Поехали :)

Теория вероятностей! 2019-09-27

Личные данные

Фамилия:

Имя:

Подпись:

Проверено

Идентификационный номер

0	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	0
1	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	1
2	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	2
3	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	3
4	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	4
5	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	5
6	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	6
7	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	7
8	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	8
9	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	9

В этом блоке не нужно ничего менять.

Перемешивание: 0 0

Тип: 030

Код экзамена: 19092700778

Отмечайте ответы аккуратно крестиком: ☒ Не отмечено: ☐ или ■

Этот лист будет сканироваться. Не сгибайте и не пачкайте лист. Используйте синюю или чёрную ручку. Засчитываюця только корректно расположенные крестики!

Ответы 1 - 15

	а	б	ц	д	е
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐	☐
11	☐	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐	☐
13	☐	☐	☐	☐	☐
14	☐	☐	☐	☐	☐
15	☐	☐	☐	☐	☐
	а	б	ц	д	е

Ответы 16 - 30

	а	б	ц	д	е
16	☐	☐	☐	☐	☐
17	☐	☐	☐	☐	☐
18	☐	☐	☐	☐	☐
19	☐	☐	☐	☐	☐
20	☐	☐	☐	☐	☐
21	☐	☐	☐	☐	☐
22	☐	☐	☐	☐	☐
23	☐	☐	☐	☐	☐
24	☐	☐	☐	☐	☐
25	☐	☐	☐	☐	☐
26	☐	☐	☐	☐	☐
27	☐	☐	☐	☐	☐
28	☐	☐	☐	☐	☐
29	☐	☐	☐	☐	☐
30	☐	☐	☐	☐	☐
	а	б	ц	д	е

1. Пусть X_1, ..., X_n — случайная выборка из распределения Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Известно, что оценка максимального правдоподобия параметра λ равна $\bar{X}$. Чему равна оценка максимального правдоподобия для $1/\lambda$?

   (а) $\ln \bar{X}$
   (б) $\bar{X}/n$
   (ц) $1/\bar{X}$
   (д) $\bar{X}$
   (е) $e^{\bar{X}}$

2. Имееця случайная выборка размера 50 из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используеця статистика, имеющая распределение

   (а) χ^2_{49}
   (б) t_{n-2}
   (ц) $F_{49,50}$
   (д) $N(0, 1)$
   (е) t_{n-1}

3. Случайная выборка состоит из одного наблюдения X_1, которое имеет плотность распределения

$$f(x;\,\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^2} x e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \le 0, \end{cases}$$

   где $\theta > 0$. Чему равна оценка неизвестного параметра θ, найденная с помощью метода максимального правдоподобия?

   (а) X_1
   (б) $\ln X_1$
   (ц) $X_1/2$
   (д) $\frac{X_1}{\ln X_1}$
   (е) $1/\ln X_1$

4. Последовательность оценок $\hat{\theta}_n$ называеця состоятельной для параметра θ, если

   (а) $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$ при $n \to \infty$
   (б) $\text{Var}(\hat{\theta}_n) = (\theta)^2/n$
   (ц) $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$
   (д) $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \to 0$ при $n \to \infty$
   (е) $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \le \mathbb{E}((\tilde{\theta} - \theta)^2)$ для всех $\tilde{\theta} \in K$

5. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Карл хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. Значение критерия согласия Пирсона равно

   (а) 4
   (б) 7
   (ц) 6
   (д) 5
   (е) 8

6. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — случайная выборка из распределения Бернулли с параметром $p \in (0;1)$. Чему равна информация Фишера о параметре p, заключенная в двух наблюдениях случайной выборки?

   (а) $\frac{2}{p(1-p)}$

   (б) $2p$

   (ц) $2p(1-p)$

   (д) $\frac{2}{p}$

   (е) $2(1-p)$

7. Нормальные случайные величины $X \sim \mathcal{N}(2,5)$ и $Y \sim \mathcal{N}(5,2)$ имеют совместное нормальное распределение. Они независимы, если:

   (а) $\mathrm{Corr}(X,Y) = -1$

   (б) $\mathrm{Var}(XY) = \mathrm{Cov}(X,Y)$

   (ц) $\mathbb{E}(XY) = 10$

   (д) $\mathbb{P}(X > Y) = \mathbb{P}(Y > X)$

   (е) $\mathrm{Corr}(X,Y) = 1$

8. Математическое ожидание оценки дисперсии $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ для выборки из распределения Пуассона с $\lambda = 3$, равняеця

   (а) 1

   (б) $9/n$

   (ц) 3

   (д) $3/n$

   (е) 9

9. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2} & \text{при } x \in [0;\theta], \\ 0 & \text{при } x \notin [0;\theta], \end{cases}$$

   где $\theta > 0$. Используя начальный момент 2-го порядка, при помощи метода моментов найдите оценку неизвестного параметра θ.

