w} = \frac{(\vartheta_{si} - \vartheta_{se})}{R_{w,\,p1}} + \frac{(\vartheta_{si} - \vartheta_{se})}{R_{w,\,p2}}. \tag{20}$$

Daraus folgt:

$$\frac{1}{R_w} = \frac{1}{R_{w,\,p1}} + \frac{1}{R_{w,\,p2}}. \tag{21}$$

Der Zusammenhang zwischen Wärmewiderstand und Wärmedurchlasswiderstand eines Bauteiles mit der Fläche A senkrecht zum Wärmestrom lautet allgemein

$$R_w = \frac{R}{A}. \tag{22}$$

Werden die Wärmewiderstände in Gleichung (21) durch (22) ersetzt, folgt:

$$\frac{A_{ges}}{R} = \frac{A_{p1}}{R_{p1}} + \frac{A_{p2}}{R_{p2}}. \tag{23}$$

Dividiert man Gleichung (23) durch A_{ges}, erhält man mit (4) und (5):

$$\frac{1}{R} = \frac{f_{\text{p1}}}{R_{\text{p1}}} + \frac{f_{\text{p2}}}{R_{\text{p2}}}. \tag{24}$$

Diese Gleichung ist identisch mit (11) bzw. (12) .

Berücksichtigt man die Wärmeübergangszonen, d. h. betrachtet man den Wärmedurchgang durch das Bauteil, so beträgt die Temperaturdifferenz zwischen Ein- und Austrittsfläche des Wärmestromes jetzt

$$\Delta \vartheta_{\text{T}} = \vartheta_{\text{i}} - \vartheta_{\text{e}}. \tag{25}$$

Für die Wärmewiderstände unter Berücksichtigung des Wärmeüberganges gilt nun

$$R'_{\text{w}} = \frac{R'_{\text{T}}}{A_{\text{ges}}}, \tag{26}$$

$$R'_{\text{w, p1}} = \frac{R_{\text{T, p1}}}{A_{\text{p1}}}, \quad \text{und} \tag{27}$$

$$R'_{\text{w, p2}} = \frac{R_{\text{T, p2}}}{A_{\text{p2}}}. \tag{28}$$

(26), (27) und(28) sowie (25) eingesetzt in (19) unter Berücksichtigung von (17) ergibt dann

$$\frac{\left(\vartheta_{\text{i}} - \vartheta_{e}\right) \cdot A_{ges}}{R'_{\text{T}}} = \frac{\left(\vartheta_{\text{i}} - \vartheta_{e}\right) \cdot A_{\text{p1}}}{R_{\text{T, p1}}} + \frac{\left(\vartheta_{\text{i}} - \vartheta_{e}\right) \cdot A_{\text{p2}}}{R_{\text{T, p2}}}. \tag{29}$$

Bei Division von Gleichung (29) durch A_{ges} folgt:

$$\frac{1}{R'_{\text{T}}} = \frac{f_{\text{p1}}}{R_{\text{T, p1}}} + \frac{f_{\text{p2}}}{R_{\text{T, p2}}}. \tag{30}$$

Diese Gleichung ist identisch mit (7).