

Фамилия, имя, номер группы:

.....

**Вопрос 1.** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \leq 0, \end{cases}$$

где  $\theta > 0$ . Чему равна дисперсия эффективной оценки неизвестного параметра  $\theta$ ?

☐ A  $\frac{n}{\theta^2}$

☐ C  $\frac{\theta^2}{n}$

☐ E  $\theta(1 - \theta)$

☐ B  $\theta^2$

☐ D  $\theta$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 2.** Р-значение теста и мощность теста

☐ A Не связаны никаким строгим соотношением

☐ D Дают в сумме 1

☐ B Р-значение всегда меньше мощности

☐ E Р-значение всегда больше мощности

☐ C Равны

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 3.** Случайная выборка состоит из одного наблюдения  $X_1$ , которое имеет плотность распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x e^{-x/\sqrt{\theta}} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \leq 0, \end{cases}$$

где  $\theta > 0$ . Чему равна оценка неизвестного параметра  $\theta$ , найденная с помощью метода максимального правдоподобия?

☐ A  $\sum_{i=1}^n X_i/n$

☐ C  $(\sum_{i=1}^n X_i/2n)^2$

☐ E  $\sum_{i=1}^n \sqrt{X_i}/n$

☐ B  $\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i/2n}$

☐ D  $\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i/n}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4.** Дана выборка 100 наблюдений из стандартного нормального распределения. Дисперсия выборочного среднего равняется

☐ A 1/100

☐ C 1

☐ E 1/12

☐ B 1/2

☐ D 1/10

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5.** Величина  $X$  принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Андрей Николаевич хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. При верной  $H_0$  критерий согласия Колмогорова имеет распределение

- ☐ A  $\mathcal{N}(0; 1)$ 
☐ C  $\chi^2_3$ 
☐ E  $\chi^2_1$   
☐ B  $\chi^2_2$ 
☐ D  $\chi^2_{99}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 6.** Какое приближенно распределение имеет оценка максимального правдоподобия  $\hat{\theta}$  для параметра  $\theta$ , найденная по ста наблюдениям случайной выборки, если известно, что параметр  $\theta = 3$ , а информация Фишера о параметре  $\theta$ , заключенная в ста наблюдениях случайной выборки  $I_{100}(\theta) = 500$ ?

- ☐ A  $\mathcal{N}(3, 1/500)$ 
☐ C  $\mathcal{N}(3, 1/\sqrt{5})$ 
☐ E  $\mathcal{N}(3, 1/5)$   
☐ B  $\mathcal{N}(3, 5)$ 
☐ D  $\mathcal{N}(3, 1/\sqrt{500})$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 7.** Случайные величины  $X$  и  $Y$  имеют совместное нормальное распределение, а  $x \in [1, 2]$  — константа. При любом  $x$  верно неравенство

- ☐ A  $E(Y|X = x) \leq E(Y)$ 
☐ C  $\text{Var}(Y|X = x) \leq \text{Var}(Y)$ 
☐ E  $\text{Var}(Y|X = x) \geq \text{Var}(Y)$   
☐ B  $E(Y|X = x) \geq E(Y)$ 
☐ D  $\text{Corr}(X, Y) \neq 0$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8.** Дана реализация выборки: -1, 1, 0, 2. Выборочный начальный момент второго порядка равен

- ☐ A 0
 ☐ C 1.5
 ☐ E 1  
☐ B 1.2
 ☐ D 0.5
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9.** Случайная выборка состоит из одного наблюдения  $X_1$ , которое имеет плотность распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x e^{-x/\sqrt{\theta}} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \leq 0, \end{cases}$$

где  $\theta > 0$ . Чему равна оценка неизвестного параметра  $\theta$ , найденная с помощью метода максимального правдоподобия?

