Криворучко Денис, 19.Б10мм
Вариант - 17

Отчет по задаче 1: “Сравнение методов регуляризации для матриц осциляционного типа”

Условие задачи:
Дана матрица А осцилляционного типа. (А — обобщенная матрица Вандермонда, $\mathbf{a_k=(n+1-k)^{-2}}$, $\mathbf{b_k=k,\ k=1,...,n}$). Построим СЛАУ **Az=u**, в которой правая часть **u** вычисляется по формуле $\mathbf{Az_0=u}$, где $\mathbf{z_0=(1,1,...,1)}$.

Строим матрицу **B=√A** (см. методическое пособие стр. 22). Убедитесь, что матрица **A** осцилляционного типа.

Заполняет таблицу

n=2	cond(A)=...	cond(B)=...	$\|\|A-B^2\|\|$=...
n=3	cond(A)=...	cond(B)=...	$\|\|A-B^2\|\|$=...

до тех, пока $\mathbf{||A-B^2||}$ пренебрежимо малая величина.

Далее для решения уравнения применяем 2 способа регуляризации:
1. **(A*A+αE)z=A*u** (уравнение (16) пособия)
2. $\mathbf{(B^*B+\alpha E)z=B^*(B^{-1}u)}$ (уравнение (20) пособия)

Провести сравнение полученных результатов и сделать заключение о рациональном выборе метода регуляризации и параметра регуляризации.

Используемые для вычислений инструменты:

Язык Python, пакеты NumPy и SciPy.

Решение:

Таблица результатов извлечения корня из матрицы **A** для разных размерностей **n** (Использовался метод Ньютона):

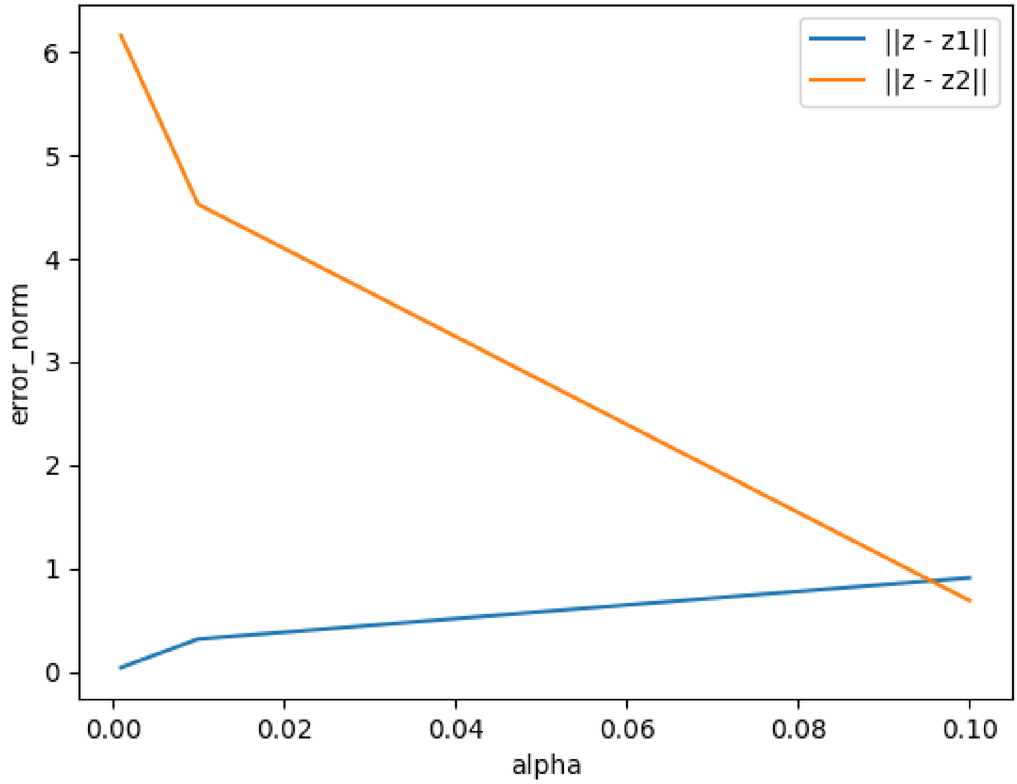
n	cond(A)	cond(B)	$\|\|A-B^2\|\|$
2	10.9293	3.5579	0.0008
3	228.9855	18.812	0.0027
4	8278.9654	115.7224	0.004
5	463640.9216	355.889	0.0016
6	37285325.8792	8619.89	0.0056
7	4078854494.9816	89611.7121	0.008
8	583002285003.8198	6581820.0675	31.9013

