Учреждение образования «Белорусский государственный технологический университет»

Факультет информационных технологий

Кафедра информационных систем и технологий

Лабораторная работа №6

Транспортная задача

Вариант 2

Выполнил

студент 2 курса 4 группы

Велесевич Д.В.

Минск 2018

**Цель работы:** Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **потребители**  **Поставщики** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **запасы** |
| **1** | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 170 |
| **2** | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 115 |
| **3** | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 152 |
| **4** | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 161 |
| **5** | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 102 |
| **Потребности** | 145 | 109 | 133 | 195 | 97 | 165 |  |

**Потребности** = 844 **Запасы** = 700

Так как сумма потребностей не равна сумме запасов, следовательно, задача является открытой. А решение открытой задачи сводится к решению закрытой. Для этого необходимо, в нашем случаи, добавить фиктивного поставщика с запасом товаров 144 (700-844). Тарифы перевозок, соответствующие фиктивному поставщику Ci,j полагаем = 0. В результате суммарная стоимость перевозок не изменяется.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 170 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 115 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 152 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 102 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| Потребности | 145 | 109 | 133 | 195 | 97 | 165 |  |

Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую, и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел ai, или bj. Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя. Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены. Искомый элемент равен c22=2. Для этого элемента запасы равны 115, потребности 109. Поскольку минимальным является 113, то вычитаем его.

x22 = min(115,109) = 109.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 170 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 6 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 152 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 102 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| Потребности | 145 | 0 | 133 | 195 | 97 | 165 |  |

Искомый элемент равен c54=2. Для этого элемента запасы равны 102, потребности 195. Поскольку минимальным является 102, то вычитаем его.

x54 = min(102,195) = 102.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 170 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 6 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 152 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| Потребности | 145 | 0 | 133 | 93 | 97 | 165 |  |

Искомый элемент равен c16=3. Для этого элемента запасы равны 174, потребности 169. Поскольку минимальным является 169, то вычитаем его.

x16 = min(170,165) = 165.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 5 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 6 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 152 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| Потребности | 145 | 0 | 133 | 93 | 97 | 0 |  |

Искомый элемент равен c31=3. Для этого элемента запасы равны 152, потребности 145. Поскольку минимальным является 145, то вычитаем его.

x31 = min(152,145) = 145.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 5 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 6 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 7 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| Потребности | 0 | 0 | 133 | 93 | 97 | 0 |  |

Искомый элемент равен c35=4. Для этого элемента запасы равны 7, потребности 97. Поскольку минимальным является 7, то вычитаем его.

x35 = min(7,97) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 5 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 6 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 0 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| Потребности | 0 | 0 | 133 | 93 | 90 | 0 |  |

Искомый элемент равен c14=5. Для этого элемента запасы равны 5, потребности 93. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.

x14 = min(5,93) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 0 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 6 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 0 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| Потребности | 0 | 0 | 133 | 88 | 90 | 0 |  |

Искомый элемент равен c44=5. Для этого элемента запасы равны 161, потребности 88. Поскольку минимальным является 88, то вычитаем его.

x44 = min(161,88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 0 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 6 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 0 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 73 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| Потребности | 0 | 0 | 133 | 0 | 90 | 0 |  |

Искомый элемент равен c25=9. Для этого элемента запасы равны 6, потребности 90. Поскольку минимальным является 6, то вычитаем его.

x25 = min(6,90) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 0 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 0 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 0 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 73 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| Потребности | 0 | 0 | 133 | 0 | 84 | 0 |  |

Искомый элемент равен c43=12. Для этого элемента запасы равны 73, потребности 133. Поскольку минимальным является 77, то вычитаем его.

x43 = min(73,133) = 73.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 0 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 0 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 0 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 0 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| Потребности | 0 | 0 | 60 | 0 | 84 | 0 |  |

Искомый элемент равен c63=0. Для этого элемента запасы равны 144, потребности 60. Поскольку минимальным является 60, то вычитаем его.

x63 = min(144,60) = 60.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 0 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 0 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 0 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 0 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 84 |
| Потребности | 0 | 0 | 0 | 0 | 84 | 0 |  |

Искомый элемент равен c65=0. Для этого элемента запасы равны 84, потребности 84. Поскольку минимальным является 88, то вычитаем его.

x65 = min(84,84) = 84.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5 | 13 | 3 | 0 |
| 2 | 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 0 |
| 3 | 3 | 7 | 13 | 10 | 4 | 13 | 0 |
| 4 | 6 | 12 | 12 | 5 | 15 | 4 | 0 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2 | 12 | 6 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Потребности | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5[5] | 13 | 3[165] | 170 |
| 2 | 12 | 2[109] | 10 | 7 | 9[6] | 15 | 115 |
| 3 | 3[145] | 7 | 13 | 10 | 4[7] | 13 | 152 |
| 4 | 6 | 12 | 12[73] | 5[88] | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2[102] | 12 | 6 | 102 |
| 6 | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[84] | 0 | 144 |
| Потребности | 145 | 109 | 133 | 195 | 97 | 165 |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 11, а должно быть m + n - 1 = 11. Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

