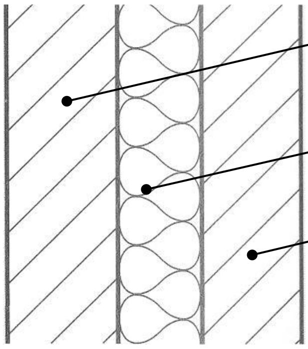
Allgemeine Hinweise:

Nehmen Sie bei Außenbauteilen für den Wärmeübergangswiderstand an der Innenseite $0{,}13\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$ und für den Wärmeübergangswiderstand an der Außenseite $0{,}04\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$ an.

---

1. Eine Außenwand mit einer Fläche von $25\,\mathrm{m^2}$ besteht aus einer zweischaligen Konstruktion mit Kerndämmung.



Folgende Materialdaten sind bekannt:

Schicht Nr.	Material	Dicke in m	Dichte in $\mathrm{kg\,m^{-3}}$	Wärmeleit-fähigkeit in $\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$	spezifische Wärmekapazität in $\mathrm{Jkg^{-1}K^{-1}}$
1	Hochlochziegel-Mauerwerk	0,175	–	0,36	–
2	Mineralwolle	0,150	100	0,03	900
3	Klinker-Vormauerschale	0,115	–	1,20	–

Die Wand soll über einen längeren Zeitraum auf der Innenseite an Luft mit einer Temperatur von $19\,°\mathrm{C}$ und auf der Außenseite an Luft mit einer Temperatur von $-4{,}0\,°\mathrm{C}$ grenzen.

(a) Berechnen Sie die Temperatur in der **Mitte** der Mineralwolleschicht.

(b) Berechnen Sie die Wärmemenge, die in der **Mineralwolleschicht** gespeichert ist.

---

geg.: Angaben entsprechen Tabelle, $\vartheta_\mathrm{i} = 19\,°\mathrm{C}$, $\vartheta_\mathrm{e} = -4{,}0\,°\mathrm{C}$

ges.: **(a)** ϑ_Mm

(b) Q_M

Lös.:

zu (a)

$R_{\mathrm{Z}} = 0,4861\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$

$R_{\mathrm{M}} = 5,0000\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$

$R_{\mathrm{K}} = 0,0958\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$

$R_{\mathrm{ges}} = 5,5819\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$

$R_{\mathrm{T}} = 5,7519\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$

$$U = \frac{1}{\left(R_{\mathrm{si}} + \frac{d_{\mathrm{Z}}}{\lambda_{\mathrm{Z}}} + \frac{d_{\mathrm{M}}}{\lambda_{\mathrm{M}}} + \frac{d_{\mathrm{K}}}{\lambda_{\mathrm{K}}} + R_{\mathrm{se}}\right)}, \quad U = \frac{1}{\left(0,13 + \frac{0,175}{0,36} + \frac{0,150}{0,03} + \frac{0,115}{1,20} + 0,04\right)}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

$U = 0,1739\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$

$$j = U \cdot \left(\vartheta_{\mathrm{i}} - \vartheta_{\mathrm{e}}\right), \quad j = 0,1739\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}} \cdot \left(19 - \left(-4,0\right)\right)\mathrm{K}, \quad j = 0,1739\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}} \cdot 23\,\mathrm{K}$$

$j = 4,0\,\mathrm{Wm^{-2}}$

$\Delta\vartheta_{\mathrm{i}} = j \cdot R_{\mathrm{si}} = 0,52\,\mathrm{K}$

$\Delta\vartheta_{\mathrm{Z}} = j \cdot R_{\mathrm{Z}} = 1,94\,\mathrm{K}$

$\Delta\vartheta_{\mathrm{M}} = j \cdot R_{\mathrm{M}} = 20,00\,\mathrm{K}$

$\Delta\vartheta_{\mathrm{K}} = j \cdot R_{\mathrm{K}} = 0,38\,\mathrm{K}$

$\Delta\vartheta_{\mathrm{i}} = j \cdot R_{\mathrm{se}} = 0,16\,\mathrm{K}$

$\Delta\vartheta_{\mathrm{si}} = 18,48\,^{\circ}\mathrm{C}$

$\Delta\vartheta_{\mathrm{Z/M}} = 16,54\,^{\circ}\mathrm{C}$

$\Delta\vartheta_{\mathrm{M/K}} = -3,46\,^{\circ}\mathrm{C}$

$\Delta\vartheta_{\mathrm{se}} = -3,84\,^{\circ}\mathrm{C}$

$$\boxed{\vartheta_{\mathrm{Mm}} = \frac{\vartheta_{\mathrm{Z/M}} + \vartheta_{\mathrm{M/K}}}{2}} \Rightarrow \vartheta_{\mathrm{Mm}} = \frac{16,54\,^{\circ}\mathrm{C} + \left(-3,46\,^{\circ}\mathrm{C}\right)}{2}, \quad \underline{\underline{\vartheta_{\mathrm{Mm}} = 6,54\,^{\circ}\mathrm{C}}}$$

zu (b)

$Q_{\mathrm{M}} = \rho_{\mathrm{M}} \cdot A \cdot d_{M} \cdot c_{\mathrm{M}} \cdot \left(\vartheta_{\mathrm{Mm}} - \vartheta_{\mathrm{e}}\right)$

$Q_{\mathrm{M}} = 100\,\mathrm{kg\,m^{-3}} \cdot 25\,\mathrm{m^2} \cdot 0,150\,\mathrm{m} \cdot 900\,\mathrm{Jkg^{-1}K^{-1}} \cdot \left(6,54 - \left(-4,0\right)\right)\mathrm{K}$

$Q_{\mathrm{M}} = 3557250\,\mathrm{J} = 0,9881\,\mathrm{kWh}$

$\underline{\underline{Q_{\mathrm{M}} = 3,56 \cdot 10^{6}\,\mathrm{J} = 0,99\,\mathrm{kWh}}}$

2. Eine Außenwand hat folgenden Aufbau:

Schicht Nr.	Material	Dicke in cm	Wärmeleitfähigkeit in $\mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$
1	Gipsputz ohne Zuschlag	1,0	0,51
2	Wärmedämmung aus Mineralfasern	6,0	0,04
3	Mauerwerk aus Kalksandsteinen	24,0	0,79
4	Wärmedämmung aus Mineralfasern	8,0	0,04
5	Kunstharzputz	1,5	0,70

Die Schicht 1 befindet sich auf der Innenseite, die Schicht 5 auf der Außenseite.

(a) Welche Wärmemenge wird durch eine derartige Wand der Fläche $30\,\mathrm{m}^2$ innerhalb von $6,0\,\mathrm{h}$ abgegeben, wenn in dieser Zeit die Innenlufttemperatur $14,5\,°\mathrm{C}$ und die Außenlufttemperatur $-7,0\,°\mathrm{C}$ beträgt?