- ☐ A  $X_1^2$ 
☐ C  $\ln^2 X_1$ 
☐ E  $1/\ln^2 X_1$   
☐ B  $X_1^2/4$ 
☐ D  $X_1^2/2$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10.** Дана выборка объема  $n$  из стандартного нормального распределения. Математическое ожидание выборочного среднего равняется

- ☐ A 0
 ☐ C  $1/4$ 
☐ E  $1/2$   
☐ B 1
 ☐ D  $-1$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11.** Рассмотрим хи-квадрат случайную величину с  $n$  степенями свободы. Укажите множество всех возможных значений, принимаемых данной случайной величиной с ненулевой вероятностью:

☐  $[0, n]$

☐  $\{0, 1, \dots, n\}$

☐  $[0, n^2]$

☐  $(0, \infty)$

☐  $\left\{x \in R : \sum_{i=1}^n x^2 = 1\right\}$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 12.** Имеется случайная выборка размера 50 из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используется статистика, имеющая распределение

☐  $t_{n-1}$

☐  $t_{n-2}$

☐  $N(0, 1)$

☐  $F_{49,50}$

☐  $\chi_{49}^2$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 13.** Рассмотрим алгоритм Метрополиса-Гастингса для получения выборки параметра с апостериорной плотностью пропорциональной  $t^3$ . Предлагаемый переход из  $a$  в  $b$  задаётся правилом,  $b = a + Z$ , где  $Z \sim \mathcal{N}(0; 4)$ . Вероятность одобрения перехода из точки 0.3 в точку 0.5 равна

☐ 0.5

☐ 0.216

☐ 1

☐ 0.8

☐ 0.6

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 14.** У Маши две монетки: медная и серебряная. Маша подкинула каждую монетку 100 раз. Затем с помощью метода максимального правдоподобия Маша трижды оценила вероятность выпадения орла. Отдельно для каждой монетки и предполагая равенство вероятностей орла у монеток. Значения функции правдоподобия равны  $\ell_{copper} = -300$ ,  $\ell_{silver} = -200$  и  $\ell_{common} = -510$ .

$LR$  статистика, проверяющая гипотезу о равенстве вероятностей выпадения орла для двух монеток, равна

☐ 500

☐ 10

☐ 1010

☐ 20

☐ 5

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 15.** Какое приближенно распределение имеет оценка максимального правдоподобия  $\hat{\theta}^3$  для параметра  $\theta^3$ , найденная по ста наблюдениям случайной выборки, если известно, что параметр  $\theta = 3$ , а информация Фишера о параметре  $\theta$ , заключенная в ста наблюдениях случайной выборки  $I_{100}(\theta) = 500$ ?

☐  $\mathcal{N}(27, 729/500)$ ,

☐  $\mathcal{N}(3, 1/5)$ ,

☐  $\mathcal{N}(3, 1/\sqrt{5})$ ,

☐  $\mathcal{N}(3, 5)$ ,

☐  $\mathcal{N}(27, 500/729)$ ,

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 16.** Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравятся студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При расчётах Вася получил Р-значение равное 0.0038. Это означает, что гипотеза

- ☐ A не отвергается на любом возможном уровне значимости
- ☐ B отвергается на уровне значимости 5%, но не отвергается на 1%
- ☐ C отвергается на уровне значимости 1%, но не отвергается на 5%
- ☐ D отвергается на уровне значимости 1%
- ☐ E отвергается на любом возможном уровне значимости
- ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17.** При построении доверительного интервала для разности долей при больших выборках размеров  $m$  и  $n$  используется распределение

- ☐ A  $t_{m+n-2}$
- ☐ B  $t_{m+n}$
- ☐ C  $F_{m-1, n-1}$
- ☐ D  $N(0; 1)$
- ☐ E  $F_{n, m}$
- ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 18.** По 100 наблюдениям за нормально распределенной случайной величиной с известной дисперсией, Вася проверял гипотезу  $H_0 : \mu = 10$  при альтернативной гипотезе  $H_1 : \mu > 10$ . По данным оказалось, что выборочное среднее  $\bar{X} = 12$ . Вася рассчитал тестовую статистику и Р-значение. После этого Вася решил попробовать изменить альтернативную гипотезу на  $H_1 : \mu \neq 10$ . Р-значение при этом:

- ☐ A Упало вдвое
- ☐ B Выросло вдвое
- ☐ C Не изменилось
- ☐ D Выросло, насколько - неизвестно
- ☐ E Упало, насколько - неизвестно
- ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 19.** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta^3} & \text{при } x \in [0; \theta], \\ 0 & \text{при } x \notin [0; \theta], \end{cases}$$

где  $\theta > 0$ . Используя начальный момент 2-го порядка, при помощи метода моментов найдите оценку неизвестного параметра  $\theta$ .

