-101J340ціойJ340льйJ350йJ340 J300кJ340дбJ354ія"

-101J340J356пJ35

Перелік умовних позначень

N^+ - напівгрупа натуральних чисел по додаванню ;

$\mathbb{N}_1^+ =$

Вступ

станами автоморфізму ¾. Особливо цікавими є скінченностанові автоморфізми, які утворюють групу, про будову якої відомо дуже мало.[8]

Дисертація присвячена дослідженню проблеми спряженості елемен-

Теорема 3.3.3 *Нехай w- довільний елемент максимального про-порядку і $D(w) = \{w^k \mid k \geq 2\}$*

Співставимо простору Бера над р-літерним алфавітом регулярне однокореневе дерево T

автоморфізм залишає ці вершини нерухомими. Аналогом циклового типу на групі підстановок є дерево циклового типу на $\overline{W}_1(X)$.

Означення 1.1.1. *Елемент a групи $\overline{W}_1$ задає розбиття множини вершин кожного рівня дерева T_p на множину орбіт дії цього елементу на T_p. Побудуємо по a дерево циклового типу D_a цього елементу. Вершинами цього дерева будуть класи еквівалентності по орбітах, причому дві вершини дерева D_a з'єднані ребром, якщо існують суміжні вершини дерева T_p з відповідних орбіт.*

Аналогом крітерія спряженності в групі підстановок є наступний крітерій в групі $\overline{W}_1(X)$.

Теорема 1.1.2.

отже, $b_1 \not\in b_2^{j\,1}\ 2\ B_m(q_0)$*:* Це доводить, що $\overline{W}_1$ є топологічною групою. Для доведення повноти, слід зауважити, що $\overline{W}_1$ є компактом у вище-згаданій топології, оскільки є замкненим у добутку дискретних просторів

Означимо на множині функцій N ! N бінарне відношення 4.

Означення 1.1.4. *[8] Для функцій* ® : N ! N *та* ¯ : N ! N *будемо казати, що*

® 4 ¯

Доведення. Оскільки з того, що

$$c^{i\,1} \pm a \pm c = b$$

випливає рівність

$$c^{i\,1} \pm a^n \pm c = b^n$$

$$((a;b) \pm ¾) \pm ((c;d) \pm ¾) = (a \pm d; b \pm c)$$

Також зручно записувати обернений до автоморфізму дерева:

$$(a;b)^{i\ 1} = (a^{i\ 1}; b^{i\ 1})$$

$$((a;b) \pm ¾)^{i\ 1} \qquad 1 \qquad) \pm ¾$$

b = (

Означимо $½_{a;n}(x; y$

Якщо s, q - p-адични числа, $a \in AutT_p$, то

$$a^s \pm a^q = a^{s+q}$$

$$(a^s)^q = a^{sq}$$

Звуження дії піднесення у степінь a^k до кільця цілих чисел відповідає звичайному означенню степеня. Наприклад,

$$a^{(1;3;3:::;3:::)} = a^3$$

$$a^{(1;3;7;15;::::;2^i-1:::)} = a^{i-1}$$

для автоморфізму

$$= :::t \text{ ¤ } a \text{ ¤ } 2 + {}^{a\ i\ 1}$$

Означення 1.2.1. *Група G автоморфізмів однорідного кореневого де-*

Рис. 3: Портрет автоморфізму a

$$x_a = :::0011$$

тобто

$$x © x_a = :::1001 © :::0011 = :::1010$$

і для автоморфізму $a^{i\,1}$ маємо (рис.4):

$$(x © x_a)_{a^{i\,1}} = :::1010_{a^{i\,1}} = x_a = :::0011:$$

Озна□80250мо[a]b для автоморфізмів a та b з $AutT_2$.

Озна□80245ння 2.7. *Діємо на розмі□80245не дерево, що задає портрет автоморфізму a автоморфізмом b. Отриманий портрет озна□80250мо,* □80[a]*b.*

Для автоморфізмів $a; b; c; d:::$ з $AutT_2$ мають місце наступні спі(.)]TJщ˜]TJ

Дійсно:

$$a^n = a \copyright [a^{n-1}]a^{1} = a \copyright [a \copyright [a^{n-2}]a^{1}]a^{1} =$$

$$= a \copyright [a]a^{1} \copyright [[a^{n-2}]a^{1}]a^{1} = a \copyright [a]a^{1} \copyright [a^{n-2}]a^{2} =$$

$$= a \copyright [a]a^{1} \copyright \ldots \copyright [a]a^{k+1} \copyright [a^{n-k}]a^{k} = a \copyright [a]a^{1} \copyright \ldots \copyright [a]a^{n+2} \copyright [a]a^{n+1}.$$

Опишемо групу скінченностанових автоматних підстановок на мові портретів.

