

*Peut-on vraiment casser un verre avec la voix
ou le son d'un instrument de musique ?*

ANNEXES

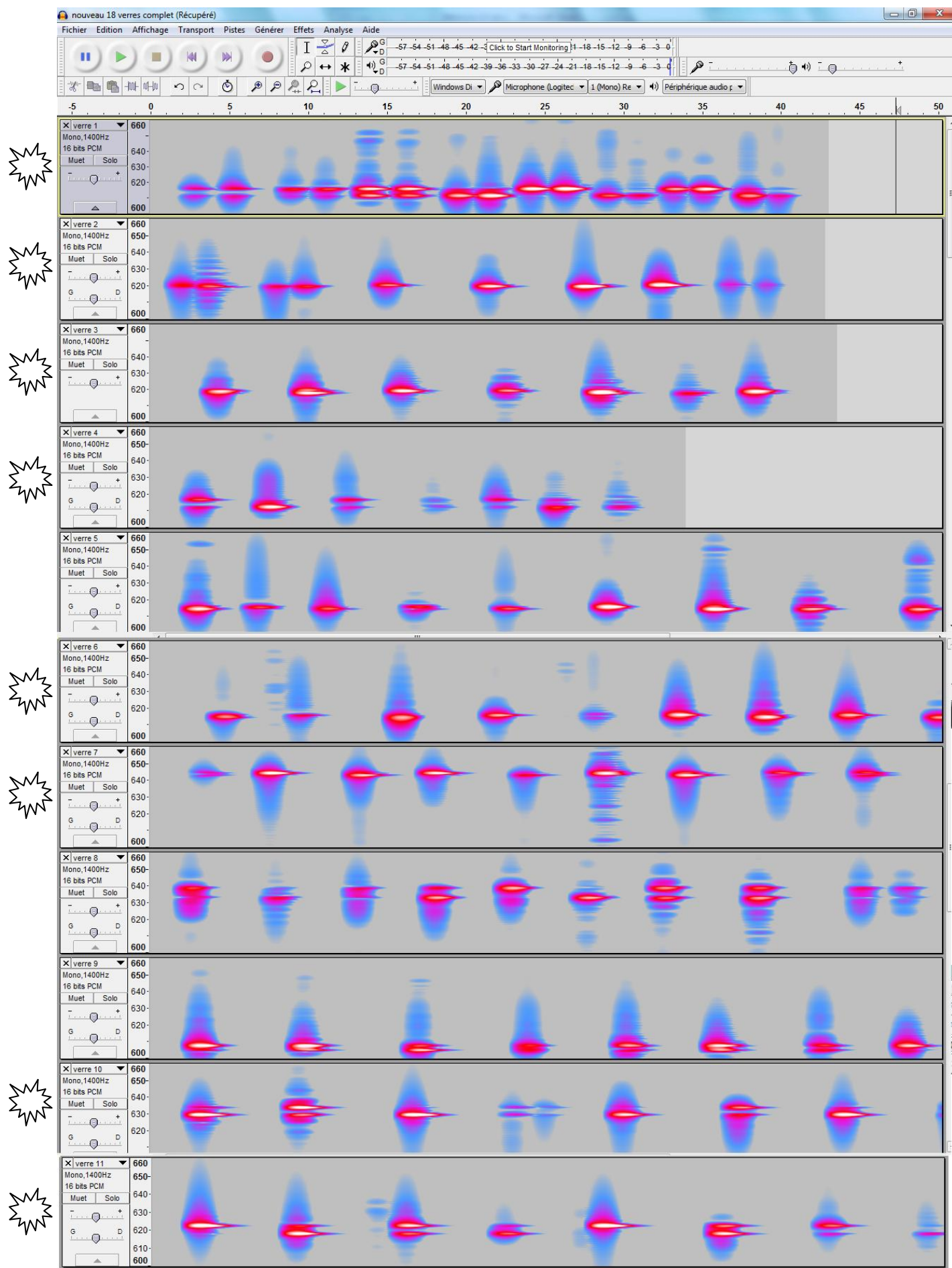
LYCÉE PARC DES LOGES – ÉVRY
ANNÉE SCOLAIRE : 2019/2020

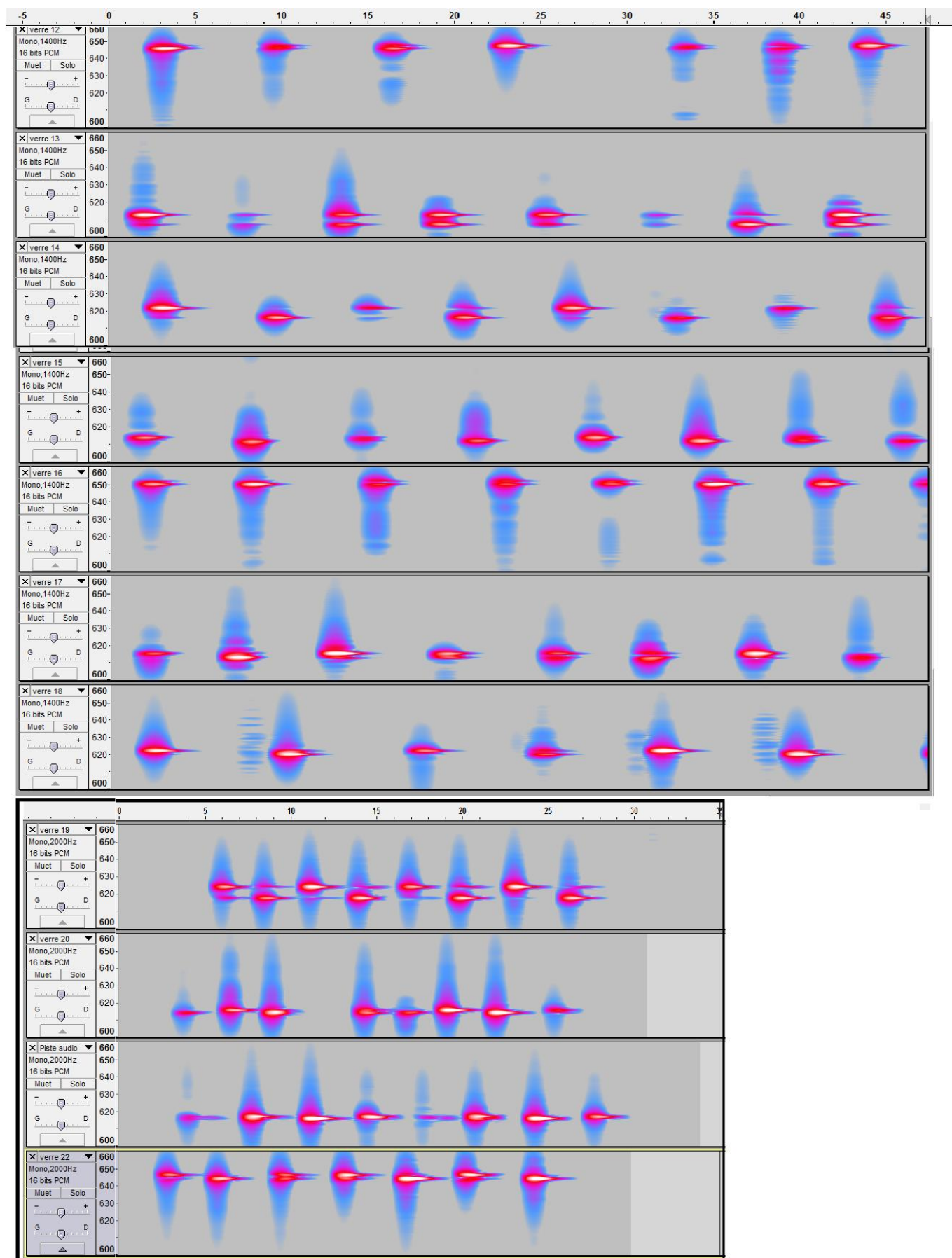