(b) Wie groß ist die relative Luftfeuchtigkeit im Innenraum, wenn der Wasserdampfpartialdruck dort $843\,\mathrm{Pa}$ beträgt?

(c) Wie groß ist die Taupunkttemperatur der Innenluft unter der in **(b)** genannten Bedingung?

---

geg.: d_i, λ_i lt. Tabelle, $A = 30\,\mathrm{m}^2$, $t = 6,0\,\mathrm{h}$, $\vartheta_\mathrm{i} = 14,5\,°\mathrm{C}$, $\vartheta_\mathrm{e} = -7,0\,°\mathrm{C}$, $p_\mathrm{i} = 843\,\mathrm{Pa}$

ges.: **(a)** Q

(b) φ_i

(c) $\vartheta_{0\mathrm{i}}$

Lös.:

zu (a)

i	d_i in cm	λ_i in $\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$	$R_\mathrm{i} = \dfrac{d_\mathrm{i}}{\lambda_\mathrm{i}}$ in $\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$	$Q = j \cdot A \cdot t$, $Q = 5{,}355\ \mathrm{Wm^{-2}} \cdot 30\ \mathrm{m^2} \cdot 6{,}0\ \mathrm{h}$, $Q = 963{,}9\ \mathrm{Wh}$, $\underline{\underline{Q = 0{,}96\ \mathrm{kWh}}}$
			0,13	$Q = 3{,}47 \cdot 10^6\ \mathrm{J}$
1	1,0	0,51	0,0196	
2	6,0	0,04	1,5000	
3	24,0	0,79	0,3038	
4	8,0	0,04	2,0000	
5	1,5	0,70	0,0214	
			0,04	
$R_\mathrm{ges} = \sum_{i=1}^{n} R_\mathrm{i}$ in $\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$			3,8448	
$R_\mathrm{T} = R_\mathrm{si} + R_\mathrm{ges} + R_\mathrm{se}$ in $\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$			4,0148	
$U = \dfrac{1}{R_\mathrm{T}}$ in $\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$			0,2491	
$j = \dfrac{\vartheta_\mathrm{i} - \vartheta_\mathrm{e}}{R_\mathrm{T}}$ in $\mathrm{Wm^{-2}}$			5,355	

zu (b)

$$\varphi_\mathrm{i} = \frac{p_\mathrm{i}}{p_\mathrm{si}}$$

$p_\mathrm{si} = p_\mathrm{s}\left(\vartheta_\mathrm{i}\right) = p_\mathrm{s}\left(14{,}5\,°\mathrm{C}\right)$, *Ablesen aus Sättigungsdampfdrucktabelle:* $p_\mathrm{si} = 1653\ \mathrm{Pa}$

$$\varphi_\mathrm{i} = \frac{843\ \mathrm{Pa}}{1653\ \mathrm{Pa}},\ \varphi_\mathrm{i} = 0{,}50998 \ \Rightarrow\ \underline{\underline{\varphi_\mathrm{i} = 51\,\%}}$$

zu (c)

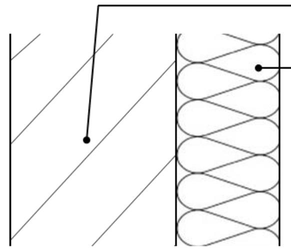
am Taupunkt gilt: $p_\mathrm{i} = p_\mathrm{si}\left(\vartheta_\mathrm{0i}\right) \ \Rightarrow\ p_\mathrm{si}\left(\vartheta_\mathrm{0i}\right) = 843\ \mathrm{Pa}$

Ablesen aus Sättigungsdampfdrucktabelle: $\underline{\underline{\vartheta_\mathrm{0i} = 4{,}5\,°\mathrm{C}}}$

3. Eine Außenwand besteht aus Mauerwerk mit einem Wärme*durchlass*widerstand von $0{,}25\,\mathrm{m^2K\,W^{-1}}$ und einer außen angebrachten Dämmung mit einem Wärme*durchlass*widerstand von $2{,}86\,\mathrm{m^2K\,W^{-1}}$.

Bei welchem Wasserdampfpartialdruck an der Grenzfläche zwischen Mauerwerk und Dämmung setzt dort Tauwasserkondensation ein, wenn die Temperatur der Innenraumluft $20{,}0\,°\mathrm{C}$ und die Temperatur der Außenluft $-7{,}5\,°\mathrm{C}$ beträgt?

Hinweis: Nehmen Sie für den Wärmeübergangswiderstand an der Innenseite $0{,}13\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$ und für den Wärmeübergangswiderstand an der Außenseite $0{,}04\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$ an!



---

geg.: $R_\mathrm{M} = 0{,}25\,\mathrm{m^2K\,W^{-1}}$, $R_\mathrm{D} = 2{,}86\,\mathrm{m^2K\,W^{-1}}$, $\vartheta_\mathrm{i} = 20{,}0\,°\mathrm{C}$, $\vartheta_\mathrm{e} = -7{,}5\,°\mathrm{C}$,
$R_\mathrm{si} = 0{,}13\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$, $R_\mathrm{se} = 0{,}04\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$

ges.: $p\left(\vartheta_\mathrm{M/D}\right)$

Lös.:

$p = p_\mathrm{s}(\vartheta_\mathrm{M/D})$

$$j = \frac{(\vartheta_\mathrm{i} - \vartheta_\mathrm{e})}{R_\mathrm{si} + R_\mathrm{M} + R_\mathrm{D} + R_\mathrm{se}}, \quad j = \frac{\left(20{,}0 - (-7{,}5)\,\mathrm{K}\right)}{\left(0{,}13 + 0{,}25 + 2{,}86 + 0{,}04\right)\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}}, \quad j = 8{,}384\,\mathrm{Wm^{-2}}$$

$\left(R_\mathrm{T} = 3{,}28\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}\right)$

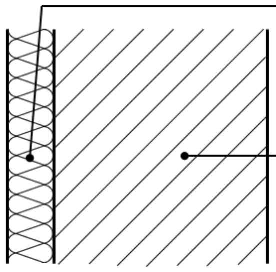
$$\vartheta_\mathrm{M/D} = \vartheta_\mathrm{i} - j\cdot\left(R_\mathrm{si} + R_\mathrm{M}\right) \quad\Rightarrow\quad \vartheta_\mathrm{M/D} = \vartheta_\mathrm{i} - \frac{\left(R_\mathrm{si} + R_\mathrm{M}\right)}{R_\mathrm{si} + R_\mathrm{M} + R_\mathrm{D} + R_\mathrm{se}}\cdot\left(\vartheta_\mathrm{i} - \vartheta_\mathrm{e}\right)$$

$$\vartheta_\mathrm{M/D} = 20{,}0\,°\mathrm{C} - \frac{\left(0{,}13 + 0{,}25\right)}{\left(0{,}13 + 0{,}25 + 2{,}86 + 0{,}04\right)}\cdot 27{,}5\,\mathrm{K} \qquad \left(R_\mathrm{si} + R_\mathrm{M} = 0{,}38\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}\right)$$

