

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 1. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка из распределения Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Известно, что оценка максимального правдоподобия параметра λ равна \bar{X} . Чему равна оценка максимального правдоподобия для $1/\lambda$?

☐ A $\ln \bar{X}$

☐ C $1/\bar{X}$

☐ E $e^{\bar{X}}$

☐ B \bar{X}/n

☐ D \bar{X}

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 2. Имеется случайная выборка размера 50 из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используется статистика, имеющая распределение

☐ A χ_{49}^2

☐ C $F_{49,50}$

☐ E t_{n-1}

☐ B t_{n-2}

☐ D $N(0, 1)$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 3. Случайная выборка состоит из одного наблюдения X_1 , которое имеет плотность распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^2} x e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \leq 0, \end{cases}$$

где $\theta > 0$. Чему равна оценка неизвестного параметра θ , найденная с помощью метода максимального правдоподобия?

☐ A X_1

☐ C $X_1/2$

☐ E $1/\ln X_1$

☐ B $\ln X_1$

☐ D $\frac{X_1}{\ln X_1}$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 4. Последовательность оценок $\hat{\theta}_n$ называется состоятельной для параметра θ , если

☐ A $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$ при $n \rightarrow \infty$

☐ C $E(\hat{\theta}_n) = \theta$

☐ E $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq E((\tilde{\theta} - \theta)^2)$ для всех $\tilde{\theta} \in K$

☐ B $\text{Var}(\hat{\theta}_n) = (\theta)^2/n$

☐ D $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 5. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Карл хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. Значение критерия согласия Пирсона равно

- ☐ A 4 ☐ C 6 ☐ E 8
☐ B 7 ☐ D 5 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 6. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка из распределения Бернулли с параметром $p \in (0; 1)$. Чему равна информация Фишера о параметре p , заключенная в двух наблюдениях случайной выборки?

- ☐ A $\frac{2}{p(1-p)}$ ☐ C $2p(1-p)$ ☐ E $2(1-p)$
☐ B $2p$ ☐ D $\frac{2}{p}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 7. Нормальные случайные величины $X \sim \mathcal{N}(2, 5)$ и $Y \sim \mathcal{N}(5, 2)$ имеют совместное нормальное распределение. Они независимы, если:

- ☐ A $\text{Corr}(X, Y) = -1$ ☐ C $E(XY) = 10$ ☐ E $\text{Corr}(X, Y) = 1$
☐ B $\text{Var}(XY) = \text{Cov}(X, Y)$ ☐ D $\mathbb{P}(X > Y) = \mathbb{P}(Y > X)$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 8. Математическое ожидание оценки дисперсии $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ для выборки из распределения Пуассона с $\lambda = 3$, равняется

- ☐ A 1 ☐ C 3 ☐ E 9
☐ B $9/n$ ☐ D $3/n$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 9. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2} & \text{при } x \in [0; \theta], \\ 0 & \text{при } x \notin [0; \theta], \end{cases}$$

где $\theta > 0$. Используя начальный момент 2-го порядка, при помощи метода моментов найдите оценку неизвестного параметра θ .

- ☐ A $\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2}$ ☐ C $\frac{3}{2}\bar{X}$ ☐ E $\frac{2}{3}\bar{X}$
☐ B $\sqrt{\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2}$ ☐ D $\sqrt{\frac{n}{2} \sum_{i=1}^n X_i^2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 10. Даны выборки объёма n из равномерного на отрезке $[0, 1]$ распределения. Выборочный начальный момент второго порядка стремится по вероятности при $n \rightarrow \infty$ к

- ☐ A $1/3$ ☐ C $1/4$ ☐ E $1/12$
☐ B 1 ☐ D $1/2$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 11. Каждый из трёх толстяков, независимо друг от друга, за день съедает количество пищи, являющееся хи-квадрат случайной величиной с тремя степенями свободы. Какой суммарный объем съеденного тремя толстяками за день будет превышен с вероятностью 0.05?

