



OLYMPIADES
DE PHYSIQUE FRANCE

Glisser sur du sable



Lycée Pilote Innovant International

Résumé :

A quelles conditions peut-on glisser sur du sable ? Glisse-t-on sur du sable de la même manière que l'on glisse sur une planche de bois ? Les frottements sont-ils identiques ? Ce sont là des premières questions auxquelles nous avons voulu répondre dans ce projet.

Ainsi, pour qu'un mobile glisse, il faut qu'il commence par bouger. Puis on s'attend à ce qu'une fois en mouvement, son avenir devienne plus simple pour lui. Mais le sable est un milieu granulaire qui peut révéler des comportements particuliers. C'est d'ailleurs sûrement ce côté granulaire du sable qui a compliqué notre travail, aussi bien en termes expérimental qu'en termes d'analyse des expériences. Pour répondre à nos questions, il a alors fallu parfois contourner le problème, et trouver des analogies avec le sable et d'autres milieux matériels.

Ce projet présente l'ensemble de notre démarche, nos analyses et nos conclusions.

Sommaire

I – Quelle force de frottement faut-il vaincre pour qu'un système glisse sur du sable ?

Etude statique :

II – Quelles sont les particularités de la force de frottement lors du mouvement du mobile sur le sable ? Etude dynamique

III – Comment glisser de façon optimale sur le sable ?

IV – Vers une autre façon de considérer la force de frottement sur du sable.

Introduction

Tout le monde a déjà pu se rendre compte que lorsqu'un objet est posé sur une surface solide, il est plus facile de pousser cet objet s'il est déjà en mouvement que s'il est immobile. Mais ce constat est-il réellement toujours valable pour toutes les surfaces solides, ou bien existe-il des cas particuliers ?

C'est la question que nous nous sommes posés concernant le sable. Il existe différentes façons de se déplacer sur du sable, ou de déplacer des objets sur du sable. On peut marcher, rouler, ou encore glisser. Attardons-nous alors sur « glisser ». Les lois de la physique sont-elles les mêmes lorsqu'une plaque de plexiglas glisse sur du sable au lieu par exemple de glisser sur du bois ? Est-ce que la particularité du sable par rapport à la planche en bois, à savoir qu'il s'agit là d'un milieu granulaire, donc déformable, intervient dans l'interaction qu'il existe entre le plexiglas et le bois ?

Pour répondre à ces questions, nous avons recherché dans un premier temps ces éventuelles différences de comportement, en distinguant tout d'abord les conditions de mise en mouvement d'une plaque de plexiglas sur du sable, de la mise en mouvement de cette même plaque sur du bois. Puis nous avons comparé dans un deuxième temps l'interaction entre la plaque de plexiglas et le sable par rapport à celle entre le plexiglas et le bois, durant le mouvement du plexiglas.

Nous verrons alors si des différences existent, et si tel est le cas, nous tenterons de les décrire, voire mieux, de les expliquer.

I – Quelle force de frottement faut-il vaincre pour qu'un système glisse sur du sable ? Etude statique :

Prenons une plaque de plexiglas. Quelle force faut-il exercer sur cette plaque pour réussir à la mettre en mouvement sur une surface de sable ?

A – Dans le cas où la surface du sable est horizontale :

1) Force de frottement entre une plaque de plexiglas et du sable :

Avant de nous lancer dans des expériences, voyons le problème sous un angle théorique, avec des hypothèses de départ que nous allons formuler :

Nous faisons l'hypothèse que les grains de sable ne bougent pas les uns par rapport aux autres durant le mouvement du système. Autrement dit, on suppose ici que le sable est identique à une planche de bois, du moins en termes de déformabilité.

Dans ce cas-là, si la surface du sable est horizontale, on travaillera avec le dispositif suivant : figure 1

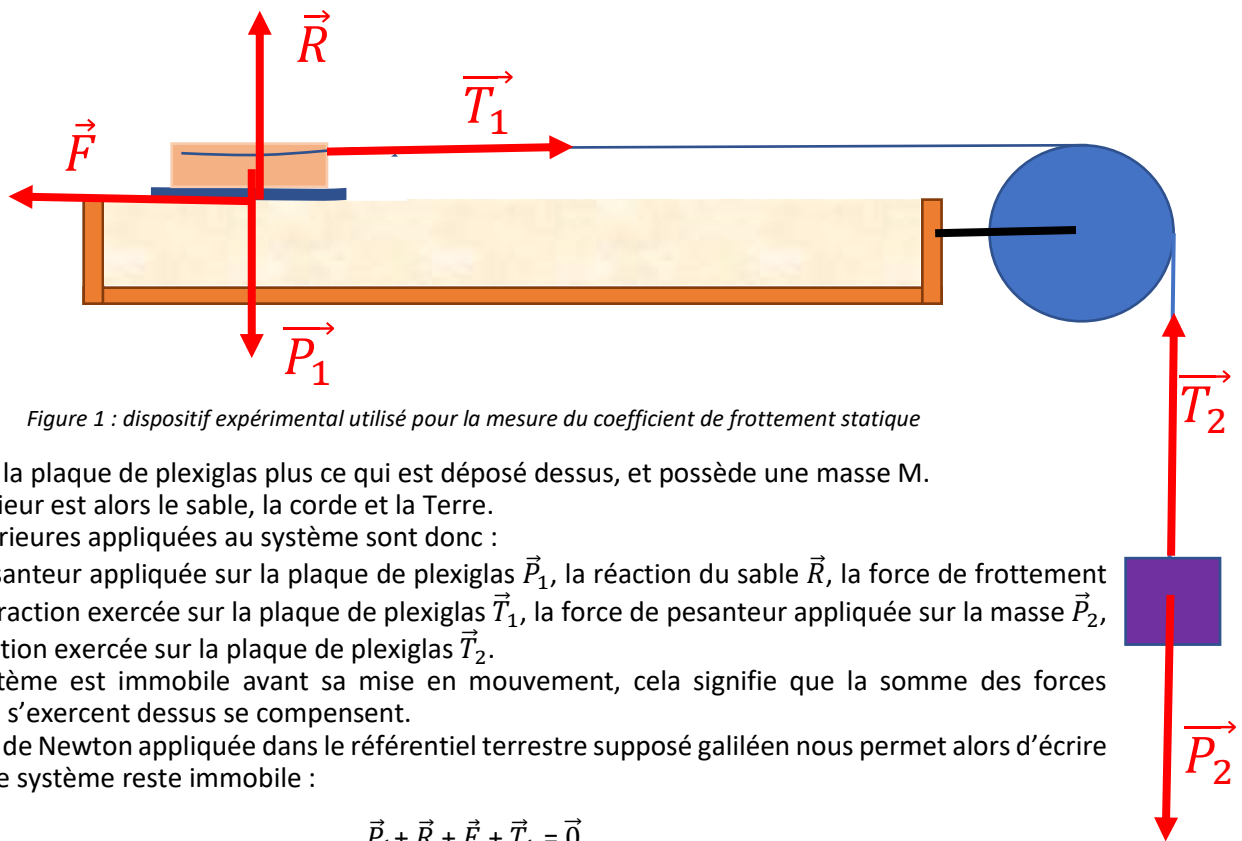


Figure 1 : dispositif expérimental utilisé pour la mesure du coefficient de frottement statique

Le système est la plaque de plexiglas plus ce qui est déposé dessus, et possède une masse M .

Le milieu extérieur est alors le sable, la corde et la Terre.

Les forces extérieures appliquées au système sont donc :

La force de pesanteur appliquée sur la plaque de plexiglas \vec{P}_1 , la réaction du sable \vec{R} , la force de frottement \vec{F} , la force de traction exercée sur la plaque de plexiglas \vec{T}_1 , la force de pesanteur appliquée sur la masse \vec{P}_2 , la force de traction exercée sur la plaque de plexiglas \vec{T}_2 .

Comme le système est immobile avant sa mise en mouvement, cela signifie que la somme des forces extérieures qui s'exercent dessus se compensent.

La première loi de Newton appliquée dans le référentiel terrestre supposé galiléen nous permet alors d'écrire que, tant que le système reste immobile :

$$\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{F} + \vec{T}_1 = \vec{0}$$

En projetant cette relation selon un axe horizontal, on en déduit alors que $T_1 = F$.

Appliquons maintenant la première loi de Newton à la masse m qui pend au bout du fil. Le milieu extérieur étant alors la Terre et le fil, le système est soumis à la force de pesanteur \vec{P}_2 et à la force de traction \vec{T}_2 . Tant que le système reste immobile, la première loi de Newton donne : $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = \vec{0}$, ce qui, projeté sur axe vertical, nous permet d'écrire que $P_2 - T_2 = 0$. Et comme les forces de tension \vec{T}_1 et \vec{T}_2 ont la même valeur que l'on notera T ,

$$\text{on a 2 équations } \begin{cases} T_1 = F \\ P_2 = T_2 \end{cases} \text{ qui donnent } \begin{cases} T = F \\ P_2 = T \end{cases}, \text{ soit } F = P_2 = mg$$

Expérimentalement, pour déterminer la force de frottement exercée par le sable sur la plaque de plexiglas immobile, il nous faut déterminer la masse limite m qui conduit à la mise en mouvement de la plaque de plexiglas.

Voici le résultat de notre expérience :

Pour une plaque de plexiglas de masse 360 g, nous avons dû accrocher une masse de 160 g pour que la plaque de plexiglas fasse un mouvement. On en conclue que la force de frottement entre la plaque de plexiglas et le sable vaut

Glisser sur du sable

$$F = mg = 0,16 \times 9,81 = 1,6 \text{ N}$$

Cela dit, en réitérant l'expérience, nous avons trouvé une valeur différente concernant la masse m nécessaire pour la mise en mouvement de la plaque de plexiglas. Nous avons alors décidé de faire un ensemble de 10 mesures et de faire une moyenne pour mesurer la force de frottement :

Masse du mobile	10 mesures de la masse m nécessaire pour mettre en mouvement le système										Moyenne
$M(g)$	$m_1(g)$	$m_2(g)$	$m_3(g)$	$m_4(g)$	$m_5(g)$	$m_6(g)$	$m_7(g)$	$m_8(g)$	$m_9(g)$	$m_{10}(g)$	$m(g)$
360	160	140	120	140	175	120	140	150	110	140	140

Compte tenu de ce large panel de valeurs, nous avons voulu calculer l'incertitude absolue sur la mesure de la masse, avec un degré de confiance de 95%.

