УДК 517.5

к.ф.-м.н. Морозов Денис Иванович

Національний університет «Києво-Могилянська академія», докторантура

тел. 0636128335, [denis.morozov178@gmail.com](mailto:denis.morozov178@gmail.com)

**2-адична модель у вирішенні скінченно-станової спряженості кусково-лінійних сферично-транзитивних автоморфізмів кореневого бінарного дерева.**

Дана стаття дає відповідь на питання скінченно-станової спряженості кусково-лінійних сферично-транзитивних автоморфізмів кореневого бінарного дерева. Використання чисельних 2-адичних методів надає зручну техніку для роботи зі скінченними автоматами.

Данная статья дает ответ на вопрос конечно-становой сопряженности кусочно-линейных сферично-транзитивных автоморфизмов корневого бинарного дерева. Использование численных 2-адических методов предоставляет удобную технику работы с конечными автоматами.

*Автоморфізм, кореневе дерево, ізометрія, 2-адический*

Результати, отримані при вивченні групи обертовних скінченних автоматів, мають числені застосування у computer science - в теорії інфрмації, кодування та формальних мов.

Зауважимо, що група обертовних автоматів ізоморфна групі автоморфізмів однорідного кореневого дерева валентності p, де p - кількість елементів з алфавіту, над яким побудована відповідна автоматна група (див. [1]).

Дослідження групи автоморфізмів кореневого однорідного дерева за допомогою ізометрій кільця цілих p-адичних чисел надає зручну техніку для вирішення низки проблем, пов’язанних з цією групою. Отримаємо представлення данної групи у 2-адичній моделі наступним чином:

**Означення 1.** Поставимо у відповідність автоморфізму дерева функцію :

де x - кінець дерева , - відповідне представлення кінця x в кільці цілих 2-адичних чисел.

Розглянемо вирішення проблеми скінченно-станової спряженності для сферично-транзитивних кусково-лінійних автоморфізмів кореневого бінарного дерева.

В статті [2] було доведено наступні твердження ( - група скінченно-станових автоморфізмів кореневого бінарного дерева):

**Лема 1.**

**Теорема 1.** Автоморфізми є сферично-транзитивними.

**Теорема 2.** Ізометрії та спряжені в .

В статті [3] була доведена наступна теорема:

**Теорема 3.** Нехай - сферично-транзитивні скінченно-станові ізометрії кільця . Ізометрії та спряжені в тоді, і тільки тоді, коли та спряжені в для деякого .

Скористаємося ціми твердженнями далі.

Наприклад, за теоремою 2 автоморфізми та спряженні в , а автоморфізми та не спряженні в .

Але теорема 2 не дозволяє відповісти на питання, чи спряжені, наприклад, скінченно-станові шарово-транзитивні автоморфізми вигляду та , або та ( запис означає, що на ліве піддерево дерева діє автоморфізм , на праве піддерево - автоморфізм g(x)=, і праве та ліве піддерева міняються місцями).

Метою данної статті є узагальнення теореми 2 для класу скінченно-станових кусково-лінійних шарово-транзитивних автоморфізмів.

**Теорема 2.** Cкінченно-станова лінійна сферично-транзитивна ізометрія є 0-повною.

*Доведення.* Дійсно, мають місце наступні рівності:

та

Отже автоморфізм комутує з автоморфізмом ().

Згідно з лемою 1, при автоморфізм є скінченно-становим, а отже належить централізатору .

За теоремою 1, якщо автоморфізм є сферично-транзитивним, то . Оскільки b є обертовним елементом кільця та

а є обертовним для довільного (умова автоморфності ), то



**Лема 3.** Скінченно-станова ізометрія є 0-повною тоді і лише тоді, коли є 0-повною для деякого .

*Доведення.* Для ізометрії мають місце наступні співвідношення:

Отже, ізометрія є 0-повною, тоді, і лише тоді, коли є 0-повною. Застосувавши отримане твердження n разів отримаємо аналогічне твердження для . 

**Теорема 4.** Cкінченно-станова кусково-лінійна сферично-транзитивна ізометрія є 0-повною.

*Доведення.* Для кусково-лінійної сферично-транзитивної ізометрії існує , такий, що ізометрія є лінійною. Отже за лемами 2 та 3 маємо твердження теореми. 

**Теорема 5.** Два скінченно-станові лінійні сферично-транзитивні автоморфізми спряжені в тоді, і лише тоді, коли знайдеться рівень, для якого всі автоморфізми цього рівня є лінійними, та добутки всіх коефіцієнтів біля х рівні для обох автоморфізмів.

*Доведення.* За теоремою 2 скінченно-станові сферично-транзитивні втоморфізми та спряжені в тоді, і лише тоді, коли . Отже, за теоремою 3 та теоремою 4 маємо твердження теореми. 

Розглянемо наступний приклад застосування теореми 5.

Кусково-лінійні сферично-транзитивні автоморфізми

та

за теоремою 5 спряжені в , оскільки

**Висновки** 2-адичний формалізм надає зручну техніку для роботи з груповими автоматами.

Запис автомата у вигляді відповідної 2-адичної функції більш компактний, ніж у традиційному алгебраїчному вигляді. Наприклад, автомат, що відповідає функції

,

задається співвідношеннями:

Отриманий опис класів спряженості скінченно-станових шарово-транзитивних кусково-лінійних ізометрій може бути використано при подальшому дослідженні питання скінченно-станової спряженості в.

This article answers the question of the finite-state conjugacy of the partial-linear spherical-transitive automorphism of the binary rooted tree.

[1] *Р. И. Григорчук, В. В. Некрашевич, В. И. Сущанский* Автоматы, динамические системы и группы.// Динамические системы, автоматы и бесконечные группы, Сборник статей, Тр. МИАН, 231, Наука, М., 2000, 134–214

[2] *Морозов Д.I.* Спряженiсть автоморфiзмiв, що задаються лiнiйними функцiями в групi скiнченностанових автоморфiзмiв кореневого сферично-однорiдного дерева.// Вiсник Київського ун-ту. Серiя: фiзико-математичнi науки. - 2008.– вип.№1 –C.40- 43.

[3] *Морозов Д.I.* Скінченно-станова спряженість сферично-транзитивних автоморфізмів кореневого бінарного дерева.// Науковий часопис НПУ Драгоманова. Вiсник Київського ун-ту. Серiя 1. Фiзико-математичнi науки. Київ: НПУ імені М.П.Драгоманова. -2013. №12.-С.5-12.