Обозначения

Обозначение	Интерпретация в теории вероятностей	Интерпретация в теории множеств
Ω	Пространство элементарных событий (множество возможных исходов случайного эксперимента)	Универсальное множество
$\omega \in \Omega$	Элементарное событие (исход вероятностного эксперимента)	Элемент множества Ω
$A \subseteq \Omega$	Случайное событие	Подмножество множества Ω

Обозначения

Обозначение	Интерпретация в теории вероятностей	Интерпретация в теории множеств
$A \cup B$	Событие, состоящее в том, что произошло по крайней мере одно из событий *A* или *B*	Объединение множеств *A* и *B*
$A \cap B$	Событие, состоящее в том, что произошли оба события *A* и *B*	Пересечение множеств *A* и *B*
$A \backslash B$	Событие, состоящее в том, что произошло *A*, но не произошло *B*	Разность множеств *A* и *B*

Обозначения

Обозначение	Интерпретация в теории вероятностей	Интерпретация в теории множеств
$\bar{A} = A^c = \Omega \backslash A$	Событие, состоящее в том, что не произошло событие *A*	Дополнение к множеству *A*
$\emptyset$	Невозможное событие	Пустое множество
$A \cap B = \emptyset$	События *A* и *B* несовместны, т.е. не могут произойти одновременно	Множества *A* и *B* не пересекаются

Дискретное вероятностное пространство

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots\}$$

$\mathscr{F}$ – совокупность всех подмножеств Ω

(замкнута относительно: объединения $\cup$, пересечения $\cap$, дополнения – *σ-алгебра событий*)

P – вероятность $(p_i = p(\omega_i) \geq 0, \quad p_1 + p_2 + \ldots = 1)$

$$(\Omega, \mathscr{F}, \mathrm{P})$$

дискретное вероятностное пространство

σ-алгебра событий

Множество $\mathscr{F}$, элементами которого являются подмножества Ω называется *σ-алгеброй событий*, если

1. $\Omega \in \mathscr{F}$

содержит достоверное событие

2. Если $A \in \mathscr{F}$, то $\bar{A} \in \mathscr{F}$

вместе с любым событием содержит противоположное=замкнута относительно дополнения

3. Если $A_1, A_2, \ldots \in \mathscr{F}$, то $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \in \mathscr{F}$

замкнута относительно счётного объединения

Теорема сложения

для двух событий

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B),$$

$$\text{если } A \cap B = \varnothing, \quad \text{то} \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

формула включения/исключения для k событий

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k) = P(A_1) + \ldots + P(A_k) -$$

$$-\sum_{i<j} P(A_i \cap A_j) + \sum_{i<j<m} P(A_i \cap A_j \cap A_m) -$$

$$\ldots + (-1)^{k-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k)$$

Условная вероятность

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0$$

Теорема умножения

для двух событий

$$P(A \cap B) = P(A \mid B)P(B) = P(B \mid A)P(A), \quad \text{если } P(A) > 0,\ P(B) > 0$$

для k событий

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1) \ldots P(A_k \mid A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{k-1}),$$
$$\text{если } P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k) > 0$$

Независимость двух событий (попарная)

События *A* и *B* называются ***независимыми***, если

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Независимость в совокупности

События $A_1, A_2, \ldots A_k$ называются ***независимыми в совокупности*** если для любого $1 \le s \le k$ и любой последовательности индексов $i_1, \ldots, i_s$ имеет место равенство

$$P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \ldots \cap A_{i_s}) = P(A_{i_1}) \ldots P(A_{i_s})$$

Формула полной вероятности

Пусть дана полная группа несовместных событий $H_1, H_2, \ldots$

$(т.е. \quad H_i \cap H_j = \varnothing \text{ при } i \neq j \quad и \quad H_1 \cup H_2 \cup \ldots = \Omega)$

Тогда вероятность любого события *A* может быть вычислена по формуле

$$P(A) = \sum_i P(A \mid H_i) P(H_i)$$

Формула Байеса

Пусть $H_1, H_2, \ldots$ полная группа несовместных событий

$$(т.е.\quad H_i \cap H_j = \varnothing \; при \; i \neq j \quad и \quad H_1 \cup H_2 \cup \ldots = \Omega)$$

Тогда для любого события *A*, такого что $P(A) > 0$,
условная вероятность того, что имело место событие H_s ,
если в результате эксперимента наблюдалось событие *A*,
может быть вычислена по формуле

$$\underbrace{P(H_s \mid A)}_{\textit{апостериорная вероятность}} = \frac{P(A \mid H_s)P(H_s)}{\sum_i P(A \mid H_i)P(H_i)}$$