L'écart-type pour cet ensemble de mesure est égal à :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (m_i - \bar{m})^2}{10-1}} = 19,5 \text{ g}$$

Or l'incertitude absolue se calcule en utilisant la relation :

$$U(m) = k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Et $k = 2,26$ pour un degré de confiance de 95%. On obtient alors

$$U(m) = 2,26 \frac{19,5}{\sqrt{10}} = 14 \text{ g}$$

On peut donc en déduire que la masse nécessaire pour mettre la plaque de plexiglas en mouvement est égale à :

$$m = (140 \pm 14) \text{ g}$$

Et la force de frottement est alors égale à :

$$F = mg = (0,140 \pm 0,014) \times 9,81 = (1,37 \pm 0,14) \text{ N}$$

Ce premier résultat soulève déjà des premières questions :

- Nous remarquons en effet que l'incertitude relative n'est pas négligeable, puisqu'elle représente environ 10% de la valeur de la force. Nous aimerions savoir si cela est propre au frottement sur le sable ou bien alors, est ce que cet étalement des mesures se retrouve si on cherche cette fois-ci à faire glisser la plaque de plexiglas sur une planche de bois ?
- D'autre part, la force de frottement appliquée à la plaque de plexiglas correspond à la force à laquelle on doit la tirer pour la mettre en mouvement. Or il ne fait nul doute que cette force dépend de la masse de la plaque de plexiglas. Nous sommes alors curieux de voir comment varie exactement cette force de frottement en fonction de la masse de la plaque de plexiglas (ou plutôt de la masse que l'on va poser sur la plaque de plexiglas).

2) Force de frottement entre la plaque de plexiglas et le bois :

a – Résultats expérimentaux :

Pour répondre à la première question, voici ce que donnent les résultats issus du mouvement de la plaque de plexiglas sur une planche de bois :

Masse du mobile	10 mesures de la masse m nécessaire pour mettre en mouvement le système														
$M(g)$	$m_1(g)$	$m_2(g)$	$m_3(g)$	$m_4(g)$	$m_5(g)$	$m_6(g)$	$m_7(g)$	$m_8(g)$	$m_9(g)$	$m_{10}(g)$	Moyenne $m(g)$	Ecart-type	Incertitude absolue	Incertitude relative	F
360	145	145	140	145	145	130	145	145	140	145	143	4,9	3,0	0,02	1,4

Les calculs identiques aux précédents pour calculer l'incertitude sur la mesure conduisent à :

$$m = (143 \pm 3) \text{ g}$$

Et donc :

$$F = mg = (0,143 \pm 0,003) \times 9,81 = (1,40 \pm 0,03) \text{ N}$$

b – Commentaires sur les valeurs et les écart-types

- La comparaison des résultats obtenus avec le sable et le bois sont surprenants, car nous avons mesuré que la force pour déplacer la masse de 360 g est quasiment identique dans les deux cas, alors que les surfaces en contact sont bien différentes l'une de l'autre.
- Mais ce n'est pas tout. On remarque que l'écart type de la masse nécessaire pour mettre le mobile en mouvement est beaucoup plus faible dans le cas du déplacement sur le bois que sur le sable. Cette grande différence peut s'expliquer par le fait que la surface du sable n'est jamais vraiment identique d'une mesure à une autre (même si entre chaque mesure, on met le sable de niveau et on le tasse), alors que ce n'est pas le cas pour la planche de bois. Mais cela peut aussi être dû au fait que les grains de sable peuvent légèrement pivoter les uns par rapport aux autres, et ce, d'une manière à chaque fois différente d'une expérience à l'autre, quand on cherche à déplacer le mobile, sans pour autant qu'on s'en aperçoive. Ceci bloquerait le mobile de manière un peu différente d'une expérience à l'autre, conduisant alors à une valeur de la force de frottement différente.

Le fait que l'écart-type dans le cas du sable soit élevé n'est pas quelque chose qui nous arrange particulièrement, puisque nous devons par la suite, pour chaque mesure, répéter un certain nombre de fois les expériences...

Voyons maintenant la deuxième question que nous nous sommes posés : étudier la force de frottement en fonction de la masse du système qui glisse sur le sable :

3) Variation de la force de frottement statique en fonction de la masse

Nous avons fait varier la masse de la plaque de plexiglas en déposant des masses dessus, et nous avons réalisé comme précédemment, pour chaque nouvelle masse, 10 mesures pour déterminer la valeur moyenne de la force de frottement statique.

Voici les mesures obtenues :

$M(g)$	Masse $m(g)$ lors de 10 expériences répétées										m moyen (g)	Ecart-type (g)	Incertitude absolue (g)	Incertitude relative	Force (N)
360	160	140	120	140	175	120	140	150	110	140	140	19,5	14	0,100	1,37±0,14
460	200	180	190	170	210	200	200	210	200	190	195	12,7	9	0,047	1,91±0,09
560	240	220	240	240	250	240	230	220	240	210	233	12,5	9	0,038	2,29±0,09
760	350	300	340	330	300	350	300	340	330	300	324	21,7	16	0,048	3,18±0,16
860	400	390	370	350	350	400	390	370	350	350	372	21,5	15	0,041	3,65±0,15
960	450	400	400	450	430	430	390	450	490	450	424	26,3	19	0,044	4,16±0,19
1160	510	585	520	530	500	500	520	530	510	575	528	29,4	21	0,040	5,18±0,21

On peut alors tracer F en fonction de la masse M de la plaque de plexiglas (figure 2) :

Les points rouges représentent les masses moyennes m (avec la barre d'incertitude), la courbe verte une modélisation parabolique, et la droite bleue, une modélisation linéaire, ces deux modèles passant volontairement par l'origine. En effet, on pourrait affirmer qu'il faudrait une masse m nulle pour déplacer un mobile de masse M nulle.

Nous pouvons voir qu'il est difficile de faire passer la droite bleue par l'ensemble des points, même en tenant compte des incertitudes sur les mesures. Cela dit, il ne manque pas grand-chose pour y arriver. **Cela montre tout de même que le sable se comporte de façon légèrement différente d'un solide indéformable.**

En effet, dans le cas d'un solide indéformable, les lois de Coulomb nous permettent d'écrire que la valeur R de la composante \vec{R} de la force exercée par le support sur lequel est posé la plaque de plexiglas, est proportionnelle à la valeur F de la composante \vec{F} (qui correspond à proprement parler à la force de frottement) de cette force :

$$F = \mu_s R$$

Glisser sur du sable

Dans cette relation, le coefficient μ_s est le coefficient de frottement statique, caractéristique des surfaces en contact et non de la masse du système.

Appliqué au système que nous étudions, cette loi de Coulomb nous permet en effet d'aboutir à :

$$\begin{cases} R = P_1 = Mg \\ P_2 = mg = T = F \\ F = \mu_s R \end{cases} \Leftrightarrow F = \mu_s g M$$

$$\Leftrightarrow m = \mu_s M$$

Ainsi, pour un système qui suit la loi de Coulomb pour les frottements, la masse m doit être proportionnelle à M , car le coefficient de frottement est une constante qui ne dépend que des surfaces en contact.

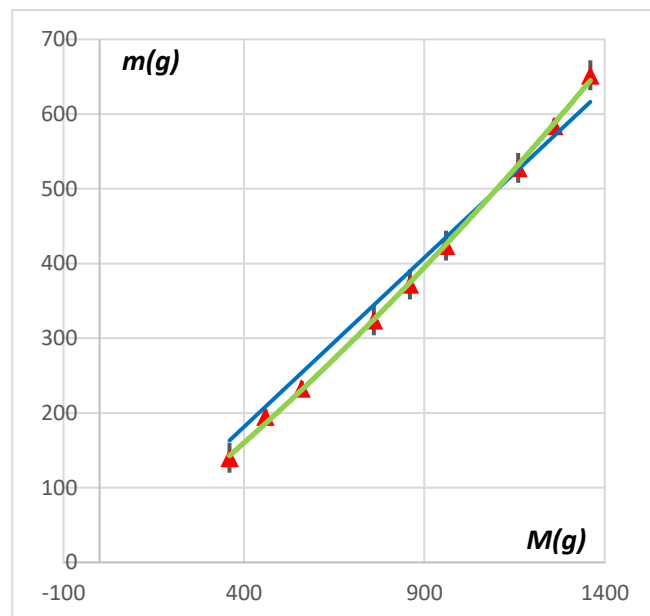


Figure 2 : Masse m nécessaire pour que le mobile de masse M se mette en mouvement

Et comme nous pouvons le voir sur le graphique figure 2, m n'est pas proportionnelle à M dans le cas d'un mobile glissant sur le sable. Pour être plus précis, on remarque (tableau ci-contre) même que plus la masse du mobile est élevée, et plus le coefficient de frottement statique est grand. Et après tout, cela semble assez compréhensible, car plus la masse du mobile augmente, et plus la force de frottement augmente. Ceci doit alors, même si c'est imperceptible, tasser le sable sous le plexiglas, augmentant la surface réelle de contact entre le sable et le plexiglas.

$M(g)$	$m(g)$	μ
360	140 ± 14	$0,39 \pm 0,04$
460	195 ± 9	$0,42 \pm 0,02$
560	233 ± 9	$0,42 \pm 0,02$
760	324 ± 16	$0,43 \pm 0,03$
860	372 ± 15	$0,43 \pm 0,02$
960	424 ± 19	$0,44 \pm 0,02$
1160	528 ± 21	$0,46 \pm 0,02$

Ceci représente donc une première différence importante en termes de frottements entre le sable et le bois.

Si notre interprétation concernant l'influence de la masse sur la valeur du coefficient de frottement statique est correcte, on doit pouvoir le vérifier en faisant des mesures identiques avec du sable de taille de grain différente. En effet, avec du sable fin, la surface de contact doit être plus grande, conduisant à un frottement plus important. Voyons alors si c'est bien ce que l'on observe expérimentalement.

4) Influence de la taille du grain de sable sur le coefficient de frottement statique

Il nous a paru intéressant de voir effectivement si la taille des grains de sable pouvait avoir une influence sur le coefficient de frottement statique. Nous avons alors acheté du sable dont les dimensions nous paraissaient différentes. Et en réalité, il s'avère que chaque sable, même s'il contenait des grains dont la taille moyenne était différente, présentait des grains de tailles très variables. Nous avons alors tamisé les grains pour obtenir un sable fin et un sable gros : figure 3. Nous avons réalisé ensuite la mesure du coefficient de frottement statique comme précédemment avec ces 2 autres sables.




Grains	Petits	Moyens	Gros
			
Taille moyenne	Inférieur à 0,6	Entre 0,6 et 0,8 mm	De 0,8 à 1 mm

Figure 3 : Les trois types de grain utilisés, visualisés au microscope, avec une règle graduée tous les mm

Glisser sur du sable

Voici alors les coefficients de frottement mesurés (les tableaux de mesures pour les gros grains et les petits grains sont mis en annexe).

Mesures de μ avec différentes masses, pour la même humidité			
Masse mobile	Gros grain μ	Moyen grain μ	Petit grain μ
360	$0,36 \pm 0,02$	$0,39 \pm 0,04$	$0,38 \pm 0,01$
560	$0,40 \pm 0,01$	$0,42 \pm 0,02$	$0,41 \pm 0,01$
960	$0,38 \pm 0,01$	$0,44 \pm 0,02$	$0,42 \pm 0,01$
1160	$0,36 \pm 0,01$	$0,46 \pm 0,02$	$0,42 \pm 0,01$

Commentaire de l'influence de la taille des grains de sable sur le coefficient de frottement statique :

La plus grosse différence entre les coefficients de frottement statique avec les trois types de grains réside dans l'évolution de ce coefficient en fonction de la masse du mobile. En effet, alors que l'évolution est similaire pour les grains de petites et moyennes tailles (augmentation du coefficient avec la masse du mobile), le coefficient de frottement statique du plexiglas sur le sable de gros grain diminue lorsque la masse augmente. Ce résultat est étonnant, car nous pensions que dans tous les cas, une masse plus importante du système provoquerait un contact plus important également.

