# Нелинейные фильтры и нелинейная фильтрация

1. **Байесовская фильтрация изображений [1].**

Ее применение позволяет, по крайней мере теоретически, создавать как линейные, так и нелинейные алгоритмы фильтрации. Кроме того, этот принцип помогает выяснить, при каких условиях линейные процедуры фильтрации приводят к наивысшему качеству обработки и, следовательно, являются абсолютно оптимальными.

Отметим, однако, с самого начала основные недостатки байесовской фильтрации изображений. Первый является общим для байесовских методов вообще и заключается в очень высоких требованиях к объему и характеру данных, содержащихся в математических моделях сигналов и помех, удовлетворить которым на практике удается далеко не всегда. Второй связан со спецификой изображений как двумерных сигналов, что приводит к колоссальным вычислительным трудностям при попытке прямого использования этого подхода.

Сущность байесовской фильтрации:

Полагаем, что на входе фильтра действует сигнал



где  и  - полезный сигнал и помеха,  - функция, описывающая их взаимодействие. При байесовском методе считается, что сигнал и помеха - случайные процессы с известными законами распределения вероятностей. Пусть *X* - вектор, элементы которого - все  отсчетов, образующих кадр изображения, а -их совместное распределение. Примем для простоты, что помеха и сигнал независимы, а распределение вектора помехи *N* равно . Воспользовавшись формулой Байеса, запишем *апостериорное распределение вероятностей* (АРВ) :

 (1)

куда входит распределение  наблюдаемых данных и условное распределение  - называемое функцией правдоподобия. Смысл выражения (1) заключается в том, что оно дает возможность вычислить в устройстве обработки распределение вероятностей полезного сигнала,

располагая входными данными *Y* и опираясь на вероятностную модель как самого полезного сигнала, так и наблюдаемых данных. АРВ является аккумулятором всех доступных сведений о полезном сигнале, которые содержатся в *Y*, а (1) указывает способ извлечения этих сведений.

Оперировать векторными величинами, входящими в (1), практически невозможно из-за громадной размерности векторов *X* и *Y*. Задачей байесовского фильтра является вычисление распределения вероятностей , которое можно представить себе в данном случае в виде таблицы. Явная нереальность этой задачи заставляет искать такие методы описания сигналов, которые приводили бы к резкому, качественному ее упрощению. В данном направлении предпринимаются усилия, разрабатываются различные подходы, но, к сожалению, универсальных эффективных методов двумерной байесовской обработки изображений, основанных на использовании всех данных *Y*, в настоящее время не найдено.

Отмеченная сложность байесовских процедур свойственна и фильтрации одномерных сигналов. Вместе с тем, в области одномерной фильтрации были получены блестящие решения проблемы, основанные на использовании марковских моделей сигналов и помех.

1. **Итерациооные методы восстановления изображения [1].**

Итерационными методами называют способы решения задач, в которых, выбирая некоторое начальное приближенное решение, вычисляют следующие, более точные приближения, используя предыдущие.

Итерационные алгоритмы могут быть легко преобразованы в нелинейные путем введения нелинейных ограничений для восстанавливаемого изображения. Ограничения формулируются на основе априорных данных о форме или структуре объектов на исходном изображении. К априорным данным относятся такие свойства изображения, как неотрицательность яркости, ее верхний и нижний пределы, минимальная мощность сигнала, ограниченная пространственная и спектральная протяженность и. т.п.

Даже учет такого простейшего ограничения как верхний и нижний пределы значений яркости приводит к значительному улучшению качества восстановления, т.к. среди всех возможных решений выбирается то, которое не имеет сильных осциляций яркости. Итерационный алгоритм, с ограничением имеет вид

 (2)

где ℑ{⋅} оператор ограничения.

Например, если используется оператор ограничения на неотрицательность , то из (2) следует,

что в тех областях, где яркость оценки  − меньше нуля, изменение оценки не происходит.

Особенно эффективен этот алгоритм при восстановлении изображений с распределением яркости, близким к бинарному.

1. **Полиномиальные фильтр, характерезуемый дискретным функциональным рядом Вольтерра [2].**

В общем случае цифровой полиномиальный фильтр размерности *r* и порядка *M* определяется конечным дискретным рядом Вольтерра (функциональным полиномом) вида

, (3)

здесь суммирование по векторынм аргументам  распростроняется на некоторорую опорную область, представляющую собой *r*-мерную решетку вида

;

 - многомерные импульсные характеристики (ядра) фильтра, зависящие от векторных аргументов .

Фильтры вида (3) часто называются также фильтрами (процессорами) Вольтерра. Выходной сигнал  таких фильтров представляет собой сумму составляющих, характеризующих нелинейности различного порядка, причем составляющая  фильтра, определяемая сверткой *m*-го порядка, является нелинейной относительно отсчетов входного сигнала, оставаясь линейной по отношению к коэффициентам фильтра. Полиномиальные фильтры имеют ряд полезных аналогий с многомерными линейными фильтрами и являются их естественными обощением. В задачах обработки изображений используются двумерные фильтры Вольтерра .

