

Лабораторная работа №8
"Создание матриц средствами L^AT_EX"

Нюхалов Денис

Декабрь 2020

1 Пример 1. Умножение матрицы на число

Дано:

Матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Число $k = 2$.

Найти:

Произведение матрицы на число: $A \times k = B$

$B = ?$

Решение:

Для того чтобы умножить матрицу A на число k нужно каждый элемент матрицы A умножить на это число. Таким образом, произведение матрицы A на число k есть новая матрица:

$$B = 2 \times A = 2 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

2 Пример 2. Умножение матриц

Дано:

Матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Найти:

Произведение матриц: $A \times B = C$

$C = ?$

Решение:

Каждый элемент матрицы $C = A \times B$, расположенный в i -ой строке и j -ом столбе, равен сумме произведений элементов i -ой матрицы A на соответствующие элементы j -го столбца матрицы B . Строки матрицы A умножаем на столбцы матрицы B и получаем:

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \times 2 + 3 \times (-1) + 1 \times 3 & 2 \times 1 + 3 \times 1 + 1 \times (-2) \\ -1 \times 2 + 0 \times (-1) + 1 \times 3 & -1 \times 1 + 0 \times 1 + 1 \times (-2) \end{pmatrix}$$

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

3 Пример 3. Транспонирование матрицы

Дано:

Матрица

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти:

Найти матрицу транспонированную данной.

A^T – ?

Решение:

Транспонирование матрицы заключается в замене строк этой матрицы ее столбцами с сохранением номеров. Полученная матрица обозначается через A^T .

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

4 Пример 4. Обратная матрица

Дано:

Матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти:

Найти обратную матрицу для матрицы A .

A^{-1} – ?

Решение:

Находим $\det A$ и проверяем $\det A \neq 0$:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - 3 \times (-1) = 5$$

$\det A = 5 \neq 0$.

Составляем вспомогательную матрицу A^V из алгебраических дополнений A_{ij} :

$$A^V = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Транспонируем матрицу A^V :

$$(A^V)^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Каждый элемент полученной матрицы делим на $\det A$:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} (A^V)^T = \frac{1}{5} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$