- ☐ A  $\frac{4}{3}\bar{X}$
- ☐ B  $\frac{3}{4}\bar{X}$
- ☐ C  $\sqrt{\frac{3n}{5} \sum_{i=1}^n X_i^2}$
- ☐ D  $\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2}$
- ☐ E  $\sqrt{\frac{5}{3n} \sum_{i=1}^n X_i^2}$
- ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 20.** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — случайная выборка и  $\ell(\theta)$  — её логарифмическая функция правдоподобия. Тестируется гипотеза  $H_0 : \theta = 1$ . Известно, что  $\max_{\theta} \ell(\theta) = -3$ , а  $\ell(1) = -6$ . Чему равно значение статистики отношения правдоподобия?

- ☐ A 0
- ☐ B 6
- ☐ C 3
- ☐ D -3
- ☐ E -6
- ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21.** Если априорная плотность пропорциональна  $\exp(-3a)$ , апостериорная плотность параметра  $a$  пропорциональна  $\exp(-a)$ , то логарифм функции правдоподобия имеет вид

- |   |   |  |
|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> $A$ $-4a + \text{const}$ | <input type="checkbox"/> $C$ $-3a + \text{const}$ | <input type="checkbox"/> $E$ $2a + \text{const}$ |
| <input type="checkbox"/> $B$ $-a + \text{const}$  | <input type="checkbox"/> $D$ $4a + \text{const}$  | <input type="checkbox"/> $F$ Нет верного ответа. |

**Вопрос 22.** Оценка  $\hat{\theta}_n$  называется несмещённой оценкой параметра  $\theta$ , если

- |   |  |   |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> $A$ $\text{Var}(\hat{\theta}_n) = (\theta)^2/n$                        | <input type="checkbox"/> $C$ $E(\hat{\theta}_n) = \theta$  | <input type="checkbox"/> $E$ $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq E((\tilde{\theta} - \theta)^2)$ для всех $\tilde{\theta} \in K$ |
| <input type="checkbox"/> $B$ $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$ при $n \rightarrow \infty$ | <input type="checkbox"/> $D$ $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ | <input type="checkbox"/> $F$ Нет верного ответа.  |

**Вопрос 23.** Дана выборка объёма  $n$  из равномерного на отрезке  $[0, 2]$  распределения. Эмпирическая (выборочная) функция распределения в точке  $x = 1.5$  стремится по вероятности при  $n \rightarrow \infty$  к

- |                                   |                                |  |
|-----------------------------------|--------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> $A$ 0.25 | <input type="checkbox"/> $C$ 0 | <input type="checkbox"/> $E$ 0.75                |
| <input type="checkbox"/> $B$ 0.5  | <input type="checkbox"/> $D$ 1 | <input type="checkbox"/> $F$ Нет верного ответа. |

**Вопрос 24.** Нормальные случайные величины  $X \sim \mathcal{N}(2, 5)$  и  $Y \sim \mathcal{N}(5, 2)$  имеют совместное нормальное распределение. Они независимы, если:

- |   |  |  |
|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> $A$ $\text{Corr}(X, Y) = -1$ | <input type="checkbox"/> $C$ $\text{Var}(XY) = \text{Cov}(X, Y)$ | <input type="checkbox"/> $E$ $\mathbb{P}(X > Y) = \mathbb{P}(Y > X)$ |
| <input type="checkbox"/> $B$ $E(XY) = 10$             | <input type="checkbox"/> $D$ $\text{Corr}(X, Y) = 1$             | <input type="checkbox"/> $F$ Нет верного ответа.                     |

**Вопрос 25.** При построении доверительного интервала для отношения дисперсий в двух выборках размером в 25 и 16 наблюдений было получено значение тестовой статистики 5. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 3, то другая оценка дисперсии может быть равна

- |                                 |                                  |  |
|---------------------------------|----------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> $A$ 41 | <input type="checkbox"/> $C$ 0.6 | <input type="checkbox"/> $E$ 30                  |
| <input type="checkbox"/> $B$ 80 | <input type="checkbox"/> $D$ 0.8 | <input type="checkbox"/> $F$ Нет верного ответа. |