Значение $\boldsymbol{||A-B^2||}$ пренебрежительно мало до **n=7**, а при **n=8** становится большим. Значит, вычисления будут иметь смысл для **n=1,...,7**.

Теперь для решения уравнения используем 2 способа регуляризации: $\mathbf{(A^*A+\alpha E)z=A^*u}$ (1) и $\mathbf{(B^*B+\alpha E)z=B^*(B^{-1}u)}$ (2).

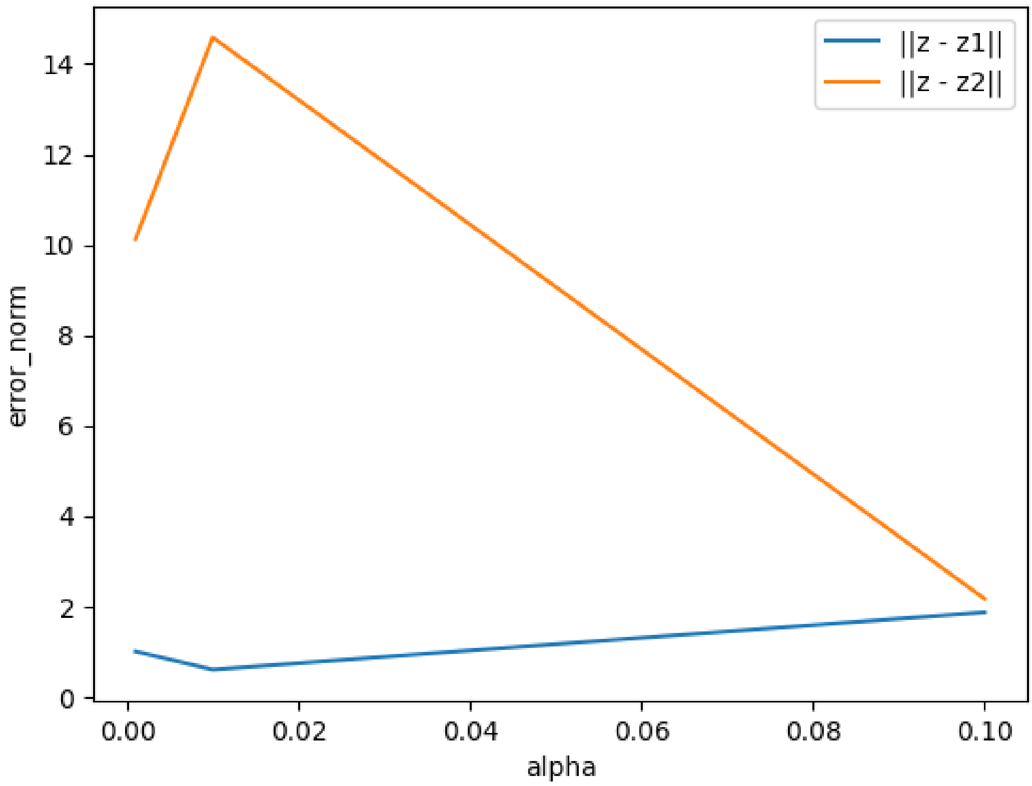
Для $\boldsymbol{\alpha\in[0.001, 0.1]}$ получим следующие графики (Считаем, что **z** — точное решение системы, **z1** — решение, полученное первым способом, **z2** — решение, полученное вторым способом):

