

Методы Оптимизаций

Домашнее задание 1

Денисов Никита

27 июня 2023 г.

1 Эксперимент: Траектория градиентного спуска на квадратичной функции

Взял 3 квадратичные функции для экспериментов.

1.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

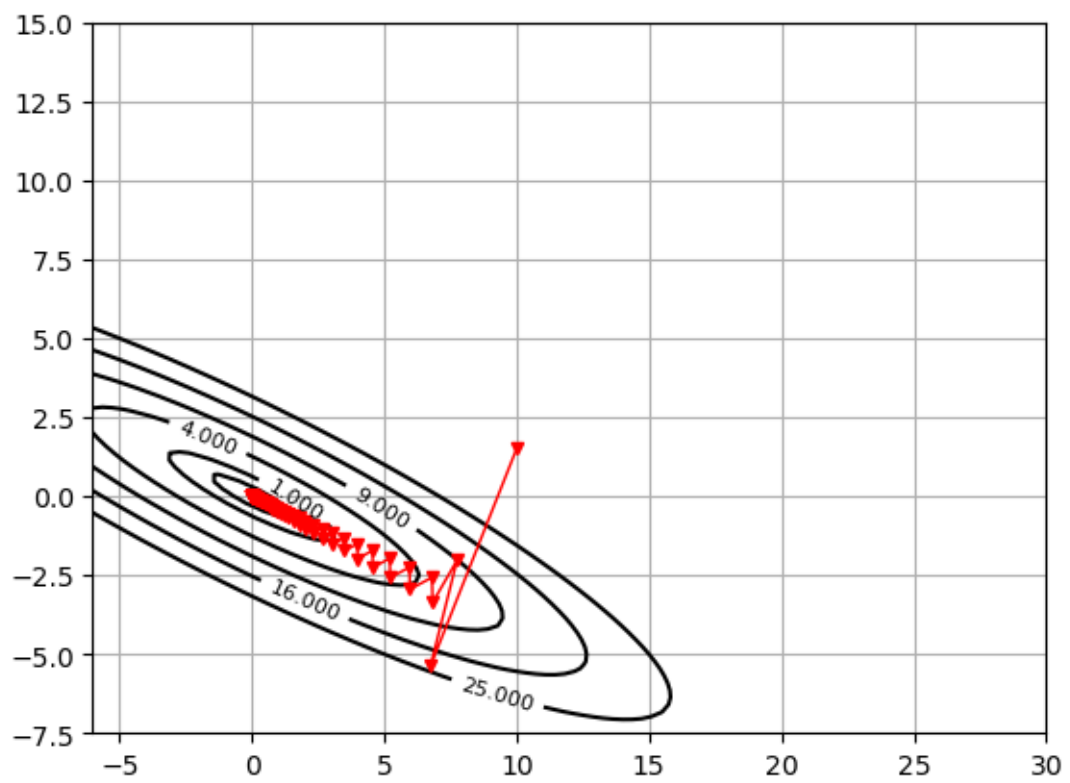
3.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

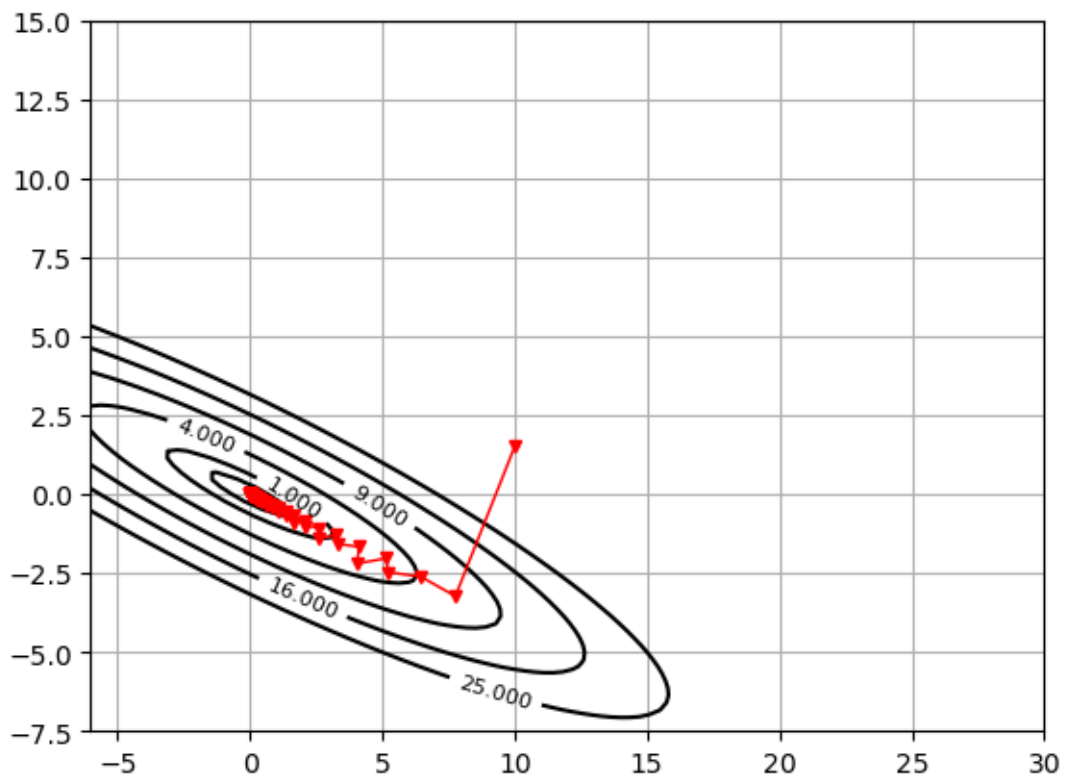
Попробовал разные стратегии шага для каждой функции с фиксированной начальной точкой

1.