**Вопрос 26.** Монетку подбросили 100 раз, 60 раз выпал орёл. Значение тестовой статистики при проверке гипотезы  $H_0 : p = 0.5$  может быть равно

☐ A 0.6☐ C 0.5☐ E 2☐ B 0.4☐ D 0.2☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 27.** Величина  $X$  принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Карл хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. При верной  $H_0$  критерий Пирсона имеет распределение

☐ A  $\chi^2_2$ ☐ C  $\chi^2_{99}$ ☐ E  $\chi^2_1$ ☐ B  $\chi^2_3$ ☐ D  $\mathcal{N}(0; 1)$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28.** Пусть  $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$  и  $Y \sim \chi^2(4)$  — независимые стандартная нормальная и хи-квадрат с четырьмя степенями свободы случайные величины соответственно. Вероятность  $\mathbb{P}(X^2 > Y)$  равна

☐ A 0.791☐ C 0.592☐ E 0.643☐ B 0.322☐ D 0.679☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 29.** Какое приближенно распределение имеет оценка максимального правдоподобия  $\hat{\theta}^3$  для параметра  $\theta^3$ , найденная по ста наблюдениям случайной выборки, если известно, что параметр  $\theta = 2$ , а информация Фишера о параметре  $\theta$ , заключенная в одном наблюдении случайной выборки  $I_1(\theta) = 9$ ?

☐ A  $\mathcal{N}(8, 4/25)$ ☐ C  $\mathcal{N}(2, 1/3)$ ☐ E  $\mathcal{N}(8, 25/4)$ ☐ B  $\mathcal{N}(2, 9)$ ☐ D  $\mathcal{N}(2, 1/9)$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 30.** Каждый из трёх толстяков, независимо друг от друга, за день съедает количество пищи, являющееся хи-квадрат случайной величиной с тремя степенями свободы. Какой суммарный объем съеденного тремя толстяками за день будет превышен с вероятностью 0.05?

☐ A 7.81☐ C 3.32☐ E 21.66☐ B 0.35☐ D 16.92☐ F Нет верного ответа.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

**Вопрос 1.** Пусть  $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$  и  $Y \sim \chi^2(4)$  — независимые стандартная нормальная и хи-квадрат с четырьмя степенями свободы случайные величины соответственно. Вероятность  $\mathbb{P}(X^2 > Y)$  равна

☐ A 0.592

☐ C 0.679

☐ E 0.643

☐ B 0.791

☐ D 0.322

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 2.** Нормальные случайные величины  $X \sim \mathcal{N}(2, 5)$  и  $Y \sim \mathcal{N}(5, 2)$  имеют совместное нормальное распределение. Они независимы, если:

☐ A  $E(XY) = 10$

☐ C  $\text{Corr}(X, Y) = 1$

☐ E  $\mathbb{P}(X > Y) = \mathbb{P}(Y > X)$

☐ B  $\text{Corr}(X, Y) = -1$

☐ D  $\text{Var}(XY) = \text{Cov}(X, Y)$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 3.** Какое приближенно распределение имеет оценка максимального правдоподобия  $\hat{\theta}^3$  для параметра  $\theta^3$ , найденная по ста наблюдениям случайной выборки, если известно, что параметр  $\theta = 2$ , а информация Фишера о параметре  $\theta$ , заключенная в одном наблюдении случайной выборки  $I_1(\theta) = 9$ ?

☐ A  $\mathcal{N}(2, 9)$

☐ C  $\mathcal{N}(8, 25/4)$

☐ E  $\mathcal{N}(2, 1/9)$

☐ B  $\mathcal{N}(8, 4/25)$

☐ D  $\mathcal{N}(2, 1/3)$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4.** Случайные величины  $X$  и  $Y$  имеют совместное нормальное распределение, а  $x \in [1, 2]$  — константа. При любом  $x$  верно неравенство

☐ A  $E(Y|X = x) \geq E(Y)$

☐ C  $\text{Corr}(X, Y) \neq 0$

☐ E  $\text{Var}(Y|X = x) \leq \text{Var}(Y)$

☐ B  $E(Y|X = x) \leq E(Y)$

☐ D  $\text{Var}(Y|X = x) \geq \text{Var}(Y)$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5.** Р-значение теста и мощность теста