n = 2



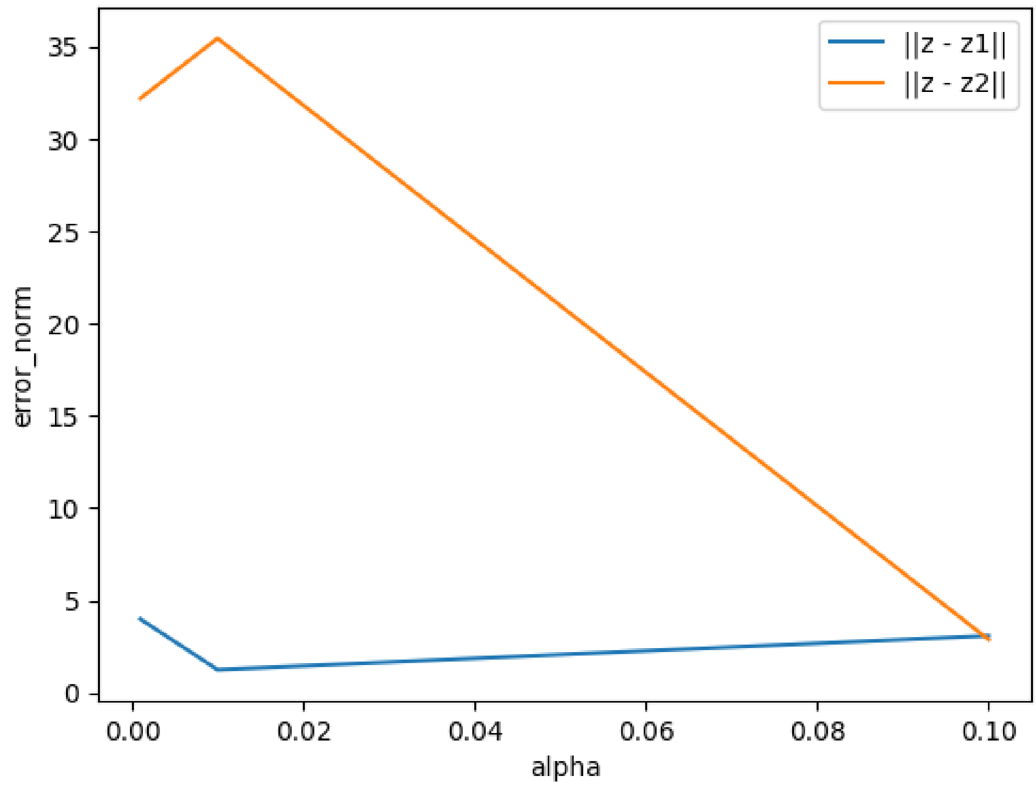
||z - z1||
||z - z2||
error_norm
alpha
0
1
2
3
4
5
6
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10

