

Теоретическая информатика I

Программа курса

1. Формализация понятия вычислимости. Машина Тьюринга. Доказательство нераспознаваемости множества L_0 .
2. Представление булевой функции через СДНФ, СКНФ и многочлен Жегалкина. Единственность многочлена Жегалкина.
3. Классы T_0, T_1, S, M, L . Критерий полноты системы булевых функций: теорема Поста.
4. Четыре типа выборок. Число сочетаний, бином Ньютона. Грубые оценки на $n!$. Формула Стирлинга (без доказательства).
5. Числа Каталана: рекуррентная и аналитическая формулы. Язык Дика. Асимптотика чисел Каталана.
6. Графы: пути, циклы, степени, компоненты связности. Эйлеровы пути и циклы в неориентированном графе. Теорема Эйлера. Эйлеровы пути и циклы в ориентированном графе. Строка де Брейна.
7. Гамильтоновы пути и циклы. Теорема Дирака о существовании гамильтонова цикла.
8. Деревья. Теорема о мостах. Теорема о деревьях (6 эквивалентных определений). Остовное дерево.
9. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера (соотношение между числом вершин, ребер и граней).
10. Графы K_5 и $K_{3,3}$, доказательство их непланарности. Теорема Понтрягина–Куратовского (критерий планарности графа), с доказательством в одну сторону.
11. Теорема о художественной галерее.
12. Теорема Фари.
13. Теорема о пяти красках.
14. Раскраски графов. Теорема Брукса.
15. Теорема Холла (о паросочетаниях в двудольном графе).
16. Теорема Татта (о совершенном паросочетании в произвольном графе).
17. Формула Бержа.
18. Связность и разделяющие множества. Теорема Геринга, теорема Менгера (о разделяющих множествах и непересекающихся путях).
19. Теорема Кенига о наибольшем паросочетании в графе. Теорема Петерсена (о совершенных паросочетаниях в 3-регулярных графах).
20. Реберные раскраски. Теорема Кенига о реберных раскрасках.
21. Реберные раскраски. Теорема Визинга.
22. Теорема Гейла и Шепли об устойчивых браках (паросочетания с предпочтениями).
23. Теорема Рамсея, числа Рамсея $R(k; m_1, \dots, m_d)$.
24. Верхняя оценка на $R(n, m)$. Нижние и верхние оценки на $R(n, n)$. Теорема Шура об одноцветном решении уравнения $x + y = z$. Следствие в геометрии: Теорема Эрдеша и Секереша о выпуклом n -угольнике.