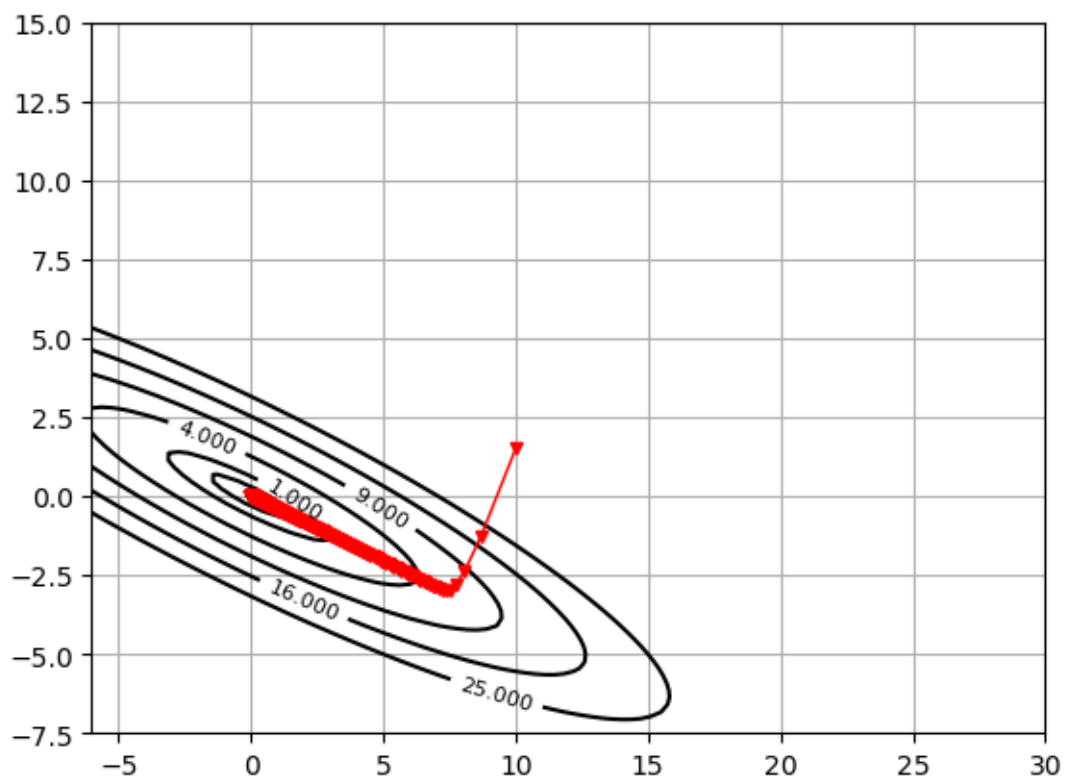
$$x_0 = \begin{pmatrix} 10 \\ 1.5 \end{pmatrix}$$



Armijo



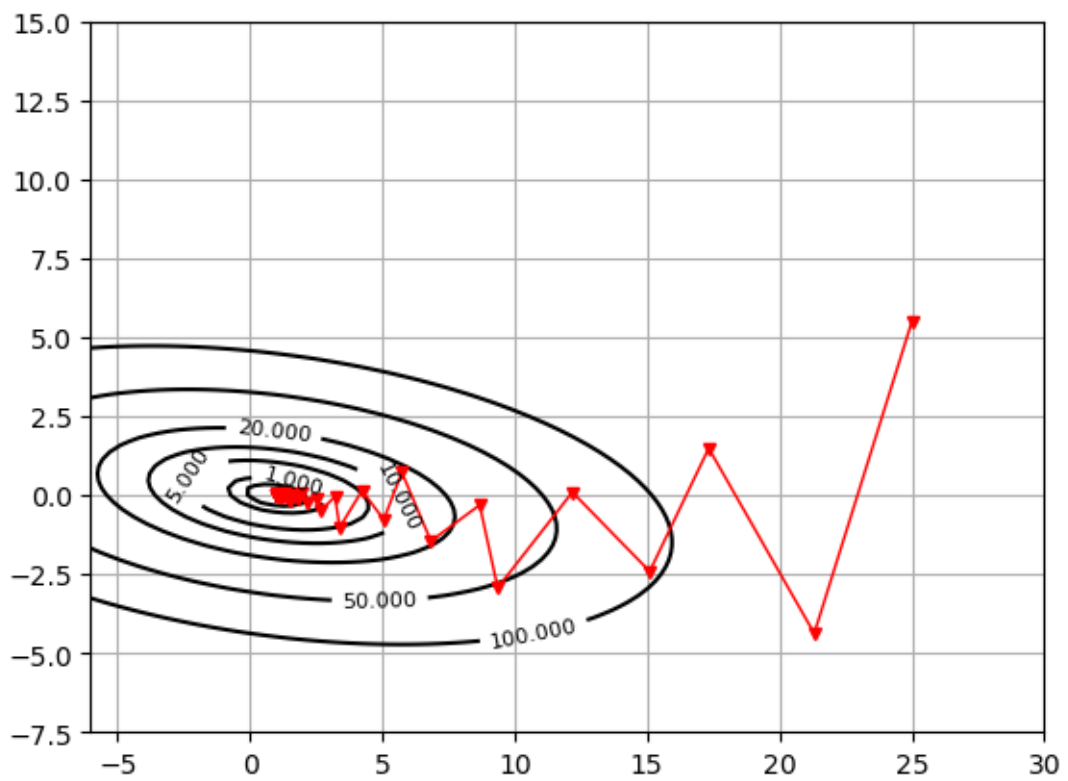
Wolfe



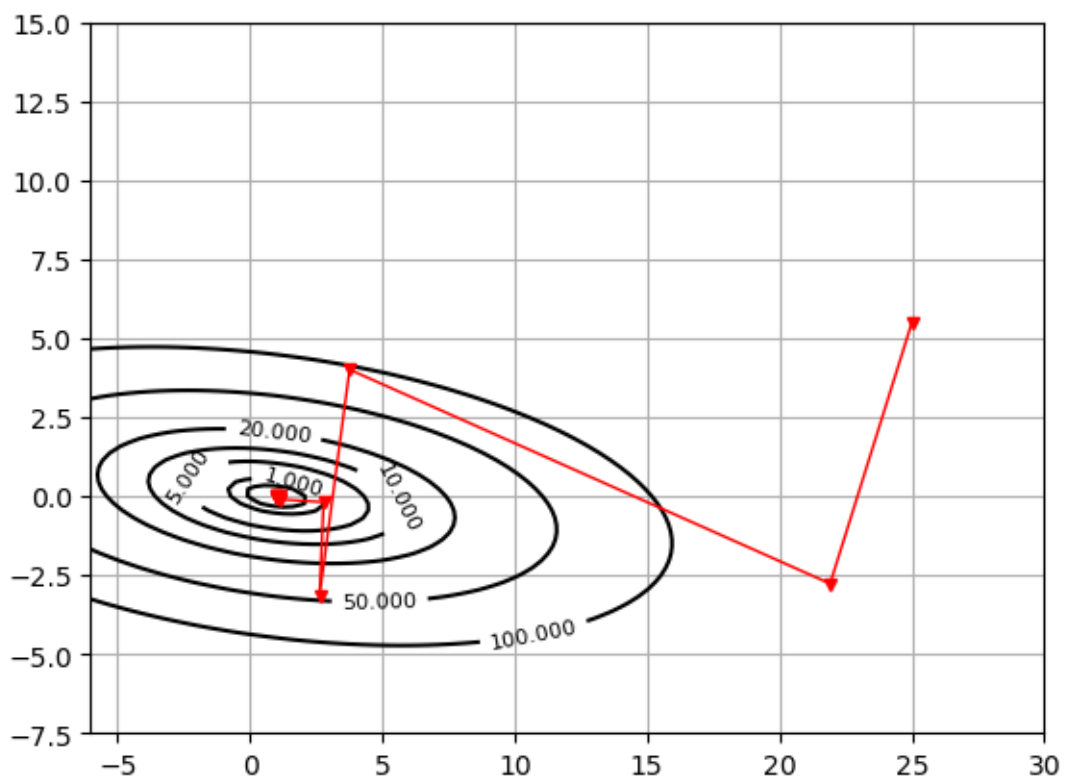
Constant

2.