☐ A Равны

☐ D Р-значение всегда меньше мощности

☐ B Не связаны никаким строгим соотношением

☐ E Дают в сумме 1

☐ C Р-значение всегда больше мощности

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 6.** При построении доверительного интервала для отношения дисперсий в двух выборках размером в 25 и 16 наблюдений было получено значение тестовой статистики 5. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 3, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☐ A 41                      ☐ C 0.8                      ☐ E 0.6  
☐ B 80                      ☐ D 30                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 7.** Величина  $X$  принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Карл хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. При верной  $H_0$  критерий Пирсона имеет распределение

- ☐ A  $\chi_{99}^2$                       ☐ C  $\chi_1^2$                       ☐ E  $\mathcal{N}(0; 1)$   
☐ B  $\chi_3^2$                       ☐ D  $\chi_2^2$                       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8.** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta^3} & \text{при } x \in [0; \theta], \\ 0 & \text{при } x \notin [0; \theta], \end{cases}$$

где  $\theta > 0$ . Используя начальный момент 2-го порядка, при помощи метода моментов найдите оценку неизвестного параметра  $\theta$ .

- ☐ A  $\frac{4}{3}\bar{X}$                       ☐ C  $\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2}$                       ☐ E  $\sqrt{\frac{5}{3n} \sum_{i=1}^n X_i^2}$   
☐ B  $\frac{3}{4}\bar{X}$                       ☐ D  $\sqrt{\frac{3n}{5} \sum_{i=1}^n X_i^2}$                       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9.** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \leq 0, \end{cases}$$

где  $\theta > 0$ . Чему равна дисперсия эффективной оценки неизвестного параметра  $\theta$ ?

- ☐ A  $\frac{\theta^2}{n}$                       ☐ C  $\theta$                       ☐ E  $\theta^2$   
☐ B  $\theta(1 - \theta)$                       ☐ D  $\frac{n}{\theta^2}$                       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10.** По 100 наблюдениям за нормально распределенной случайной величиной с известной дисперсией, Вася проверял гипотезу  $H_0 : \mu = 10$  при альтернативной гипотезе  $H_1 : \mu > 10$ . По данным оказалось, что выборочное среднее  $\bar{X} = 12$ . Вася рассчитал тестовую статистику и Р-значение. После этого Вася решил попробовать изменить альтернативную гипотезу на  $H_1 : \mu \neq 10$ . Р-значение при этом:

- ☐ A Выросло вдвое                      ☐ C Выросло, насколько - неизвестно                      ☐ E Не изменилось  
☐ B Упало, насколько - неизвестно                      ☐ D Упало вдвое                      ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 11.** Какое приближенно распределение имеет оценка максимального правдоподобия  $\hat{\theta}^3$  для параметра  $\theta^3$ , найденная по ста наблюдениям случайной выборки, если известно, что параметр  $\theta = 3$ , а информация Фишера о параметре  $\theta$ , заключенная в ста наблюдениях случайной выборки  $I_{100}(\theta) = 500$ ?

☐ A  $\mathcal{N}(27, 729/500)$ ,

☐ C  $\mathcal{N}(27, 500/729)$ ,

☐ E  $\mathcal{N}(3, 1/5)$ ,

☐ B  $\mathcal{N}(3, 5)$ ,

☐ D  $\mathcal{N}(3, 1/\sqrt{5})$ ,

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12.** Случайная выборка состоит из одного наблюдения  $X_1$ , которое имеет плотность распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x e^{-x/\sqrt{\theta}} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \leq 0, \end{cases}$$

где  $\theta > 0$ . Чему равна оценка неизвестного параметра  $\theta$ , найденная с помощью метода максимального правдоподобия?