Nous avons refait les mesures, et les résultats étaient similaires. Nous n'avons pas encore trouvé d'explication à cette évolution du coefficient de frottement statique. Est-ce que cela est dû à la taille des grains ? A la variété des tailles de grains contenus dans un même paquet de sable ? C'est une question à laquelle nous n'avons pas encore réussi à répondre.

Mais ne nous laissons pas enliser ! Ce n'est pas ce qui va nous empêcher de glisser dans notre projet. Et à ce propos, tentons d'exploiter maintenant nos résultats pour répondre à une des questions qui nous a fait choisir de travailler sur ce projet...

B – Quel angle doit avoir une dune pour surfer sur du sable ?

1) Approche théorique :

Avec quel angle faut-il incliner la surface du sable par rapport à l'horizontale pour que le système glisse sans avoir besoin d'être tracté. Le dispositif expérimental prend alors la forme suivante : figure 4

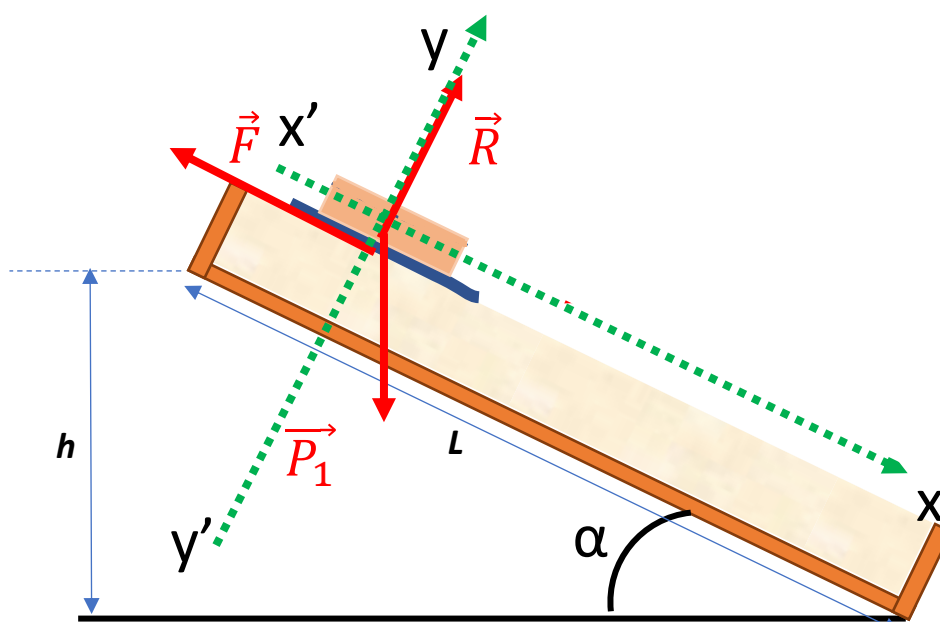


Figure 4 : Dispositif expérimental pour rechercher l'angle minimal conduisant au déplacement du mobile

Reprenons la plaque de plexiglas comme système. Elle est soumise à la force de pesanteur, la force de frottement, et la réaction normale du support. Comme on se place à un angle limite, juste inférieur à l'angle qui mettrait la plaque en mouvement, on peut écrire la première loi de Newton dans le référentiel du laboratoire :

$$\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$$

Glisser sur du sable

Ces forces ont pour composantes, sur les axes (Ox) et (Oy) :

$$\vec{P}_1 \begin{pmatrix} Mgsin\alpha \\ -Mgcos\alpha \end{pmatrix} \quad \vec{R} \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} \quad \vec{F} \begin{pmatrix} -F \\ 0 \end{pmatrix}$$

D'où les équations obtenues en projetant les vecteurs sur les 2 axes :

$$\begin{cases} Mgsin\alpha - F = 0 \\ -Mgcos\alpha + R = 0 \end{cases}$$

On en déduit l'expression du coefficient de frottement statique :

$$\mu = \frac{F}{R} = \tan\alpha$$

2) Valeurs attendues et résultats expérimentaux :

Voyons alors les résultats théoriques attendus compte tenu des coefficients de frottement (et de leurs incertitudes absolues) mesurés auparavant, avec un mobile de masse $M = 360$ g. Ces résultats sont comparés avec les valeurs expérimentales mesurées, et ceci, avec les trois sables différents, ainsi que pour la planche en bois.

	<i>Sable fin</i>	<i>Sable moyen</i>	<i>Sable gros</i>	<i>Bois</i>
Angle théorique (°)	$20 \leq \alpha \leq 21$	$19 \leq \alpha \leq 23$	$19 \leq \alpha \leq 22$	$21 \leq \alpha \leq 22$
Angle expérimental (°)	22°	19°	20°	23°

Commentaires :

- Outre le fait de nous informer sur les ordres de grandeur des angles que doivent avoir les dunes pour surfer dessus, on peut être satisfait de ces résultats puisqu'ils confirment les valeurs des coefficients de frottement trouvés dans la première partie, sauf pour le bois et le sable fin, à 1° près.

- Où peut-on alors faire du surf ?

En nous documentant, nous avons vu que la dune du Pilat (figure 5) mesure en moyenne 110 m de hauteur, et 616 m de largeur. En moyenne, la pente est donc égale à 20°. Ce qui représente un angle un peu juste pour pouvoir surfer sur la dune. Cela dit, comme c'est une moyenne, il doit bien y avoir des parties de la dune qui sont plus abruptes. Sur la photo ci-dessous, nous avons d'ailleurs pu mesurer des pentes de l'ordre de 30° à l'aide d'un rapporteur...Cela présage une sortie scolaire pédagogique...



Figure 5 – Dune du Pilat

Ainsi se termine cette première partie. Nous savons comment démarrer un mouvement sur du sable. Mais cela suffit-il pour avancer ? L'expérience se passerait sur un solide indéformable, nous pourrions sûrement dire oui. Mais sur du sable, milieu granulaire, ce n'est pas si simple puisqu'au cours de nos expériences, le mobile avançait souvent de quelques centimètres, voire de quelques millimètres pour s'immobiliser. Cette simple remarque nous pousse à étudier maintenant les frottements durant le mouvement du mobile pour comprendre ce qu'ils ont de particulier par rapport aux frottements dynamiques lors du mouvement d'un mobile sur un solide indéformable.

II – Quelles sont les particularités de la force de frottement lors du mouvement du mobile sur le sable ? Etude dynamique

Cette fois-ci, nous allons tenter à la fois d'évaluer et de comprendre le frottement engendré par le déplacement d'un système qui glisse sur du sable.

Nous avons choisi de limiter notre étude à une surface de sable horizontale.

1 – Dispositif expérimental :

Il s'agit du même dispositif que celui utilisé précédemment (figure 6). Mais cette fois-ci, la force de traction a une valeur supérieure aux forces de frottement.

2 – Etude théorique :

Prenons la plaque de plexiglas comme système dans un premier temps. Le système ayant un mouvement non rectiligne uniforme, la deuxième loi de Newton appliquée dans le référentiel terrestre supposé galiléen nous permet alors d'écrire que :

$$\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{F} + \vec{T}_1 = M\vec{a}_1$$

Prenons maintenant la masse m comme système et appliquons à nouveau la deuxième loi de Newton :

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m\vec{a}_2$$

Dans ces deux équations, les vecteurs accélération ne sont différents qu'en termes de direction. Leur valeur est par contre identique, et nous la noterons « a ». Il en est de même pour les forces \vec{T}_1 et \vec{T}_2 , dont nous noterons la valeur « T ».

En projetant alors ces relations sur un axe horizontal ($x'x$) pour la première, et vertical ($y'y$) pour la seconde, on obtient :

$$\begin{cases} -F + T = Ma \\ mg - T = ma \end{cases}$$

La seconde équation nous permet d'écrire que $T = mg - ma$

La première équation donne alors $-F + mg - ma = Ma$

Soit

$$F = -Ma + mg - ma = mg - (M + m)a$$

On obtient donc une équation qui nous permet à tout instant de calculer la force de frottement si on connaît l'accélération à tout instant de la plaque de plexiglas. Or ceci est possible en filmant dans un premier temps le déplacement de la plaque de plexiglas. C'est ce que nous avons alors fait, en disposant une caméra au-dessus de la scène observée. Une fois le film obtenu, nous l'avons analysé avec le logiciel Latis Pro, afin de déterminer la vitesse, puis l'accélération de la plaque de plexiglas.

Voici par exemple un film réalisé avec un mobile de masse 360 g glissant sur du sable de taille moyen, tiré par une masse de 250 g. La vidéo est ralentie 10 fois : <https://youtu.be/eGf2XXL48Lw>

3 – Résultats expérimentaux

- Frottement du plexiglas sur du bois

Puisqu'on cherche une différence de comportement entre le mouvement d'une plaque de plexiglas sur du sable par rapport au mouvement sur du bois, nous avons commencé par faire glisser le plexiglas sur une planche de bois.

Nous avons ici travaillé avec une plaque de plexiglas de masse 360g, tirée par le câble au bout duquel était accrochée une masse de 250 g.

Lors de cette première expérience menée avec la plaque de plexiglas sur le bois, nous avons filmé le mouvement avec 240 images par seconde. Nous avons ensuite transformé ce film en un film ralenti de 25 images par seconde, que nous avons analysé avec Latis Pro.