- ☐ A 0.35 ☐ C 3.32 ☐ E 21.66
☐ B 16.92 ☐ D 7.81 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 12. Случайные величины X и Y распределены нормально с неизвестным математическим ожиданием и неизвестной дисперсией. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается 20 наблюдений случайной величины X и 30 наблюдений случайной величины Y . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

- ☐ A $F_{20,30}$ ☐ C χ^2_{48} ☐ E χ^2_{49}
☐ B t_{48} ☐ D $F_{29,19}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 13. Если функция правдоподобия пропорциональна $a^2(1-a)^6$, априорная плотность пропорциональна $\exp(-a)$, то апостериорная плотность параметра a пропорциональна

- ☐ A $0.5a^2(1-a)^6 + 0.5 \exp(-a)$ ☐ C $\frac{a^2(1-a)^6}{\exp(-a)}$ ☐ E $\frac{a^2(1-a)^6}{\exp(a)}$
☐ B $\frac{\exp(-a)}{a^2(1-a)^6}$ ☐ D $0.5a^2(1-a)^6 + 0.5 \exp(a)$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 14. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Андрей Николаевич хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. Значение критерия согласия Колмогорова равно

- ☐ A $2/5$ ☐ C $3/4$ ☐ E $3/5$
☐ B $2/15$ ☐ D $1/4$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 15. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка и $\ell(\theta)$ — её логарифмическая функция правдоподобия. Тестируется гипотеза $H_0 : \theta = 1$. Известно, что $\max_{\theta} \ell(\theta) = -10$, а $\ell(1) = -20$. Чему равно значение статистики отношения правдоподобия?

- ☐ A 20 ☐ C 10 ☐ E -10
☐ B 0 ☐ D -20 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 16. При построении доверительного интервала для отношения дисперсий в двух выборках размером в 25 и 16 наблюдений было получено значение тестовой статистики 5. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 3, то другая оценка дисперсии может быть равна

- | | | |
|-------------------------------|--------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 41 | <input type="checkbox"/> C 0.8 | <input type="checkbox"/> E 30 |
| <input type="checkbox"/> B 80 | <input type="checkbox"/> D 0.6 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 17. Пусть $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ и $Y \sim \chi^2(4)$ — независимые стандартная нормальная и хи-квадрат с четырьмя степенями свободы случайные величины соответственно. Вероятность $\mathbb{P}(X^2 > Y)$ равна

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.322 | <input type="checkbox"/> C 0.679 | <input type="checkbox"/> E 0.791 |
| <input type="checkbox"/> B 0.592 | <input type="checkbox"/> D 0.643 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 18. Р-значение теста и мощность теста

- | | | |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> A Равны | <input type="checkbox"/> C Р-значение всегда больше мощности | <input type="checkbox"/> E Дают в сумме 1 |
| <input type="checkbox"/> B Не связаны никаким строгим соотношением | <input type="checkbox"/> D Р-значение всегда меньше | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 19. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Карл хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. При верной H_0 критерий Пирсона имеет распределение

- | | | |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> A χ_1^2 | <input type="checkbox"/> C $\mathcal{N}(0; 1)$ | <input type="checkbox"/> E χ_2^2 |
| <input type="checkbox"/> B χ_3^2 | <input type="checkbox"/> D χ_{99}^2 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 20. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравятся студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При проверке этой гипотезы, тестовая статистика может иметь распределение

- | | | |
|--|-------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A t_{100} | <input type="checkbox"/> C t_{99} | <input type="checkbox"/> E t_{198} |
| <input type="checkbox"/> B $\mathcal{N}(0, 1)$ | <input type="checkbox"/> D t_{98} | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 21. Рассмотрим алгоритм Метрополиса-Гастингса для получения выборки параметра с апостериорной плотностью пропорциональной t^2 . Предлагаемый переход из a в b задаётся правилом, $b = a + Z$, где $Z \sim \mathcal{N}(0; 4)$. Вероятность одобрения перехода из точки 0.5 в точку 0.3 равна

☐ A 0.6

☐ C 0.5

☐ E 0.36

☐ B 1

☐ D 0.64

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 22. Оценка $\hat{\theta}_n$ называется эффективной оценкой параметра θ в классе оценок K , если