   (а) $\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2}$

   (б) $\sqrt{\frac{2}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2}$

   (ц) $\frac{3}{2}\bar{X}$

   (д) $\sqrt{\frac{n}{2}\sum_{i=1}^n X_i^2}$

   (е) $\frac{2}{3}\bar{X}$

10. Даны выборки объёма n из равномерного на отрезке $[0,1]$ распределения. Выборочный начальный момент второго порядка стремиця по вероятности при $n \to \infty$ к

   (а) $1/3$

   (б) 1

   (ц) $1/4$

   (д) $1/2$

   (е) $1/12$

11. Каждый из трёх толстяков, независимо друг от друга, за день съедает количество пищи, являющееся хи-квадрат случайной величиной с тремя степенями свободы. Какой суммарный объем съеденного тремя толстяками за день будет превышен с вероятностью 0.05?

    (а) 0.35
    (б) 16.92
    (ц) 3.32
    (д) 7.81
    (е) 21.66

12. Случайные величины X и Y распределены нормально с неизвестным математическим ожиданием и неизвестной дисперсией. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбираеця 20 наблюдений случайной величины X и 30 наблюдений случайной величины Y. Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

    (а) $F_{20,30}$
    (б) t_{48}
    (ц) χ^2_{48}
    (д) $F_{29,19}$
    (е) χ^2_{49}

13. Если функция правдоподобия пропорциональна $a^2(1-a)^6$, априорная плотность пропорциональна $\exp(-a)$, то апостериорная плотность параметра a пропорциональна

    (а) $0.5a^2(1-a)^6 + 0.5\exp(-a)$
    (б) $\frac{\exp(-a)}{a^2(1-a)^6}$
    (ц) $\frac{a^2(1-a)^6}{\exp(-a)}$
    (д) $0.5a^2(1-a)^6 + 0.5\exp(a)$
    (е) $\frac{a^2(1-a)^6}{\exp(a)}$

14. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Андрей Николаевич хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. Значение критерия согласия Колмогорова равно

    (а) 2/5
    (б) 2/15
    (ц) 3/4
    (д) 1/4
    (е) 3/5

15. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — случайная выборка и $\ell(\theta)$ — её логарифмическая функция правдоподобия. Тестируеця гипотеза $H_0 : \theta = 1$. Известно, что $\max_\theta \ell(\theta) = -10$, а $\ell(1) = -20$. Чему равно значение статистики отношения правдоподобия?

    (а) 20
    (б) 0
    (ц) 10
    (д) -20
    (е) -10

16. При построении доверительного интервала для отношения дисперсий в двух выборках размером в 25 и 16 наблюдений было получено значение тестовой статистики 5. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 3, то другая оценка дисперсии может быть равна

    (а) 41
    (б) 80
    (ц) 0.8
    (д) 0.6
    (е) 30

17. Пусть $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ и $Y \sim \chi^2(4)$ — независимые стандартная нормальная и хи-квадрат с четырьмя степенями свободы случайные величины соотвецтвенно. Вероятность $\mathbb{P}(X^2 > Y)$ равна

    (а) 0.322
    (б) 0.592
    (ц) 0.679
    (д) 0.643
    (е) 0.791

18. П-значение теста и мощность теста

    (а) Равны
    (б) Не связаны никаким строгим соотношением
    (ц) П-значение всегда больше мощности
    (д) П-значение всегда меньше мощности
    (е) Дают в сумме 1

19. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Карл хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. При верной H_0 критерий Пирсона имеет распределение

    (а) χ^2_1
    (б) χ^2_3
    (ц) $\mathcal{N}(0; 1)$
    (д) χ^2_{99}
    (е) χ^2_2

20. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравяця студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При проверке этой гипотезы, тестовая статистика может иметь распределение

    (а) t_{100}
    (б) $\mathcal{N}(0, 1)$
    (ц) t_{99}
    (д) t_{98}
    (е) t_{198}