Puisque l'accélération est la dérivée seconde de la position de la plaque de plexiglas en chaque instant, nous avons commencé par relever les positions x du système au cours du temps : figure 7

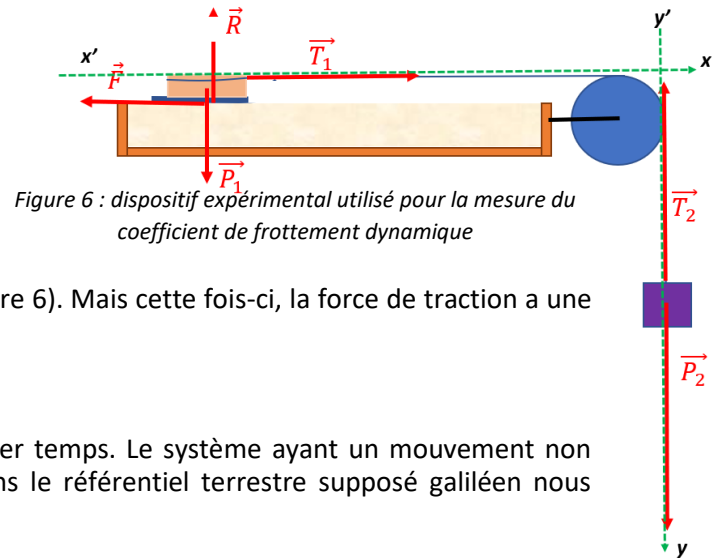


Figure 6 : dispositif expérimental utilisé pour la mesure du coefficient de frottement dynamique

Glisser sur du sable

+++ : $x(t)$
___ : modèle de $x(t)$

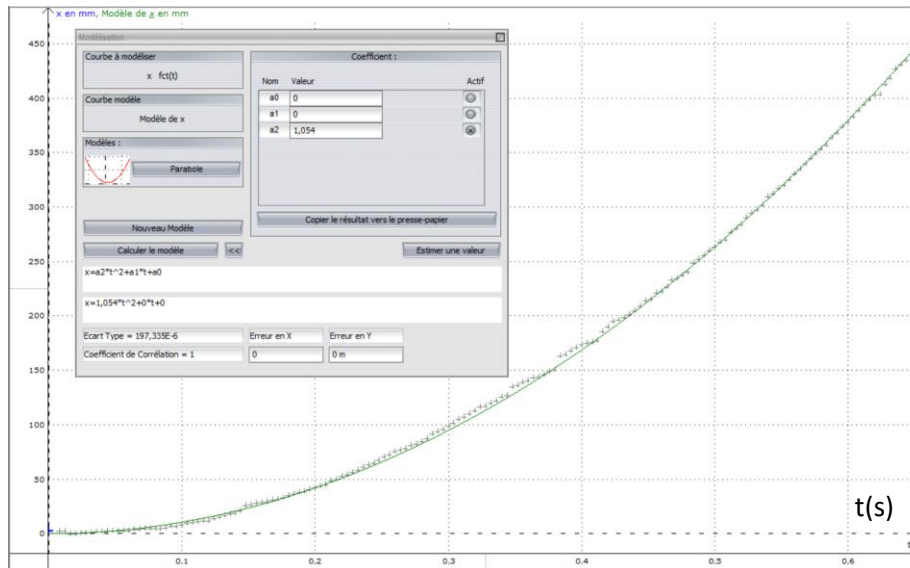


Figure 7 : Evolution de la coordonnée $x(t)$ du mobile tiré sur une planche de bois

Nous avons alors cherché à modéliser les résultats obtenus, et il s'avère que le modèle parabolique convient parfaitement ! Du coup, puisque l'accélération est la dérivée seconde de cette fonction parabolique, on l'obtient en multipliant par 2 le coefficient a_2 issu de la modélisation.

$$\text{Donc } a(t) = 2,11 \text{ m/s}^2.$$

On en déduit la force de frottement :

$$F = mg - (M + m)a = 0,250 \times 9,81 - (0,360 + 0,250) \times 2,11 = 1,17 \text{ N}$$

On peut aussi en déduire le coefficient de frottement dynamique μ :

$$F = \mu R = \mu Mg \Leftrightarrow \mu = \frac{F}{Mg} = \frac{mg - (M + m)a}{Mg} = \frac{m}{M} - \left(1 + \frac{m}{M}\right) \frac{a}{g} = 0,33$$

Cette valeur nous réconforte dans la validité de nos protocoles expérimentaux car elle est inférieure au coefficient de frottement statique. Mais au-delà de cela, il faut surtout retenir ici que lorsque la plaque de plexiglas glisse sur du bois, solide indéformable, la force de frottement est constante au cours du mouvement. Elle ne dépend donc pas de la vitesse, et c'est d'ailleurs une caractéristique des frottements solides. $x(t)$ est alors une parabole. Voyons maintenant si on obtient également une parabole lorsque le mobile glisse sur le sable.

- Frottement du plexiglas sur le sable de grain moyen

Nous avons alors réitéré l'expérience, faisant cette fois-ci glisser le plexiglas sur du sable de grain moyen. Comme précédemment, comme nous avons réalisé les films le même jour, nous avons travaillé avec 240 images par seconde. En reprenant les mêmes étapes que l'expérience réalisée sur du bois, on obtient le graphique suivant, qui montre l'évolution de la position de la luge (croix bleues) au cours du temps :

Il est alors très clair qu'un modèle parabolique ne convient plus alors pour décrire l'évolution de la position x au cours du temps. Et comme l'accélération est la dérivée seconde de la position, cela signifie que l'accélération n'est ici pas constante au cours du temps, et que par conséquent, la force de frottement non plus.

En fait, on peut essayer de décomposer le mouvement en portions identifiables : figure 9

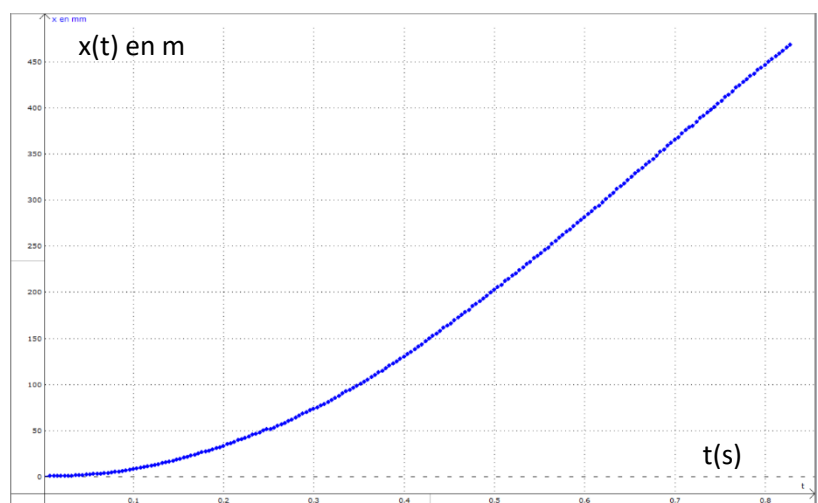


Figure 8 : Evolution de la coordonnée $x(t)$ du mobile tiré sur du sable

Glisser sur du sable

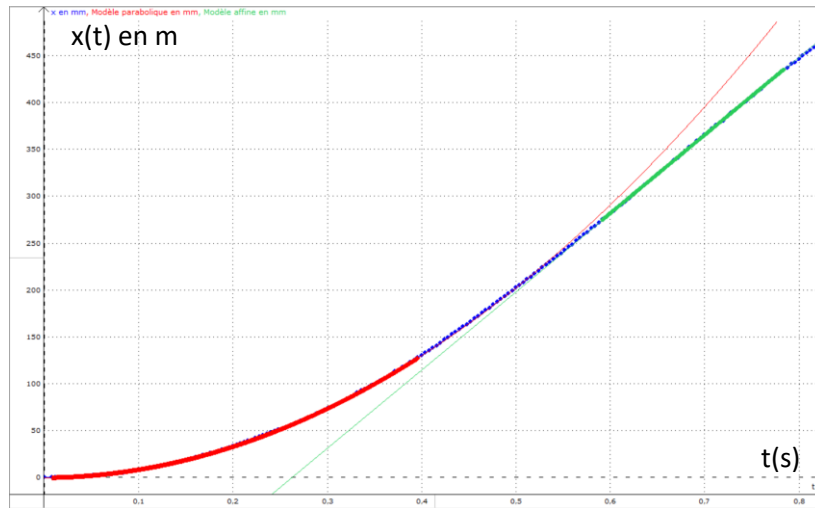


Figure 9 : Modélisation du début de $x(t)$ par une parabole (en rouge) et de la fin par une droite (en vert)

On peut considérer que durant la première phase du mouvement, comme on peut modéliser $x(t)$ (en bleu) par une parabole (en rouge), l'accélération doit être quasiment constante durant cette phase. Ce qui se traduit par une force de frottement constante, et donc par un coefficient de frottement dynamique constant. De la même manière, la partie du mouvement modélisé par la droite verte traduit une évolution de la vitesse constante, donc une accélération nulle. D'un point de vue physique, la force de frottement durant cette phase est aussi constante, mais plus élevée que la force de frottement durant la première phase. Il en est de même des coefficients de frottement dynamique : ils sont constants durant les deux phases, mais celui durant la phase linéaire est plus grand que celui durant la phase parabolique.

De façon plus générale, ce premier constat montre une différence cruciale entre le glissement sur un solide indéformable et un glissement sur du sable puisque dans ce dernier cas, les frottements ne sont plus constants.

On peut même se poser la question si le sable ne se comporterait pas un peu comme un fluide, dans la mesure où le système atteint une vitesse qui semble être constante en fin de course (comme en témoigne la tangente en verte sur le graphique). C'est en effet ce que l'on observe lors de mouvement d'un système dans un fluide. Cette remarque trouve d'autant plus sa place lorsqu'on observe image par image la vidéo de cette étude (figure 10).

Que peut-on voir sur la vidéo lorsque le mobile glisse ?

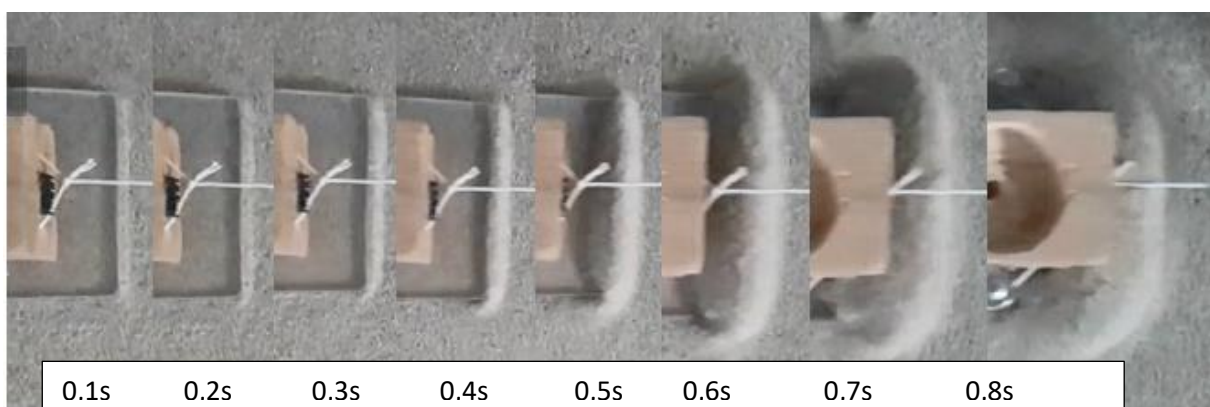


Figure 10 : Image de l'avant du mobile toutes les 0,1s au cours de son mouvement

On peut voir que le sable, en avant s'entasse et s'écoule autour du mobile. Mais alors que la quantité de sable concernée est faible durant les 4 premiers dixièmes de seconde, on observe une sorte d'emballement à partir de 0,4s (c'est-à-dire au moment où on s'écarte du modèle parabolique sur le diagramme). On voit alors en quelque sorte une vague de sable qui grossit et qui s'écoule autour du mobile.

Puisque l'on constate sur le graphique qu'il y a des ressemblances avec un frottement fluide, peut-on aller alors jusqu'à dire que le sable qui s'écoule autour du système peut être assimilé à un fluide qui s'écoule autour d'un système ? Il faudrait pour cela que cette force soit proportionnelle à la vitesse dotée d'une puissance éventuellement...

$$F = kv^\alpha$$

Glisser sur du sable

Pour le savoir, nous devons donc rechercher l'accélération du système, en déduire la force de frottement, et voir si celle-ci répond à la relation évoquée.