$\Rightarrow\ \vartheta_\mathrm{M/D} = 16{,}814\,°\mathrm{C}$, $\vartheta_\mathrm{M/D} = 16{,}8\,°\mathrm{C}$

$p = p_\mathrm{s}(16{,}8\,°\mathrm{C}) \quad\Rightarrow\quad \underline{\underline{p = 1912\,\mathrm{Pa}}}$

4. Eine Außenwand besteht aus Ziegelmauerwerk mit dem Wärmedurchlasswiderstand $0{,}54\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$ und einer aus Gründen des Denkmalschutzes innen angebrachten Dämmschicht aus expandiertem Polystyrol mit dem Wärmedurchlasswiderstand $2{,}5\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$.
Die Wand grenzt einen Innenraum mit bei $21\ °\mathrm{C}$ konstant gehaltener Lufttemperatur von der Außenluft ab. Zwischen welchen Werten ändert sich die Temperatur an der Grenzfläche Polystyrol/Ziegel, wenn die Außenlufttemperatur Werte zwischen $-7\ °\mathrm{C}$ und $26\ °\mathrm{C}$ annimmt?



---

geg.: $R_\mathrm{Z} = 0{,}54\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$, $R_\mathrm{P} = 2{,}5\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$, $\vartheta_\mathrm{i} = 21\ °\mathrm{C}$, $\vartheta_\mathrm{e1} = -7\ °\mathrm{C}$, $\vartheta_\mathrm{e2} = 26\ °\mathrm{C}$

ges.: $\vartheta_\mathrm{P/Z1}$ und $\vartheta_\mathrm{P/Z2}$

Lös.:

$R_\mathrm{ges} = R_\mathrm{P} + R_\mathrm{Z} = 3{,}04\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$

$R_\mathrm{T} = R_\mathrm{si} + R_\mathrm{P} + R_\mathrm{Z} + R_\mathrm{se}$, $R_\mathrm{T} = (0{,}13 + 2{,}5 + 0{,}54 + 0{,}04)\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$, $R_\mathrm{T} = 3{,}21\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$

$U = 0{,}3115\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$

Berechnung $\vartheta_\mathrm{P/Z1}$ (Wärmestrom von innen nach außen)

$$j_1 = \frac{(\vartheta_\mathrm{i} - \vartheta_\mathrm{e1})}{R_\mathrm{T}},\quad j_1 = \frac{(21-(-7))\ \mathrm{K}}{3{,}21\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}},\quad j_1 = \frac{28\ \mathrm{K}}{3{,}21\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}},\quad j_1 = 8{,}72\ \mathrm{Wm^{-2}}$$

$\vartheta_\mathrm{P/Z1} = \vartheta_\mathrm{i} - j_1 \cdot (R_\mathrm{si} + R_\mathrm{P})$, $\vartheta_\mathrm{P/Z1} = 21\ °\mathrm{C} - 8{,}72\ \mathrm{Wm^{-2}} \cdot (0{,}13 + 2{,}5)\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$

$\vartheta_\mathrm{P/Z1} = -1{,}94\ °\mathrm{C}$, $\underline{\underline{\vartheta_\mathrm{P/Z1} = -1{,}9\ °\mathrm{C}}}$

$\Delta\vartheta_\mathrm{i1} = 1{,}13\ \mathrm{K}$, $\Delta\vartheta_\mathrm{P1} = 21{,}81\ \mathrm{K}$, $\Delta\vartheta_\mathrm{Z1} = 4{,}71\ \mathrm{K}$, $\Delta\vartheta_\mathrm{e1} = 0{,}35\ \mathrm{K}$

Berechnung $\vartheta_\mathrm{P/Z2}$ (Wärmestrom von außen nach innen)

$$j_2 = \frac{(\vartheta_\mathrm{e2} - \vartheta_\mathrm{i})}{R_\mathrm{T}},\quad j_2 = \frac{(26-21)\ \mathrm{K}}{3{,}21\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}},\quad j_2 = \frac{5\ \mathrm{K}}{3{,}21\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}},\quad j_2 = 1{,}56\ \mathrm{Wm^{-2}}$$

$\vartheta_\mathrm{P/Z2} = \vartheta_\mathrm{i} + j_2 \cdot (R_\mathrm{si} + R_\mathrm{P})$, $\vartheta_\mathrm{P/Z2} = 21\ °\mathrm{C} + 1{,}56\ \mathrm{Wm^{-2}} \cdot (0{,}13 + 2{,}5)\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$

$\vartheta_\mathrm{P/Z2} = 25{,}10\ °\mathrm{C}$, $\underline{\underline{\vartheta_\mathrm{P/Z2} = 25{,}1\ °\mathrm{C}}}$

$\Delta\vartheta_\mathrm{i2} = 0{,}20\ \mathrm{K}$, $\Delta\vartheta_\mathrm{P} = 3{,}89\ \mathrm{K}$, $\Delta\vartheta_\mathrm{Z} = 0{,}84\ \mathrm{K}$, $\Delta\vartheta_\mathrm{e} = 0{,}06\ \mathrm{K}$

5. Auf der Außenseite einer $20\,\mathrm{cm}$ dicken Stahlbetonwand wird eine $5\,\mathrm{cm}$ dicke Wärmedämmschicht aus expandiertem Polystyrolschaum (EPS) angebracht.
Der Stahlbeton hat eine Dichte von $2300\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, eine Wärmeleitfähigkeit von $2{,}5\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$ und eine spezifische Wärmekapazität von $880\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$.
EPS hat eine Wärmeleitfähigkeit von $0{,}035\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$.

Welche Wärmemenge ist unter stationären Bedingungen bei einer Innenlufttemperatur von $20\,°\mathrm{C}$ und einer Außenlufttemperatur von $-15\,°\mathrm{C}$ in dem *Stahlbeton* pro Quadratmeter Wandfläche gespeichert?

