

# Grafuri Euleriene

Stroie Andreea Denisa

January 2020

# 1 Introducere

Un graf este eulerian atunci când având un nod de început, traversăm fiecare muchie exact o dată, întorcându-ne la același nod inițial. Vom particulariza acum în funcție de tipul grafului, și anume:

## 1.1 Grafuri euleriene neorientate

Un ciclu eulerian într-un graf neorientat este un ciclu care parcurge fiecare muchie exact o dată.

Un graf neorientat are un ciclu eulerian dacă și numai dacă graful este conectat, iar fiecare nod are un grad par (gradul unui nod este determinat de muchiile care sunt adiacente nodului respectiv). Dacă un astfel de ciclu există, graful este numit eulerian sau unicursal.

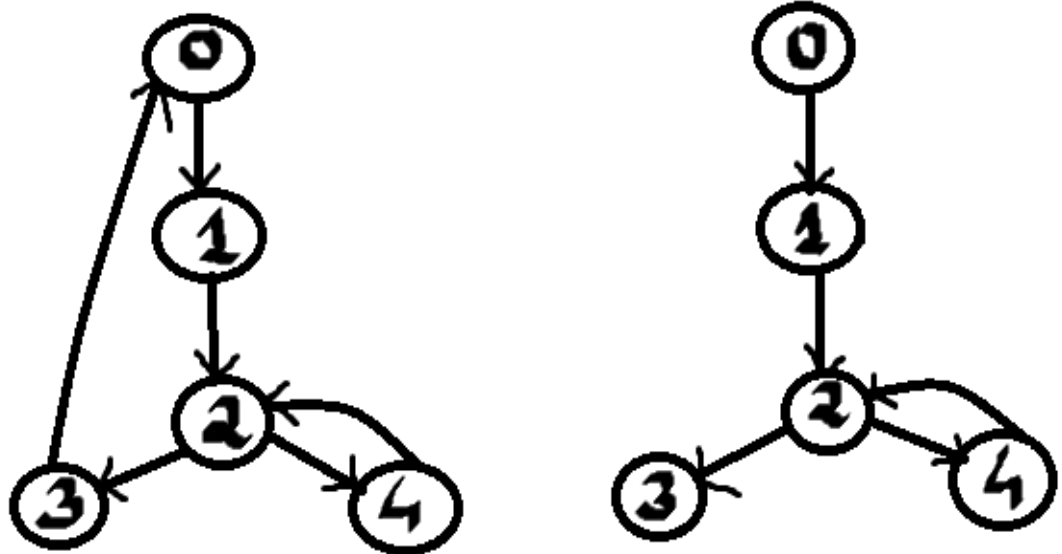
Un drum eulerian sau lant eulerian este un drum care traversează fiecare muchie exact o dată.

Un graf nedirecționat are un drum eulerian dacă și numai dacă graful este conectat și toate nodurile, cu excepția a 2 noduri, au grad par. Unul din cele 2 noduri cu grad impar trebuie să fie nodul inițial/ de start, și celălalt trebuie să fie ultimul nod parcurs. Dacă un astfel de drum există graful se numește semi-eulerian sau traversabil. Algoritmul are complexitatea  $O(V + E)$ .

## 1.2 Grafuri euleriene direcționate

Un graf orientat are un ciclu eulerian dacă și numai dacă fiecare nod are gradul interior și gradul exterior egal, și toate nodurile cu grad nenul aparțin unei singure componente tari conexe.

Un graf orientat are un drum eulerian dacă și numai dacă cel mult un nod are gradul exterior  $\neq$  gradul interior  $= 1$ , iar celelalte noduri au toate gradul exterior și gradul interior egale, iar toate nodurile cu grad nenul aparțin unei singure componente conexe a grafului neorientat de bază. Algoritmul are complexitatea  $O(V + E)$ .



In partea stanga avem un graf directionat care are un ciclu eulerian, iar in dreapta avem un graf directionat care are un drum eulerian. Daca graful era neorientat aveam un graf cu un ciclu eulerian in stanga, iar in dreapta un graf cu un drum eulerian.

## 2 Algoritmi

### 2.1 Graf eulerian directionat

### 2.2 Descrierea in pseudocod a functiilor implementate

```
bool isStronglyConnected(graph[TotalNoduri][TotalNoduri])
```

1. Pentru nod = 0, ToateNodurile, pas 1 executa
2.     visited[nod] = false
3.     traverse(u, visited)
4. Sfarsit Pentru
5. Pentru nod = 0, ToateNodurile, pas 1 executa
6.     Daca visited[u] = false atunci
7.         returneaza fals
8.     Sfarsit Daca
9. Sfarsit Pentru
10. returneaza adevarat

```
bool isEulerCircuit(graph[TotalNoduri][TotalNoduri])
```

1.     Daca isStronglyConnected(TotalNoduri)[TotalNoduri] = fals atunci
2.         returneaza fals
3.     Sfarsit Daca

```

4.   Pentru contor= 0, TotalNoduri, pas 1 executa
5.       sum = 0
6.   Pentru contor2 = 0, TotalNoduri, pas 1 executa
7.       Daca graph[contor2][contor] = 1 atunci
8.           inward[contor] = inward[contor] + 1
9.           sum = sum + 1
10.      Sfarsit Daca
11.      Sfarsit Pentru
12.      outward[contor] = sum
13.      Sfarsit Pentru
14.      Daca inward = outward atunci
15.          returneaza adevarat
16.      altfel
17.          returneaza fals
18.      Sfarsit Daca

```

### 2.3 Graf eulerian nedirectionat

### 2.4 Descrierea in pseudocod a functiilor implementate

```

bool Graph::IsConnected()
1.   Pentru nod = 0, ToateNodurile, pas 1 executa
2.       visited[nod] = fals
3.   Sfarsit Pentru
4.   Pentru nod = 0, ToateNodurile, pas 1 executa
5.       DFS(nod)
6.   Sfarsit Pentru
4.   Pentru nod = 0, ToateNodurile, pas 1 executa
5.       Daca visited[u] = false atunci
6.           returneaza fals
7.       Sfarsit Daca
8.   Sfarsit Pentru
9.   returneaza adevarat

void Graph::IsEulerian()
1.   Daca isConnected() = fals
2.       scrie "Graful nedirectionat nu este conectat"
3.       iesire
4.   Sfarsit Daca
5   Pentru nod = 0, ToateNodurile, pas 1 executa
6.       Daca adj[nod].size() mod 2 dif 0 atunci
7.           flag = false
8.       Daca nod = 0 sau nod = TotalNoduri - 1 atunci
9.           odd = odd + 1
10.      Sfarsit Daca
11.      Sfarsit Daca

```

12.     Daca  $\text{flag} = \text{false}$  si  $\text{odd} = 2$  atunci
13.         scrie "Graful nedirectionat are un drum eulerian"
14.         altfel
15.         scrie "Graful nedirectionat are un ciclu eulerian"
16.     Sfarsit Daca