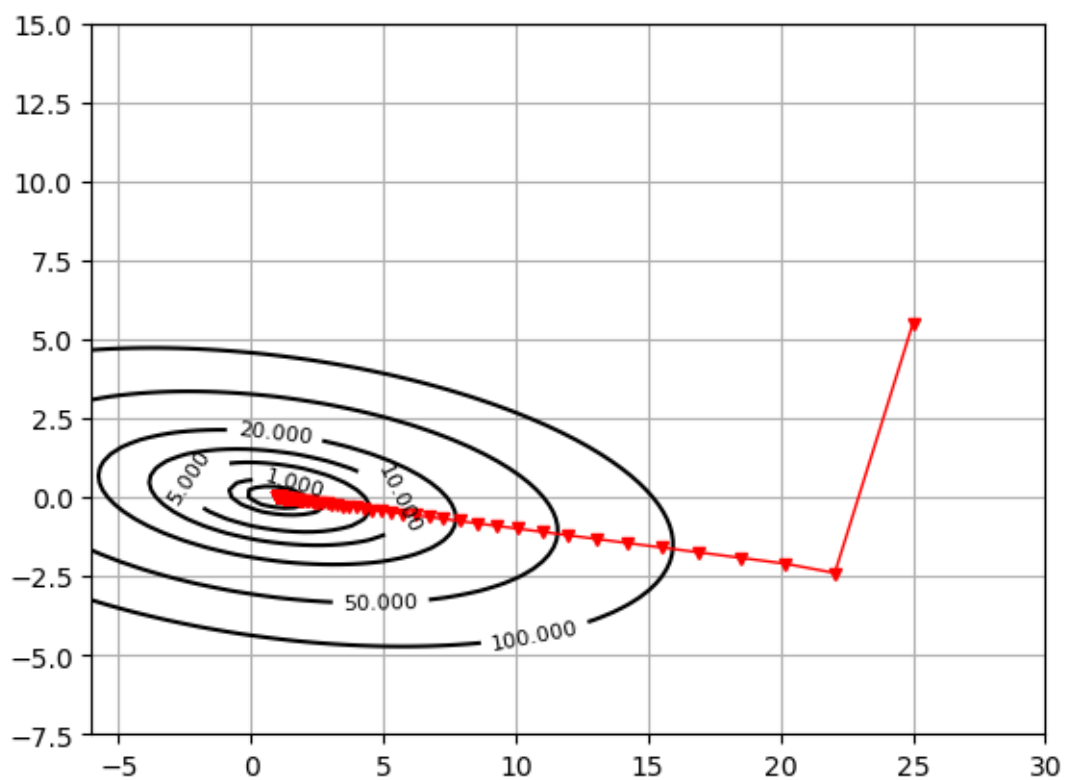
$$x_0 = \begin{pmatrix} 25 \\ 5.5 \end{pmatrix}$$



