

Домашняя работа по ФЯ

Денисов Никита

3 октября 2021 г.

Мой номер в таблице 8, поэтому во всех заданиях делаю пункт 8.

1. $(ba \mid a)^* \mid (bb \mid b)^*$

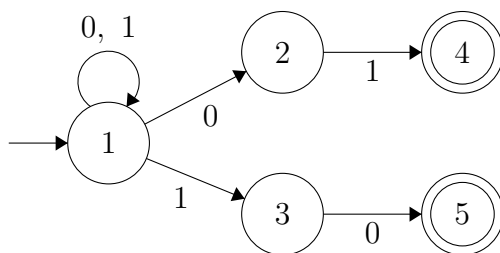
Языку, описанному этим АРВ принадлежат слова ε, a, b — они и будут тремя самыми короткими различными. (1. Бѐрем выражение в $*$ 0 раз. 2. В левом выражении выбираем одну a , а правое берѐм 0 раз. 3. Левое берѐм ноль раз, а в правом одну b).

Слово $abbab$ не лежит в языке, задаваемым этим АРВ, так как иначе оно лежало бы либо целиком в левой части: чего не может быть, так как там невозможно получить две b стоящие подряд, либо целиком в правой части: что тоже невозможно, так как там нельзя получить символ a .

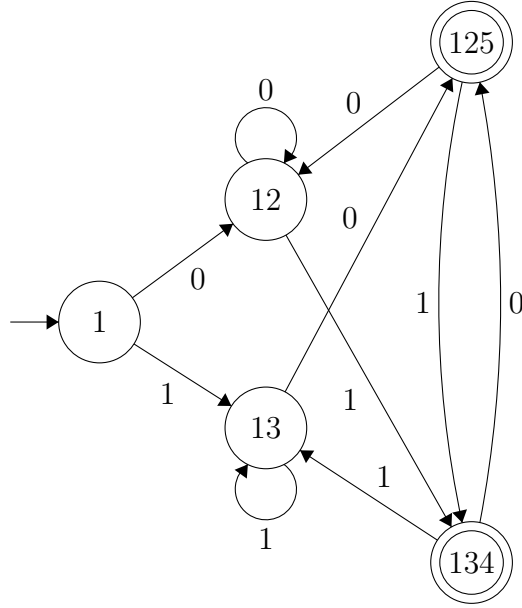
Слово $bababa$ лежит в языке: выбираем в левой части первую опцию и повторяем 3 раза.

2. $\{\omega \cdot a \cdot b \mid \omega \in \{0, 1\}^*, a \in \{0, 1\}, b \in \{0, 1\}, a \neq b\}$

Сначала построим НКА, соответствующий данному языку:



Далее сделаем из него ДКА:



Этот ДКА уже является минимальным: сжать терминалы нельзя, так как например по символу ноль есть переходы как в терминалы, так и в нетерминалы. Аналогично нельзя сжать никакие нетерминалы.

3. $S = \{\alpha \cdot 001 \cdot \beta \mid \alpha, \beta \in \{0, 1\}^*\} \cup \{\gamma \cdot 100 \cdot \delta \mid \gamma, \delta \in \{0, 1\}^*\}$

Регулярная грамматика S будет задаваться следующими правилами:

$$A \rightarrow 001 \quad B \rightarrow 100 \quad C \rightarrow 0 \mid 1 \quad P \rightarrow \varepsilon \mid CP \quad S \rightarrow PAP \mid PBP$$

То есть, A это то, что должно лежать в центре левого множества, B — в центре правого. C — символ алфавита. P — последовательность символов алфавита произвольной длины. S состоит либо из последовательности символов алфавита любой длины, за которой следует A или B , за которыми идёт последовательность произвольной длины из символов алфавита.

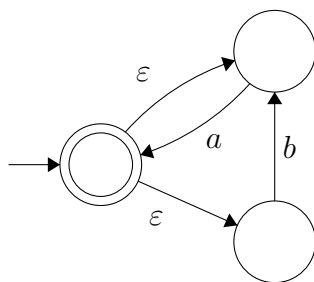
4. $\{\omega \cdot a^m \mid 1 \leq |\omega|_b \leq m\}$

Хотим воспользоваться обратной леммой о накачке, то есть: по произвольному n предъявить такое слово w , лежащее в языке, длины хотя бы n , что для любого его разбиения на $x y z$ такого, что $y \neq \varepsilon$ и $|xy| \leq n$ найдётся такое $k \geq 0$, что $x y^k z$ не принадлежит нашему языку.

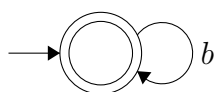
Собственно, проверяем это: для произвольного n возьмём слово $w' = b^n a^n$. Оно лежит в нашем языке ($m = n$ и $w = b^n$). При этом любое разбиение нашего слова на подходящие по лемме $x y z$ содержит в y какое-то ненулевое количество букв b и только их, так как y непусто и длина $x y$ должна быть не больше n , а первые n символов слова w' равны b . Тогда можем взять $k = m + 1$ и получить слово, которое имеет вид $x(b^{l_y \cdot (m+1)})z$, где $l_y = |y| \geq 1$. Для него верно $|w|_b \geq l_y \cdot (m + 1) \geq m + 1 > m$ и оно заканчивается на a^m (так как и w' , а соответственно и z заканчивались на a^m), а значит, оно не лежит в нашем языке. Получили что нужно.

5. $(ba \mid a)^* \mid (bb \mid b)^*$

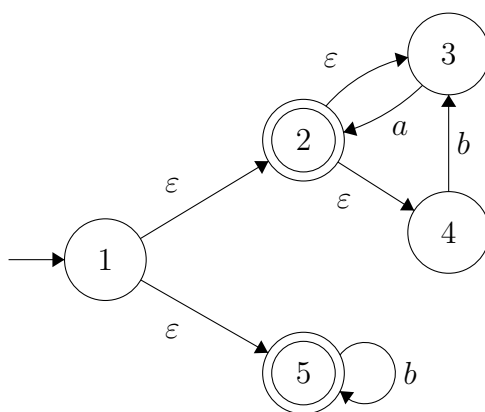
Сначала построим ε -НКА для $(ba \mid a)^*$:



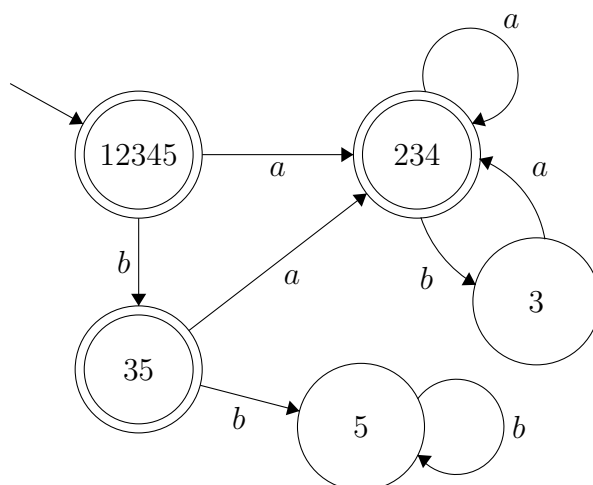
Теперь построим ε -НКА для $(bb \mid b)^*$ — ясно что этот язык принимает сколько угодно букв b и только их, поэтому автомат тривиален:



Теперь соединяем эти два автомата:



Теперь избавимся от ε -переходов:



Получили НКА без ε -переходов.