<u>geg.:</u> $d_{\mathrm{SB}} = 20\,\mathrm{cm}$, $\rho_{\mathrm{SB}} = 2300\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, $\lambda_{\mathrm{SB}} = 2{,}5\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$, $c_{\mathrm{SB}} = 880\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$

$d_{\mathrm{EPS}} = 5\,\mathrm{cm}$, $\lambda_{\mathrm{EPS}} = 0{,}035\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$,

$A = 1\,\mathrm{m^2}$, $\vartheta_{\mathrm{i}} = 20\,°\mathrm{C}$, $\vartheta_{\mathrm{e}} = -15\,°\mathrm{C}$

<u>ges.:</u> Q_{SB}

<u>Lös.:</u>

$$R_{\mathrm{SB}} = \frac{d_{\mathrm{SB}}}{\lambda_{\mathrm{SB}}}, \qquad R_{\mathrm{SB}} = \frac{0{,}20}{2{,}5}\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}},\ R_{\mathrm{SB}} = 0{,}0800\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$$

$$R_{\mathrm{EPS}} = \frac{d_{\mathrm{EPS}}}{\lambda_{\mathrm{EPS}}}, \qquad R_{\mathrm{EPS}} = \frac{0{,}05}{0{,}035}\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}},\ R_{\mathrm{EPS}} = 1{,}4286\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$$

$$R_{\mathrm{ges}} = R_{\mathrm{SB}} + R_{\mathrm{EPS}} = 1{,}5086\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}},$$

$$R_{\mathrm{T}} = R_{\mathrm{si}} + R_{\mathrm{ges}} + R_{\mathrm{se}} = (0{,}13 + 1{,}5086 + 0{,}04)\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}} = 1{,}6786\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$$

$$U = \frac{1}{R_{\mathrm{T}}} = 0{,}5957\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

$$j = \frac{(\vartheta_{\mathrm{i}} - \vartheta_{\mathrm{e}})}{R_{\mathrm{T}}}, \qquad j = \frac{(20 - (-15))\,\mathrm{K}}{1{,}6786\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}}, \qquad j = 20{,}85\,\mathrm{W\,m^{-2}}$$

$$\Delta\vartheta_{\mathrm{i}} = j \cdot R_{\mathrm{si}} = 20{,}85\,\mathrm{W\,m^{-2}} \cdot 0{,}13\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}} = 2{,}71\,\mathrm{K},$$

$$\Delta\vartheta_{\mathrm{SB}} = j \cdot R_{\mathrm{SB}} = 20{,}85\,\mathrm{W\,m^{-2}} \cdot 0{,}08\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}} = 1{,}67\,\mathrm{K}$$

$$\vartheta_{\mathrm{si}} = \vartheta_{\mathrm{i}} - \Delta\vartheta_{\mathrm{i}} = 20\,°\mathrm{C} - 2{,}71\,\mathrm{K} = 17{,}29\,°\mathrm{C},$$

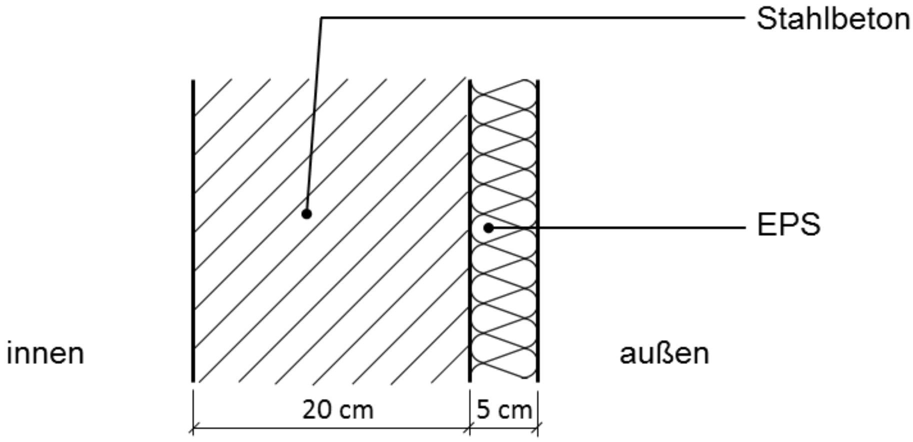
$$\vartheta_{\mathrm{SB/EPS}} = \vartheta_{\mathrm{si}} - \Delta\vartheta_{\mathrm{SB}} = 17{,}29\,°\mathrm{C} - 1{,}67\,\mathrm{K} = 15{,}62\,°\mathrm{C}$$

$$\vartheta_{\mathrm{SB}} = \frac{\vartheta_{\mathrm{si}} + \vartheta_{\mathrm{SB/EPS}}}{2}, \qquad \vartheta_{\mathrm{SB}} = \frac{17{,}29\,°\mathrm{C} + 15{,}62\,°\mathrm{C}}{2}, \qquad \vartheta_{\mathrm{SB}} = 16{,}46\,°\mathrm{C}$$

$$\boxed{Q_{\mathrm{SB}} = \rho_{\mathrm{SB}} \cdot A \cdot d_{\mathrm{SB}} \cdot c_{\mathrm{SB}} \cdot (\vartheta_{\mathrm{SB}} - \vartheta_{\mathrm{e}})}$$

$$Q_{\mathrm{SB}} = 2300\,\mathrm{kg\,m^{-3}} \cdot 1\,\mathrm{m^2} \cdot 0{,}20\,\mathrm{m} \cdot 880\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}} \cdot (16{,}46 - (-15)\,\mathrm{K}) \qquad \vartheta_{\mathrm{SB}} - \vartheta_{\mathrm{e}} = 31{,}46\,\mathrm{K}$$

$$\underline{\underline{Q_{\mathrm{SB}} = 12{,}73 \cdot 10^6\,\mathrm{J} = 3{,}54\,\mathrm{kWh}}}$$


Stahlbeton
EPS
innen
außen
20 cm
5 cm

2.15 **(a)** Berechnen Sie den Wärmedurchlasswiderstand für jede einzelne Schale S1 bis S5 der Varianten A und B! Suchen Sie die dazu erforderlichen Daten aus den Tabellen auf S. 14 und S. 29 ff. heraus.

(*Hinweis*: Wärmeleitfähigkeitsgruppe 040 bedeutet $\lambda = 0{,}040\ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$.)

(b) Berechnen Sie den gesamten Wärmedurchlasswiderstand einer Außenwand aus 5 parallelen Schalen für die Varianten A und B!

	Variante A	**Variante B**
S1	Vollziegel-Vormauerschale $d = 90\ \mathrm{mm}$ $\rho = 1600\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$	Vollklinker-Vormauerschale $d = 115\ \mathrm{mm}$ $\rho = 1800\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$
S2	Luftschicht $d = 40\ \mathrm{mm}$	Luftschicht $d = 40\ \mathrm{mm}$
S3	Dämmschicht aus Mineralfaserplatten $d = 100\ \mathrm{mm}$ Wärmeleitfähigkeitsgruppe 040	Dämmschicht aus Schaumglasplatten $d = 100\ \mathrm{mm}$ Wärmeleitfähigkeitsgruppe 060
S4	Mauerwerk aus Kalksandstein $d = 240\ \mathrm{mm}$ $\rho = 1200\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$	Mauerwerk aus Porenbeton-Plansteinen $d = 175\ \mathrm{mm}$ $\rho = 550\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$
S5	Gipsputz ohne Zuschlag $d = 15\ \mathrm{mm}$	Wärmedämmputz $d = 15\ \mathrm{mm}$ Wärmeleitfähigkeitsgruppe 070

$R_{\mathrm{ges}} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5$, $R_{\mathrm{ges}} = \frac{d_1}{\lambda_1} + R_2\,(\text{Tabelle}) + \frac{d_3}{\lambda_3} + \frac{d_4}{\lambda_4} + \frac{d_5}{\lambda_5}$

Schale	Variante A		Variante B	
	$\lambda / \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$	$R / \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$	$\lambda / \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$	$R / \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$
1	0,68	0,132	0,81	0,142
2	—	0,18	—	0,18
3	0,040	2,500	0,060	1,667
4	0,56	0,429	0,18	0,972
5	0,51	0,029	0,070	0,214
gesamt		3,270		3,175

2.17 Wie dick muss das Mauerwerk der Außenwand eines unbeheizten Raumes mindestens sein, damit die Wand bei dem unten angegebenen Aufbau den Anforderungen des Mindestwärmeschutzes im Winter entspricht und einen Wärmedurchgangskoeffizienten kleiner $1{,}4\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$ aufweist?