HEDERLIG

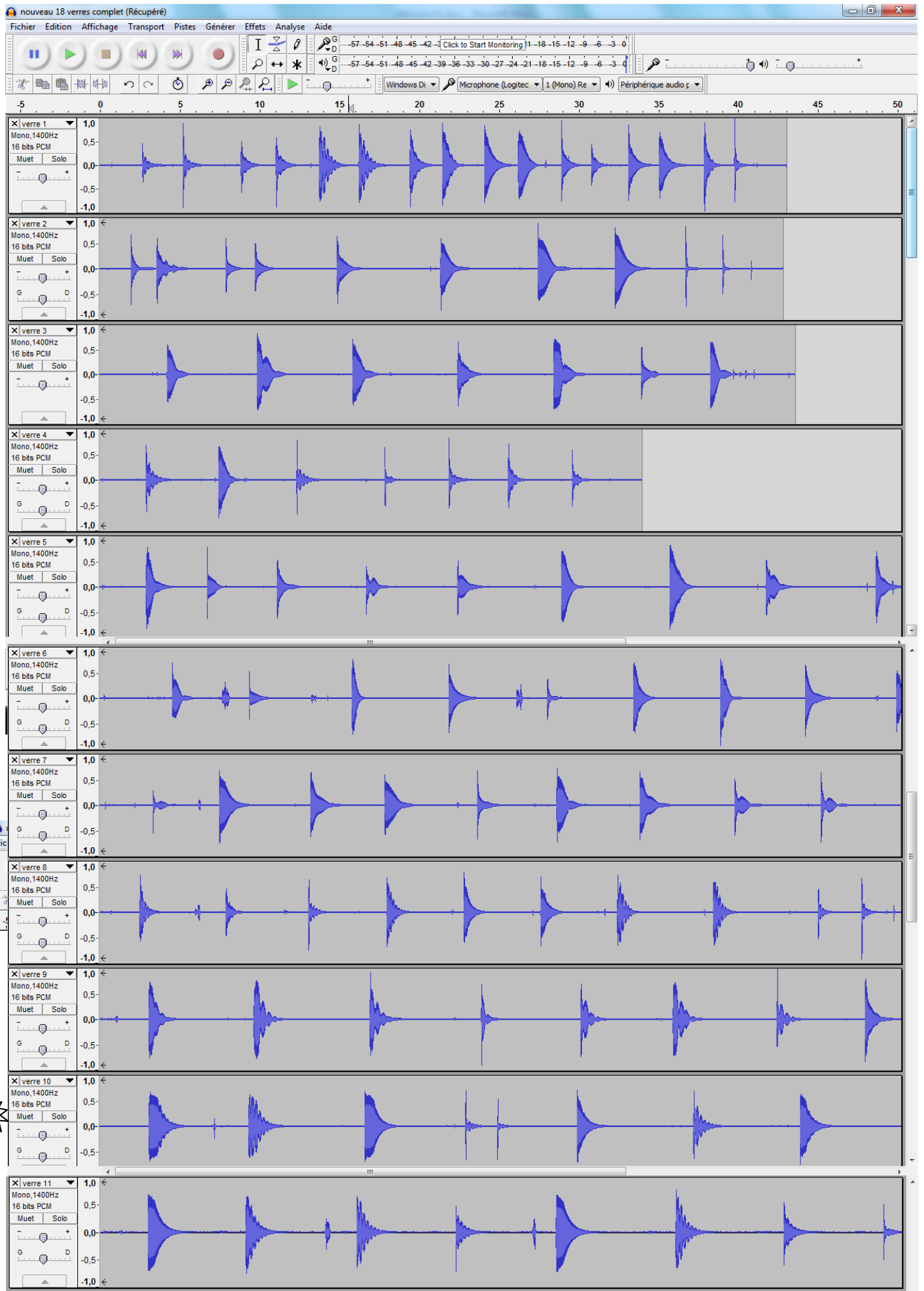
Verre à vin rouge,
verre transparent, 59 cl

