

Схема Бернулли

Последовательность независимых в совокупности испытаний, в каждом из которых возможны лишь два исхода – «успех» и «неудача», при этом успех в одном испытании происходит с вероятностью p , а неудача с вероятностью $q = 1 - p$

Формула Бернулли

При любом $k=0,1,...,n$ имеет место равенство

$$P(\mu_n = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}$$

где μ_n – число успехов в n испытаниях Бернулли

Биномиальное распределение вероятностей

Распределение числа успехов в n испытаниях Бернулли

$$C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, \dots, n$$

Теорема о вероятности первого успеха

Пусть τ – номер первого успешного испытания в схеме Бернулли, тогда

$$P(\tau = k) = p(1-p)^{k-1}$$

Геометрическое распределение вероятностей

Распределение числа неудач, предшествующих первому успеху

$$p(1-p)^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots$$

Схема серий

Серии испытаний Бернулли. Внутри серии i вероятность успеха p_i , $i=1,2,....$

Теорема Пуассона

Пусть в схеме серий $n \rightarrow \infty$, $p_n \rightarrow 0$, так что $np_n \rightarrow \lambda > 0$. Тогда для любого $k \geq 0$ вероятность получить k успехов в n испытаниях схемы Бернулли с вероятностью успеха p_n стремится к величине $e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$

$$P(\mu_n = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \rightarrow e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

Уточнённая теорема Пуассона

Пусть Z – произвольное множество целых неотрицательных чисел, μ_n – число успехов в n испытаниях схемы Бернулли с вероятностью успеха p , $\lambda = np$. Тогда справедливо равенство

$$\left| P(\mu_n \in Z) - \sum_{k \in Z} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \right| =$$
$$\left| \sum_{k \in Z} C_n^k p^k (1-p)^{n-k} - \sum_{k \in Z} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \right| \leq \min(p, np^2)$$

Распределение Пуассона

Распределение числа событий, произошедших за фиксированное время, при условии, что данные события происходят с некоторой фиксированной средней интенсивностью λ и независимы друг от друга

$$P(\nu = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots$$

«Исследования о вероятности приговоров в уголовных и гражданских делах», 1837 год