☐ A $\text{Var}(\hat{\theta}_n) = (\theta)^2/n$

☐ C $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq E((\tilde{\theta} - \theta)^2)$ для всех $\tilde{\theta} \in K$

☐ E $\hat{\theta}_n \xrightarrow{\mathbb{P}} \theta$ при $n \rightarrow \infty$

☐ B $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$

☐ D $E(\hat{\theta}_n) = \theta$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 23. Дана реализация выборки: -1, 1, 0, 2. Эмпирическая (выборочная) функция распределения в точке $x = 0.5$ принимает значение равное

☐ A 0.25

☐ C 1

☐ E 0.5

☐ B 0

☐ D 0.8

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 24. Рассмотрим хи-квадрат случайную величину с n степенями свободы. Укажите множество всех возможных значений, принимаемых данной случайной величиной с ненулевой вероятностью:

☐ A $[0, n]$

☐ C $\left\{x \in R : \sum_{i=1}^n x^2 = 1\right\}$

☐ E $[0, n^2]$

☐ B $(0, \infty)$

☐ D $\{0, 1, \dots, n\}$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 25. При построении доверительного интервала для разности долей при больших выборках размеров m и n используется распределение

☐ A $F_{m-1, n-1}$

☐ C $N(0; 1)$

☐ E t_{m+n-2}

☐ B t_{m+n}

☐ D $F_{n, m}$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 26. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравятся студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При расчётах Вася получил Р-значение равное 0.0038. Это означает, что гипотеза

- | | | |
|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> A отвергается на уровне значимости 5%, но не отвергается на 1% | <input type="checkbox"/> C не отвергается на любом возможном уровне значимости | <input type="checkbox"/> E отвергается на уровне значимости 1% |
| <input type="checkbox"/> B отвергается на уровне значимости 1%, но не отвергается на 5% | <input type="checkbox"/> D отвергается на любом возможном уровне значимости | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 27. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравятся студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При расчётах Вася получил Р-значение равное 0.0038. Это означает, что гипотеза

- | | | |
|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> A отвергается на уровне значимости 1% | <input type="checkbox"/> C отвергается на уровне значимости 5%, но не отвергается на 1% | <input type="checkbox"/> E отвергается на любом возможном уровне значимости |
| <input type="checkbox"/> B не отвергается на любом возможном уровне значимости | <input type="checkbox"/> D отвергается на уровне значимости 1%, но не отвергается на 5% | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 28. Случайные величины X и Y имеют совместное нормальное распределение, а $x \in [1, 2]$ — константа. При любом x верно неравенство

- | | | |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> A $\text{Corr}(X, Y) \neq 0$ | <input type="checkbox"/> C $E(Y X = x) \geq E(Y)$ | <input type="checkbox"/> E $\text{Var}(Y X = x) \leq \text{Var}(Y)$ |
| <input type="checkbox"/> B $\text{Var}(Y X = x) \geq \text{Var}(Y)$ | <input type="checkbox"/> D $E(Y X = x) \leq E(Y)$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 29. Истинное значение параметра θ равно 2, в случайной выборке 100 наблюдений, а информация Фишера о параметре θ , заключенная в одном наблюдении равна $I_1(\theta) = 9$. Распределение оценки максимального правдоподобия $\hat{\theta}$ похоже на

- | | | |
|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> A $\mathcal{N}(2, 1/900)$ | <input type="checkbox"/> C $\mathcal{N}(2, 1/3)$ | <input type="checkbox"/> E $\mathcal{N}(2, 1/30)$ |
| <input type="checkbox"/> B $\mathcal{N}(2, 9)$ | <input type="checkbox"/> D $\mathcal{N}(2, 1/9)$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 30. По 100 наблюдениям за нормально распределенной случайной величиной с известной дисперсией, Вася проверял гипотезу $H_0 : \mu = 10$ при альтернативной гипотезе $H_1 : \mu > 10$. По данным оказалось, что выборочное среднее $\bar{X} = 12$. Вася рассчитал тестовую статистику и Р-значение. После этого Вася решил попробовать изменить альтернативную гипотезу на $H_1 : \mu \neq 10$. Р-значение при этом:

- | | | |
|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> A Упало вдвое | <input type="checkbox"/> C Не изменилось | <input type="checkbox"/> E Упало, насколько — неизвестно |
| <input type="checkbox"/> B Выросло, насколько — неизвестно | <input type="checkbox"/> D Выросло вдвое | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 1. Случайные величины X и Y имеют совместное нормальное распределение, а $x \in [1, 2]$ — константа. При любом x верно неравенство

- ☐ A $E(Y|X = x) \geq E(Y)$
☐ C $E(Y|X = x) \leq E(Y)$
☐ E $\text{Var}(Y|X = x) \leq \text{Var}(Y)$
☐ B $\text{Corr}(X, Y) \neq 0$
☐ D $\text{Var}(Y|X = x) \geq \text{Var}(Y)$
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 2. Рассмотрим хи-квадрат случайную величину с n степенями свободы. Укажите множество всех возможных значений, принимаемых данной случайной величиной с ненулевой вероятностью:

- ☐ A $(0, \infty)$
☐ C $\{0, 1, \dots, n\}$
☐ E $[0, n^2]$
☐ B $[0, n]$
☐ D $\left\{x \in R : \sum_{i=1}^n x^2 = 1\right\}$
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 3. Истинное значение параметра θ равно 2, в случайной выборке 100 наблюдений, а информация Фишера о параметре θ , заключенная в одном наблюдении равна $I_1(\theta) = 9$. Распределение оценки максимального правдоподобия $\hat{\theta}$ похоже на

- ☐ A $\mathcal{N}(2, 9)$
☐ C $\mathcal{N}(2, 1/30)$
☐ E $\mathcal{N}(2, 1/9)$
☐ B $\mathcal{N}(2, 1/900)$
☐ D $\mathcal{N}(2, 1/3)$
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 4. Нормальные случайные величины $X \sim \mathcal{N}(2, 5)$ и $Y \sim \mathcal{N}(5, 2)$ имеют совместное нормальное распределение. Они независимы, если:

- ☐ A $\text{Var}(XY) = \text{Cov}(X, Y)$
☐ C $\mathbb{P}(X > Y) = \mathbb{P}(Y > X)$
☐ E $E(XY) = 10$
☐ B $\text{Corr}(X, Y) = -1$
☐ D $\text{Corr}(X, Y) = 1$
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 5. Имеется случайная выборка размера 50 из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используется статистика, имеющая распределение

- ☐ A $F_{49, 50}$
☐ C t_{n-1}
☐ E $N(0, 1)$
☐ B χ_{49}^2
☐ D t_{n-2}
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 6. При построении доверительного интервала для разности долей при больших выборках размеров m и n используется распределение

☐ $F_{m-1, n-1}$

☐ $F_{n, m}$

☐ $N(0; 1)$

☐ t_{m+n}

☐ t_{m+n-2}

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 7. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравятся студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При расчётах Вася получил Р-значение равное 0.0038. Это означает, что гипотеза

☐ отвергается на уровне значимости 5%, но не отвергается на 1%☐ отвергается на любом возможном уровне значимости☐ отвергается на уровне значимости 1%, но не отвергается на 5%☐ не отвергается на любом возможном уровне значимости☐ отвергается на уровне значимости 1%☐ Нет верного ответа.

Вопрос 8. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Карл хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. При верной H_0 критерий Пирсона имеет распределение

☐ χ_1^2

☐ χ_{99}^2

☐ χ_2^2

☐ χ_3^2

☐ $\mathcal{N}(0; 1)$

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 9. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка из распределения Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Известно, что оценка максимального правдоподобия параметра λ равна \bar{X} . Чему равна оценка максимального правдоподобия для $1/\lambda$?

☐ $1/\bar{X}$

☐ \bar{X}

☐ \bar{X}/n

☐ $e^{\bar{X}}$

☐ $\ln \bar{X}$

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 10. Р-значение теста и мощность теста

☐ Не связаны никаким строгим соотношением☐ Р-значение всегда меньше мощности☐ Р-значение всегда больше мощности☐ Дают в сумме 1☐ Равны☐ Нет верного ответа.

