

+ Поехали :)

+

Теория вероятностей! 2019-09-27

Личные данные

Фамилия:	
Имя:	
Подпись:	
	Проверено

Идентификационный номер

--	--	--	--	--	--	--	--

0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	5
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	8
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	9

В этом блоке не нужно ничего менять.		Перемешивание
		<input type="text" value="0"/> <input type="text" value="0"/>
Тип	Код экзамена	
<input type="text" value="030"/>	<input type="text" value="19092700779"/>	

Отмечайте ответы аккуратно крестиком: ☒ Не отмечено: ☐ или ☐

Этот лист будет сканироваться. Не сгибайте и не пачкайте лист. Используйте синюю или чёрную ручку. Засчитываются только корректно расположенные крестики!

Ответы 1 - 15

	а	б	ц	д	е
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	а	б	ц	д	е

Ответы 16 - 30

	а	б	ц	д	е
16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
29	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	а	б	ц	д	е

+

+

1. Случайные величины X и Y имеют совместное нормальное распределение, а $x \in [1, 2]$ — константа. При любом x верно неравенство
 - (а) $\mathbb{E}(Y|X = x) \geq \mathbb{E}(Y)$
 - (б) $\text{Corr}(X, Y) \neq 0$
 - (в) $\mathbb{E}(Y|X = x) \leq \mathbb{E}(Y)$
 - (г) $\text{Var}(Y|X = x) \geq \text{Var}(Y)$
 - (д) $\text{Var}(Y|X = x) \leq \text{Var}(Y)$
2. Рассмотрим хи-квадрат случайную величину с n степенями свободы. Укажите множество всех возможных значений, принимаемых данной случайной величиной с ненулевой вероятностью:
 - (а) $(0, \infty)$
 - (б) $[0, n]$
 - (в) $\{0, 1, \dots, n\}$
 - (г) $\left\{x \in \mathbb{R} : \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1\right\}$
 - (д) $[0, n^2]$
3. Истинное значение параметра θ равно 2, в случайной выборке 100 наблюдений, а информация Фишера о параметре θ , заключенная в одном наблюдении равна $I_1(\theta) = 9$. Распределение оценки максимального правдоподобия $\hat{\theta}$ похоже на
 - (а) $\mathcal{N}(2, 9)$
 - (б) $\mathcal{N}(2, 1/900)$
 - (в) $\mathcal{N}(2, 1/30)$
 - (г) $\mathcal{N}(2, 1/3)$
 - (д) $\mathcal{N}(2, 1/9)$
4. Нормальные случайные величины $X \sim \mathcal{N}(2, 5)$ и $Y \sim \mathcal{N}(5, 2)$ имеют совместное нормальное распределение. Они независимы, если:
 - (а) $\text{Var}(XY) = \text{Cov}(X, Y)$
 - (б) $\text{Corr}(X, Y) = -1$
 - (в) $\mathbb{P}(X > Y) = \mathbb{P}(Y > X)$
 - (г) $\text{Corr}(X, Y) = 1$
 - (д) $\mathbb{E}(XY) = 10$
5. Имеется случайная выборка размера 50 из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используемая статистика, имеющая распределение
 - (а) $F_{49,50}$
 - (б) χ^2_{49}
 - (в) t_{n-1}
 - (г) t_{n-2}
 - (д) $N(0, 1)$
6. При построении доверительного интервала для разности долей при больших выборках размеров m и n используемая статистика имеет распределение
 - (а) $F_{m-1, n-1}$
 - (б) t_{m+n}
 - (в) $F_{n, m}$
 - (г) t_{m+n-2}
 - (д) $N(0; 1)$

7. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравятся студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При расчётах Вася получил P -значение равное 0.0038. Это означает, что гипотеза
- (а) отвергаемая на уровне значимости 5%, но не отвергаемая на 1%
 - (б) не отвергаемая на любом возможном уровне значимости
 - (в) отвергаемая на любом возможном уровне значимости
 - (г) отвергаемая на уровне значимости 1%
 - (д) отвергаемая на уровне значимости 1%, но не отвергаемая на 5%
8. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Карл хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. При верной H_0 критерий Пирсона имеет распределение
- (а) χ_1^2
 - (б) χ_3^2
 - (в) χ_{99}^2
 - (г) $\mathcal{N}(0; 1)$
 - (д) χ_2^2
9. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка из распределения Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Известно, что оценка максимального правдоподобия параметра λ равна \bar{X} . Чему равна оценка максимального правдоподобия для $1/\lambda$?
- (а) $1/\bar{X}$
 - (б) $e^{\bar{X}}$
 - (в) \bar{X}
 - (г) $\ln \bar{X}$
 - (д) \bar{X}/n
10. P -значение теста и мощность теста
- (а) Не связаны никаким строгим соотношением
 - (б) Дают в сумме 1
 - (в) P -значение всегда меньше мощности
 - (г) Равны
 - (д) P -значение всегда больше мощности
11. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка и $\ell(\theta)$ — её логарифмическая функция правдоподобия. Тестируемая гипотеза $H_0: \theta = 1$. Известно, что $\max_{\theta} \ell(\theta) = -10$, а $\ell(1) = -20$. Чему равно значение статистики отношения правдоподобия?
- (а) 20
 - (б) 0
 - (в) -20
 - (г) -10
 - (д) 10

12. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2} & \text{при } x \in [0; \theta], \\ 0 & \text{при } x \notin [0; \theta], \end{cases}$$

где $\theta > 0$. Используя начальный момент 2-го порядка, при помощи метода моментов найдите оценку неизвестного параметра θ .

- (а) $\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2}$
 - (б) $\sqrt{\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2}$
 - (в) $\frac{3}{2} \bar{X}$
 - (г) $\sqrt{\frac{n}{2} \sum_{i=1}^n X_i^2}$
 - (д) $\frac{2}{3} \bar{X}$
13. При построении доверительного интервала для отношения дисперсий в двух выборках размером в 25 и 16 наблюдений было получено значение тестовой статистики 5. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 3, то другая оценка дисперсии может быть равна
- (а) 0.8
 - (б) 0.6
 - (в) 41
 - (г) 30
 - (д) 80
14. Математическое ожидание оценки дисперсии $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ для выборки из распределения Пуассона с $\lambda = 3$, равняеца
- (а) 9
 - (б) $3/n$
 - (в) $9/n$
 - (г) 1
 - (д) 3
15. Случайные величины X и Y распределены нормально с неизвестным математическим ожиданием и неизвестной дисперсией. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбираеца 20 наблюдений случайной величины X и 30 наблюдений случайной величины Y . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?
- (а) χ_{48}^2
 - (б) $F_{20,30}$
 - (в) t_{48}
 - (г) $F_{29,19}$
 - (д) χ_{49}^2
16. Последовательность оценок $\hat{\theta}_n$ называеца состоятельной для параметра θ , если
- (а) $\text{Var}(\hat{\theta}_n) = (\theta)^2/n$
 - (б) $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$ при $n \rightarrow \infty$
 - (в) $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq \mathbb{E}((\tilde{\theta} - \theta)^2)$ для всех $\tilde{\theta} \in K$
 - (г) $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$
 - (д) $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$

17. Оценка $\hat{\theta}_n$ называется эффективной оценкой параметра θ в классе оценок K , если
- (а) $\text{Var}(\hat{\theta}_n) = (\theta)^2/n$
 - (б) $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$
 - (в) $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$
 - (г) $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq \mathbb{E}((\tilde{\theta} - \theta)^2)$ для всех $\tilde{\theta} \in K$
 - (д) $\hat{\theta}_n \xrightarrow{\mathbb{P}} \theta$ при $n \rightarrow \infty$
18. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравятся студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При проверке этой гипотезы, тестовая статистика может иметь распределение
- (а) t_{99}
 - (б) $\mathcal{N}(0, 1)$
 - (в) t_{98}
 - (г) t_{100}
 - (д) t_{198}
19. Вася считает, что контрольные по макроэкономике и статистике нравятся студентам с одинаковой вероятностью. Чтобы проверить эту гипотезу, он опросил по 100 случайных однокурсников после каждой контрольной и выяснил, что макроэкономика понравилась 30 студентам, а статистика — 50. При расчётах Вася получил P -значение равное 0.0038. Это означает, что гипотеза
- (а) отвергается на любом возможном уровне значимости
 - (б) не отвергается на любом возможном уровне значимости
 - (в) отвергается на уровне значимости 1%
 - (г) отвергается на уровне значимости 1%, но не отвергается на 5%
 - (д) отвергается на уровне значимости 5%, но не отвергается на 1%
20. Если функция правдоподобия пропорциональна $a^2(1-a)^6$, априорная плотность пропорциональна $\exp(-a)$, то апостериорная плотность параметра a пропорциональна
- (а) $0.5a^2(1-a)^6 + 0.5\exp(a)$
 - (б) $\frac{a^2(1-a)^6}{\exp(-a)}$
 - (в) $\frac{a^2(1-a)^6}{\exp(a)}$
 - (г) $0.5a^2(1-a)^6 + 0.5\exp(-a)$
 - (д) $\frac{\exp(-a)}{a^2(1-a)^6}$
21. Даны выборки объёма n из равномерного на отрезке $[0, 1]$ распределения. Выборочный начальный момент второго порядка стремятся по вероятности при $n \rightarrow \infty$ к
- (а) $1/3$
 - (б) 1
 - (в) $1/12$
 - (г) $1/4$
 - (д) $1/2$

22. Рассмотрим алгоритм Метрополиса-Гастингса для получения выборки параметра с апостериорной плотностью пропорциональной t^2 . Предлагаемый переход из a в b задаётся правилом, $b = a + Z$, где $Z \sim \mathcal{N}(0; 4)$. Вероятность одобрения перехода из точки 0.5 в точку 0.3 равна
- (а) 0.5
 - (б) 0.36
 - (в) 1
 - (г) 0.64
 - (д) 0.6
23. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка из распределения Бернулли с параметром $p \in (0; 1)$. Чему равна информация Фишера о параметре p , заключенная в двух наблюдениях случайной выборки?
- (а) $\frac{2}{p(1-p)}$
 - (б) $\frac{2}{p}$
 - (в) $2(1 - p)$
 - (г) $2p(1 - p)$
 - (д) $2p$
24. Пусть $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ и $Y \sim \chi^2(4)$ — независимые стандартная нормальная и хи-квадрат с четырьмя степенями свободы случайные величины соответственно. Вероятность $\mathbb{P}(X^2 > Y)$ равна
- (а) 0.322
 - (б) 0.643
 - (в) 0.592
 - (г) 0.679
 - (д) 0.791
25. Каждый из трёх толстяков, независимо друг от друга, за день съедает количество пищи, являющееся хи-квадрат случайной величиной с тремя степенями свободы. Какой суммарный объем съеденного тремя толстяками за день будет превышен с вероятностью 0.05?
- (а) 21.66
 - (б) 0.35
 - (в) 16.92
 - (г) 3.32
 - (д) 7.81
26. Случайная выборка состоит из одного наблюдения X_1 , которое имеет плотность распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^2} x e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \leq 0, \end{cases}$$

где $\theta > 0$. Чему равна оценка неизвестного параметра θ , найденная с помощью метода максимального правдоподобия?

- (а) $1/\ln X_1$
- (б) $X_1/2$
- (в) $\frac{X_1}{\ln X_1}$
- (г) X_1
- (д) $\ln X_1$

27. По 100 наблюдениям за нормально распределенной случайной величиной с известной дисперсией, Вася проверял гипотезу $H_0 : \mu = 10$ при альтернативной гипотезе $H_1 : \mu > 10$. По данным оказалось, что выборочное среднее $\bar{X} = 12$. Вася рассчитал тестовую статистику и P -значение. После этого Вася решил попробовать изменить альтернативную гипотезу на $H_1 : \mu \neq 10$. P -значение при этом:
- (а) Выросло, насколько — неизвестно
 - (б) Выросло вдвое
 - (в) Не изменилось
 - (г) Упало, насколько — неизвестно
 - (д) Упало вдвое
28. Дана реализация выборки: -1, 1, 0, 2. Эмпирическая (выборочная) функция распределения в точке $x = 0.5$ принимает значение равное
- (а) 0.8
 - (б) 0
 - (в) 0.5
 - (г) 0.25
 - (д) 1
29. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Андрей Николаевич хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. Значение критерия согласия Колмогорова равно
- (а) $3/5$
 - (б) $2/15$
 - (в) $3/4$
 - (г) $2/5$
 - (д) $1/4$
30. Величина X принимает три значения 1, 2 и 3. По случайной выборке из ста наблюдений оказалось, что 1 выпало 40 раз, 2 — 40 раз и 3 — 20 раз. Карл хочет проверить гипотезу о том, что все три вероятности одинаковые. Значение критерия согласия Пирсона равно
- (а) 4
 - (б) 8
 - (в) 6
 - (г) 7
 - (д) 5