Armijo



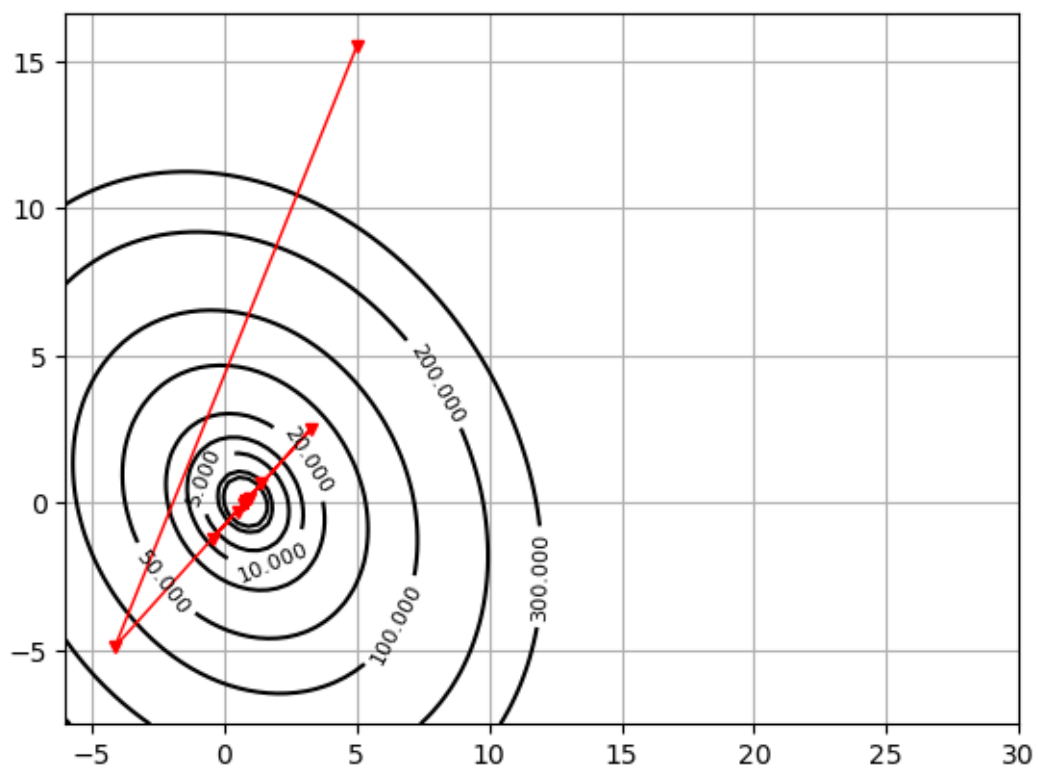
Wolfe



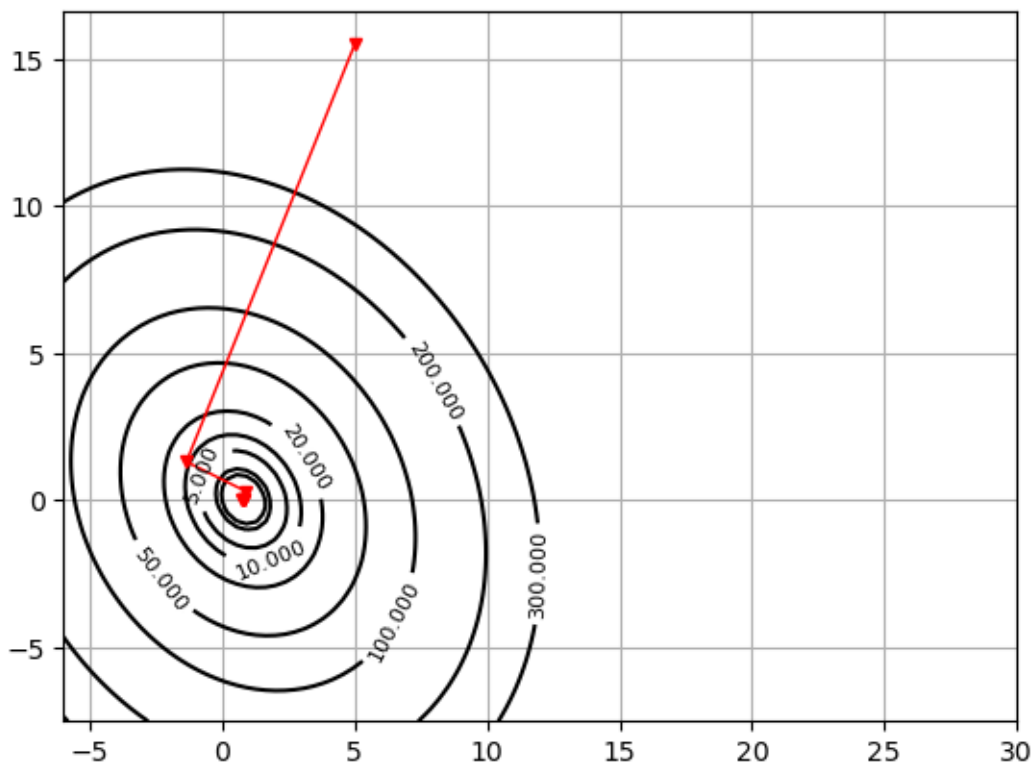
Constant

3.

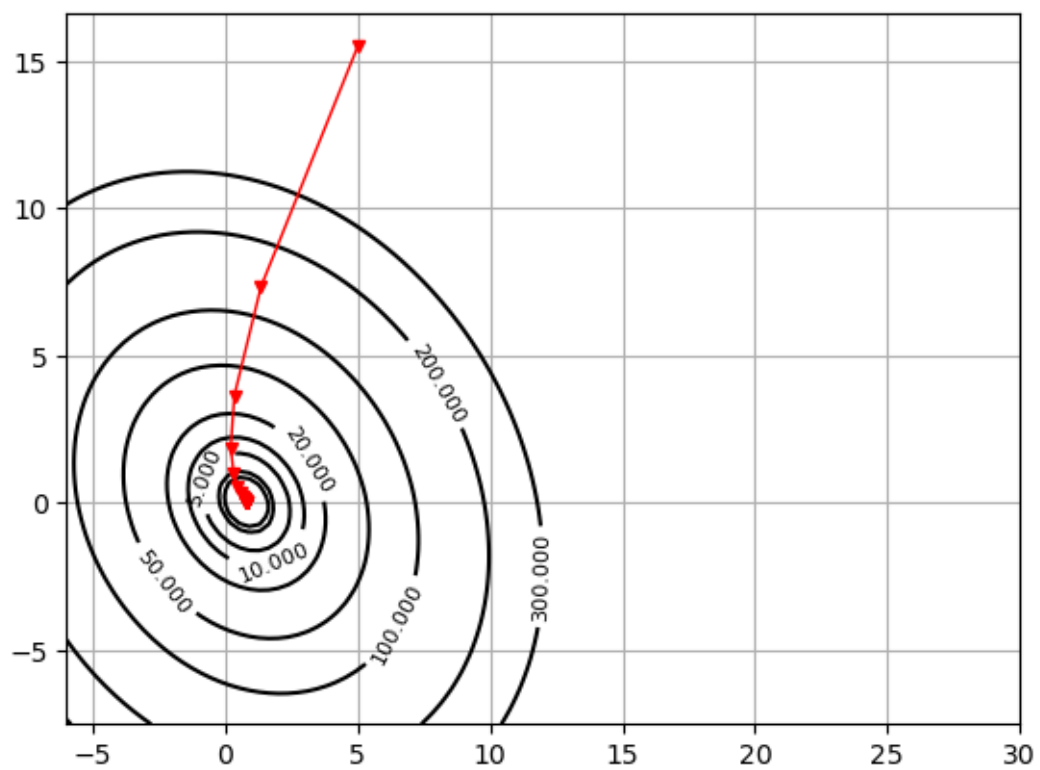
$$x_0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 15.5 \end{pmatrix}$$