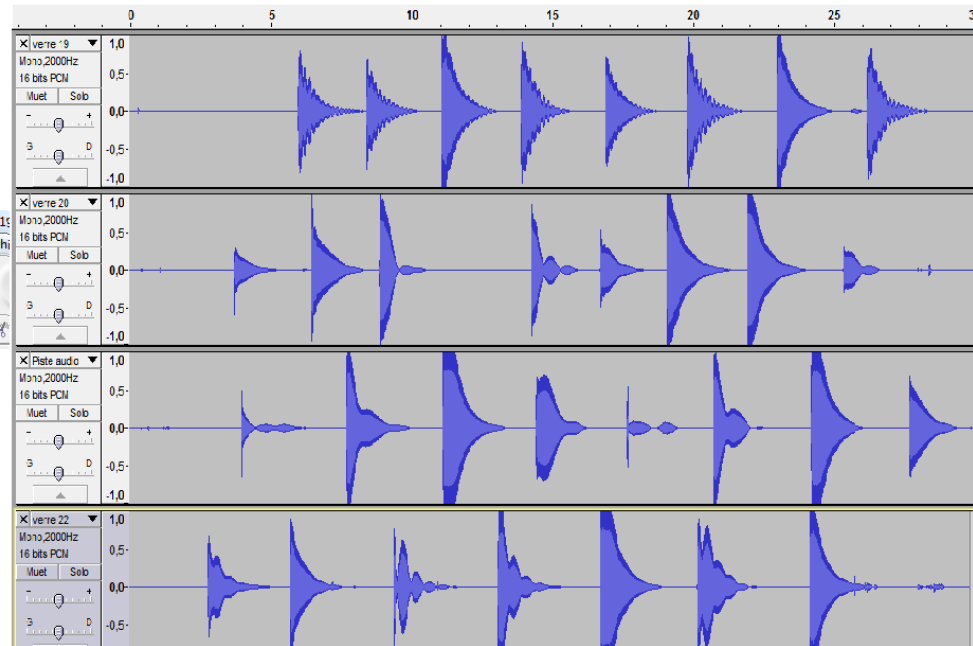
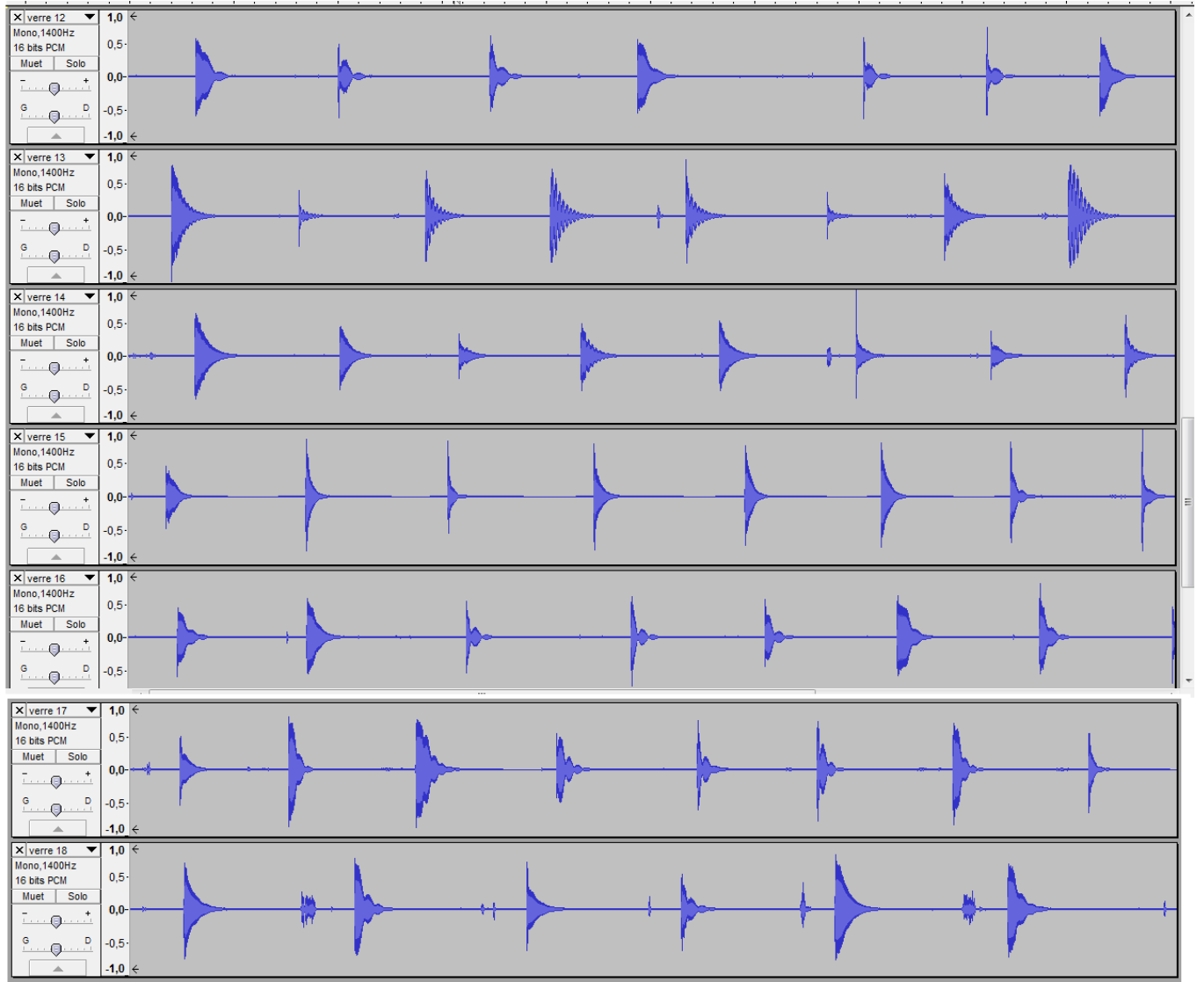