Schicht	d in cm	λ in $\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$
Leichtputz	1,5	0,25
Kalksand-Hohlblocksteine	?	0,55
Kalkputz	2,0	0,70

geg.: $U_{\mathrm{erf}} < 1{,}4\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$, $d_1 = 1{,}5\ \mathrm{cm}$, $\lambda_1 = 0{,}25\ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$, *ges.*: d_2

$\lambda_2 = 0{,}55\ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$,

$d_3 = 2{,}0\ \mathrm{cm}$, $\lambda_3 = 0{,}70\ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$

$R_{\mathrm{si}} = 0{,}13\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$, $R_{\mathrm{se}} = 0{,}04\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$

Lös.:

$$U = \frac{1}{R_{\mathrm{si}} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3} + R_{\mathrm{se}}}, \quad \text{Umstellen nach } d_2:$$

$$\frac{1}{U} = R_{\mathrm{si}} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3} + R_{\mathrm{se}} \quad \Rightarrow \quad \frac{d_2}{\lambda_2} = \frac{1}{U} - R_{\mathrm{si}} - \frac{d_1}{\lambda_1} - \frac{d_3}{\lambda_3} - R_{\mathrm{se}}$$

$$d_2 = \lambda_2\left(\frac{1}{U} - R_{\mathrm{si}} - \frac{d_1}{\lambda_1} - \frac{d_3}{\lambda_3} - R_{\mathrm{se}}\right)$$

$$d_2 = 0{,}55\ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}\left(\frac{1}{1{,}4} - 0{,}13 - \frac{0{,}015}{0{,}25} - \frac{0{,}020}{0{,}70} - 0{,}04\right)\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$$

$$\underline{\underline{d_2 = 0{,}25\ \mathrm{m}}}$$

2.18 Eine Außenwand hat folgenden Aufbau:

Außenputz	Mauerwerk	Innenputz
$d = 20\ \text{mm}$	d_W	$d = 15\ \text{mm}$
$\lambda = 0{,}87\ \text{W}\,\text{m}^{-1}\,\text{K}^{-1}$	$\lambda = 0{,}72\ \text{W}\,\text{m}^{-1}\,\text{K}^{-1}$	$\lambda = 0{,}70\ \text{W}\,\text{m}^{-1}\,\text{K}^{-1}$

(a) Welche Dicke d_W muss das Mauerwerk haben, damit die Wand insgesamt einen Wärmedurchlasswiderstand von $0{,}55\,\text{m}^2\,\text{K}\,\text{W}^{-1}$ aufweist?

(b) Wie groß ist der Wärmedurchgangskoeffizient der Wand?

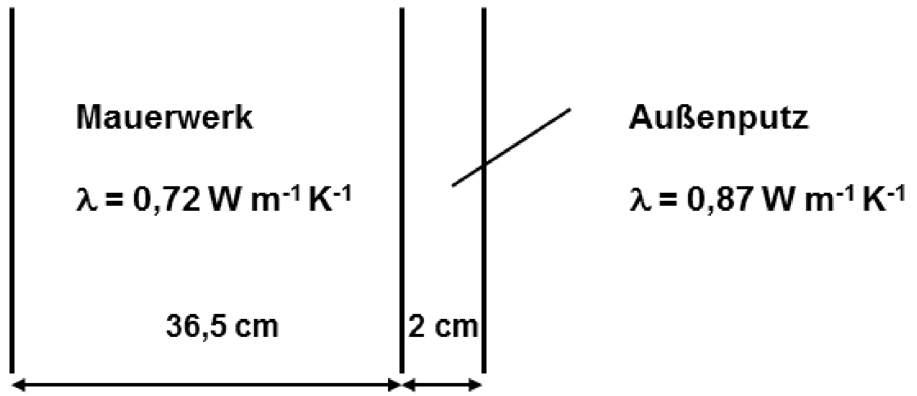
(c) Wie groß ist nachts die stationäre Wärmestromdichte in der Außenwand, wenn die Lufttemperatur außen $0\ °\text{C}$ und innen $20\ °\text{C}$ beträgt?

(a) $R = \frac{d_e}{\lambda_e} + \frac{d_w}{\lambda_w} + \frac{d_i}{\lambda_i} \Rightarrow d_w = \left(R - \frac{d_e}{\lambda_e} - \frac{d_i}{\lambda_i} \right) \lambda_w \Rightarrow \underline{\underline{d_W = 0{,}364\,\text{m}}}$

(b) $U = \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_{si} + R + R_{se}} \Rightarrow \underline{\underline{U = 1{,}389\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\,\text{K}}}}$

(c) $j = U(\vartheta_i - \vartheta_e) \Rightarrow \underline{\underline{j = 27{,}8\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2}}}$

2.19 **(a)** Wie groß ist der Wärmedurchgangskoeffizient der abgebildeten Wand?



(b) Welche Wärmemenge geht bei einer Außentemperatur vom $-10\ °\mathrm{C}$ und einer Innentemperatur von $20\ °\mathrm{C}$ pro Stunde durch diese Wand (Wandfläche $12{,}5\ \mathrm{m}^2$) verloren?