21. Рассмотрим алгоритм Метрополиса-Гастингса для получения выборки параметра с апостериорной плотностью пропорциональной t^2. Предлагаемый переход из a в b задаёця правилом, $b = a + Z$, где $Z \sim \mathcal{N}(0; 4)$. Вероятность одобрения перехода из точки 0.5 в точку 0.3 равна
    (а) 0.6
    (б) 1
    (ц) 0.5
    (д) 0.64
    (е) 0.36
22. Оценка $\hat{\theta}_n$ называеця эффективной оценкой параметра θ в классе оценок K, если
    (а) $\text{Var}(\hat{\theta}_n) = (\theta)^2/n$
    (б) $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \to 0$ при $n \to \infty$
    (ц) $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq \mathbb{E}((\tilde{\theta} - \theta)^2)$ для всех $\tilde{\theta} \in K$
    (д) $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$
    (е) $\hat{\theta}_n \xrightarrow{\mathbb{P}} \theta$ при $n \to \infty$
23. Дана реализация выборки: -1, 1, 0, 2. Эмпирическая (выборочная) функция распределения в точке $x = 0.5$ принимает значение равное
    (а) 0.25
    (б) 0
    (ц) 1
    (д) 0.8
    (е) 0.5
24. Рассмотрим хи-квадрат случайную величину с n степенями свободы. Укажите множество всех возможных значений, принимаемых данной случайной величиной с ненулевой вероятностью:
    (а) $[0, n]$
    (б) $(0, \infty)$
    (ц) $\left\{x \in R : \sum_{i=1}^{n} x^2 = 1\right\}$
    (д) $\{0, 1, \ldots, n\}$
    (е) $[0, n^2]$
25. При построении доверительного интервала для разности долей при больших выборках размеров m и n используеця распределение
    (а) $F_{m-1,n-1}$
    (б) t_{m+n}
    (ц) $N(0; 1)$
    (д) $F_{n,m}$
    (е) t_{m+n-2}
26. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравяця студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При расчётах Вася получил П-значение равное 0.0038. Это означает, что гипотеза
    (а) отвергаеця на уровне значимости 5%, но не отвергаеця на 1%
    (б) отвергаеця на уровне значимости 1%, но не отвергаеця на 5%
    (ц) не отвергаеця на любом возможном уровне значимости
    (д) отвергаеця на любом возможном уровне значимости
    (е) отвергаеця на уровне значимости 1%

27. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравяця студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При расчётах Вася получил П-значение равное 0.0038. Это означает, что гипотеза

    (а) отвергаеця на уровне значимости 1%

    (б) не отвергаеця на любом возможном уровне значимости

    (ц) отвергаеця на уровне значимости 5%, но не отвергаеця на 1%

    (д) отвергаеця на уровне значимости 1%, но не отвергаеця на 5%

    (е) отвергаеця на любом возможном уровне значимости

28. Случайные величины X и Y имеют совместное нормальное распределение, а $x \in [1, 2]$ — константа. При любом x верно неравенство

    (а) $\mathrm{Corr}(X, Y) \neq 0$

    (б) $\mathrm{Var}(Y|X = x) \geq \mathrm{Var}(Y)$

    (ц) $\mathbb{E}(Y|X = x) \geq \mathbb{E}(Y)$

    (д) $\mathbb{E}(Y|X = x) \leq \mathbb{E}(Y)$

    (е) $\mathrm{Var}(Y|X = x) \leq \mathrm{Var}(Y)$

29. Истинное значение параметра θ равно 2, в случайной выборке 100 наблюдений, а информация Фишера о параметре θ, заключенная в одном наблюдении равна $I_1(\theta) = 9$. Распределение оценки максимального правдоподобия $\hat{\theta}$ похоже на

    (а) $\mathcal{N}(2, 1/900)$

    (б) $\mathcal{N}(2, 9)$

    (ц) $\mathcal{N}(2, 1/3)$

    (д) $\mathcal{N}(2, 1/9)$

    (е) $\mathcal{N}(2, 1/30)$

30. По 100 наблюдениям за нормально распределенной случайной величиной с известной дисперсией, Вася проверял гипотезу $H_0 : \mu = 10$ при альтернативной гипотезе $H_1 : \mu > 10$. По данным оказалось, что выборочное среднее $\bar{X} = 12$. Вася рассчитал тестовую статистику и П-значение. После этого Вася решил попробовать изменить альтернативную гипотезу на $H_1 : \mu \neq 10$. П-значение при этом:

    (а) Упало вдвое

    (б) Выросло, насколько — неизвестно

    (ц) Не изменилось

    (д) Выросло вдвое

    (е) Упало, насколько — неизвестно