Означення 2.1.2. *Якщо стан автоморфізму діє на піддереві дерева T_2, то портрет цього стану є аналогічним піддеревом портрету дерева*

Рис. 5: adding machine

Рис. 6: Автомат a˜889□0□0□0.399889750□т,Авт41624562 machine

Рис. 7: Автомат для тотожнього автоморфізму

Рис. 9: Послідовна дія $''$ та $''_{i\,1}$

2.3 Орієнтовані графи

Розглянемо орієнтований граф, вершинами якого є елементи Z_2, побудований по автоморфізму a двійкового дерева T_2.

Граф будується за наступним правилом: числа x та y з Z_2 з'єднані стрілкою, якщо автоморфізм a відповідний кінець x дерева T_2

Рис. 10: Орієнтований граф на Z_2 автоморфізму ¾

Для авієнтований У9360аф Ф0340томорфізму

оскільки

$$''^2 = (''; '')$$

тобто дерево типу для $''^2$ *містить два ланцюги (рис.15).*

Рис. 15: Дерево циклового типу для квадрату *adding machine*

Приклад 2.3.3. *Для* $f(x) = x \oplus 1$ *всі цикли мають довжину 2.*

Дійсно, послідовність вигляду $:::x_3x_2x_10$ *переходить в послідовність вигляду* $:::x_3x_2x_11$*, і навпаки, послідовність вигляду* $:::x_3x_2x_11$ *переходить в послідовність вигляду* $:::x_3x_2x_10$*; і, навпаки, послідовність*

Приклад 2.3.3.

Рис. 16: Дерево типу для автоморфізму $f(x) = x \copyright 1$

А, що відповідає автоморфізму a будується наступним чином: для автоморфізму $a = (b; c)$ матриця A виглядає, як

$$A = \begin{matrix} 0 \\ @ \end{matrix}$$

Рис. 18: Добуток матриць автоморфізмів

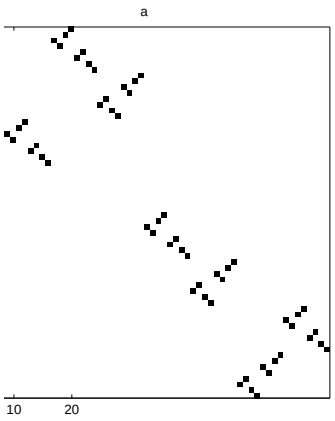


Рис. 19: Матриці автоморфізмів a та $a^{i\,1}$

має вигляд:

$$''_{(7)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & id_{(6)} \\ ''_{(6)} & 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 20: adding machine

Приклад 2.4.4. *Обчислення матриці автоморфізму*

) l TM|в5760ицщьв˜-39449(42аьˇTJ/F5 14.34 Tf 10.952 0 TD[(j)ATJ/F12 14.34 Tf -3

Рис. 22: Матриця автоморфізму $f(x) = x - 1$

$$(lup(A))_{ij} = \begin{cases} 0, & \begin{pmatrix} A_{ij} & A_{ij+1} \\ A_{i+1j} & A_{i+1j+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 1, & \begin{pmatrix} A_{ij} & A_{ij+1} \\ A_{i+1j} & A_{i+1j+1} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Лема 2.4.1. *Мають місце рівності*

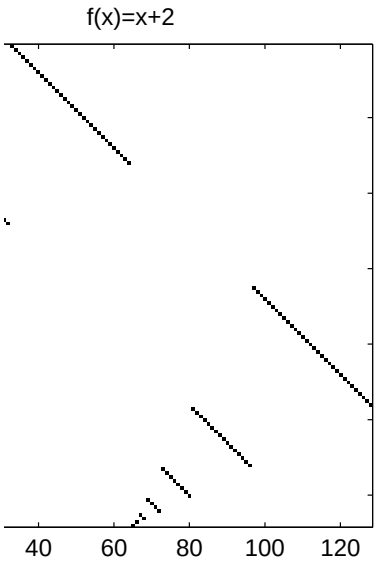
$$(A)_{n-1} = lup((A)_n)$$

$$(A_T)_{n-1} = lup((A_T)_n)$$

$$lup((A_T)_n) = (lup((A)_n))_T$$

¡ 1; ð7,TJ-123(.3726.899D[(Ä93172416+93172451\353ð-i39317245ôð31

Доведення. Дійсно, якщо кінці мають спільну вершину


f(x)=x+2
40
60
80
100
120

Приклад 2.4.6.