(a)

$$U = \frac{1}{0{,}13\ \mathrm{m}^2\ \mathrm{K}\ \mathrm{W}^{-1} + \dfrac{0{,}365\ \mathrm{m}}{0{,}72\ \mathrm{W}\ \mathrm{m}^{-1}\ \mathrm{K}^{-1}} + \dfrac{0{,}02\ \mathrm{m}}{0{,}87\ \mathrm{W}\ \mathrm{m}^{-1}\ \mathrm{K}^{-1}} + 0{,}04\ \mathrm{m}^2\ \mathrm{K}\ \mathrm{W}^{-1}}$$

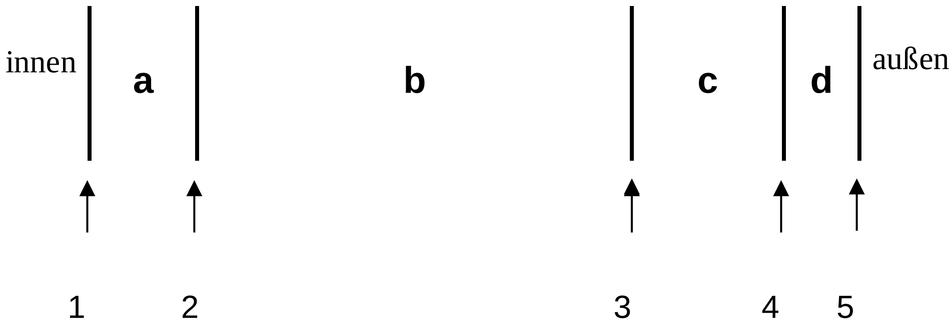
$$\underline{\underline{U = 1{,}43\ \mathrm{W}\ \mathrm{m}^{-2}\ \mathrm{K}^{-1}}}$$

(b)

$$Q = 1{,}43\ \mathrm{W}\ \mathrm{m}^{-2}\ \mathrm{K}^{-1} \cdot 30\ \mathrm{K} \cdot 12{,}5\ \mathrm{m}^2 \cdot 3600\ \mathrm{s}$$

$$\underline{\underline{Q = 1{,}93 \cdot 10^6\ \mathrm{J}}}$$

2.22 Gegeben ist eine Außenwand mit folgenden Eigenschaften:



		Dicke in cm	**Wärmeleitfähigkeit in $\mathbf{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$**
a	Innenputz	2	0,350
b	Kalksandstein-Mauerwerk	24	0,560
c	Wärmedämmschicht	5	0,045
d	Kunstharzputz	1	0,700

(a) Berechnen Sie den Wärmedurchgangskoeffizienten der Wand!

(b) Berechnen Sie die Temperaturen an den in der Skizze mit Pfeilen bezeichneten Stellen der Wand (1-5) für den Fall, dass die Innentemperatur $21\,°\mathrm{C}$ und die Außentemperatur $4\,°\mathrm{C}$ beträgt!

(c) Wie groß ist der mittlere Wärmedurchgangskoeffizient der Wand, wenn $30\,\%$ ihrer Fläche durch Fenster (Wärmedurchgangskoeffizient $2{,}1\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$) ersetzt werden?

ges.: U_W, $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_4, \vartheta_5$, U_m

Lös.:

(a)

$$U_\mathrm{W} = \frac{1}{R_\mathrm{T}}$$

$$R_\mathrm{T} = R_\mathrm{si} + R + R_\mathrm{se}$$

$$R = R_\mathrm{a} + R_\mathrm{b} + R_\mathrm{c} + R_\mathrm{d} = \frac{d_\mathrm{a}}{\lambda_\mathrm{a}} + \frac{d_\mathrm{b}}{\lambda_\mathrm{b}} + \frac{d_\mathrm{c}}{\lambda_\mathrm{c}} + \frac{d_\mathrm{d}}{\lambda_\mathrm{d}}$$

$$R = \left(\frac{0{,}020}{0{,}350} + \frac{0{,}240}{0{,}560} + \frac{0{,}050}{0{,}045} + \frac{0{,}010}{0{,}700}\right)\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}, \quad R = 1{,}6111\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}$$

$$R_\mathrm{a} = 0{,}0571\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}},\; R_\mathrm{b} = 0{,}4286\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}},\; R_\mathrm{c} = 1{,}1111\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}},\; R_\mathrm{d} = 0{,}0143\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}$$

$$R_\mathrm{T} = (0{,}13 + 1{,}6111 + 0{,}04)\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}},\; R_\mathrm{T} = 1{,}7811\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}$$

$$U_\mathrm{W} = \frac{1}{1{,}7811}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\;K}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{U_\mathrm{W} = 0{,}561\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\;K}}}}$$

(b)

$$j = U_\mathrm{W}\cdot \Delta\vartheta = U_\mathrm{W}\cdot\left(\vartheta_\mathrm{i} - \vartheta_\mathrm{e}\right) \quad \Rightarrow \quad j = 0{,}561\cdot\left(21-4\right)\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}},\; j = 9{,}54\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}$$

$$\Delta\vartheta_\mathrm{i} = R_\mathrm{si}\cdot j = 0{,}13\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}\cdot 9{,}54\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}} = 1{,}24\ \mathrm{K}$$

$$\Delta\vartheta_\mathrm{a} = R_\mathrm{a}\cdot j = 0{,}0571\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}\cdot 9{,}54\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}} = 0{,}54\ \mathrm{K}$$

$$\Delta\vartheta_\mathrm{b} = R_\mathrm{b}\cdot j = 0{,}4286\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}\cdot 9{,}54\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}} = 4{,}09\ \mathrm{K}$$

$$\Delta\vartheta_\mathrm{c} = R_\mathrm{c}\cdot j = 1{,}1111\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}\cdot 9{,}54\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}} = 10{,}60\ \mathrm{K}$$

$$\Delta\vartheta_\mathrm{d} = R_\mathrm{d}\cdot j = 0{,}0143\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}\cdot 9{,}54\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}} = 0{,}14\ \mathrm{K}$$

$$\Delta\vartheta_\mathrm{e} = R_\mathrm{se}\cdot j = 0{,}04\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}\cdot 9{,}54\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}} = 0{,}38\ \mathrm{K}$$

$$\vartheta_1 = \vartheta_\mathrm{si} = \vartheta_\mathrm{i} - \Delta\vartheta_\mathrm{i} = \left(21 - 1{,}24\right)\,^\circ\mathrm{C} \qquad \vartheta_1 = 19{,}76\ ^\circ\mathrm{C} \approx 19{,}8\ ^\circ\mathrm{C}$$

$$\vartheta_2 = \vartheta_\mathrm{i} - \Delta\vartheta_\mathrm{i} - \Delta\vartheta_\mathrm{a} = \left(21 - 1{,}24 - 0{,}54\right)\,^\circ\mathrm{C} \qquad \vartheta_2 = 19{,}22\ ^\circ\mathrm{C} \approx 19{,}2\ ^\circ\mathrm{C}$$

$$\vartheta_3 = \vartheta_\mathrm{i} - \Delta\vartheta_\mathrm{i} - \Delta\vartheta_\mathrm{a} - \Delta\vartheta_\mathrm{b} = \left(21 - 1{,}24 - 0{,}54 - 4{,}09\right)\,^\circ\mathrm{C} \qquad \vartheta_3 = 15{,}13\ ^\circ\mathrm{C} \approx 15{,}1\ ^\circ\mathrm{C}$$

$$\vartheta_4 = \vartheta_\mathrm{i} - \Delta\vartheta_\mathrm{i} - \Delta\vartheta_\mathrm{a} - \Delta\vartheta_\mathrm{b} - \Delta\vartheta_\mathrm{c} = \left(21 - 1{,}24 - 0{,}54 - 4{,}09 - 10{,}60\right)\,^\circ\mathrm{C}$$

