Ренцирования сложной функции, если их аргументы, как и в (39.3), линейно зависят от t. Поэтому приведенное выше доказательство формулы Тейлора полностью сохраняется и для этого случая.  
 Формулу Тейлора (39.1) можно доказать и при еще более слабых ограничениях, однако это потребовало бы более тоного доказательства, и мы не будем на этом останавливаться (для случая одной перемнной см. Упражение 1 $13).  
 Формулу (39.1) можно несколько обобщить и в другом смысле: не требовать, чтобы функция f была определна во всех точках некоторой окрестности точки (x0, y0), а рассматривать эту формулу лишь при фиксированных х и у. Именно если функция f определена и имеет дифференцируемые частные производные до порядка m – 1 включительно в каждой точке отрезка с концами в точках, то формула также остается справедливой вместе с доказательством.

Из всего сказанного следует, что если функция f определена в выпуклой области G и имеет в G дифференцируемые частные проивзодные порядка m-1, то для любых двух точек и имеет место формула Тейлора.

Для справедливости же формулы Тейлора, кроме дифференцируемости производных порядка m-1 в окрестности точки, достаточно лишь потребовать, чтобы производные порядка m были непрерывны только в точке.

Мы не стали всего этого сразу оговаривать для простоты формулировок и доказательств теоремы 1 и ее следствия.

Подчеркнем еще, что в формуле не в смысле предела по любому фиксированному направлению, как может показаться на первый взгляд из приведенного доказательства, а в более сильном смысле, в смысле передела в точке (почему)

Упражнение 1. Пусть функция определена и непрерывна вместе со своими частными производными до порядка m включительно в некоторой окрестности точки. Доказать, что ее многочлен Тейлора порядка m, т.е. многочлен

Является многочленом наилучшего приближения функции «в бескончно малой окрестности точки». Это означает следующее: каков бы ни был многочлен степени не больше m (в каждом его члене сумма показателей перемынны и должна не превышать числа m) такое, что

Где

Он совпадет с указанным многочленом Тейлора функции

Всесказанное переносится и на случай функции любого числа переменных

Теорема 1. Если функция n переменных определена и непрерывна вместе со всеми своими частными производными до порядка m включительно в некоторой окрестности точки, то справедлива формула

Где

а также формула

где можно записать в каждом из следующих видов:

либо

где

либо

т.е.

Наконец, через дифференциалы формулу можно записать в виде

Эти ограничения можно несколько ослабить аналогично тому, как это было указано выше в случае функций двух переменных.