F(x) = 5\*5 + 3\*165 + 2\*109 + 9\*6 + 3\*145 + 4\*7 + 12\*73 + 5\*88 + 2\*102 + 0\*60 + 0\*84 = 2775

**Улучшение опорного плана**.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 5; 0 + v4 = 5; v4 = 5

u4 + v4 = 5; 5 + u4 = 5; u4 = 0

u4 + v3 = 12; 0 + v3 = 12; v3 = 12

u6 + v3 = 0; 12 + u6 = 0; u6 = -12

u6 + v5 = 0; -12 + v5 = 0; v5 = 12

u2 + v5 = 9; 12 + u2 = 9; u2 = -3

u2 + v2 = 2; -3 + v2 = 2; v2 = 5

u3 + v5 = 4; 12 + u3 = 4; u3 = -8

u3 + v1 = 3; -8 + v1 = 3; v1 = 11

u5 + v4 = 2; 5 + u5 = 2; u5 = -3

u1 + v6 = 3; 0 + v6 = 7; v6 = 3

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;2): 0 + 5 > 4; ∆12 = 0 + 5 - 4 = 1

(1;3): 0 + 12 > 8; ∆13 = 0 + 12 - 8 = 4

(4;1): 0 + 11 > 6; ∆41 = 0 + 11 - 6 = 5

(5;1): -3 + 11 > 5; ∆51 = -3 + 11 - 5 = 3

max(1,4,5,3) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 10  
Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5[5] | 13 | 3[165] | 170 |
| 2 | 12 | 2[109] | 10 | 7 | 9[6] | 15 | 115 |
| 3 | 3[145]- | 7 | 13 | 10 | 4[7]+ | 13 | 152 |
| 4 | 6+ | 12 | 12[73]- | 5[88] | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2[102] | 12 | 6 | 102 |
| 6 | 0 | 0 | 0[60]+ | 0 | 0[84]- | 0 | 144 |
| Потребности | 145 | 109 | 133 | 195 | 97 | 165 |  |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 73. Прибавляем 73 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 73 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5[5] | 13 | 3[165] | 170 |
| 2 | 12 | 2[109] | 10 | 7 | 9[6] | 15 | 115 |
| 3 | 3[72]- | 7 | 13 | 10 | 4[80]+ | 13 | 152 |
| 4 | 6[73]+ | 12 | 12- | 5[88] | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2[102] | 12 | 6 | 102 |
| 6 | 0 | 0 | 0[133]+ | 0 | 0[11]- | 0 | 144 |
| Потребности | 145 | 109 | 133 | 195 | 97 | 165 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 9; 0 + v4 = 9; v4 = 9  
u4 + v4 = 9; 9 + u4 = 9; u4 = 0  
u4 + v1 = 10; 0 + v1 = 10; v1 = 10  
u3 + v1 = 7; 10 + u3 = 7; u3 = -3  
u3 + v5 = 8; -3 + v5 = 8; v5 = 11  
u2 + v5 = 13; 11 + u2 = 13; u2 = 2  
u2 + v2 = 6; 2 + v2 = 6; v2 = 4  
u6 + v5 = 0; 11 + u6 = 0; u6 = -11  
u6 + v3 = 0; -11 + v3 = 0; v3 = 11  
u5 + v4 = 6; 9 + u5 = 6; u5 = -3  
u1 + v6 = 7; 0 + v6 = 7; v6 = 7

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5[5] | 13 | 3[165] | 170 |
| 2 | 12 | 2[109] | 10 | 7 | 9[6] | 15 | 115 |
| 3 | 3[72]- | 7 | 13 | 10 | 4[80]+ | 13 | 152 |
| 4 | 6[73]+ | 12 | 12- | 5[88] | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2[102] | 12 | 6 | 102 |
| 6 | 0 | 0 | 0[133]+ | 0 | 0[11]- | 0 | 144 |
| Потребности | 145 | 109 | 133 | 195 | 97 | 165 |  |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят:

F(x) = 5\*5 + 3\*165 + 2\*109 + 9\*6 + 3\*72 + 4\*80 + 6\*73 + 5\*88 + 2\*102 + 0\*133 + 0\*11 = 2446

**Анализ оптимального плана**.

Из 1-го склада необходимо груз направить в 4-й магазин (5), в 6-й магазин (169).

Из 2-го склада необходимо груз направить в 2-й магазин (113), в 5-й магазин (6).

Из 3-го склада необходимо груз направить в 1-й магазин (72), в 5-й магазин (84).

Из 4-го склада необходимо груз направить в 1-й магазин (77), в 4-й магазин (88).

Из 5-го склада необходимо весь груз направить в 4-й магазин.

Потребность 3-го магазина остается неудовлетворенной на 137 ед.

Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x63=0.

Потребность 5-го магазина остается неудовлетворенной на 11 ед.

Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x65=0.

**Цель работы:** В данной лабораторной работе были приобретены навыков решения открытой транспортной задачи.