$$\vartheta_4 = 4{,}53\ ^\circ\mathrm{C} \approx 4{,}5\ ^\circ\mathrm{C}$$

$$\vartheta_5 = \vartheta_\mathrm{se} = \vartheta_\mathrm{i} - \Delta\vartheta_\mathrm{i} - \Delta\vartheta_\mathrm{a} - \Delta\vartheta_\mathrm{b} - \Delta\vartheta_\mathrm{c} - \Delta\vartheta_\mathrm{d} = \left(21 - 1{,}24 - 0{,}54 - 4{,}09 - 10{,}60 - 0{,}14\right)\,^\circ\mathrm{C}$$

$$\vartheta_5 = 4{,}39\ ^\circ\mathrm{C} \approx 4{,}4\ ^\circ\mathrm{C}$$

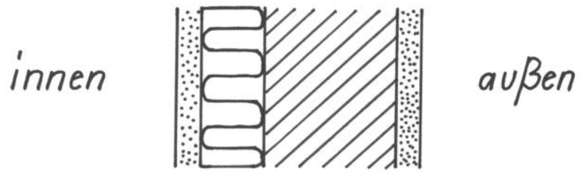
Kontrolle: $\vartheta_5 = \vartheta_\mathrm{se} = \vartheta_\mathrm{e} + \Delta\vartheta_\mathrm{e} = (4 + 0{,}38)\ ^\circ\mathrm{C}$ $\qquad \vartheta_5 = 4{,}38\ ^\circ\mathrm{C} \approx 4{,}4\ ^\circ\mathrm{C}$

(c)

$$U_\mathrm{m} = U_\mathrm{W}\cdot\frac{A_\mathrm{W}}{A_\mathrm{ges}} + U_\mathrm{F}\cdot\frac{A_\mathrm{F}}{A_{ges}}$$

$$U_\mathrm{m} = 0{,}561\cdot\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}}\cdot 0{,}70 + 2{,}1\cdot\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}}\cdot 0{,}30,\; U_\mathrm{m} = (0{,}39 + 0{,}63)\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}} \Rightarrow \underline{\underline{U_\mathrm{m} = 1{,}02\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}}}}$$

2.24 Eine Außenwand besteht entsprechend der Skizze aus HWL-Platten ($25\,\mathrm{mm}$; $0{,}15\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$), Mauerziegeln ($240\,\mathrm{mm}$; $0{,}81\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$) und beidseitigem Verputz (je $2\,\mathrm{cm}$; $0{,}87\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$). Die Luftinnentemperatur beträgt $20\,°\mathrm{C}$ und die Luftaußentemperatur $-18\,°\mathrm{C}$.
Wie ändert sich die Temperatur in der Mitte des Mauerwerks, wenn die Wärmedämmschicht an der Außenseite angebracht wird?



Reihenfolge der Schichten
für **Innendämmung**: Putz (**P**) - HWL-Platten(**D**) - Mauerwerk(**M**) - Putz(**P**)
für **Außendämmung**: Putz (**P**) - Mauerwerk(**M**) - HWL-Platten(**D**) - Putz(**P**)

Schicht	d in m	λ in $\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$	$R = \dfrac{d}{\lambda}$ in $\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$	$\Delta\vartheta$ in K
innere Wärme-übergangszone	-	-	0,13	7,3
P (2x)	0,020	0,87	0,0230	1,3
D	0,025	0,15	0,1667	9,3
M	0,240	0,81	0,2963	16,6
äußere Wärme-übergangszone	-	-	0,04	2,2
Σ			0,6790 (R_T)	38

$U = 1{,}473\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$

$j = 1{,}473\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}} \cdot 38\,\mathrm{K}$, $\quad j = 55{,}97\,\mathrm{W\,m^{-2}}$

Temperatur in der Mitte des Mauerwerks: $\vartheta_m = \vartheta_l - \dfrac{(\vartheta_l - \vartheta_r)}{2} = \dfrac{\vartheta_l + \vartheta_r}{2}$

Innendämmung:

$\vartheta_l = 20\,°\mathrm{C} - (7{,}3 + 1{,}3 + 9{,}3)\,\mathrm{K}$, $\qquad \vartheta_l = 2{,}1\,°\mathrm{C}$

$\vartheta_r = 2{,}1\,°\mathrm{C} - 16{,}6\,\mathrm{K}$, $\qquad \vartheta_r = -14{,}5\,°\mathrm{C}$

$\vartheta_m = \dfrac{(2{,}1 - 14{,}5)\,\mathrm{K}}{2}$, $\qquad \underline{\underline{\vartheta_m = -6{,}2\,°\mathrm{C}}}$

Außendämmung:

$\vartheta_l = 20\,°\mathrm{C} - (7{,}3 + 1{,}3)\,\mathrm{K}$, $\qquad \vartheta_l = 11{,}4\,°\mathrm{C}$

$\vartheta_r = 11{,}4\,°\mathrm{C} - 16{,}6\,\mathrm{K}$, $\qquad \vartheta_r = -5{,}2\,°\mathrm{C}$

$\vartheta_m = \dfrac{(11{,}4 - 5{,}2)\,\mathrm{K}}{2}$, $\qquad \underline{\underline{\vartheta_m = +3{,}1\,°\mathrm{C}}}$

2.25 Eine Wand aus einer $20\,\mathrm{cm}$ dicken Stahlbetonschicht ($2400\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $1000\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$; $2{,}1\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$) und einer $5\,\mathrm{cm}$ dicken Hartschaumschicht ($20\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $1500\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$; $0{,}04\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$) hat die Dämmschicht innen bzw. außen. Welche Wärme kann in beiden Wandvarianten pro $\mathrm{m^2}$ Wandfläche gespeichert werden, wenn die Lufttemperaturen innen bzw. außen $20\,°\mathrm{C}$ bzw. $0\,°\mathrm{C}$ betragen?

geg.: $d_\mathrm{B} = 20\,\mathrm{cm}$, $\rho_\mathrm{B} = 2400\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, $c_\mathrm{B} = 1000\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$, $\lambda_\mathrm{B} = 2{,}1\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$
$d_\mathrm{S} = 5\,\mathrm{cm}$, $\rho_\mathrm{S} = 20\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, $c_\mathrm{S} = 1500\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$, $\lambda_\mathrm{S} = 0{,}04\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$
$\vartheta_\mathrm{i} = 20\,°\mathrm{C}$, $\vartheta_\mathrm{e} = 0\,°\mathrm{C}$

ges.: $\dfrac{Q}{A}$

Lös.:

$$\frac{Q}{A} = \rho_\mathrm{B} \cdot d_\mathrm{B} \cdot c_\mathrm{B} \cdot \left(\bar\vartheta_\mathrm{B} - \vartheta_\mathrm{e}\right) + \rho_\mathrm{S} \cdot d_\mathrm{S} \cdot c_\mathrm{S} \cdot \left(\bar\vartheta_\mathrm{S} - \vartheta_\mathrm{e}\right)$$