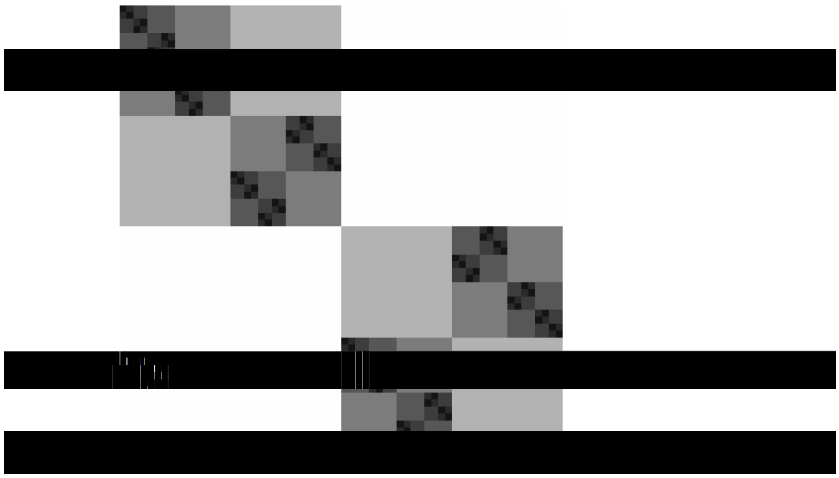


Рис. 30: Дія функції *lup* на автоморфізмі $f(x) = 3x$

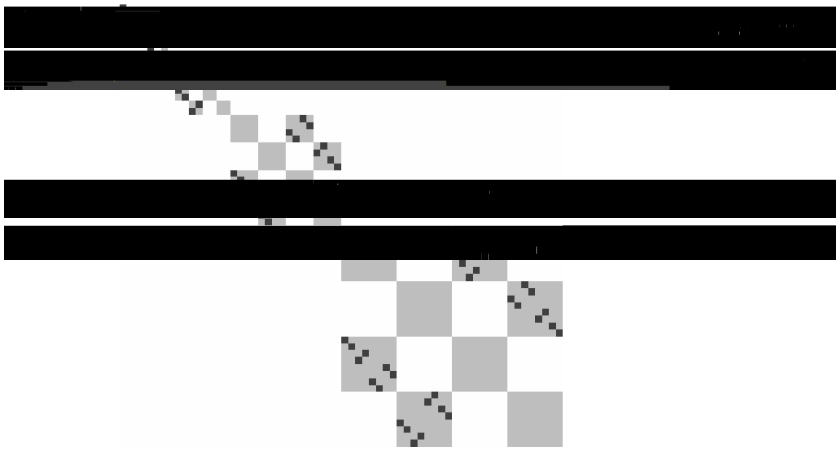


Рис. 31:

Рис. 40:

Рис. 41:

5-становий автоморфізм, що задається функцією $f(x)$ (TJ/F5 14.34 Tf 5.46

Рис. 46:

для функцій $f(x) = 5x + 1$ $f(x) = 5x + 2$ $f(x) = 5x + 3$ та $f(x) = 5x + 4$

Покажемо, як по автомату будується портрет автоморфізму.

побудуємо орієнтований граф. Кожен цикл цього графа буде мати вигляд

$$\ldots \to f^{i-1}(x_0^{(1)}) \to f^{0}(x_0^{(1)}) \to f^{1}(x_0^{(1)}) \to f^{2}(x_0^{(1)}) \to \ldots$$

$$\ldots \to f^{i-1}(x_0^{(2)}) \to f^{0}(x_0^{(2)}) \to f^{1}(x_0^{(2)}) \to f^{2}(x_0^{(2)}) \to \ldots \to f^{i-1}(x^{(2)}\text{J/F691096Tf7}$$

$$f(x_0^{(a)}) \;!\; f(x_0^{(b)})$$

$$\vdots\qquad\vdots$$

Рис. 51:

Рис. 52:

0

@

Рис. 53:

Рис. 54:

Рис. 55:

Рис. 56:

томорфізма на ($AutT$

Рис. 59:

Рис. 62:

Рис. 63:

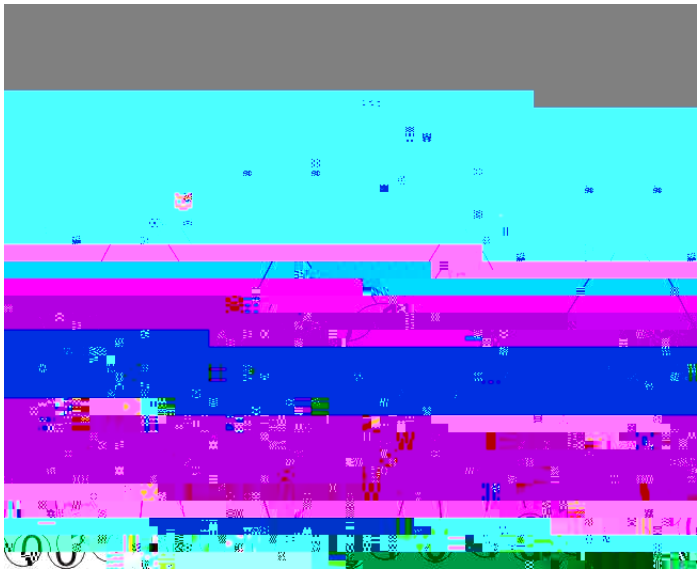


Рис. 64:

3 Централізатори

3.1 Спряженість в $AutT_2$

Два елемента a та b групи G називають спряженними в цій групі, якщо

ic˜.22□T3ь6.27 аи6347а2’377ж73506345

Рис. 65:

Для шарово-однорідного автоморфізму a означимо $a^k; k \in Z_2$.

Для *adding machine* τ означимо τ^k, як елемент централізатора $C_{Aut T_2}(\tau)$, який $:::000$ переводить в k.

$$\tau^k := \hat{A}_k$$

де

$$\tau^{\hat{A}_k} = \tau$$

$$\hat{A}_k : :::000 \; ! \; k$$

Нехай $\hat{A}_a$ чау1462о(аво-))]TJ1.90(0ова’7кнт)-554.90(0fli2o-/ко-/flJ/F5 14.3

Рис. 66:

Розв’язок $\hat{A}_0$ рівняння $a^{\hat{A}} = b$, що переводить кінець x_0 в кінець y_0

3.2 Будова централізаторів елементів максимального порядку

$\acute{A}(g_1^{2^{n\,i\,1}}(0)) = \acute{A}(0)$; випливає з тотожності

$$\sum_{k=0}^{2^{n\,i\,1}\,i\,1} f^{g_1^{m+1}}(g_1^k(0)) + f(g_1^k(0)) = 0;$$

яка а□TD[(1)110□9.52[(1)4(1)562˜9[(154)-31625(г40□T1[(154ii)]TJ/F6(1)5,40□T1[(

Протилежне включення також має місце. Нехай $q \in C_{\overline{W}_1}(w)$; тоді

. Звідси $h^z \ 2 \ B_k(g^x)$

Рис. 68:

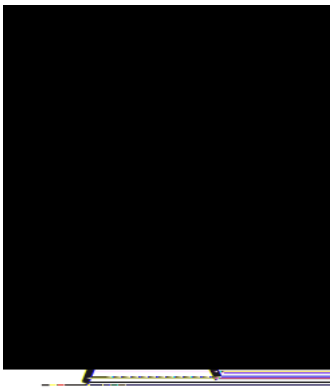


Рис. 69:

Рис. 72:

Рис. 73:

X_d

Рис. 74:

$$y_{d_1+d_2} = y_{d_1} + y_{d_2}$$

$$z_{d_1+d_2} = z_{d_1} + z_{d_2}$$

$$v_{d_1+d_2} = v_{d_1} + v_{d_2}$$

При множенні розмічених дерев з D двійкові послідовності відповідних кінців перемножуються, як елементи кільця цілих 2-адичних чисел.

$$x_{d_1 \pm d_2} = x_{d_1} \, ¢ \, x_{d_2}$$

$$y_{d_1 \pm d_2} = y_{d_1} \, ¢ \, y_{d_2}$$

$$z_{d_1 \pm d_2} = z_{d_1} \, ¢ \, z_{d_2}$$

$$v_{d_1 \pm d_2} = v_{d_1} \, ¢ \, v_{d_2}$$

Якщо T - простий ланцюг, то Z_T ізоморфно Z_2.

