

# 1. Вопросы к экзаменам

## Промежуточный экзамен

1. Случайные события и операции над ними. Вероятностное пространство. Вероятности и правила действий с ними. Классическое определение вероятности. Независимость событий (попарная и в совокупности). Схема испытаний Бернулли.
2. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
3. Аксиоматика Колмогорова. Случайные величины. Функция распределения случайной величины и ее основные свойства. Функция плотности.
4. Основные дискретные распределения: биномиальное, Пуассона, гипергеометрическое, отрицательное биномиальное. Примеры непрерывных распределений (равномерное, экспоненциальное).
5. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины и их свойства. Распределение функции от случайной величины.
6. Понятие о случайном векторе. Совместное распределение нескольких случайных величин. Независимость случайных величин. Маргинальные распределения.
7. Математическое ожидание и ковариационная матрица случайного вектора. Коэффициент корреляции и его свойства.
8. Условное распределение и условное математическое ожидание.
9. Виды сходимости последовательности случайных величин.
10. Неравенство Маркова и неравенство Чебышёва. Закон больших чисел.
11. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра – Лапласа.
12. Энтропия. Кросс-энтропия. Дивергенция Кульбака-Лейблера.

**Финальный экзамен**

1. Многомерное нормальное распределение и его свойства.
2. Определение и свойства хи-квадрат распределения, распределения Стьюдента и Фишера. Их основные свойства. Работа с таблицами распределений.
3. Выборочное среднее, его математическое ожидание и дисперсия (с учетом поправки на конечный размер генеральной совокупности).
4. Выборочная дисперсия и ее математическое ожидание. Смещенная и несмещенная оценки для дисперсии по генеральной совокупности.
5. Стратифицированная случайная выборка. Выборочное среднее, его математическое ожидание. Дисперсия выборочного среднего при оптимальном и при пропорциональном размещении.
6. Статистические оценки. Свойства оценок; несмещенность, состоятельность, эффективность.
7. Методы получения оценок; метод моментов и метод максимального правдоподобия. Оценка параметров биномиального, нормального и равномерного распределений.
8. Информация Фишера. Неравенство Рао-Крамера-Фреше (без доказательства).
9. Доверительные интервалы. Доверительные интервалы для среднего при известной и неизвестной дисперсии. Доверительные интервалы для пропорции.
10. Доверительные интервалы для разности средних нормальных генеральных совокупностей.
11. Доверительный интервал для дисперсии нормальной генеральной совокупности.
12. Асимптотические доверительные интервалы параметров распределений, построенные с помощью оценок максимального правдоподобия. Дельта-метод.
13. Проверка гипотез. Простые и сложные гипотезы. Критерий выбора между основной и альтернативной гипотезами. Уровень значимости. Мощность критерия. Ошибки первого и второго рода.
14. Проверка гипотез о конкретном значении для среднего, пропорции и дисперсии.
15. Проверка гипотез для разности двух средних и для разности двух пропорций. Проверка гипотез о равенстве двух дисперсий.
16. Лемма Неймана-Пирсона. Критерий отношения правдоподобия.
17. Критерии согласия. Статистика Колмогорова.
18. Критерий  $\chi^2$ . Проверка гипотез о соответствии наблюдений предполагаемому распределению вероятностей.
19. Критерий  $\chi^2$ . Проверка гипотезы о независимости признаков. Таблицы сопряженности признаков.
20. Непараметрические тесты. Критерий знаков. Ранговые критерии: Вилкоксона и Манна-Уитни.
21. Байесовский подход. Связь априорного и апостериорного распределения. Отличия байесовского подхода к оцениванию параметров от метода максимального правдоподобия. Байесовский доверительный интервал.
22. Байесовский подход. Алгоритм Гиббса. Алгоритм Метрополиса-Гастингса.