☐ A  $X_1^2$

☐ C  $\ln^2 X_1$

☐ E  $1/\ln^2 X_1$

☐ B  $X_1^2/4$

☐ D  $X_1^2/2$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 13.** Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравятся студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При расчётах Вася получил Р-значение равное 0.0038. Это означает, что гипотеза

☐ A отвергается на уровне значимости 1%, но не отвергается на 5%

☐ C не отвергается на любом возможном уровне значимости

☐ E отвергается на уровне значимости 5%, но не отвергается на 1%

☐ B отвергается на уровне значимости 1%

☐ D отвергается на любом возможном уровне значимости

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 14.** Дана реализация выборки: -1, 1, 0, 2. Выборочный начальный момент второго порядка равен

☐ A 1

☐ C 1.2

☐ E 1.5

☐ B 0.5

☐ D 0

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 15.** Имеется случайная выборка размера 50 из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используется статистика, имеющая распределение

☐ A  $t_{n-2}$

☐ C  $F_{49,50}$

☐ E  $N(0, 1)$

☐ B  $t_{n-1}$

☐ D  $\chi_{49}^2$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 16.** Дана выборка 100 наблюдений из стандартного нормального распределения. Дисперсия выборочного среднего равняется

☐ A  $1/2$

☐ C  $1/12$

☐ E  $1/10$

☐ B  $1/100$

☐ D  $1$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17.** Оценка  $\hat{\theta}_n$  называется несмещённой оценкой параметра  $\theta$ , если

☐ A  $Var(\hat{\theta}_n) = (\theta)^2/n$

☐ C  $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$  при  $n \rightarrow \infty$

☐ E  $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq E((\tilde{\theta} - \theta)^2)$  для всех  $\tilde{\theta} \in K$

☐ B  $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$

☐ D  $E(\hat{\theta}_n) = \theta$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 18.** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — случайная выборка и  $\ell(\theta)$  — её логарифмическая функция правдоподобия. Тестируется гипотеза  $H_0 : \theta = 1$ . Известно, что  $\max_{\theta} \ell(\theta) = -3$ , а  $\ell(1) = -6$ . Чему равно значение статистики отношения правдоподобия?

☐ A  $3$

☐ C  $-3$

☐ E  $-6$

☐ B  $6$

☐ D  $0$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 19.** Монетку подбросили 100 раз, 60 раз выпал орёл. Значение тестовой статистики при проверке гипотезы  $H_0 : p = 0.5$  может быть равно

☐ A  $0.2$

☐ C  $2$

☐ E  $0.6$

☐ B  $0.5$

☐ D  $0.4$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 20.** Рассмотрим алгоритм Метрополиса-Гастингса для получения выборки параметра с апостериорной плотностью пропорциональной  $t^3$ . Предлагаемый переход из  $a$  в  $b$  задаётся правилом,  $b = a + Z$ , где  $Z \sim \mathcal{N}(0; 4)$ . Вероятность одобрения перехода из точки 0.3 в точку 0.5 равна

☐ A  $0.6$

☐ C  $1$

☐ E  $0.8$

☐ B  $0.216$

☐ D  $0.5$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21.** Дана выборка объёма  $n$  из стандартного нормального распределения. Математическое ожидание выборочного среднего равняется

- |                              |                                  |  |
|------------------------------|----------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 0 | <input type="checkbox"/> C $1/2$ | <input type="checkbox"/> E $-1$                |
| <input type="checkbox"/> B 1 | <input type="checkbox"/> D $1/4$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 22.** Если априорная плотность пропорциональна  $\exp(-3a)$ , апостериорная плотность параметра  $a$  пропорциональна  $\exp(-a)$ , то логарифм функции правдоподобия имеет вид

- |   |  |   |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> A $-3a + \text{const}$ | <input type="checkbox"/> C $-a + \text{const}$ | <input type="checkbox"/> E $-4a + \text{const}$ |
| <input type="checkbox"/> B $2a + \text{const}$  | <input type="checkbox"/> D $4a + \text{const}$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа.  |

**Вопрос 23.** Какое приближенно распределение имеет оценка максимального правдоподобия  $\hat{\theta}$  для параметра  $\theta$ , найденная по  $n$  наблюдениям случайной выборки, если известно, что параметр  $\theta = 3$ , а информация Фишера о параметре  $\theta$ , заключенная в  $n$  наблюдениях случайной выборки  $I_{100}(\theta) = 500$ ?