Armijo



Wolfe

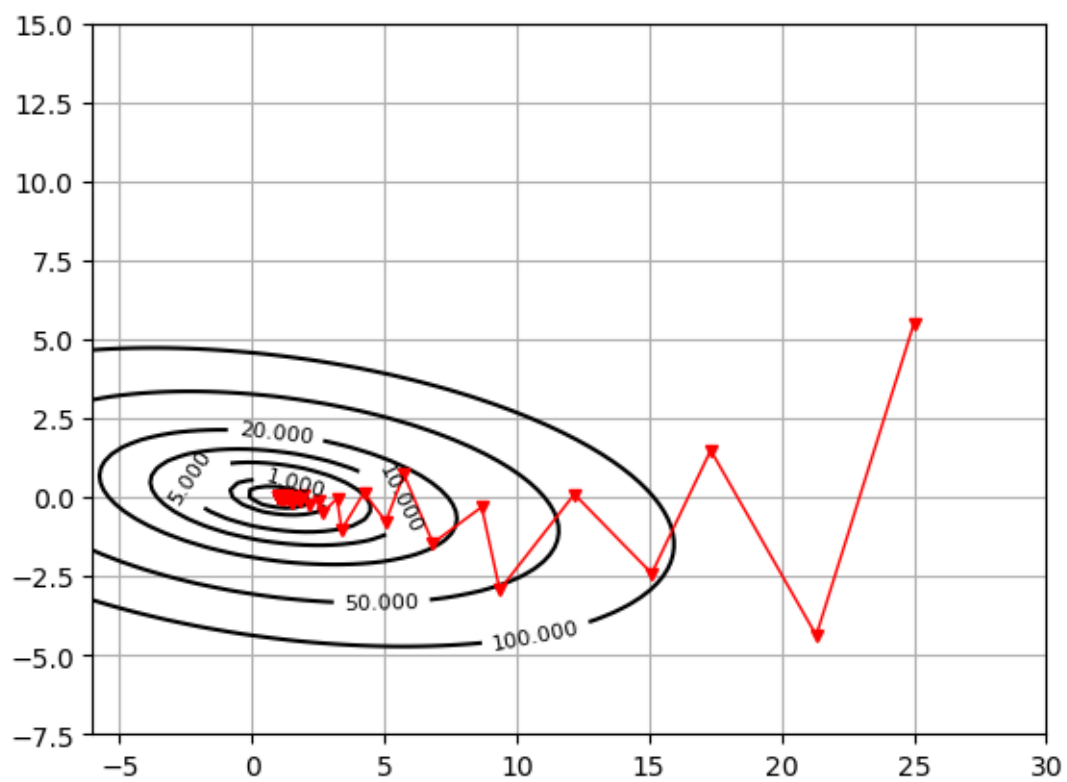


Constant

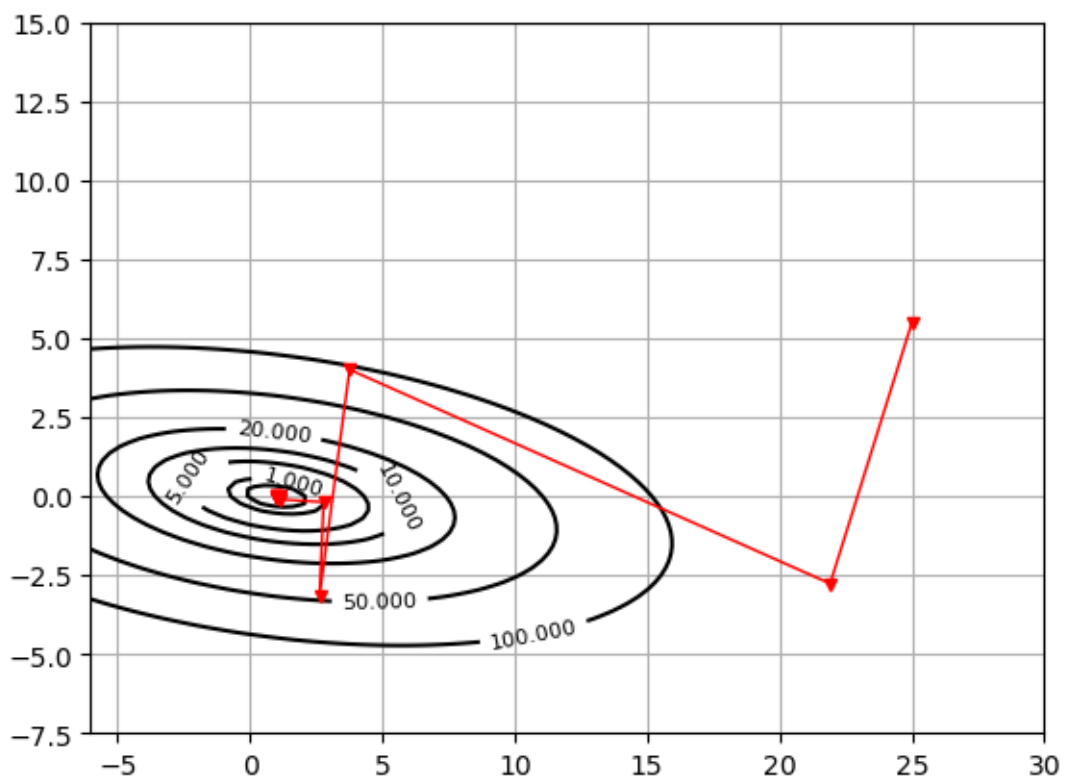
Далее взял вторую функцию и несколько различных начальных точек

1.

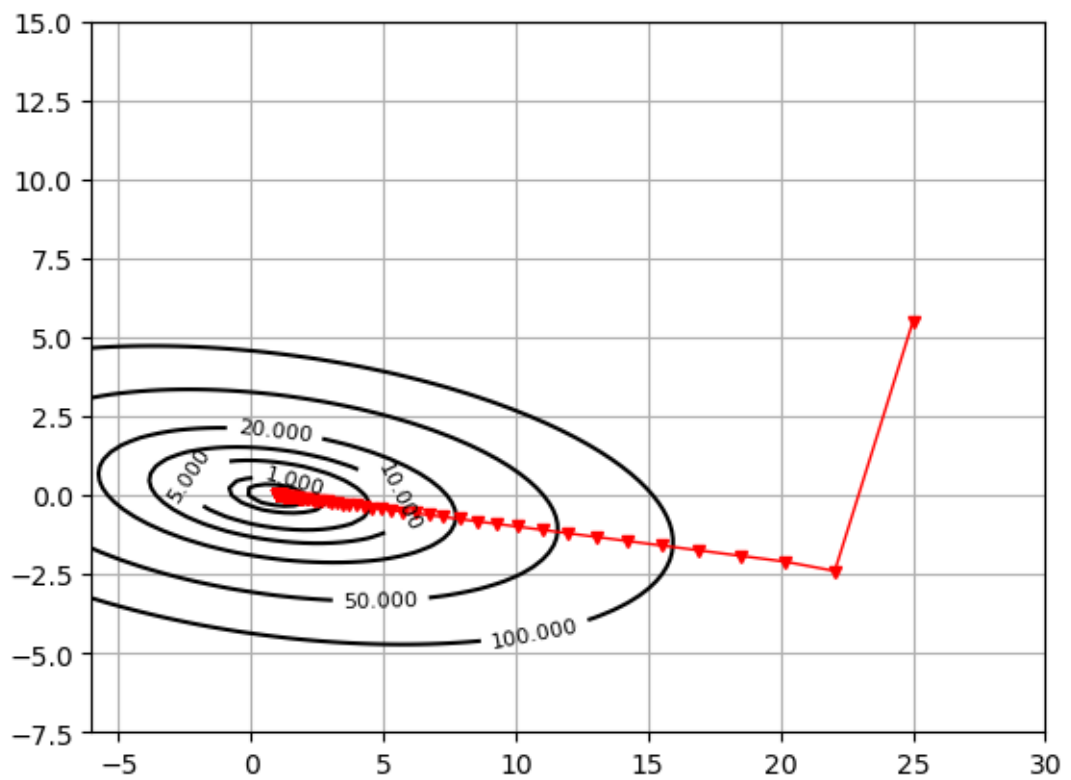
$$x_0 = \begin{pmatrix} 25 \\ 5.5 \end{pmatrix}$$