Вопрос 11. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка и $\ell(\theta)$ — её логарифмическая функция правдоподобия. Тестируется гипотеза $H_0 : \theta = 1$. Известно, что $\max_{\theta} \ell(\theta) = -10$, а $\ell(1) = -20$. Чему равно значение статистики отношения правдоподобия?

- | | | |
|-------------------------------|--------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 20 | <input type="checkbox"/> C -20 | <input type="checkbox"/> E 10 |
| <input type="checkbox"/> B 0 | <input type="checkbox"/> D -10 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 12. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2} & \text{при } x \in [0; \theta], \\ 0 & \text{при } x \notin [0; \theta], \end{cases}$$

где $\theta > 0$. Используя начальный момент 2-го порядка, при помощи метода моментов найдите оценку неизвестного параметра θ .

- | | | |
|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> A $\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2}$ | <input type="checkbox"/> C $\frac{3}{2}\bar{X}$ | <input type="checkbox"/> E $\frac{2}{3}\bar{X}$ |
| <input type="checkbox"/> B $\sqrt{\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2}$ | <input type="checkbox"/> D $\sqrt{\frac{n}{2} \sum_{i=1}^n X_i^2}$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 13. При построении доверительного интервала для отношения дисперсий в двух выборках размером в 25 и 16 наблюдений было получено значение тестовой статистики 5. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 3, то другая оценка дисперсии может быть равна

- | | | |
|--------------------------------|-------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.8 | <input type="checkbox"/> C 41 | <input type="checkbox"/> E 80 |
| <input type="checkbox"/> B 0.6 | <input type="checkbox"/> D 30 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 14. Математическое ожидание оценки дисперсии $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ для выборки из распределения Пуассона с $\lambda = 3$, равняется

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 9 | <input type="checkbox"/> C $9/n$ | <input type="checkbox"/> E 3 |
| <input type="checkbox"/> B $3/n$ | <input type="checkbox"/> D 1 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 15. Случайные величины X и Y распределены нормально с неизвестным математическим ожиданием и неизвестной дисперсией. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается 20 наблюдений случайной величины X и 30 наблюдений случайной величины Y . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

- | | | |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> A χ_{48}^2 | <input type="checkbox"/> C t_{48} | <input type="checkbox"/> E χ_{49}^2 |
| <input type="checkbox"/> B $F_{20,30}$ | <input type="checkbox"/> D $F_{29,19}$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 16. Последовательность оценок $\hat{\theta}_n$ называется состоятельной для параметра θ , если

- ☐ A $\text{Var}(\hat{\theta}_n) = (\theta)^2/n$
☐ C $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq E((\tilde{\theta} - \theta)^2)$ для всех $\tilde{\theta} \in K$
☐ E $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$
- ☐ B $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$ при $n \rightarrow \infty$
☐ D $E(\hat{\theta}_n) = \theta$
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 17. Оценка $\hat{\theta}_n$ называется эффективной оценкой параметра θ в классе оценок K , если

- ☐ A $\text{Var}(\hat{\theta}_n) = (\theta)^2/n$
☐ C $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$
☐ E $\hat{\theta}_n \xrightarrow{\mathbb{P}} \theta$ при $n \rightarrow \infty$
- ☐ B $E(\hat{\theta}_n) = \theta$
☐ D $E((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq E((\tilde{\theta} - \theta)^2)$ для всех $\tilde{\theta} \in K$
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 18. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравятся студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При проверке этой гипотезы, тестовая статистика может иметь распределение

- ☐ A t_{99}
☐ C t_{98}
☐ E t_{198}
- ☐ B $\mathcal{N}(0, 1)$
☐ D t_{100}
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 19. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравятся студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При расчётах Вася получил Р-значение равное 0.0038. Это означает, что гипотеза

- ☐ A отвергается на любом возможном уровне значимости
 ☐ C отвергается на уровне значимости 1%
 ☐ E отвергается на уровне значимости 5%, но не отвергается на 1%
- ☐ B не отвергается на любом возможном уровне значимости
 ☐ D отвергается на уровне значимости 1%, но не отвергается на 5%
 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 20. Если функция правдоподобия пропорциональна $a^2(1 - a)^6$, априорная плотность пропорциональна $\exp(-a)$, то апостериорная плотность параметра a пропорциональна

