Taller # 8: Interpolación polinomial

Elaborado por Denis Perez / Heyzel Moncada

14 de Febrero del 2020

Pregunta 1.a

¿Por que al usar nodos igualmente espaciados, el error de interpolación aumenta en los extremos del intervalo. Use el Teorema del error de interpolación para justificar su respuesta.

Códigos

Los códigos que respaldan la justificación de esta pregunta son **ejercicio1**$_m ain.py$

Sabemos que una cota superior para el **Teorema del error de interpolación** viene dada por

$$|f(x) - p(x)| \leq \frac{1}{4(n+1)} M h^{n+1}$$

En donde h representa el espaciado de los nodos x_i, es decir, $h = \prod_{i=0}^{n}(x - x_i)$,y M es una cota la funcion $f(x)$ de acá podemos concluir que si h es un valor constante entonces a mayor n, Mh^{n+1} sera una valor muy grande que generara muchos errores, sobre todo en los extremos del intervalo.

Pregunta 1.b

¿Por qué al usar nodos repartidos de forma aleatoria se observa que la interpolación mejora cuando se tienen más nodos en los extremos del intervalo de interpolación?

Como ya se menciono en el apartado anterior, el espaciado equis-distante genera errores magnificados en los extremos del intervalo, como estipula el **Teorema del error de interpolación**. Al elegir nodos espaciados de manera aleatoria, la probabilidad de maximizar el error disminuye, mas aun, si colocamos los nodos mas cerca de los bordes del intervalo, el polinomio interpolante tendrá que menos espacio para poder fluctuar, lo cual hace que los errores sean mas pequeños.

Pregunta 2.a

¿Qué condición deben cumplir los y_i con $i = 0, 1, \ldots n$, para que sea posible hallar q_n?

La única condición a cumplir para los puntos y_i es que estos sean diferentes entre si.

Pregunta 2.b

Describa una solución, usando interpolación numérica, que calcule una aproximación a la raız cúbica de un número dado a.

La solución planteada fue la siguiente, se consiguieron los puntos x_i y y_i usando la función $f(x) = x^3 + \alpha$, siendo α un valor dado.Posteriormente se quiere encontrar $P_n^{-1}(x)$ tal que se cumpla la condición de $f(x) = 0 \Leftrightarrow P_n^{-1}(0)$. Teniendo esto se procedió a cambiar los puntos x_i por sus imágenes en la función, es decir, se genero una tabla de valores de la forma

$$f(x_i)|x_i$$

Luego, se genero el polinomio de interpolación con los puntos de la tabla anterior y para aproximar la raíz de α se evaluó $P_n^{-1}(0)$

Pregunta 2.c

Implemente su idea del ıtem anterior en una rutina con el siguiente encabezado function [r]=raiz3(α), donde r es la aproximación a la raíz cubica de α.

Códigos

Los códigos que respaldan la justificación de esta pregunta son **inverse_interpolation.py**

El código presenta una estructura muy sencilla, básicamente, se realiza el polinomio interpolante respetando lo dicho en el apartado anterior y luego se verifica si realmente es una aproximación realizando la resta de la función con el α dado.