Temperatur in der Mitte der jeweiligen Schicht: $\bar\vartheta = \dfrac{(\vartheta_l + \vartheta_r)}{2}$,

ϑ_l, ϑ_r … Temperaturen an den Grenzflächen der jeweiligen Schicht

$$R_\mathrm{T} = R_\mathrm{si} + \frac{d_\mathrm{B}}{\lambda_\mathrm{B}} + \frac{d_\mathrm{S}}{\lambda_\mathrm{S}} + R_\mathrm{se},\ R_\mathrm{T} = \left(0{,}13 + \frac{0{,}20}{2{,}1} + \frac{0{,}05}{0{,}04} + 0{,}04\right)\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}},\ R_\mathrm{T} = 1{,}5152\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$$

($R_\mathrm{B} = 0{,}0952\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$, $R_\mathrm{S} = 1{,}25\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$)

$$j = \frac{(\vartheta_\mathrm{i} - \vartheta_\mathrm{e})}{R_\mathrm{T}},\ j = \frac{20\,\mathrm{K}}{1{,}5152\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}},\ j = 13{,}2\,\mathrm{W\,m^{-2}}$$

Differenzen zwischen den Grenzflächentemperaturen der Schichten:

$\Delta\vartheta_\mathrm{i} = j \cdot R_\mathrm{si} = 13{,}2 \cdot 0{,}13\,\mathrm{K} = 1{,}7\,\mathrm{K}$

$\Delta\vartheta_\mathrm{B} = j \cdot R_\mathrm{B} = 13{,}2 \cdot 0{,}0952\,\mathrm{K} = 1{,}3\,\mathrm{K}$

$\Delta\vartheta_\mathrm{S} = j \cdot R_\mathrm{S} = 13{,}2 \cdot 1{,}25\,\mathrm{K} = 16{,}5\,\mathrm{K}$

$\Delta\vartheta_\mathrm{e} = j \cdot R_\mathrm{se} = 13{,}2 \cdot 0{,}04\,\mathrm{K} = 0{,}5\,\mathrm{K}$

	Hartschaum außen	Hartschaum innen
ϑ_si / °C	18,3	18,3
$\vartheta_\mathrm{B/S}$ / °C	17,0	1,8
ϑ_se / °C	0,5	0,5
$\bar\vartheta_\mathrm{B}$	$\bar\vartheta_\mathrm{B} = \dfrac{\vartheta_\mathrm{si} + \vartheta_\mathrm{B/S}}{2} = \dfrac{(18{,}3 + 17{,}0)}{2} = 17{,}65\,°\mathrm{C}$	$\bar\vartheta_\mathrm{B} = \dfrac{\vartheta_\mathrm{B/S} + \vartheta_\mathrm{e}}{2} = \dfrac{(1{,}8 + 0{,}5)}{2} = 1{,}15\,°\mathrm{C}$
$\bar\vartheta_\mathrm{S}$	$\bar\vartheta_\mathrm{S} = \dfrac{\vartheta_\mathrm{B/S} + \vartheta_\mathrm{se}}{2} = \dfrac{(17{,}0 + 0{,}5)}{2} = 8{,}75\,°\mathrm{C}$	$\bar\vartheta_\mathrm{S} = \dfrac{\vartheta_\mathrm{si} + \vartheta_\mathrm{B/S}}{2} = \dfrac{(18{,}3 + 1{,}8)}{2} = 10{,}05\,°\mathrm{C}$
$\dfrac{Q}{A} \Big/ \mathrm{J\,m^{-2}}$	$\underline{\underline{8{,}5 \cdot 10^6}}$	$\underline{\underline{0{,}6 \cdot 10^6}}$

2.26 Eine Außenwand (Fassade) hat folgenden Aufbau: (*innen*) $200\,\mathrm{mm}$ Beton $\left(2{,}1\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}\right)$; $30\,\mathrm{mm}$ PUR-Schaum $\left(0{,}035\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}\right)$; $65\,\mathrm{mm}$ Beton (*außen*). Der Wärmedurchgangskoeffizient der Fenster beträgt $2{,}5\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$, der Fensteranteil $40\,\%$.

(a) Wie groß ist der mittlere Wärmedurchgangskoeffizient der Fassade?

(b) Welche Wärmemenge geht je s und $\mathrm{m^2}$ durch die Fassade verloren, wenn folgende Klimadaten gelten: innen $20\,°\mathrm{C}$, außen $-10\,°\mathrm{C}$?

geg.: $d_{\mathrm{B1}} = 200\,\mathrm{mm}$, $d_{\mathrm{B2}} = 65\,\mathrm{mm}$, $\lambda_{\mathrm{B}} = 2{,}1\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$,
$d_{\mathrm{PUR}} = 30\,\mathrm{mm}$, $\lambda_{\mathrm{PUR}} = 0{,}035\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$
$U_{\mathrm{F}} = 2{,}5\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$, $f_{\mathrm{F}} = 40\,\%$

ges.: *(a)* U_{m}
(b) Q

Lös.:

(a)

$$U_{\mathrm{m}} = \left(1 - f_{\mathrm{F}}\right)\cdot U_{\mathrm{W}} + f_{\mathrm{F}}\cdot U_{\mathrm{F}}$$

$$U_{\mathrm{W}} = \frac{1}{\mathrm{R_{si}} + \dfrac{d_{\mathrm{B1}}}{\lambda_{\mathrm{B}}} + \dfrac{d_{\mathrm{PUR}}}{\lambda_{\mathrm{PUR}}} + \dfrac{d_{\mathrm{B2}}}{\lambda_{\mathrm{B}}} + R_{\mathrm{se}}}, \quad U_{\mathrm{W}} = \frac{1}{\left(0{,}13 + \dfrac{0{,}200}{2{,}1} + \dfrac{0{,}030}{0{,}035} + \dfrac{0{,}065}{2{,}1} + 0{,}04\right)\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}}$$

$$U_{\mathrm{W}} = 0{,}867\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}} \quad \Rightarrow \quad U_{\mathrm{m}} = \left(1 - 0{,}40\right)\cdot 0{,}867\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}} + 0{,}40\cdot 2{,}5\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

$$\underline{\underline{U_{\mathrm{m}} = 1{,}52\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}}}$$

(b)

$$Q = U_{\mathrm{m}}\cdot\left(\vartheta_{\mathrm{i}} - \vartheta_{\mathrm{e}}\right)\cdot A\cdot t, \quad Q = 1{,}52\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}\cdot\left(20 - \left(-10\right)\right)\mathrm{K}\cdot 1\,\mathrm{m^2}\cdot 1\,\mathrm{s}, \quad \underline{\underline{Q = 45{,}6\,\mathrm{J}}}$$