n = 3

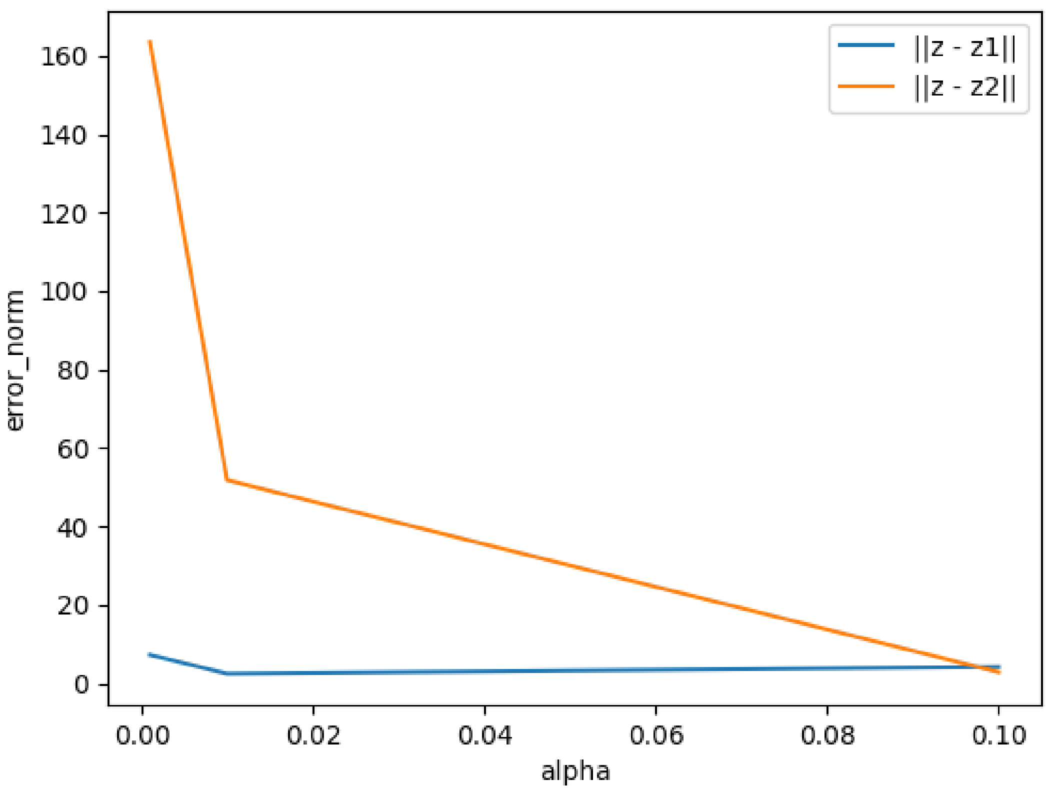


||z - z1||
||z - z2||
error_norm
alpha
0
2
4
6
8
10
12
14
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10

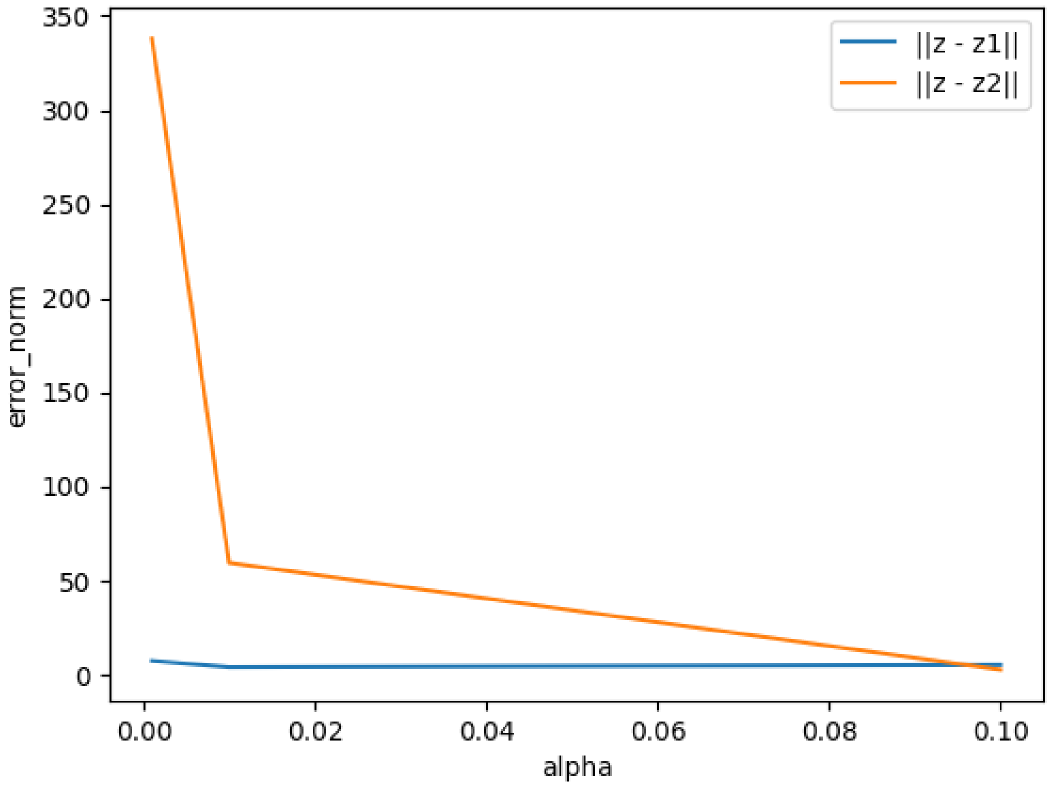
n = 4


||z - z1||
||z - z2||
error_norm
alpha
0
5
10
15
20
25
30
35
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10