Annexe 2 Audiogrammes et spectrogrammes des 22 verres étudiés





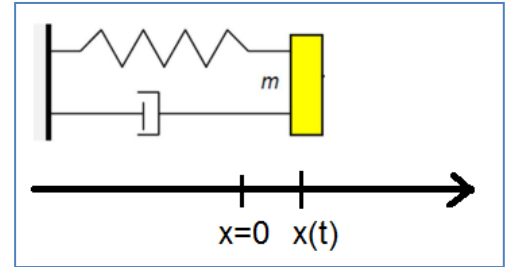




Annexe 3 : L'oscillateur harmonique en régime libre et forcé

régime libre

Soit une masse soumise à une force de rappel \vec{F}_r proportionnelle (facteur k) à son élongation. Cette masse est également soumise à des frottements \vec{F}_{frott} proportionnels (facteur f) à sa vitesse, ainsi qu'à son poids \vec{P} et la réaction du support \vec{R} .



$$(\text{seconde loi de Newton}) \sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_r + \vec{F}_{frott} + \vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}$$

Comme le poids et la réaction se compensent, il vient si \vec{u}_x est le vecteur unitaire de l'axe x que

$$-kx \vec{u}_x - f x' \vec{u}_x = m x'' \vec{u}_x \quad \text{soit} \quad x'' + \frac{f}{m} x' + \frac{k}{m} x = 0$$

Si l'on pose $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ et $\frac{f}{m} = \frac{\omega_0}{Q}$ on montre que la fonction $x(t)$ solution de cette équation différentielle est de la forme $x(t) = e^{\frac{-\omega_0}{2Q}t} [K_1 \cos \Omega t + K_2 \sin \Omega t]$ où $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)^2}$, K_1 et K_2 dépendant des conditions initiales du mouvement.

En particulier si à $t=0$ l'objet est écarté sans vitesse initiale de sa position d'équilibre, alors

$$x(t) = K_1 e^{\frac{-\omega_0}{2Q}t} \cos \Omega t.$$

Il s'agit donc d'un mouvement sinusoïdal (oscillateur « harmonique ») de (pseudo) pulsation Ω dont l'amplitude $A(t)$ décroît de façon exponentielle. (pulsation $\Omega = 2\pi$ fréquence = 2π /Période)

Remarques :

En l'absence de frottements (Q infini) $\Omega = \omega_0 = 2\pi F_0$ où F_0 est la fréquence propre de l'oscillateur.

Ω n'est réel que si $\omega_0^2 - \left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)^2 \geq 0$ soit si $Q \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$. Q est le « facteur de qualité » de l'oscillateur.

Rappelons que $\frac{f}{m} = \frac{\omega_0}{Q}$ d'où $Q = \frac{m \omega_0}{f}$. Des frottements trop importants auraient donc pour effet de dégrader le facteur de qualité Q d'empêcher les oscillations.

L'amplitude $A(t) = K_1 e^{\frac{-\omega_0}{2Q}t}$ d'où $-\ln(A(t))$ est une fonction linéaire du temps. Nous utiliserons cette propriété pour vérifier que nos verres peuvent effectivement être considérés comme des oscillateurs harmoniques. On peut par ailleurs estimer Q d'après son coefficient directeur.

Régime forcé :

Le même système masse-ressort est considéré, mais cette fois le système subit une excitation forcée $\vec{F}_{exc} = F \cos \omega t \vec{u}_x$

L'équation issue de la seconde loi devient donc $F \cos \omega t \vec{u}_x - kx \vec{u}_x - f x' \vec{u}_x = m x'' \vec{u}_x$ soit encore

$$\text{Soit} \quad m x'' + f x' + k x = F \cos \omega t$$

Cette fois le mouvement est forcé, c'est-à-dire que $x(t)$ est nécessairement de la forme $A \cos(\omega t + \varphi)$.