Armijo



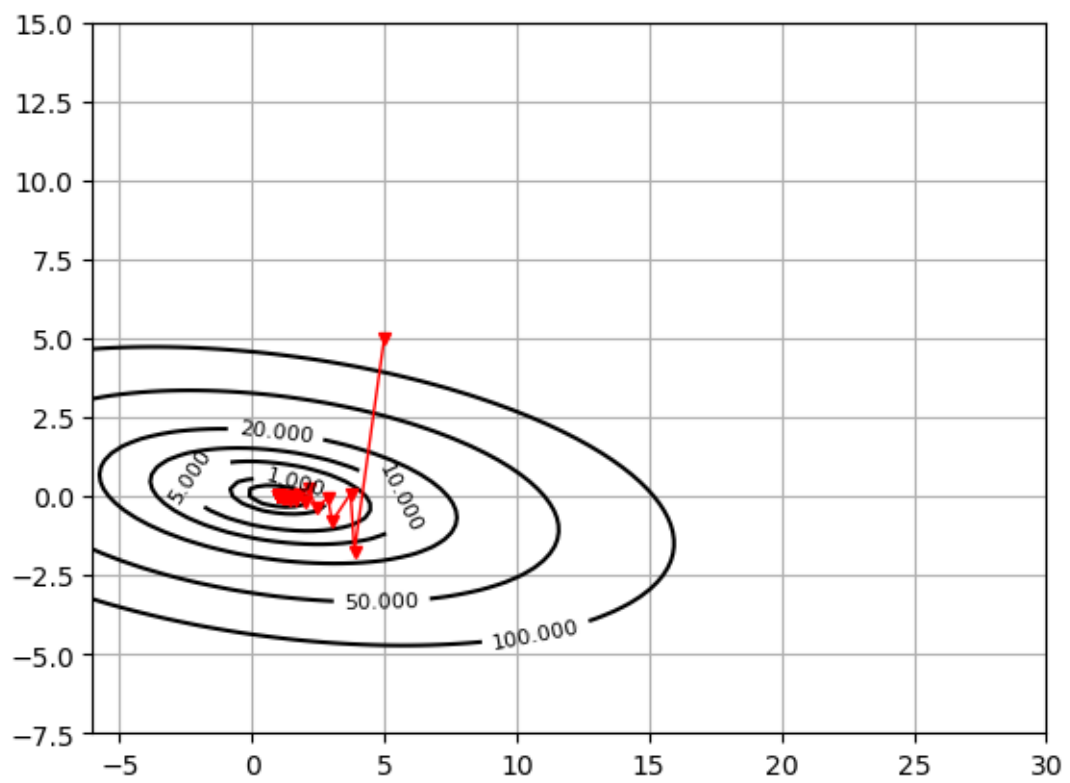
Wolfe



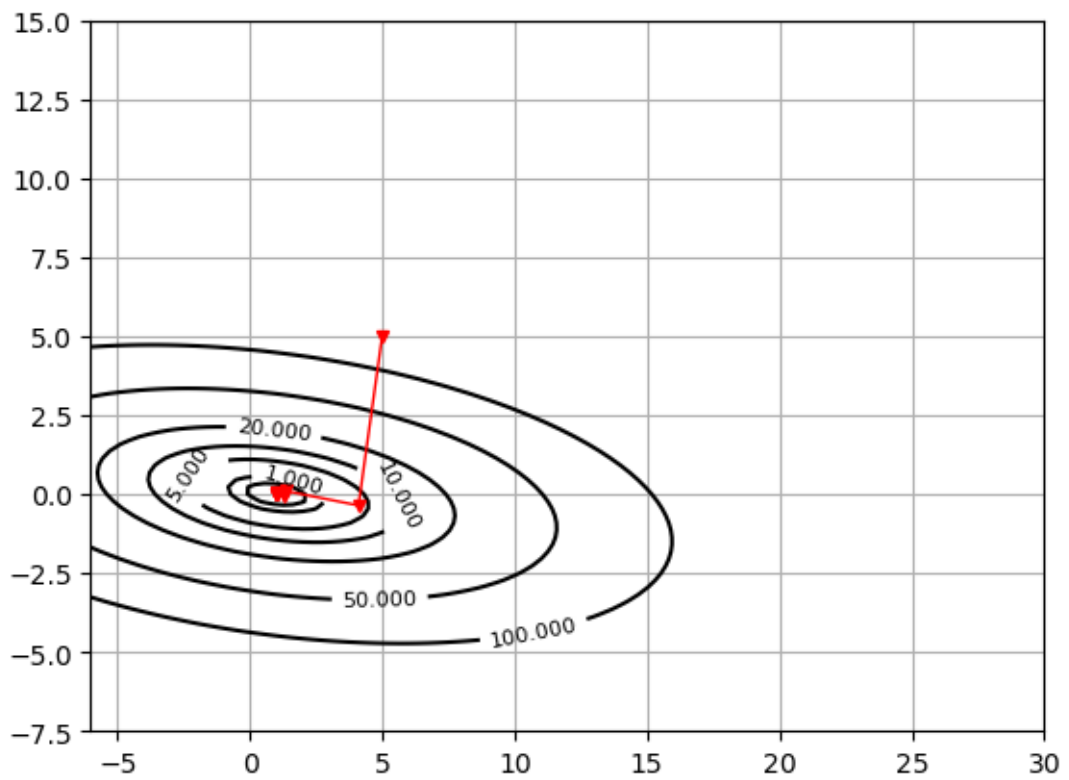
Constant

2.

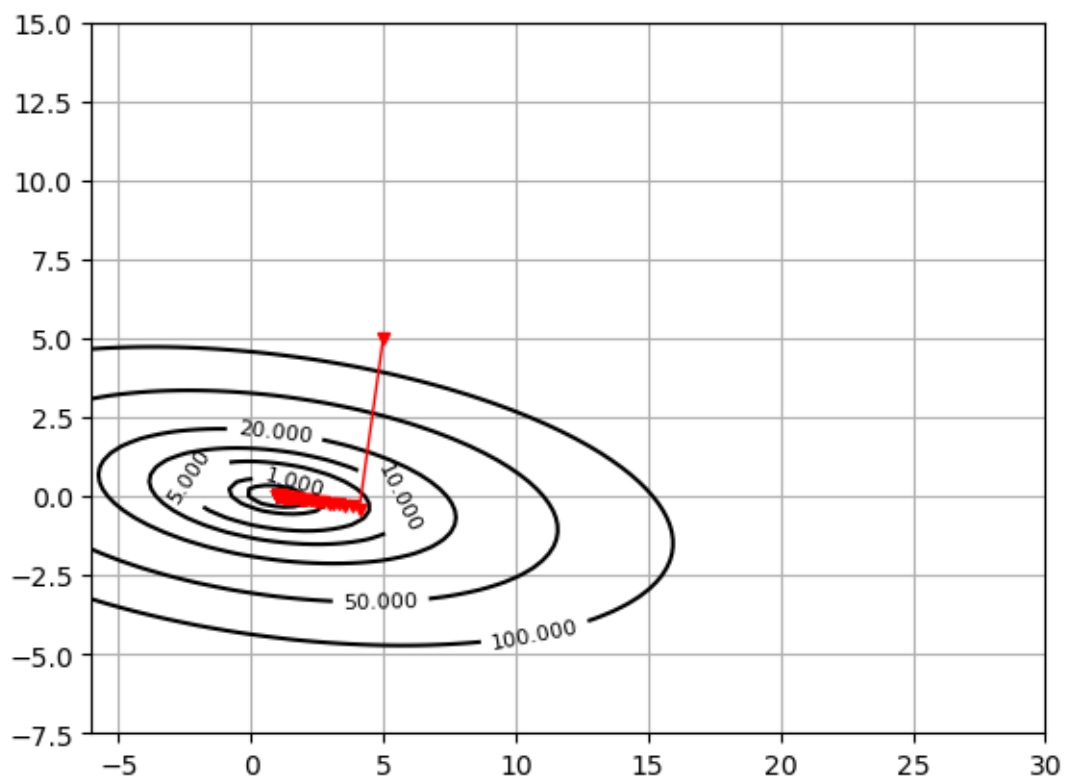
$$x_0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$