Mais il nous a été impossible d'accéder à l'accélération en étant certain d'obtenir des valeurs fiables. En effet, une dérivée seconde de la position $x(t)$ du mobile faisait vraiment trop intervenir les imperfections de l'acquisition des positions en question. Nous avons alors tenté de modéliser les mesures montrant la position $x(t)$ du mobile au cours du temps, mais nous n'avons pas trouvé de fonction modélisant suffisamment bien les résultats expérimentaux.

Alors à défaut de pouvoir travailler avec l'accélération, nous avons eu l'idée de travailler avec la vitesse. Cela a été possible car la vitesse n'étant qu'une dérivée première de la position, les imperfections dues au relevé de la position $x(t)$ n'empêchent pas d'avoir une bonne vision de l'évolution de la vitesse au cours du temps.

Le fait de travailler avec la vitesse est particulièrement intéressant. En effet, stratégiquement, si on arrive à modéliser la vitesse, on peut remonter à l'expression de la force de frottement.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la force de frottement fluide a pour expression :

$$F = kv^\alpha$$

En reprenant la deuxième loi de Newton écrite précédemment, nous avons :

$$F = kv^\alpha = mg - (M + m)a \Leftrightarrow a = \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{M + m}v^\alpha + \frac{m}{M + m}g$$

Or nous avons pu voir sur internet des solutions de cette équation dans le cas où $\alpha = 1$ et dans le cas où $\alpha = 2$. Ainsi,

- dans le cas où $\alpha = 1$, la solution est de la forme $v(t) = A(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$
- dans le cas où $\alpha = 2$, la solution fait intervenir une tangente hyperbolique et est de la forme : $v(t) = A \times \tanh(\frac{t}{\tau})$

Voici ce que donnent alors ces modèles avec nos résultats expérimentaux (c'est-à-dire sur la vitesse expérimentale calculée en dérivant la position $x(t)$) : figure 11

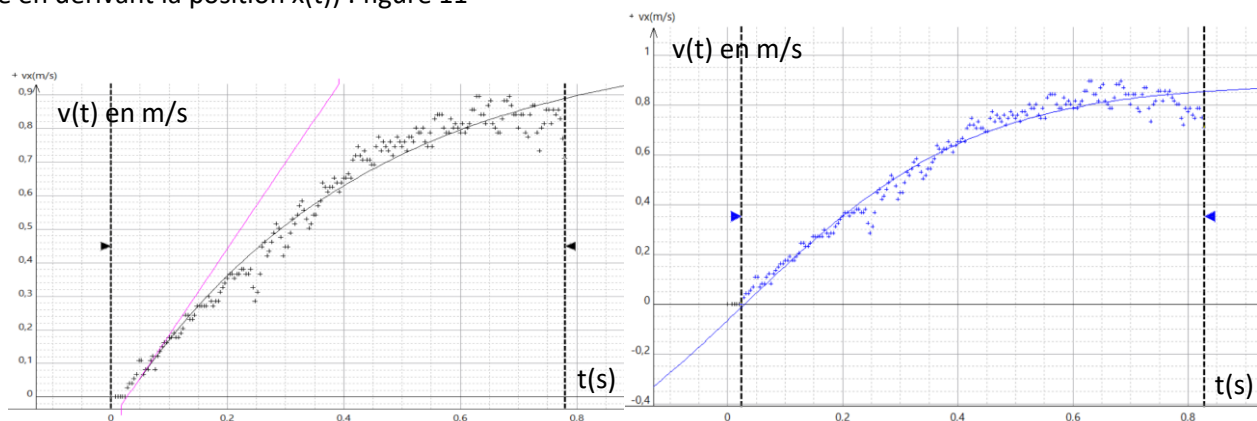


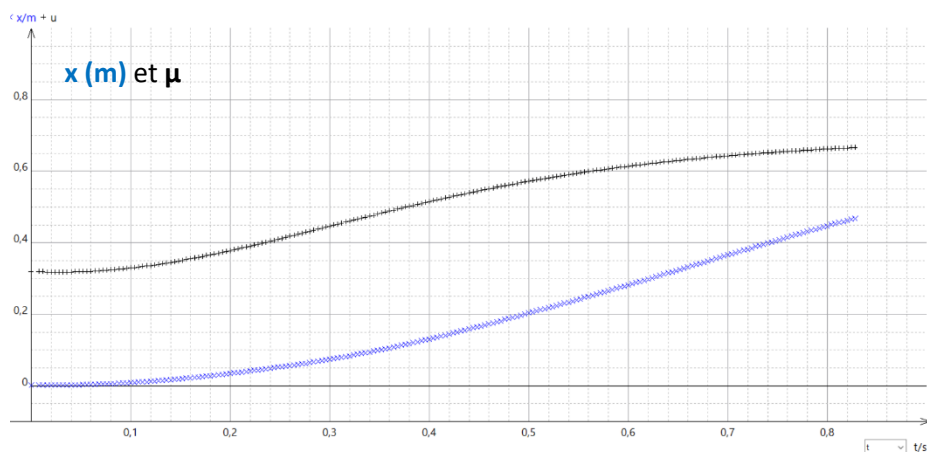
Figure 11 : modélisation de la vitesse expérimentale (croix) par la fonction exponentielle (en noir à gauche) et par une fonction hyperbolique (en bleu à droite)

Autrement dit, à première vue, un modèle de frottement fluide ne semble pas extrêmement éloigné du frottement exercé par le sable. Le coefficient R^2 issu de la modélisation montre même que le modèle en kv^2 se rapproche vraiment des points expérimentaux ! On ne va pas aller jusqu'à dire que le sable est analogue à un fluide, mais dans une certaine mesure, il arrive à s'en approcher. Cette analogie nous permet alors d'avancer pour décrire les frottements dynamiques, même si nous sommes conscients que l'analogie utilisée comporte des limites, et nous y reviendrons d'ailleurs dessus à la fin de ce paragraphe :

Puisque nous disposons maintenant d'une fonction modélisant la vitesse, nous pouvons maintenant obtenir l'accélération par dérivation de cette fonction, et en déduire le coefficient de frottement dynamique en utilisant la relation établie précédemment :

$$\mu = \frac{F}{Mg} = \frac{mg - (M + m)a}{Mg} = \frac{m}{M} - \left(1 + \frac{m}{M}\right) \frac{a}{g}$$

Glisser sur du sable



Les résultats (figure 12) sont cohérents avec le fait que le coefficient de frottement dynamique lu à $t = 0$ est inférieur au coefficient de frottement statique pour ce sable de grain moyen. Puis le coefficient de frottement dynamique augmente du fait du sable qui s'entasse en amont du mobile, avant de se stabiliser, ce qui provoque le mouvement quasi uniforme.

Figure 12 : évolution de la position $x(t)$ du mobile (en bleu) et du coefficient de frottement dynamique μ (en noir)

Remarque : Limite de la modélisation par une force de frottement de type fluide :

Nous avons réalisé de nombreuses expériences, en faisant varier en particulier la masse déposée sur le mobile, ou la masse accrochée au bout du fil pour tirer le mobile. Il arrive alors, en fonction des masses en question, qu'au cours du mouvement du mobile, la force de traction devienne inférieure à la force exercée par le sable en amont du mobile. Le mobile finit alors par s'arrêter. Ceci ne pourrait pas se passer avec une bille plus dense que l'eau tombant dans une éprouvette d'eau : elle ne va pas arrêter son mouvement avant d'atteindre le bas de l'éprouvette. La force de frottement fluide permettra tout au plus de stabiliser la vitesse de la chute de la bille. Tout ce que nous expliquons donc ici n'est valable que dans le cas où cette force de frottement reste inférieure, voire égale à la force de traction du système.

Mais dans tous les cas, si on veut glisser sur du sable, il faut éviter le sable formé en amont.

III – Comment glisser de façon optimale sur le sable ?

1) En transformant la plaque de plexiglas en luge ?

Puisqu'il s'agit principalement d'éviter qu'un tas de sable ne se forme en amont du mobile, nous avons commencé par tordre la plaque de plexiglas, de façon à travailler en conservant la masse initiale du mobile nu (360 g), et ainsi de pouvoir comparer les résultats que l'on va obtenir avec ceux déjà obtenus.

Nous avons alors réalisé une acquisition après avoir mis le mobile en mouvement au moyen d'une masse pendant au bout de la poulie, et nous avons constaté à nouveau que l'évolution de x en fonction du temps, même si elle se rapprochait davantage d'une parabole, n'en était pas une. Nous avons alors, comme précédemment, tenté de modéliser la vitesse expérimentale par une force de frottement fluide (figure 13)

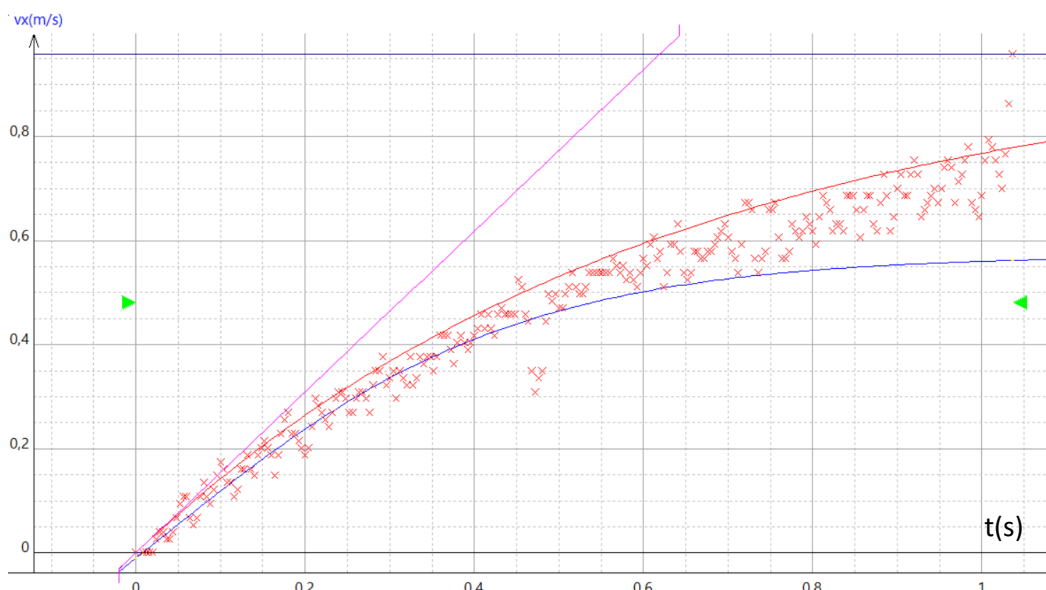


Figure 13 : Evolution de la vitesse du mobile tiré avec une masse de 200g, bord courbé en amont (croix). Modèle exponentielle en rouge, et tangente hyperbolique en bleu.