Si l'on remplace dans l'expression précédente il vient que

$$A \left((\omega_0^2 - \omega^2) \cos(\omega t + \varphi) - \omega_0 \omega \sin(\omega t + \varphi) / Q \right) = F/m \cos(\omega t).$$

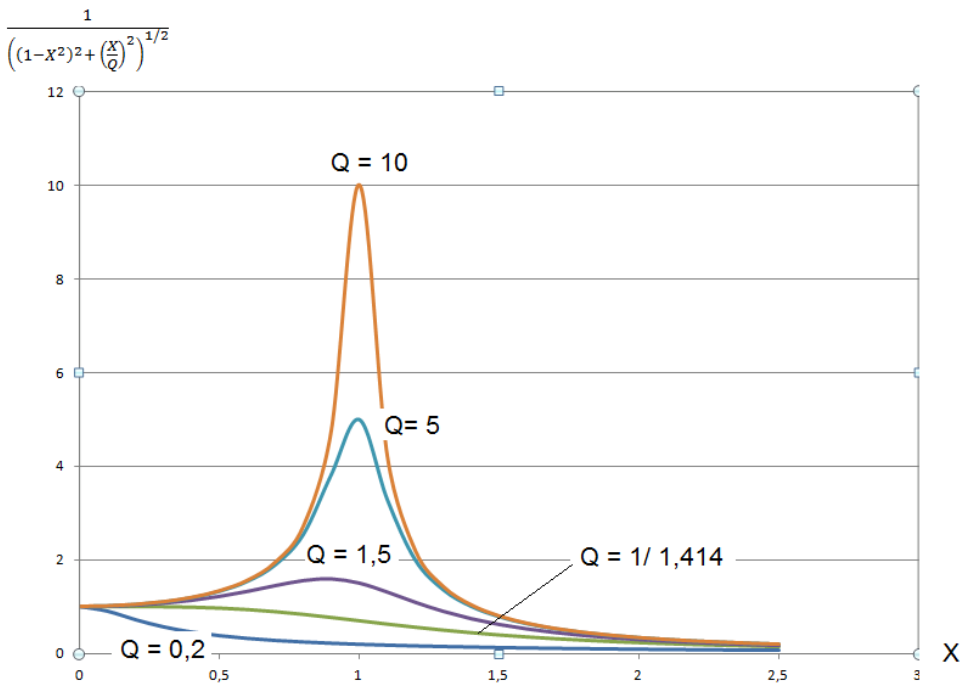
De ceci (ref ...) on tire au final que

$$A = \frac{\frac{F}{m}}{\left((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2 \omega_0^2}{Q^2} \right)^{1/2}}. \quad \text{En posant } X = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ il vient que } A = \frac{F}{m \omega_0^2} \left[\frac{1}{\left((1-X^2)^2 + \left(\frac{X}{Q}\right)^2 \right)^{1/2}} \right]$$

En dérivant cette fonction par rapport à la variable X on montre que sa pente est nulle pour $X=0$ et pour $X = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$

Ce qui suppose donc que $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Nous avons entré le terme entre crochets sur un tableur excel et on obtient l'allure suivante :



Si la fréquence d'excitation est faible , le système « suit » l'excitateur.

pour un facteur de qualité supérieur à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ il y a amplification du mouvement pour une valeur de x proche de 1

C'est la résonance et c'est ce qui nous intéresse (pour casser, le verre doit voir son mouvement s'amplifier jusqu'à la rupture).

En conséquence $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$

Si le facteur de qualité est très grand , le maximum de résonance est atteint pour une excitation de fréquence identique à la fréquence propre en régime libre.

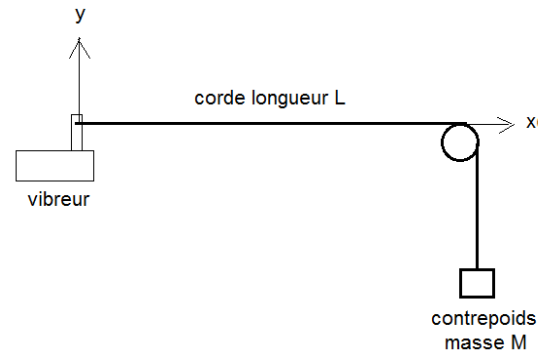
Sinon (et c'est d'ailleurs ce que nous observerons souvent) , le terme sous la racine étant inférieur à 1, la résonance est atteinte pour une valeur de fréquence d'excitation légèrement inférieure à la fréquence propre en régime libre.

Si $Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$, il n'y a pas de résonance.

Si l'excitation est trop rapide, le système ne suit plus.

