

## Вопросы к коллоквиуму по математическому анализу

1. Аксиома Архимеда. Следствие неравенства  $x < a$ , выполненного для всех положительных чисел  $a$ .
2. Аксиома индукции. Общая схема доказательств по индукции.
3. Неравенство Бернулли.
4. Аксиома Кантора-Дедекинда. Существование и единственность положительного квадратного корня из двух.
5. Иррациональность числа  $\sqrt{2}$ .
6. Существование рациональных и иррациональных чисел в каждом невырожденном отрезке.
7. Грани – определение. Теорема об описании точной верхней и нижней граней.
8. Теорема о связности отрезка.
9. Предельные точки и изолированные точки: определения, примеры. Достаточное условие для того, чтобы верхняя или нижняя грань множества была его предельной точкой.
10. Теорема о вложенных замкнутых отрезках.
11. Теорема о компактности.
12. Теорема о вложенных полуоткрытых отрезках.
13. Десятичное разложение вещественного числа.
14. Определение предела – в терминах окрестностей, в терминах неравенств (все варианты). Эквивалентность условий  $f(x) \rightarrow b$  и  $|f(x) - b| \rightarrow 0$ .
15. Единственность предела.
16. Теорема о пределе сужения (с частичным обращением).
17. Предел постоянной функции. Предел тождественного отображения.
18. Предельный переход в неравенстве.
19. «Принцип двух полицейских».
20. Предел линейной комбинации.
21. Предел произведения функции, стремящейся к нулю, на ограниченную функцию.
22. Предел произведения двух функций, каждая из которых имеет предел.
23. Предел частного.
24. Сумма геометрической прогрессии.
25. Предел монотонной функции.
26. Понятие о ряде. Теорема Лейбница. Гармонические ряды.
27. Непрерывность функции в точке – определение, примеры.
28. Число  $e$  – определение, сходимость соответствующего ряда. Иррациональность числа  $e$ .
29. Критерий Коши.
30. Верхний и нижний пределы – определение. Верхний и нижний пределы суммы двух функций.
31. Теорема об описании верхнего и нижнего пределов.
32. Критерий существования предела в терминах верхнего и нижнего предела. Еще раз про критерий Коши.
33. Сходящиеся последовательности. Предел подпоследовательности, предел перестановки.
34. Описание предельных точек множества в терминах сходящихся последовательностей.
35. Вторая форма теоремы о компактности.
36. Предел функции в терминах последовательностей.
37. Предел композиции двух функций.
38. Бесконечные пределы. Условие  $f(x) \rightarrow \infty$  в терминах функции  $1/f$ .
39. Бесконечно большие и бесконечно малые. Символы  $O$  и  $o$ . Соотношения транзитивности.
40. Эквивалентные функции. Симметричность отношения эквивалентности.
41. Отношение эквивалентности и вычисление пределов.
42. Критерий Коши для рядов. Теорема о мажорировании. Абсолютно сходящиеся ряды.
43. Пределы справа и слева. Существование предела в терминах пределов справа и слева. Классификация разрывов.