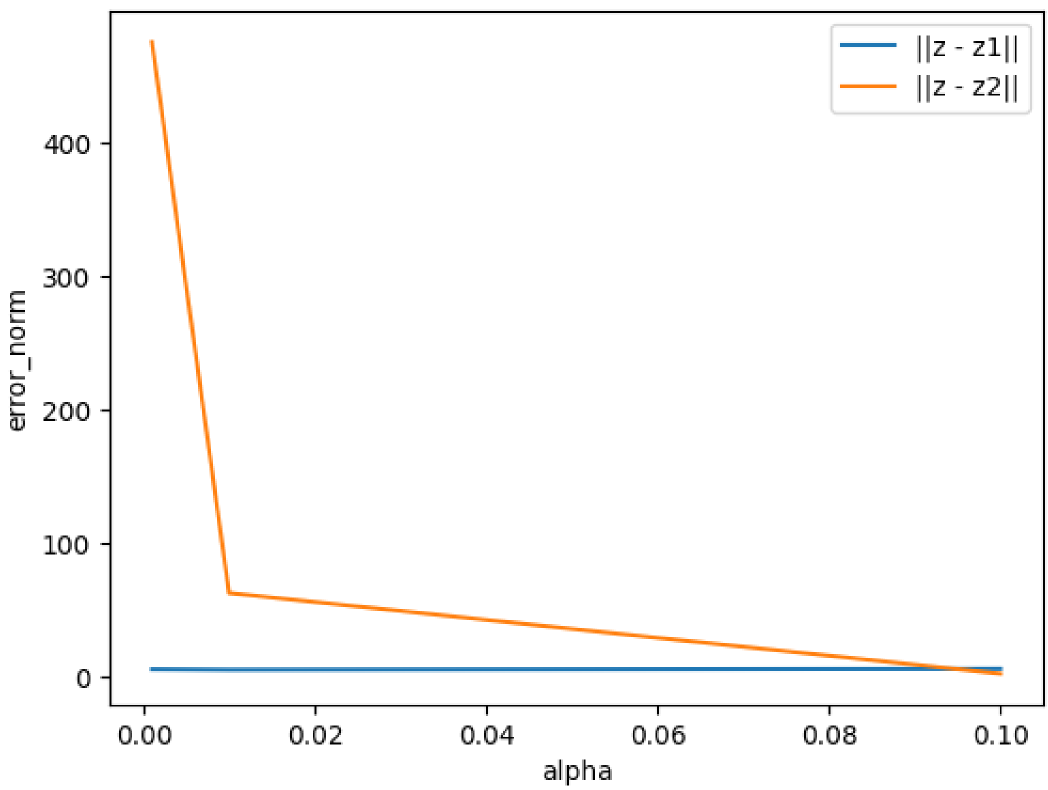
n = 5


||z - z1||
||z - z2||
error_norm
alpha
0
20
40
60
80
100
120
140
160
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10

n = 6


||z - z1||
||z - z2||
error_norm
alpha
0
50
100
150
200
250
300
350
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10

n = 7


||z - z1||
||z - z2||
error_norm
alpha
0
100
200
300
400
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10

Вывод:
При росте параметра регуляризации, погрешность первого способа увеличивается, а второго, наоборот, уменьшается. При **$\alpha \geq 0.1$,** решение полученное вторым способом уже ближе к точному, чем решение, полученное первым. Однако, при малых **α** первый способ показывает значительно лучший результат.