Annexe 4 : Ondes stationnaires transversales (Corde de Melde)

Soit une corde horizontale de masse m et de longueur L , fixée à un vibreur vertical animé d'un mouvement sinusoïdal, et tendue sous l'action d'un contrepoids dont le poids génère une tension de la corde $T = Mg$



On montre (niveau post-bac) que la seconde loi de Newton aboutit à l'équation aux dérivées

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{d y(x,t)}{dx} \right) = \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{d y(x,t)}{dt} \right), \quad \text{où } c = \sqrt{\frac{TL}{m}}$$

Ce type d'équation dit « de propagation » admet n'importe quelle solution f et g de la forme $f(t + \frac{x}{c})$ ou $g(t - \frac{x}{c})$.

c est donc homogène à une célérité.

La solution générale est donc $y(x,t) = f(t + \frac{x}{c}) + g(t - \frac{x}{c})$

Dans notre situation, en admettant que les mouvements du vibreur sont de faible amplitude nous pouvons dire que $\forall t$ $y(x=0) = 0$. De ceci il vient que $f(t) + g(t) = 0 \quad \forall t$, c'est-à-dire que $f = -g$.

Supposons maintenant (puisque nous sommes en régime forcé) que f (qui peut être quelconque) est une fonction sinusoïdale de forme $\sin(\omega(t - \frac{x}{c}))$ (et donc $g = -\sin(\omega(t + \frac{x}{c}))$)

$$\text{Alors } y(x,t) = \sin(\omega(t - \frac{x}{c})) - \sin(\omega(t + \frac{x}{c})) = \sin(\omega t - \frac{\omega x}{c}) - \sin(\omega t + \frac{\omega x}{c}) = -2 \cos \omega t \sin\left(\frac{\omega x}{c}\right)$$

Ici intervient la seconde condition aux limites : $y(x=L) = 0 \quad \forall t$

Ceci impose donc que $\frac{\omega L}{c} = n\pi$, n entier

soit encore comme $\omega = 2\pi f$ que $f = \frac{nc}{2L}$,

soit encore puisque $c = \lambda f$ que $\lambda = \frac{2L}{n}$

$$\text{En conclusion : } y(x,t) = -2 (\cos \omega t) \sin\left(\frac{\omega x}{c}\right)$$

Tout segment de la corde vibre à la pulsation ω mais l'amplitude de cette vibration dépend de x .

Seules certaines fréquences et certaines longueurs d'ondes sont possibles.



$$n=1$$

$$\lambda = 2L$$

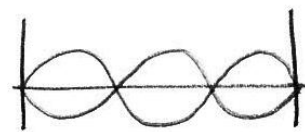
$$f = \frac{c}{2L}$$



$$n=2$$

$$\lambda = L$$

$$f = \frac{2c}{2L}$$



$$n=3$$

$$\lambda = \frac{2L}{3}$$

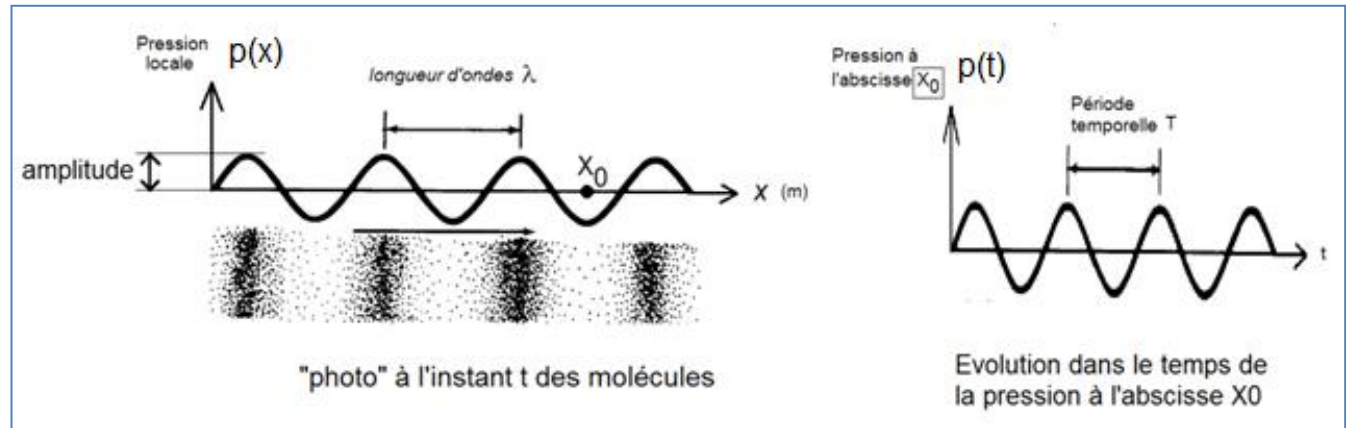
$$f = \frac{3c}{2L}$$

Ces mouvements constituent les « modes propres de vibration » de la corde.