Glisser sur du sable

Les points expérimentaux de la vitesse se situent vraiment entre le modèle de la force de frottement en kv et celui en kv^2 . Autrement dit, avec la luge tirée avec une masse $m = 200$ g, les frottements doivent être proportionnels à la vitesse de la façon suivante : $F = kv^\alpha$ avec $1 < \alpha < 2$.

Nous avons voulu savoir s'il nous était possible de trouver le coefficient α . A ce stade du projet, nous n'y étions pas parvenus. Mais par la suite, à l'aide d'un dispositif que nous décrivons dans le paragraphe 2) suivant, nous avons pu nous en approcher (les mesures que nous présentons ici (figure 13 bis) ont donc en réalité été réalisées chronologiquement qu'après avoir fait les expériences du paragraphe 2 qui suit). Le dispositif nous permettait de tirer le mobile à vitesse constante, et de mesurer la force avec laquelle on tirait le mobile. Nous avons alors pu tirer le mobile à différentes vitesses choisies, tout en mesurant en même temps les forces de traction nécessaires pour réaliser ces déplacements. Nous avons alors tracé la vitesse v^α avec $\alpha = 1 ; 1,1 ; 1,2 ; \dots ; 1,9 ; 2$ en fonction de la force de traction F et nous avons regardé quelle courbe pouvait davantage être modélisée par une droite. Voici les résultats obtenus : figure 13 bis

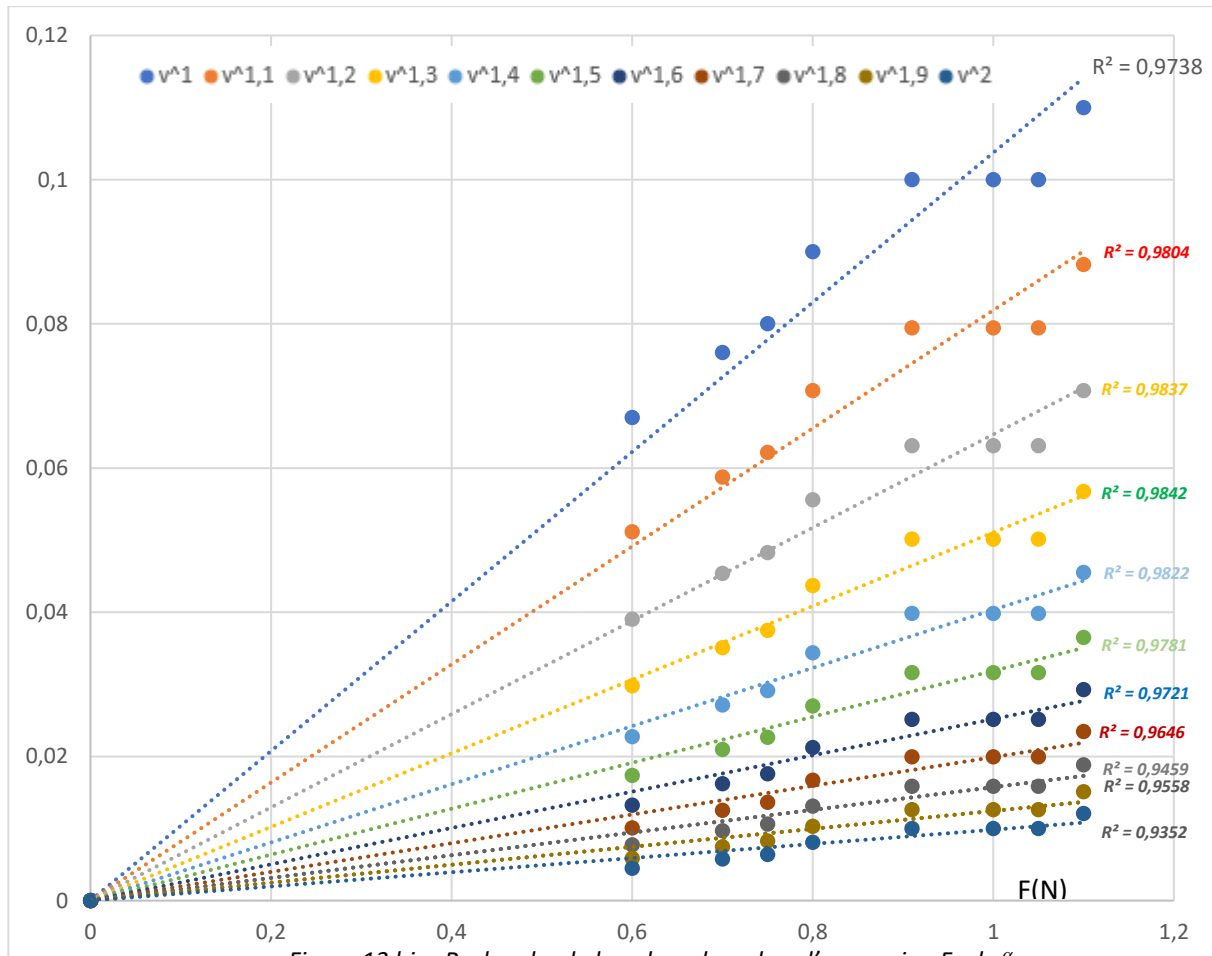


Figure 13 bis : Recherche de la valeur de α dans l'expression $F = kv^\alpha$

Nous avons indiqué le coefficient R^2 pour chaque modélisation, de façon à pouvoir critiquer objectivement les modélisations par les droites. Les résultats semblent indiquer une puissance aux alentours de 1,7.

Dans tous les cas, vu les résultats obtenus, on peut dire qu'il reste encore des frottements que nous allons maintenant chercher à limiter davantage.

Comment diminuer encore ces frottements ? Nous avons pensé à rigidifier le sable en l'humidifiant. Comment évolue alors la force de frottement si on humidifie le sable ?

2) En modifiant l'humidité du sable

a – Est-ce que l'humidité du sable modifie la force de frottement ?

L'expérience précédente a été réalisée avec une humidité du sable de 1%.

Nous avons réalisé la même expérience, avec des conditions identiques, mis à part l'humidité du sable que nous avons fait passer à 3%. Voici alors l'évolution de la vitesse du mobile au cours du temps. (figure 14 : Croix rouges sur le graphique ci-dessous).

Glisser sur du sable

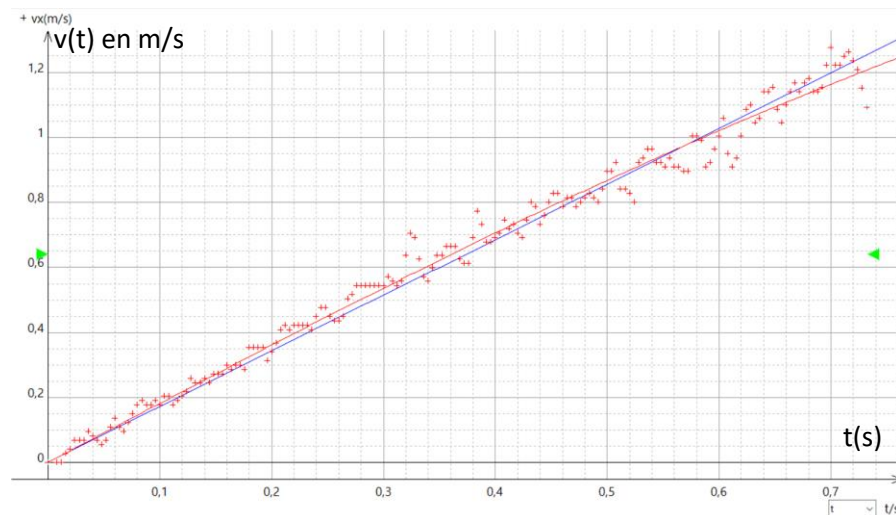


Figure 14 : Evolution de la vitesse du mobile sur un sable de grain moyen ayant une humidité de 3%

Si on superpose ces résultats avec ceux obtenus avec le sable d'humidité 1%, voilà ce que l'on obtient : Figure 15

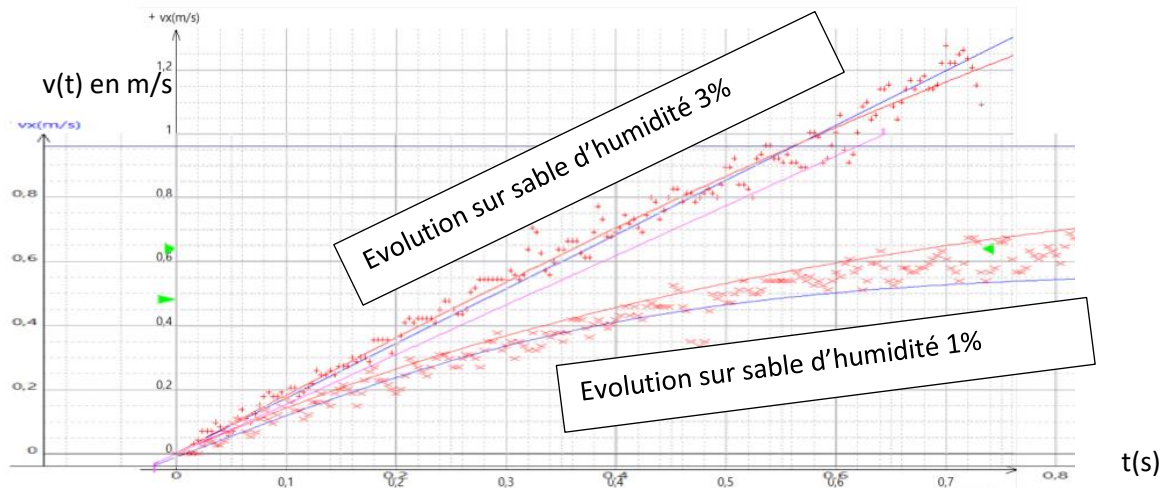


Figure 15 : Comparaison de l'évolution de la vitesse du mobile sur un sable de grain moyen ayant une humidité de 2% et 3%

Puisque l'accélération correspond à la dérivée de la vitesse, on peut aisément déduire de ces courbes qu'en tout point de la trajectoire du mobile, l'accélération est plus grande sur le sable d'humidité 3% que sur celui d'humidité 1%. Par contre, l'accélération n'est toujours pas constante. Elle diminue légèrement. Nous l'avons remarqué car une fois de plus, une modélisation de la coordonnée $x(t)$ du mobile par une parabole n'est pas assez bonne. Et comme le montre aussi la figure 15 la vitesse (dans le cas d'une humidité égale à 3%) est mieux modélisée par une fonction tangente hyperbolique (en rouge) que par une droite (en bleu).

Nous nous posons alors la question suivante :

Existe-il une humidité optimale ? En effet, si nous rajoutons encore et encore de l'eau pour humidifier le sable, il y a un moment où cela ressemblera plus à une sorte de boue qu'à du sable juste humide...

Pour répondre à cette question, nous aurions pu recommencer l'expérience un grand nombre de fois avec des humidités différentes, mais nous trouvons cela fastidieux. Alors nous avons opté pour un autre protocole expérimental :

c – Choix d'un nouveau protocole :

Au cours de notre projet, et en même temps que nous menions les mesures du coefficient de frottement dynamique, nous avons cherché à mettre en place une expérience permettant de mesurer plus facilement la force de frottement. Chronologiquement parlant, ce n'est alors qu'à la fin du travail réalisé dans la deuxième partie de ce mémoire que nous y sommes parvenus.