- ☐ A $0.5a^2(1 - a)^6 + 0.5 \exp(a)$
☐ C $\frac{a^2(1-a)^6}{\exp(a)}$
☐ E $\frac{\exp(-a)}{a^2(1-a)^6}$
- ☐ B $\frac{a^2(1-a)^6}{\exp(-a)}$
☐ D $0.5a^2(1 - a)^6 + 0.5 \exp(-a)$
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 21. Даны выборки объёма n из равномерного на отрезке $[0, 1]$ распределения. Выборочный начальный момент второго порядка стремится по вероятности при $n \rightarrow \infty$ к

☐ A $1/3$

☐ C $1/12$

☐ E $1/2$

☐ B 1

☐ D $1/4$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 22. Рассмотрим алгоритм Метрополиса-Гастингса для получения выборки параметра с апостериорной плотностью пропорциональной t^2 . Предлагаемый переход из a в b задаётся правилом, $b = a + Z$, где $Z \sim \mathcal{N}(0; 4)$. Вероятность одобрения перехода из точки 0.5 в точку 0.3 равна

☐ A 0.5

☐ C 1

☐ E 0.6

☐ B 0.36

☐ D 0.64

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 23. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка из распределения Бернулли с параметром $p \in (0; 1)$. Чему равна информация Фишера о параметре p , заключенная в двух наблюдениях случайной выборки?

☐ A $\frac{2}{p(1-p)}$

☐ C $2(1-p)$

☐ E $2p$

☐ B $\frac{2}{p}$

☐ D $2p(1-p)$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 24. Пусть $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ и $Y \sim \chi^2(4)$ — независимые стандартная нормальная и хи-квадрат с четырьмя степенями свободы случайные величины соответственно. Вероятность $\mathbb{P}(X^2 > Y)$ равна

☐ A 0.322

☐ C 0.592

☐ E 0.791

☐ B 0.643

☐ D 0.679

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 25. Каждый из трёх толстяков, независимо друг от друга, за день съедает количество пищи, являющееся хи-квадрат случайной величиной с тремя степенями свободы. Какой суммарный объем съеденного тремя толстяками за день будет превышен с вероятностью 0.05?

☐ A 21.66

☐ C 16.92

☐ E 7.81

☐ B 0.35

☐ D 3.32

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 26. Случайная выборка состоит из одного наблюдения X_1 , которое имеет плотность распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^2} x e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \leq 0, \end{cases}$$

где $\theta > 0$. Чему равна оценка неизвестного параметра θ , найденная с помощью метода максимального правдоподобия?

☐ A $1/\ln X_1$

☐ C $\frac{X_1}{\ln X_1}$

☐ E $\ln X_1$

☐ B $X_1/2$

☐ D X_1

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 27. По 100 наблюдениям за нормально распределенной случайной величиной с известной дисперсией, Вася проверял гипотезу $H_0 : \mu = 10$ при альтернативной гипотезе $H_1 : \mu > 10$. По данным оказалось, что выборочное среднее $\bar{X} = 12$. Вася рассчитал тестовую статистику и Р-значение. После этого Вася решил попробовать изменить альтернативную гипотезу на $H_1 : \mu \neq 10$. Р-значение при этом:

☐ A Выросло, насколько — неизвестно

☐ C Не изменилось

☐ E Упало вдвое

☐ B Выросло вдвое

☐ D Упало, насколько — неизвестно

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 28. Дана реализация выборки: -1, 1, 0, 2. Эмпирическая (выборочная) функция распределения в точке $x = 0.5$ принимает значение равное

☐ A 0.8

☐ C 0.5

☐ E 1

☐ B 0

☐ D 0.25

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 29. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Андрей Николаевич хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. Значение критерия согласия Колмогорова равно

☐ A $3/5$

☐ C $3/4$

☐ E $1/4$

☐ B $2/15$

☐ D $2/5$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 30. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Карл хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. Значение критерия согласия Пирсона равно

☐ A 4

☐ C 6

☐ E 5

☐ B 8

☐ D 7

☐ F Нет верного ответа.