

Вопрос 1 Сюръективный гомоморфизм и образующие. Сюръективный гомоморфизм и порядок. Нормальная подгруппа. Переформулировки. Примеры.

Утверждение. Пусть дан сюръективный гомоморфизм $f: G \rightarrow H$, $\ker f = \langle g_1, \dots, g_k \rangle$, $H = \langle h_1, \dots, h_l \rangle$. Если взять $h'_i \in G$ такие, что $g(h'_i) = h_i$, то группа G будет порождена $h'_1, \dots, h'_l, g_1, \dots, g_k$.

Лемма 1

Пусть $f: G \rightarrow H$ — гомоморфизм. Тогда $f(g_1) = f(g_2)$ тогда и только тогда, когда $g_1 \in g_2 \ker f$.

Утверждение. Пусть G конечна, $f: G \rightarrow H$ — сюръективный гомоморфизм. Тогда $|G| = |\ker f| \cdot |H|$.

Определение 1: Нормальная подгруппа

Подгруппа $H \leq G$ называется нормальной, если для любых $g \in G$ и $h \in H$ выполнено следующее: $ghg^{-1} \in H$.

Обозначение. HG .