Armijo



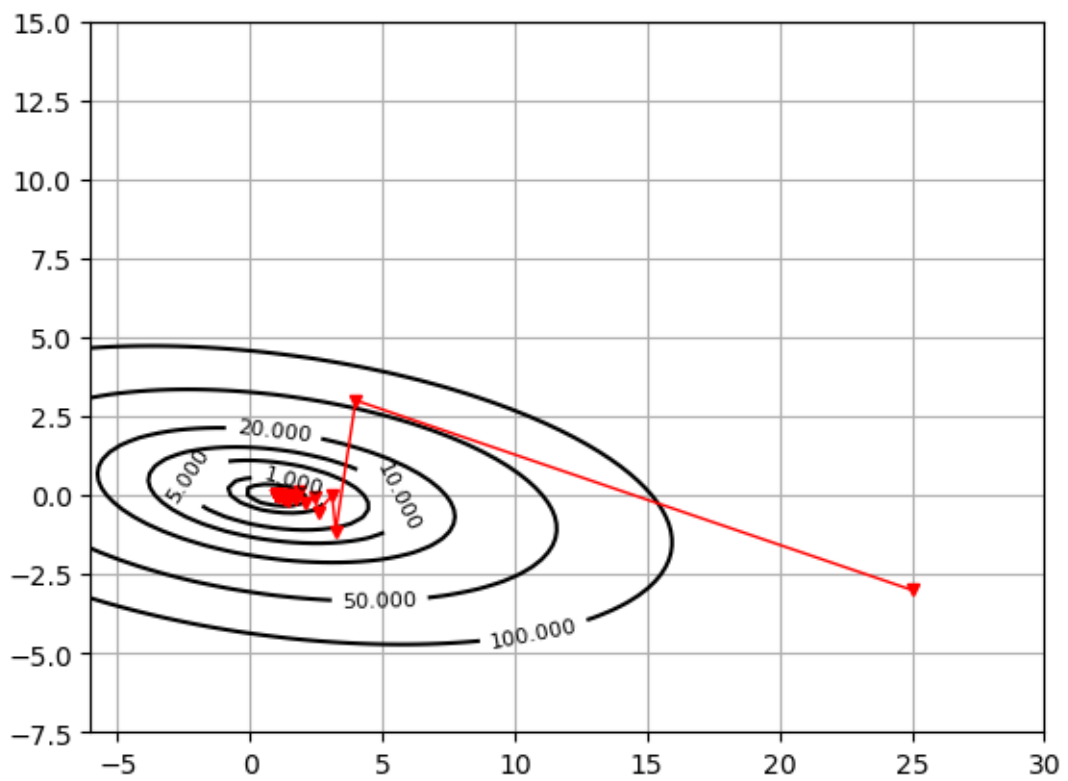
Wolfe



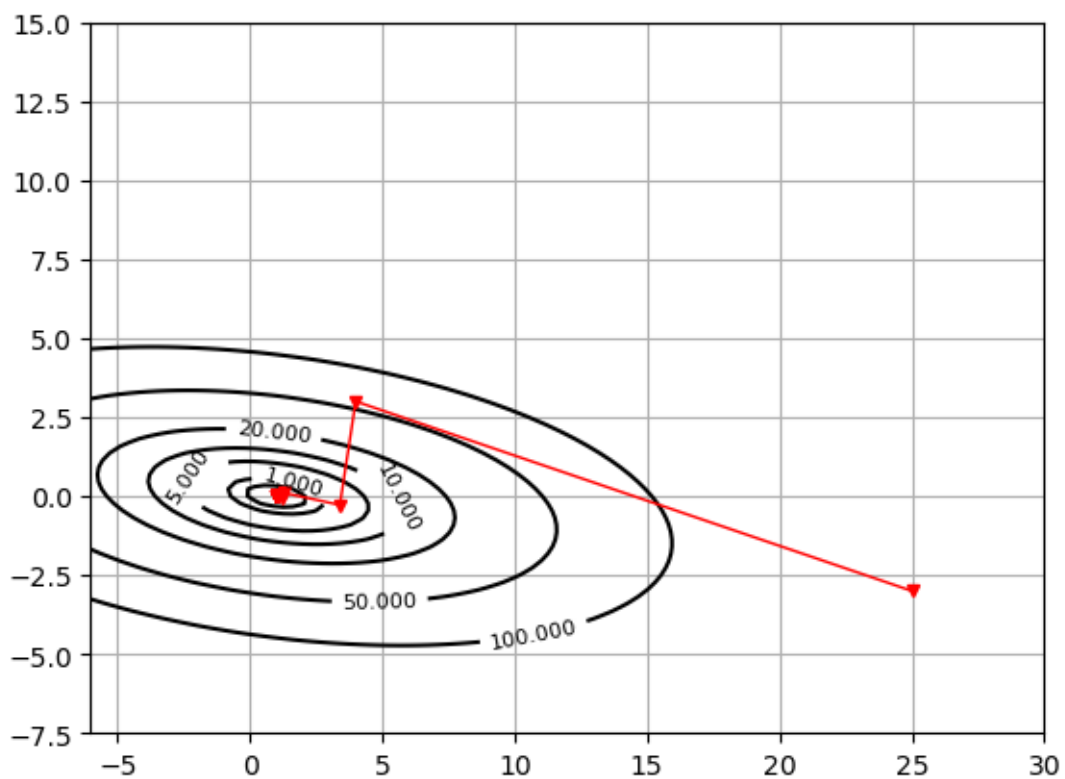
Constant

3.