Dans le cas d'un verre évidemment il est très difficile voire impossible de mettre en équation le mouvement du bord, mais de la même façon nous allons observer des « modes propres » qui comme pour la corde vibrante auront une amplitude indépendante du temps, mais dépendant seulement du lieu.

Annexe 5 : Le son et ses grandeurs

Une onde sonore correspond à la propagation d'une surpression. Dans le cas d'un son continu l'onde est périodique et présente une double périodicité :



Si l'on considère une surface S perpendiculaire à l'axe de propagation de l'onde sonore, cette surface est donc traversée par un va et vient de molécules. Si l'on considère que l'énergie de ces particules est essentiellement cinétique, la puissance P , quantité d'énergie passant par la surface S pendant la durée Dt a pour dimension $\frac{\text{dimension d'une énergie cinétique}}{\text{Durée} \times \text{Surface}}$, soit $\frac{M}{T} \frac{L^2}{T^2}$

Supposons maintenant que la surface S soit occupée par une paroi. Les particules (supposons pour simplifier qu'elles arrivent toutes perpendiculairement à la paroi) voient leur quantité de mouvement (de norme mv) changer de sens pendant la durée Dt . Or par définition $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

- Donc la force exercée par une particule qui frappe la paroi sera $\frac{2mv}{Dt}$ pour une particule et sa dimension est $\frac{ML}{T^2}$
- Donc la « pression acoustique » petit p exercée sur la paroi par l'onde sonore, qui comme toute pression est le quotient d'une force sur une surface, aura pour dimension $\frac{ML}{T^2} \frac{1}{L^2}$.
- C'est cette pression p qui va s'exercer sur les parois du verre, sous l'effet de l'onde générée par le haut parleur.
- C'est également cette pression qui est convertie en signal électrique par un microphone électrodynamique.
- On peut alors montrer que P est proportionnelle à $\frac{Sp^2}{\rho c}$ (en tout cas au niveau des dimensions c'est homogène).
- Si maintenant on s'intéresse à la puissance par unité de surface, que nous appellerons « intensité sonore I » alors I est proportionnelle à $\frac{p^2}{\rho c}$. Elle dépend donc de la pression acoustique, masse volumique du matériau.
- Par définition, le niveau sonore en décibels $L \text{ (dB)} = 10 \log \frac{I}{I_s}$ où I_s est l'intensité seuil de l'oreille humaine (10^{-12} W/m^2)

Niveau sonore en dBu (audio)

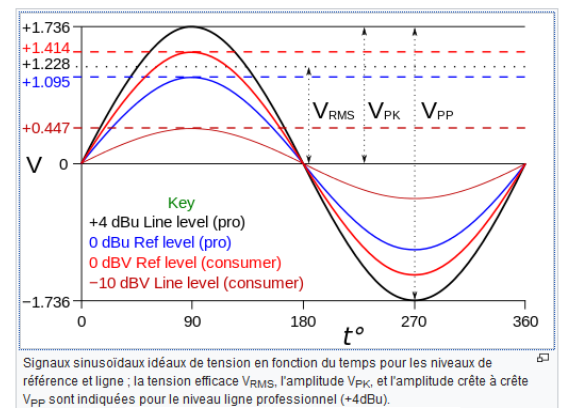
Le logiciel Audacity permet d'enregistrer des sons, c'est-à-dire de les transformer en tensions électriques.

- L'amplitude de référence d'une tension enregistrée est 1,414 V, amplitude qu'il convient de ne pas dépasser en règle générale au moment de l'enregistrement. A cette amplitude correspond le chiffre 1 sur l'échelle linéaire des formes d'onde.
- Par ailleurs, on peut aussi exprimer le niveau d'un signal monofréquence sinusoïdal en référence à cette valeur :

$$L \text{ (dBu)} = 10 \log \frac{\text{amplitude du signal}}{1,414}$$

dBu signifiant decibels unloaded.

C'est pourquoi avec des outils comme Audacity (mais aussi sur les Vu-mètres des amplis...) le niveau sonore maximum est généralement 0dB.



(source : WP, article "niveau ligne")