1. **Медианная фильтрация [3]**

Метод очень прост, не требует настройки (является непараметрическим) и поэтому получил широкое распространение. Медианный фильтр реализуется как процедура локальной обработки скользящим окном различной формы, которое включает некоторое нечетное число отсчетов изображения (обозначим количество отсчетов в скользящем окне через *N*).

Процедура обработки заключается в том, что для каждого положения окна попавшие в него отсчеты упорядочиваются по возрастанию (или убыванию) значений – строится так называемые *вариационный ряд* значений. Средний отсчет в этом упорядоченном списке называется *медианой* рассматриваемой группы из *N* отсчетов, для него существует  отсчетов, меньших или равных ему по величине и столько же больших или равных. Эта медиана заменяет центральный отсчет в окне для обработанного сигнала.

В результате применения медианного фильтра наклонные участки и резкие перепады значений яркости но изображениях не изменяются, это очень полезное свойство именно для изображений, но которых, как известно, много контуров (ступенчатых границ функции яркости). Чем больше окно, тем более крупные детали будут стираться.

Очевидно, метод медианной фильтрации является эвристическим. Он предполагает использование интерактивных систем обработки изображений, когда пользователь осуществляет экспериментальный подбор окна и текущий контроль за результатами обработки. Теоретическому анализу медианные фильтры почти не поддаются.

При равной среднеквадратичной погрешности восстановления изображение, обработанное медианным фильтром визуально воспринимается лучше, чем изображение, отфильтрованное линейными методами, так как в данном случае сохраняются контуры и границы обрластей.

1. **Адаптивные фильтры [3]**

Широко используются *адаптивные фильтры* с конечной импульсной характеристикой; термин «адаптивный» означает то, что коэффициенты импульсной характеристики фильтра изменяются в соответствии со структурой обрабатываемого изображения. В общем случае большинство адаптивных фильтров реализуют локальную обработку вид

,

где коэффициенты фильтра  зависят от значений функции яркости изображения в «скользящем окне»  с центром в точке , *H* – нормализующий коэффициент фильтра.

1. **Ранговая обработка изображений [3]**

Также как медианные фильтры и многие другие известные нам процедуры обработки изображений, ранговые фильтры реализуют обработку «скользящим окном»:

,

где  - оператор преобразования отсчетов взодного сигнала ,

*D* – «окно» определенное относительно начала координат.

Принцип действия ранговой обработки заключается в том, что для каждого положения окна (то есть для фиксированных значений ) строится и анализируется вариационный ряд, по отсчетам, попадающим в окно.

Вариационным рядом совокупности из *N* чисел  называется последовательность , в которой эти числа упорядочены по неубыванию: . Конкретное значение индекса *r* (порядковый номер числа  в вариационном ряду) называется рангом, а само это число *r* – порядковой статистикой.

Итак, для ранговых алгоритмов нелинейный оператор преобразования  строится через вариационный ряд отсчетов в окне *D*:

,

где  - вариационный ряд для положения окна с центром в точке , при котором формируется выходное значение , *N* – число отсчетов в окне *D*.

1. **Пороговая фильтрация [4]**

Задается, например, следующим образом:

B(x, y) =



Величина *p* является порогом фильтрации. Если величина центральной точки фильтра превышает среднее значение отсчетов mN в ее М-окрестности на величину порога, то она заменяется средним значением. Значение порога может быть как константой, так и функционально зависимым от величины центральной точки.

1. **Фильтры экстремумов [4]**

Определяются по правилам:

Bmin(x, y) = min {M(x, y)},

Bmax(x, y) = max {M(x, y)},

т.е. результат фильтрации есть минимальное и максимальное значения пикселей в маске фильтра. Применяются такие фильтры, как правило, для бинарных изображений.

# Список литературы

1. Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учебное пособие для студентов V курса РЭФ (специальности «Радиотехника» и «Средства связи с подвижными объектами») / И.С. Грузман, В.С. Киричук, В.П. Косых, Г.И. Перетягин, А.А. Спектор – Новосибирск: 2000. – 168 с.
2. Щербаков М.А. ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД ОПТИМАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ // Известия ВУЗов. Поволжский регион. Технические науки. 2011. №4. С.43-56.
3. Теоретические основы цифровой обработки изображений/В.А. Сойфер, В.В. Сергеев, С.Б. Попов, В.В. Мясников – САМАРА 2000.- 256 с.
4. Давыдов А.В. Цифровая обработка сигналов: Тема 17. ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ / Электрон. текстовые данные – УГГУ – Режим доступа: http://prodav.exponenta.ru/dsp/index.html, свободный.