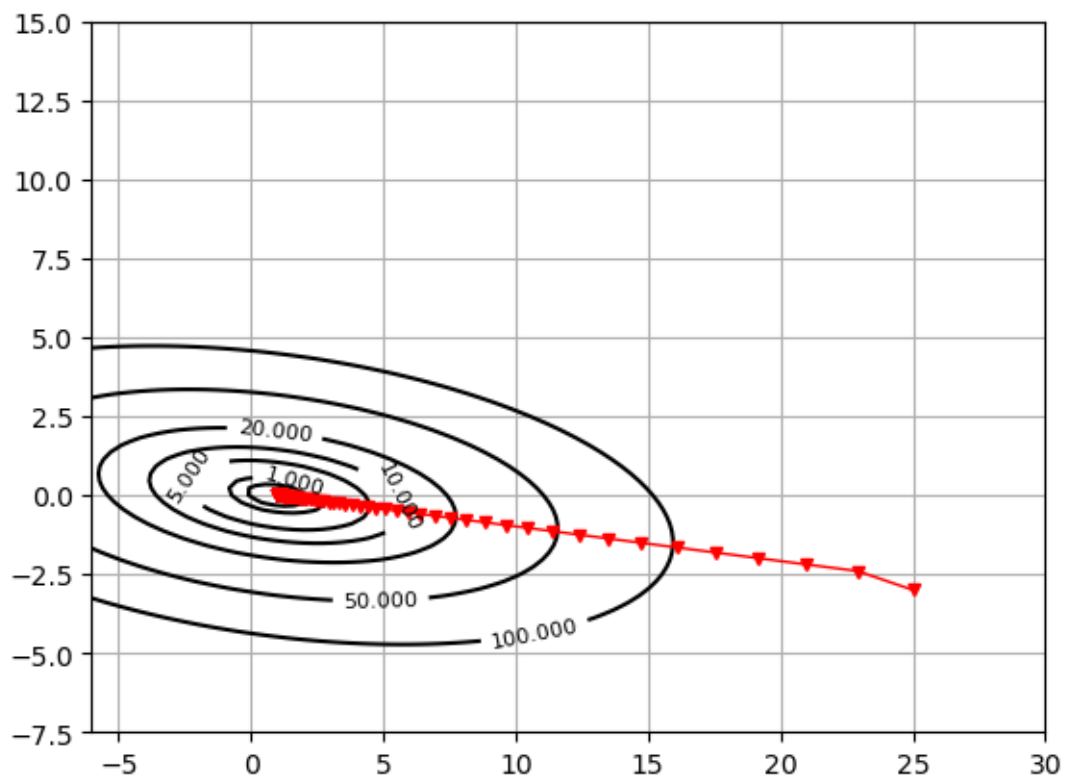
$$x_0 = \begin{pmatrix} 25 \\ -3 \end{pmatrix}$$



Armijo



Wolfe



Constant

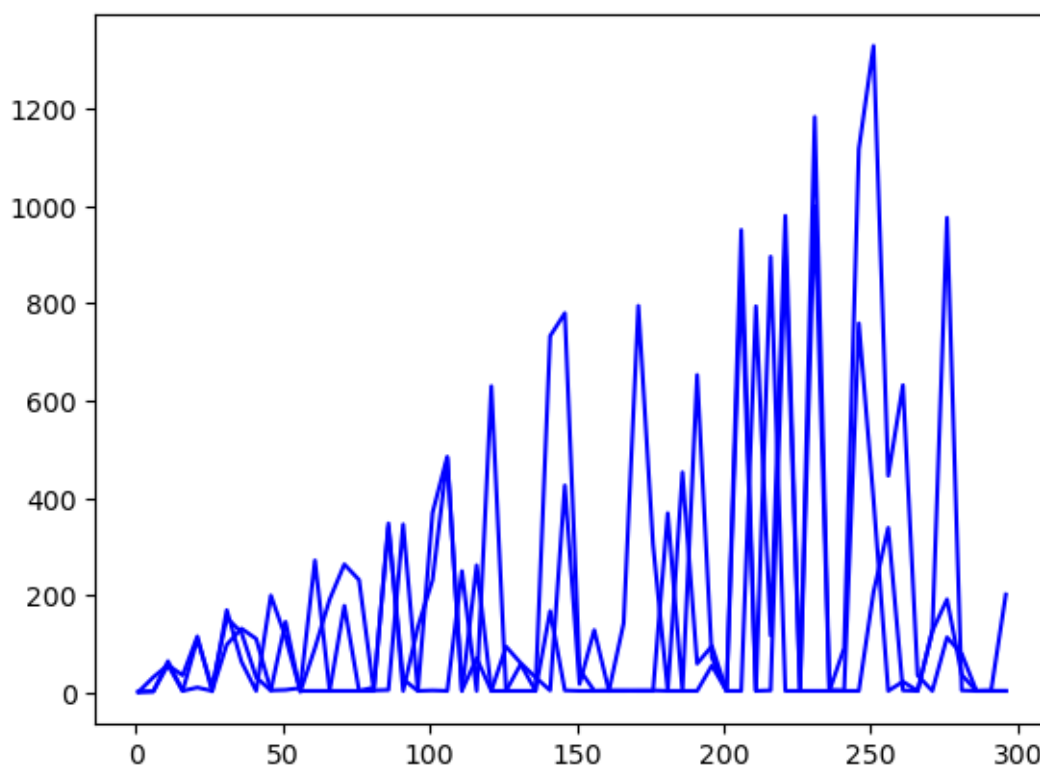
Вывод по этому эксперименту:

Поведение метода градиентного спуска действительно отличается в зависимости от метода и от начальной точки для разных начальных функций. Так, для константной стратегии при небольшом шаге происходит больше итераций для сходимости, чем для Армихо и Вульфа. При этом линия сходимости получается плавная по линиям уровня. Армихо шагает быстрее,

но перепрыгивает и колеблется вокруг линии (проходящей так, что линии уровня разбиваются симметрично). Вульф сходится еще быстрее Армихо (так как хорош для квадратичных функций). Начальная точка в основном влияет на скорость сходимости: чем ближе она расположена к оптимуму и чем удачнее попадет на линии уровня, тем быстрее сойдется.

2 Эксперимент: Зависимость числа итераций градиентного спуска от числа обусловленности и размерности пространства

1. Сгенерировал матрицу с числами обусловленности от 1 до 300 с шагом 5 и запустил эксперимент 5 раз. По оси x число обусловленности, по оси y количество итераций.



Видно, что в целом чем больше число обусловленности, тем больше итераций требуется для сходимости.

Запускал также эксперименты с большими размерностями n (10, 100, 1000), но вылетала computational error, так как переменные становились NaN...