L'idée est simple : plutôt que de tirer le système par le biais de la force de pesanteur, engendrant alors une accélération qui nous permettait jusque-là d'en déduire le coefficient de frottement dynamique, nous cherchons maintenant à faire

Glisser sur du sable

glisser le système à vitesse constante. Ainsi, la première loi de Newton étant applicable, nous pouvons alors directement faire le lien entre la force de traction et la force de frottement :

$$F = T$$

Pour tirer le mobile à vitesse constante, il suffit d'utiliser un moteur. Mais comment mesurer la force de traction ?

Nous avons opté pour l'utilisation d'un capteur de force, qui, une fois comprimé, renvoie une valeur donnée en fonction de la force de pression subie.

Pour pouvoir créer cette pression sur le capteur, nous avons choisi de le positionner à l'arrière du mobile, comme le montre la figure 16 et la vidéo à l'adresse suivante :



Figure 16 : mobile tiré vers la gauche, doté d'un capteur de force situé à droite

https://www.youtube.com/watch?v=eXnKmm_rymc

Le contrôle du moteur ainsi que les données du capteur de force sont gérés par la carte Arduino.

Voici maintenant un détail du principe du programme et du circuit utilisé pour les expériences de glissement à vitesse constante. Le programme dans son intégralité est disponible en annexe.

Le programme est codé en C++ Arduino, et utilise la bibliothèque AFMotor de ADAFruit, et un Arduino shield pour contrôler le moteur.

Au lancement du programme, le moteur est à l'arrêt. L'utilisateur lance une boucle dans laquelle il va faire tourner le moteur à une vitesse constante. Cette valeur peut être changée manuellement par l'utilisateur selon une échelle de 0 à 255. De plus le programme envoie constamment les valeurs reçues par le capteur en fonction du temps en millisecondes. L'utilisateur contrôle la marche et l'arrêt de manière manuelle.

Concernant le circuit, il est composé d'un ordinateur servant d'alimentation à la carte Arduino, et communiquant avec elle en téléversant le code, et réceptionnant les données. La carte est connectée à un shield. Le moteur est connecté à une sortie moteur. Le capteur est lui connecté sur une entrée analogique, connectée à deux boîtes de résistances générant en tout 22 220Ω. Un schéma et le programme sont disponibles en annexe.

Plusieurs remarques :

- Une première mesure a montré des résultats incohérents. Nous nous sommes dit qu'ils étaient dus à des frottements entre le fil et le bois du mobile. Nous avons alors placé des poulies sur le mobile, et nous avons creusé des saillies pour que le fil ne soit jamais en contact avec le bois.
- Deuxième remarque, comme le fil appuie sur le capteur de façon non perpendiculaire à la surface du capteur, le capteur ne mesurera en réalité qu'une partie de la force de traction, qui dépend de l'angle que fait le fil par rapport au capteur. Nous aurions pu alors prendre en compte les angles en question lors de nos mesures, mais il nous a paru plus simple d'étalonner le capteur de force directement sur le mobile ainsi agencé. En suspendant des masses connues à l'extrémité du fil, nous notons la valeur renvoyée par le capteur de force. Voici la courbe d'étalonnage du capteur de force : figure 17

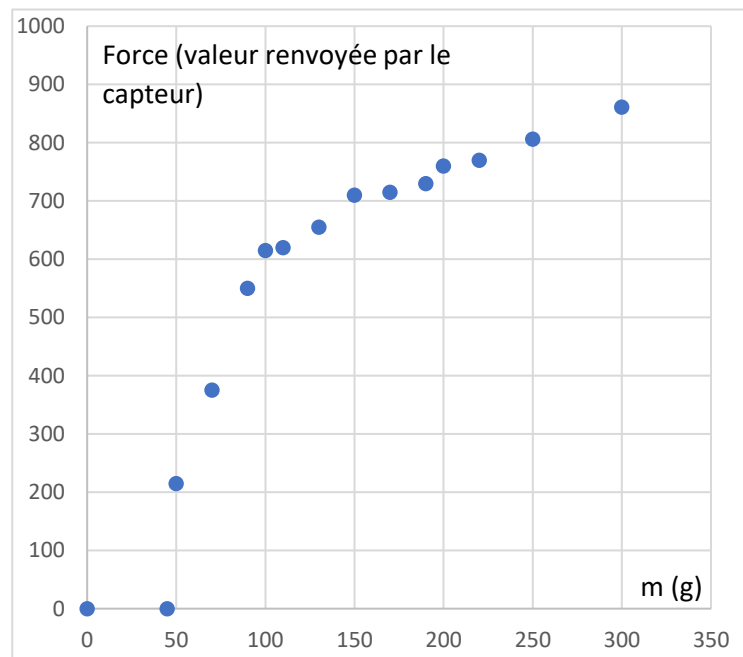


Figure 17 : étalonnage du capteur de force

d – résultats expérimentaux

Les résultats (figure 18) montrent la force en ordonnée. Les valeurs indiquées en ordonnées sont celles renvoyées par la carte Arduino. Il faut les convertir avec la courbe d'étalonnage si on veut avoir la correspondance en Newton. De même, le temps, en abscisse n'est pas en seconde. Mais le temps ne nous importe pas dans cette étude.

Les résultats confirment que l'humidité du sable est un facteur important sur le coefficient de frottement dynamique. Celui-ci diminue lorsque on passe d'une humidité de 1% à une humidité de 6%, pour ensuite augmenter. Il y a donc bien une humidité optimale qui permet de minimiser les forces de frottements.

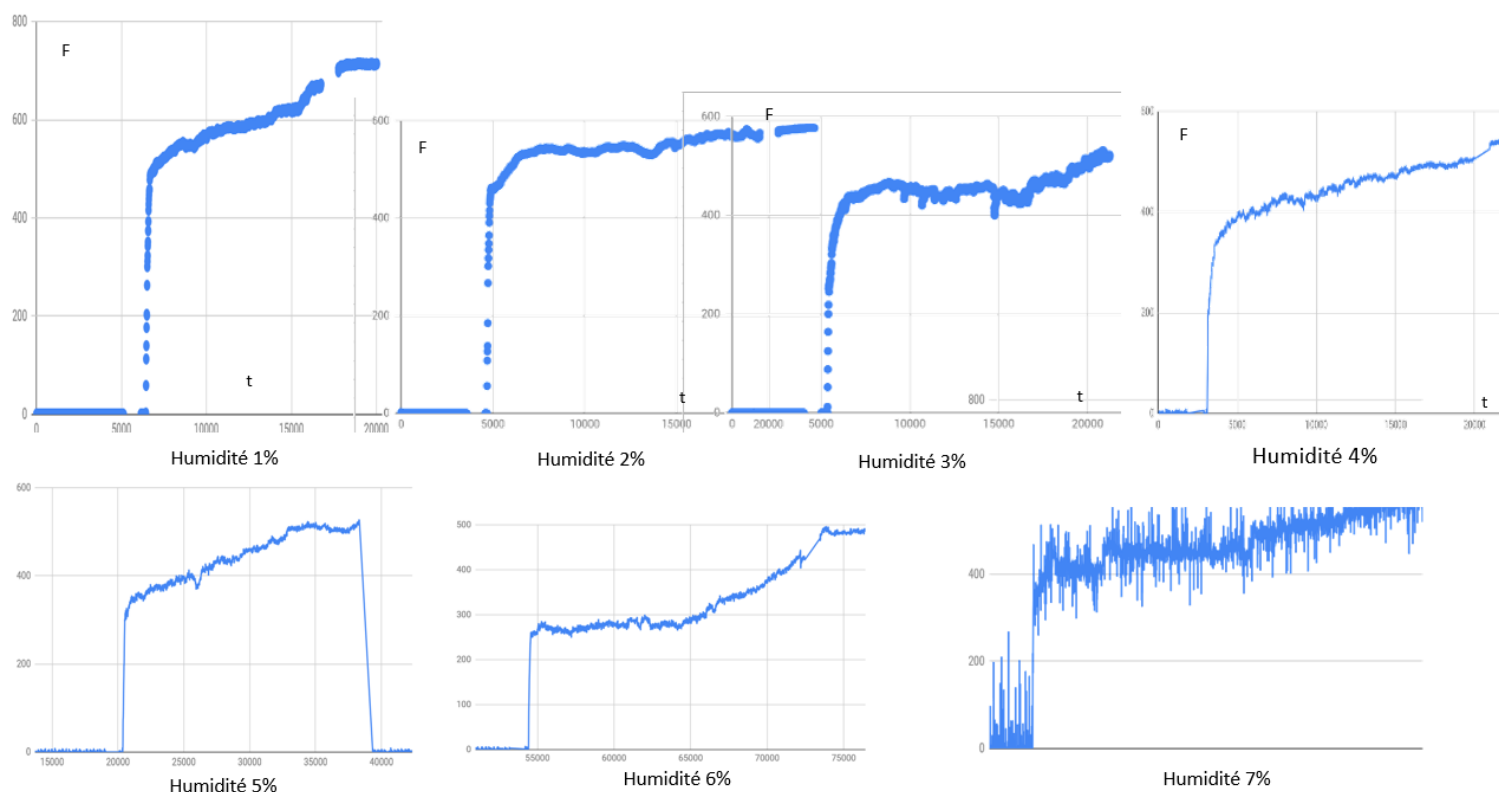


Figure 18 : Evolution de la force de frottement dynamique en fonction de l'humidité du sable (gros grain)

e – Interprétation des résultats.

Le fait que les frottements ne soient pas identiques en fonction de l'humidité du sable provient du fait qu'en fonction de son humidité, le sable sera plus ou moins en mesure de former un tas, même très faible, de sable en amont de la luge. On peut alors supposer que lorsqu'on passe d'une humidité de 1% à une humidité de 3%, les grains de sable forment un bloc moins déformable. Autrement dit, les grains doivent être plus liés entre eux, grâce à l'eau qui a été versée dedans. Mais à forte humidité, le sable redevient malléable, ce qui engendre à nouveau une force de frottement plus importante.

Quelle force permet de relier les grains de sable entre eux ?

En nous documentant sur le sujet, nous avons appris qu'il s'agissait de ponts d'eau entre les grains de sable. L'eau s'accroche aux grains par des forces de capillarité.

On peut alors supposer que plus il y a de l'eau dans le sable, et plus le nombre de ponts d'eau pourra être grand entre les différents grains de sable. Mais on peut aussi imaginer que s'il y a trop d'eau, les grains de sable étant aussi bien attirés dans toutes les directions, toutes ces forces s'annulent, laissant alors au grain de sable la possibilité de se mouvoir plus facilement sous une contrainte.

3) En modifiant la surface de la luge ?

Normalement, selon les lois de Coulomb pour les frottements entre solides indéformables, pour des luges de masses identiques mais de surfaces différentes, la force de frottement exercée par une plaque en acier bien lisse sur différentes luges de masse identiques mais de surface de contact avec la plaque en acier différentes, ne doit pas varier. Cela est-il valable si ces luges glissent sur du sable indéformable, et existe-il une surface optimale ?

