

Контрольная работа для заболевших 18.06.2019

Задача №1 (Контрольная №3)

У Лепрекона было пять горшков с золотом. В двух из них лежало по 100 золотых монет, а в оставшихся – по 200. Пока Лепреконтанцевал, у него похитил два горшка с золотом.

- а) Найдите математическое ожидание и дисперсию оставшихся у Лепрекона золотых монет.
- б) С какой вероятностью у Лепрекона осталось менее 500 золотых монет?

Задача №2 (Контрольная №3)

Время до превращения волшебной кареты в тыкву (в часах) является экспоненциально распределенной случайной величиной. По выборке из 100 волшебных карет был оценен параметр среднего времени до превращения волшебной кареты в тыкву . Суммарное время до превращения в тыкву по всем каретам составило 50 часов.

- а) Методом максимального правдоподобия найдите оценку параметра и её числовое значение по выборке.
- б) Укажите асимптотическое распределение .
- в) Оцените вероятность того, что Золушка успеет доехать на балл на волшебной Карете, если балл начинается в 12 часов, она выехала в 9, а сейчас уже 10 часов, но она ещё едет в карете и до замка осталось два часа езды.
- г) Постройте 95% доверительный интервал для найденной в предыдущем пункте вероятности.

Задача №3 (Контрольные №3 и №4)

Среди гномов и эльфов провели опрос на предмет веры в существование друг друга. Среди 100 случайным образом опрошенных гномов в существование эльфов верили 30. Среди 400 случайным образом опрошенных эльфов в существование гномов верили 80.

Пункты только для переписывающих Контрольную №3

- а) Постройте 80% доверительный интервал для доли гномов, которые верят в существование эльфов. Исходя из полученного результата оцените достоверность утверждения о том, что каждый второй гном верит в существование эльфов.
- б) Постройте 70% доверительный интервал для разницы долей гномов, верящих в существование эльфов и эльфов, верящих в существование гномов.
- в) Какое минимальное количество гномов нужно опросить, чтобы с вероятностью 0.9 отклонение от выборочной доли гномов, верящих в существование эльфов, от истинной не превышало 0.01?

Пункты только для переписывающих Контрольную №4

- а) На уровне значимости 0.1 проверьте гипотезу о том, что доли гномов, верящих в эльфов и эльфов, верящих в гномов – совпадают.
- б) В предыдущем пункте найдите минимальный уровень значимости, на котором отклоняется нулевая гипотеза.

Задача №4 (Контрольные №3 и №4)

Стандартные нормальные случайные величины и имеют совместное нормальное распределение с корреляцией .

- а) Запишите функцию плотности случайной величины _____ при _____ .
- б) При каком значении _____ медиана случайной величины _____ будет равняться _____ ?
- в) При каком значении _____ соблюдается _____ ?

Следующие пункты этой задачи только для Контрольной №4

- г) Положим _____ и рассмотрим независимые выборки _____ и _____ из распределений таких же, как и у случайных величин _____ и _____ соответственно, где _____ . Реализации этих выборок равны _____ и _____ . На уровне значимости _____ протестируйте гипотезу _____ против альтернативы _____ .
- д) Тестируется гипотеза _____ против альтернативы _____ . Нулевая гипотеза отвергается, если _____ . Найдите уровень значимости критерия.

Задача №5 (Контрольная №4)

Авдотье поставили пломбу на зуб. Время до вылета пломбы (в годах) это случайная величина _____ , которая имеет экспоненциальное распределение, причем качественные пломбы выпадают, в среднем, через год, а некачественные – через полгода. Авдотьа решила проверить гипотезу о том, что ей поставили качественную пломбу против альтернативы о том, что пломба некачественная. Авдотьа решила считать пломбу некачественной, если она вылетает раньше, чем через _____ лет.

Подсказка: функция распределения _____ при _____ имеет вид _____ , а также не забываем, что _____ .

- а) Найдите вероятности ошибок первого и второго рода предложенного Авдотьей теста при _____ .
- б) При каком _____ мощность этого теста будет равняться _____ ? **Подсказка:** _____ .
- в) Используя лемму Неймана-Пирсона, предложите наиболее мощный критерий для проверки обозначенной выше гипотезы о качестве пломб на уровне значимости _____ .
- г) Чему будет равняться мощность полученного в предыдущем пункте теста?