Для автоморфізма adding machine піднесення у розширений 2-адичний степіня350pfl(m1TJ/F14□6.943-[(i^(i^□-28.34□-26.89□TD[(a´TJнесення)-

Рис. 756

Рис. 75:

гляд:

$(x + 2)$ *+ -1.5 (+) -21/F814.34Tf11.18Tf4-4.4[(+) -2=2 (277]TJ/F514.*

Рис. 77:

Будемо казати, що кінець $t\ 2\ T_2$

Рис. 78:

Доведення.

Нехай автоморфізм $\hat{A}$ переводить характеристичне дерево $\pm_1(a)$

переставляє вершини (n + 1)-го рівня, суміжні з нею, і 0-м, якщо залишає ці вершини на місці (вершиною n

$''; k \ 2 \ f1; :::; m \ ¡ \ 1g$,тобто містить $2m \ ¡ \ 1$ станів. Оскільки $''^{:::01\,\underline{0:::01}}_{m}$ скінченостановий автоморфізм, то і $''^{p}$-скінченостановий, так як $q; v; n \ 2 \ Z^{+}$. □

Лема 4.1.2. *Автоморфізм* $px \ 2 \ FAutT_2 \ , \ p093J/F914.34Tf89.010TD[(2)]$

У рівнянні ®Â = ¯ розв’язок:54.845явр152:54.845я5D[(ч5D[ів6)25.8444342ц

є раціональними, то очевидно, і числа

$$\frac{a_i + 1}{2}; k; k+1; \frac{a_i + 1}{2}$$

2.51 1 77.489.71TD[(a)]TJ/F914.34Tf10.560TD[(i)]TJ

8E;

Обчислимо централізатори елементів в групі скінченностанових лінійних функцій.

Теорема 4.1.3. *Якщо автоморфізм ® дерева T_2, що задається функцією $f(x) = ax + b$ є скінченностановим автоморфізмом максимального про-порядку, то його централізатор в групі скінченностанових автоморфізмів $FAutT_2$ має вигляд:*

$$C_{FAutT_2}(®) = h®^{p}jp = log_a((a\ ¡\ [\ (\ p\ )\ ]TJ/F9\ 1\ 4\ .\ 3\ 4T4\ 3\ 4\ 2\ .\ 1$$

e; x + 2k 631 626

Теорема 4.2.1. *Автоморфізми* $f(x) = (4k + 1)x + 1(k \ 2 \ Z_2)$ - *автоморфізми максимального про-порядку.*

Доведення.

$$(4k + 1)x = ((4k + 1)x; (4k + 1)x + 2k) =$$

$$= ((4k + 1)x; (4k + 1)x) \pm (e; x + 2k)$$

Автоморфізм вигляду $(a; a)$ належить коммутанту в $AutT_2$. $x + 2k$,а відповідн/F8□14.34□ня.

Доведення. Дійсно, згідно з (¤) $5^x \ 2 \ Z$

$t\ 2\ Z_2$. Див.[3]), то $\hat{A}(x) = \hat{A}_k(x)$; де $k =$

Рис. 79:

Автоморфізм $''$, що задає adding machine має наступний портрет: Позначимо, як $''_t$(t-кінець дерева T_2) автоморфізм, портрет якого виглядає наступним чином: тобто на портреті вершини, що належать кінцю t відмічені 1-ю, всі інші вершини відмічені 0-м.

Співставимо кінцю 2-адичне число, що має такий же двійковий розклад. Поставимо у відповідність t автоморфізм дерева T_2, портрет якого будується наступним чином: якщо на к-му місці у двійковому розкладі t стоїть 1-ця, то всі вершини k_i 1-го рівня відповідного портрету відмічені 1-ми, якщо на к-му місці у двійковому розкладі t стоїть 0, то всі вершини k_i 1-го рівня відповідного портрету відмічені 0-ми.

Такий автоморфізм задається функцією $f(x) = x © t$.

Наприклад, автоморфізм, що задається функцією $f(x) = x ©:::1101$ має такий портрет:

Має місце наступне твердженняAutT14.34□65f□-28.34□5.84ж114at14.24

Список використаних джерел

[1] Сущанский В.И. Группы изометрий *p*