Glisser sur du sable

Pour répondre à cette question, nous avons commencé par construire 4 luges de surface différentes : les longueurs étaient identiques, égales à 19 cm, et les largeurs sont de 4 cm, 6 cm, 8 cm, et 10 cm. Nous avons construit ces luges en bois. Nous avons incurvé l'avant des luges en les humifiant, et en les chauffant avant de les soumettre pendant plusieurs minutes à une contrainte mécanique pour faire cette courbure. Nous avons ensuite lesté les luges de sorte à ce qu'elles aient la même masse. Puis nous les avons tractées par le biais d'une masse reliée au mobile en passant par une poulie, avec le dispositif de la figure 6 (page 10). Mais cette fois-ci, au lieu de filmer le déplacement du mobile pour en déduire la vitesse, nous avons utilisé l'accéléromètre du smartphone : nous avons tout simplement accroché le smartphone au mobile.

Nous avons alors commencé par réaliser un ensemble d'acquisitions en lâchant les 4 mobiles sur une plaque métallique, et l'expérience a montré qu'effectivement, avec de telles conditions expérimentales, l'accélération du mobile est indépendante de la valeur de la surface de contact.

Nous avons alors ensuite fait glisser ces quatre luges sur du sable, et cette fois-ci, voici les résultats que nous avons obtenus (figure 19) : les courbes qui apparaissent dans le graphique sont des modélisations des mesures réalisées. La courbe **a1** en gris représente l'accélération de la luge de largeur 4 cm, la courbe **a2** la luge de largeur 6 cm, la courbe **a3** celle de largeur 8 cm, et la courbe **a4** celle de largeur 10 cm.

Les résultats semblent montrer que la force de frottement exercée par le sable sur la luge dépend de la valeur de la surface de contact entre la luge et le sable. Cela peut paraître de faibles différences, mais il n'en est rien, car leurs conséquences sur le déplacement des luges est très clairement visible. Il semblerait alors qu'une grande surface de luge serait favorable pour minimiser les frottements. Cela est sans doute dû au fait que pour les grandes surfaces de luge, la masse de la luge se répartissant sur une plus grande surface d'une part, et le sable pouvant se tasser d'autre part, la surface de la luge sera en contact avec moins de grain de sable que pour une luge de plus petite surface.

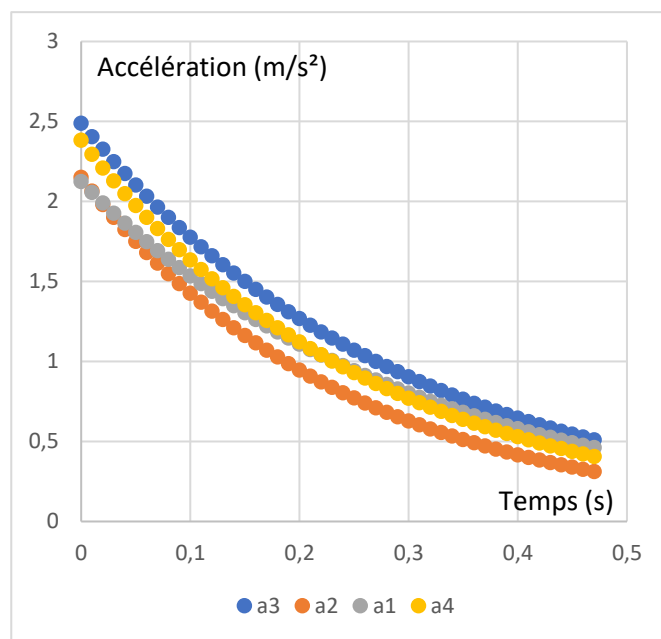


Figure 19 : accélérations de luges de masses identiques mais de surfaces différentes. Longueur de luge 19 cm – Largeur de luge : a1 : 4cm – a2 : 6cm – a3 : 8 cm – a4 : 10 cm

IV – Vers une autre façon de considérer la force de frottement sur du sable.

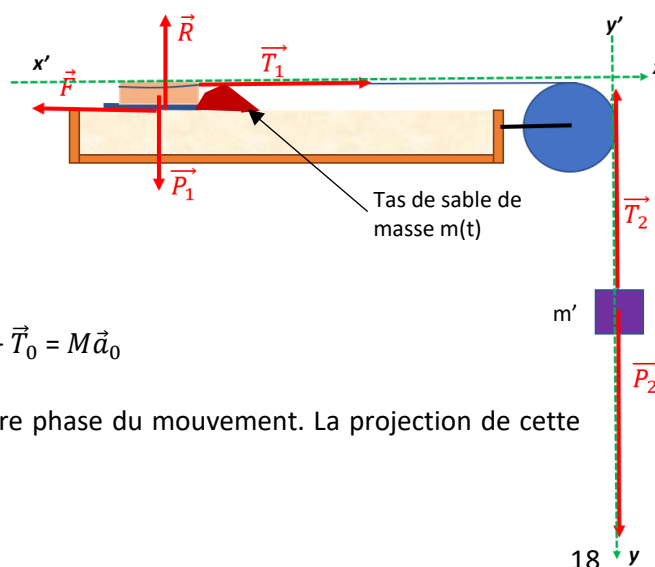
Nous avons commencé à chercher une autre façon de considérer le mouvement du mobile sur le sable : plutôt de dire que la force de frottement augmente au cours du temps, nous allons considérer que le système déplace une masse de sable. Le tas de sable en amont se comporterait alors comme une masse $m(t)$ qui alourdirait le mobile au cours du temps. Par contre, cette masse étant en amont du mobile et non sur le mobile, cela ne changerait pas la force de frottement statique. Voyons alors où cela peut nous mener :

- Durant la première phase du mouvement, il n'y a pas encore de sable en amont du mobile, la trajectoire s'apparente à une parabole. Les forces appliquées sont constantes, de même que l'accélération qui prend la valeur a_0 .

La deuxième loi de Newton appliquée au mobile de masse M s'écrit alors

$$\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{F} + \vec{T}_0 = M \vec{a}_0$$

\vec{T}_0 est la valeur de la tension du fil durant cette première phase du mouvement. La projection de cette relation sur l'axe horizontal donne alors :



Glisser sur du sable

$$-F + T_0 = Ma_0$$

- Durant la deuxième phase du mouvement, le système a une masse $M+m(t)$ du fait du sable qui s'amoncelle devant lui au cours du temps. L'accélération n'est alors plus constante, de même que la force de traction. Par contre, la masse du tas de sable étant en amont du mobile et non sur le mobile, la force de frottement reste la même que lors de la première phase dans cette nouvelle façon de décrire le mouvement du mobile. La deuxième loi de Newton donne alors en dérivant la quantité de mouvement du système et en projetant sur l'axe horizontal : **Equation (E1)**

$$(-F + T) = (M + m(t))a(t) + v(t) \frac{d(m + M)}{dt}$$

Où T est la valeur de la tension du fil lors de cette phase

Nous avons alors 2 équations comportant un certain nombre de variables à déterminer.

- Détermination de T_0 :

Durant la première phase, la deuxième loi de Newton appliquée à la masse m' qui pend au bout du fil donne, une fois projetée :

$$-T_0 + m'g = m'a_0 \quad \text{donc } T_0 = m'(g - a_0) \quad \text{et } a_0 \text{ se détermine facilement expérimentalement du fait de la modélisation par une parabole}$$

- Détermination de F :

$$-F + T_0 = Ma_0 \quad \text{donc } F = T_0 - Ma_0 = m'(g - a_0) - Ma_0$$

- Détermination de T durant la deuxième phase : Application de la deuxième loi de Newton à la masse m' :

$$-T + m'g = m'a \quad \text{donc : } T = m'(g - a)$$

L'équation (E1) devient alors, avec tout cela :

$$-F + m'(g - a) = (M + m(t))a + v \frac{dm}{dt}$$

$$(-F + m'g) - m' \frac{dv}{dt} = (M + m(t)) \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}$$

Comme $(-F+m'g)$ est constant, on peut noter cette constante C , et on obtient alors l'équation différentielle suivante :

$$(M + m' + m(t)) \frac{dv}{dt} + v(t) \frac{dm}{dt} = C$$

Il s'agit maintenant de résoudre cette équation différentielle pour décrire le mouvement du système, c'est-à-dire l'évolution de la vitesse du système au cours du temps.

Pour cela, il faudrait évaluer l'évolution de la masse de sable déplacée par le mobile au cours du temps. Nous réfléchissons alors à une façon de parvenir à faire cela.

Une autre façon d'exploiter cette équation différentielle serait au contraire de se servir de la connaissance de la vitesse expérimentale pour chercher à déterminer la masse de sable déplacée par le mobile au cours du temps.

Conclusion :

Durant ce projet, nous avons pu en savoir davantage sur la force de frottement exercée par le sable sur une plaque de plexiglas aussi bien lorsque celle-ci est statique, que lorsqu'elle est en mouvement. Pour cela, il a fallu concevoir des dispositifs expérimentaux et trouver des moyens convenables pour obtenir des mesures fiables. Différents outils ont alors été utilisés : vidéos, moteur, accéléromètre du téléphone... Une fois les résultats obtenus, nous avons mené différentes démarches pour les exploiter, ce qui nous a permis d'obtenir plusieurs réponses à nos questions. Certains résultats soulèvent encore des questions, et d'autres nous ont particulièrement plu. En particulier lorsque nous avons commencé à modéliser la force de frottement par une force de frottement fluide, et qu'en parallèle, on observait le sable s'écouler. Ce parallèle est d'ailleurs étonnant car on se doute que la physique qui se cache derrière un vrai frottement fluide, et la modélisation par un frottement fluide dans le cas des grains de sable, n'est pas la même. Nous l'avons d'ailleurs souligné, cette modélisation, comme tout modèle, comporte des limites.

Il y a encore sûrement beaucoup à dire sur le sujet. En effet, nous avons cherché les meilleures conditions pour glisser sur du sable. Mais le sable est aussi utilisé dans les couloirs de sécurité d'autoroutes qui présentent des pentes fortes. Il existe ainsi des voies de détresse qui sont de véritables grands bacs à sable qui peuvent freiner des poids lourds sur quelques dizaines de mètres seulement ! Et le sable peut aussi être versé au niveau des rails pour aider un train à démarrer... et à le stopper !

Alors... du sable pour glisser ou pour freiner ?

ANNEXES

Un fichier en annexe est disponible en suivant le lien : https://drive.google.com/open?id=1v12-9yc0jXhCU6T_o9yQLucGMGy-ZMnf

Il détaille le circuit électrique ainsi que les programmes permettant de faire avancer le mobile à vitesse constante.

Vous trouverez ainsi le circuit électrique réalisé, intégrant la carte Arduino, le programme permettant de récupérer les données issues du capteur de force, le programme permettant de piloter la vitesse du moteur, ainsi qu'un programme qui permet d'avoir une interface pratique qui permet de communiquer rapidement avec le moteur.