- |   |   |  |
|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> A $\mathcal{N}(3, 1/500)$        | <input type="checkbox"/> C $\mathcal{N}(3, 1/5)$        | <input type="checkbox"/> E $\mathcal{N}(3, 5)$ |
| <input type="checkbox"/> B $\mathcal{N}(3, 1/\sqrt{500})$ | <input type="checkbox"/> D $\mathcal{N}(3, 1/\sqrt{5})$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 24.** При построении доверительного интервала для разности долей при больших выборках размеров  $m$  и  $n$  используется распределение

- |  |  |  |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> A $t_{m+n-2}$ | <input type="checkbox"/> C $t_{m+n}$     | <input type="checkbox"/> E $F_{n,m}$           |
| <input type="checkbox"/> B $N(0; 1)$   | <input type="checkbox"/> D $F_{m-1,n-1}$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 25.** Рассмотрим хи-квадрат случайную величину с  $n$  степенями свободы. Укажите множество всех возможных значений, принимаемых данной случайной величиной с ненулевой вероятностью:

- |                                       |   |  |
|---------------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> A $[0, n^2]$ | <input type="checkbox"/> C $(0, \infty)$        | <input type="checkbox"/> E $\left\{x \in R : \sum_{i=1}^n x^2 = 1\right\}$ |
| <input type="checkbox"/> B $[0, n]$   | <input type="checkbox"/> D $\{0, 1, \dots, n\}$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа.                             |

**Вопрос 26.** Случайная выборка состоит из одного наблюдения  $X_1$ , которое имеет плотность распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x e^{-x/\sqrt{\theta}} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \leq 0, \end{cases}$$

где  $\theta > 0$ . Чему равна оценка неизвестного параметра  $\theta$ , найденная с помощью метода максимального правдоподобия?

- |  |  |   |
|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> A $\sum_{i=1}^n \sqrt{X_i}/n$ | <input type="checkbox"/> C $\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i/n}$ | <input type="checkbox"/> E $\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i/2n}$ |
| <input type="checkbox"/> B $(\sum_{i=1}^n X_i/2n)^2$   | <input type="checkbox"/> D $\sum_{i=1}^n X_i/n$        | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа.          |

**Вопрос 27.** Каждый из трёх толстяков, независимо друг от друга, за день съедает количество пищи, являющееся хи-квадрат случайной величиной с тремя степенями свободы. Какой суммарный объем съеденного тремя толстяками за день будет превышен с вероятностью 0.05?

- |                                  |                                  |  |
|----------------------------------|----------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.35  | <input type="checkbox"/> C 3.32  | <input type="checkbox"/> E 7.81                |
| <input type="checkbox"/> B 16.92 | <input type="checkbox"/> D 21.66 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 28.** Дана выборка объёма  $n$  из равномерного на отрезке  $[0,2]$  распределения. Эмпирическая (выборочная) функция распределения в точке  $x = 1.5$  стремится по вероятности при  $n \rightarrow \infty$  к

- |                                |                                 |  |
|--------------------------------|---------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 1   | <input type="checkbox"/> C 0.75 | <input type="checkbox"/> E 0                   |
| <input type="checkbox"/> B 0.5 | <input type="checkbox"/> D 0.25 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 29.** У Маши две монетки: медная и серебряная. Маша подкинула каждую монетку 100 раз. Затем с помощью метода максимального правдоподобия Маша трижды оценила вероятность выпадения орла. Отдельно для каждой монетки и предполагая равенство вероятностей орла у монеток. Значения функции правдоподобия равны  $\ell_{copper} = -300$ ,  $\ell_{silver} = -200$  и  $\ell_{common} = -510$ .

$LR$  статистика, проверяющая гипотезу о равенстве вероятностей выпадения орла для двух монеток, равна

- |                                 |                                |  |
|---------------------------------|--------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 1010 | <input type="checkbox"/> C 10  | <input type="checkbox"/> E 5                   |
| <input type="checkbox"/> B 20   | <input type="checkbox"/> D 500 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 30.** Величина  $X$  принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Андрей Николаевич хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. При верной  $H_0$  критерий согласия Колмогорова имеет распределение

- |  |                                       |  |
|--|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A $\mathcal{N}(0; 1)$ | <input type="checkbox"/> C $\chi_3^2$ | <input type="checkbox"/> E $\chi_{99}^2$       |
| <input type="checkbox"/> B $\chi_1^2$          | <input type="checkbox"/> D $\chi_2^2$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |