Nivelamento de Matemática

CONJUNTOS

Professor:
Me. Luciano Xavier de Azevedo

UniCesumar

DIREÇÃO

NEAD - NÚCLEO DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA

C397 **CENTRO UNIVERSITÁRIO DE MARINGÁ**. Núcleo de Educação a Distância; **AZEVEDO**, Luciano Xavier de;

Nivelamento de Matemática. Autor1;
Maringá-Pr.: UniCesumar, 2017.
XXX p.
"Pós-graduação Universo - EaD".
1. xxxxxxx. 2. xxxxxxxxxxx. 3. EaD. I. Título.

CDD - 22 ed. xxxxx
CIP - NBR 12899 - AACR/2

As imagens utilizadas neste livro foram
obtidas a partir do site **shutterstock.com**

NEAD - Núcleo de Educação a Distância
Av. Guedner, 1610, Bloco 4 - Jardim Aclimação - Cep 87050-900
Maringá - Paraná | unicesumar.edu.br | **0800 600 6360**

sumário

CONJUNTOS

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

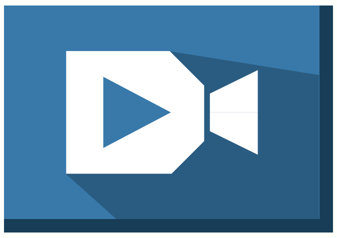
- Interpretar a linguagem da Teoria dos Conjuntos bem como simbologias usadas.
- Aprender as diferentes operações envolvendo conjuntos numéricos, usadas como ferramentas para resolução de exercícios e problemas.
- Classificar e diferenciar os conjuntos numéricos em Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais e Reais e aprender as operações básicas relativa a cada conjunto.
- Conceituar o MMC e o MDC de dois ou mais números naturais bem como sua obtenção.
- Interpretar as diferentes notações de intervalos e suas utilizações e operações.

PLANO DE ESTUDO

A seguir, apresentam-se os tópicos que você estudará nesta unidade:

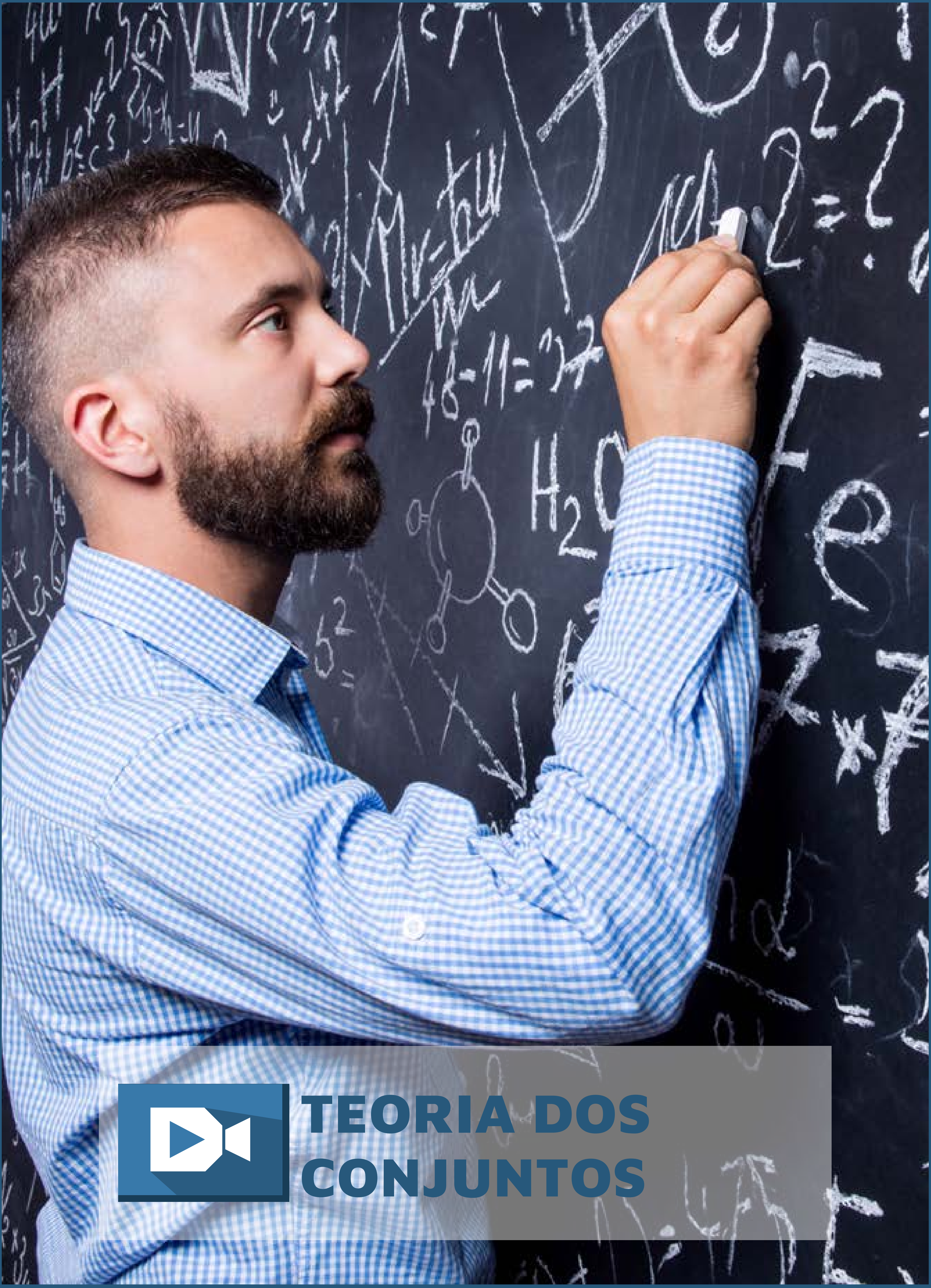
- Teoria dos Conjuntos
- Operações com Conjuntos
- Conjuntos Numéricos
- Múltiplos e Divisores
- Intervalos Reais

Aluno(a), os ícones a seguir tem funções específicas dentro do seu livro, veja a explicação sobre cada um deles:



Selecionando este ícone na entrada de cada tópico, você terá acesso a vídeos com explicações gerais a respeito do conteúdo apresentado no tópico em questão. Nestes vídeos são exibidos o que de mais importante e essencial você vai estudar. Fique atento!

Selecionando este ícone, você terá acesso a vídeos de resolução de exemplos. Importante lembrar que as resoluções são inéditas, não sendo as mesma dispostas no livro, assim você terá uma experiência ainda maior a respeito do assunto abordado.



TEORIA DOS CONJUNTOS

Para começar nossa análise, indagamos: "o que é um conjunto?" Você provavelmente deve ter ouvido, em sua fase de ensino médio, entre seus amigos, várias definições para essa pergunta. Não existe uma definição formal do que é conjunto, apenas ficamos com a ideia de coleção, reunião ou classe.

Um conjunto é formado por objetos que, de modo geral, são chamados elementos. Então, aluno(a), você deve continuar com a ideia construída em toda sua vida estudantil, para reforçarmos o seu contexto sobre conjunto, observe alguns exemplos:

1. Os dias da semana formam um conjunto. Segunda-feira é um dia da semana, logo dizemos que ele é um **elemento** desse conjunto.
2. Saturno tem várias Luas. Essas Luas formam um conjunto e Titãs **pertence** a esse conjunto.
3. O Brasil é constituído de 26 estados. São Paulo é um deles, logo São Paulo é um **elemento** que **pertence** a esse conjunto.

Representação de Conjuntos

Ao ler textos que se referem a conjuntos, você vai perceber algumas formas de representá-los. Normalmente indicamos os conjuntos por letras maiúsculas do nosso alfabeto, conjunto A, B, C etc., lógico que isso não é regra. Você, com a ideia construída sobre conjunto no decorrer de sua vida, ainda pode perceber que nos deparamos com conjuntos finitos e infinitos. Quando o conjunto é finito, indicamos o número de elementos de um conjunto A usando a expressão n(A), assim se chamarmos o conjunto no exemplo 1, referente aos dias da semana, denotado por A, temos n(A) = 7.

Para representarmos conjuntos, habitualmente usamos três formas:

Representação por Tabulação

Nessa representação, colocamos os elementos de um conjunto entre chaves separadas por vírgulas, ou também podemos usar pontos e vírgulas.

exemplos

a) A = {primavera, verão, outono, inverno}
b) B = {1, 3, 5, 7, 9}
c) C = {1,24; 1,33; 1,45; 1,70}
Para que não ocorra confusão, na representação por forma tabular, usa-se ponto e vírgula para separar números decimais, como no exemplo c, para podermos definir, de forma clara, a separação das casas decimais do número.

Representação por uma Característica

Nesse tipo de representação, os elementos são descritos por uma frase, proposição ou algo que os caracteriza ou que os determina. Normalmente indicamos um conjunto da seguinte forma:

A = { x/x tem a propriedade p}

A expressão x/x lê-se x tal que x.

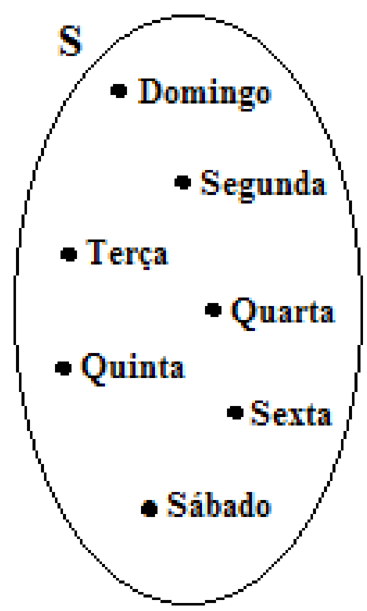
exemplos

1) A = {x/x é vogal}
2) B = {x/x é país da América do Sul}
3) C = {x/x é dia semana}

Representação pelo diagrama de Venn

Nessa representação, os elementos são simbolizados por pontos interiores a uma região plana delimitada por uma linha fechada que não se entrelaça.

exemplos



Conjunto Unitário Vazio

Um conjunto caracterizado por possuir apenas um elemento é chamado de **conjunto unitário**.

exemplos

O conjunto A = {x/x é dia da semana que começa com a letra D} só tem um elemento.
Se um conjunto não possui nenhum elemento ele é chamado de conjunto vazio. O conjunto B = {x/x é mês do ano que começa com T} é um exemplo de conjunto sem elementos, logo é um conjunto vazio, a sua representação pode ser feita utilizando duas simbologias: { } ou ∅.

Relação de Pertinência e de Subconjunto

Quando um elemento x faz parte do conjunto A, dizemos que ele pertence ao conjunto A, e indicamos essa relação por $x \in A$, de forma contrária. Quando o elemento não faz parte de A, dizemos que ele não pertence a A, então indicamos por $x \notin A$.

exemplos

Seja o conjunto $A = \{0, 2, 4, 8\}$ temos que $4 \in A$ e $7 \notin A$.
Um conjunto A é subconjunto de B, se e somente se, todo elemento que pertence a A também pertencer a B. Para indicar que um conjunto A está contido em B, usamos a simbologia $A \subset B$.
A expressão $A \supset B$, significa A **contém** B. Temos, ainda, que $A \not\subset B$ e $C \not\supset D$ significa, respectivamente, A não está contido em B e C não contém D.

Seja B o conjunto formado por todos os estados do Brasil. Consideremos S o conjunto dos estados da região Sul do Brasil, que é composta por Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul. Temos que o conjunto S é subconjunto de B, pelo fato de todos os seus elementos também pertencerem a B.
A relação $A \subset B$ é chamada relação de inclusão. A seguir, temos duas propriedades da relação de inclusão entre conjuntos.
P_1) O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, ou seja, $\varnothing \subset \mathbf{A}, \ \forall \mathbf{A}$.
P_2) Qualquer conjunto é subconjunto de si mesmo, ou seja, $\mathbf{A} \subset \mathbf{A}, \ \forall \mathbf{A}$.

OPERAÇÕES EM CONJUNTOS

Até o momento comentamos algumas características, indicações, bem como formas de representar conjuntos. Quando ouvimos em Matemática a expressão "operações", logo nos vem à mente a adição, subtração, multiplicação e divisão entre elementos, em especial, números, mas os conjuntos também têm uma álgebra particular - é possível operá-los. A partir de agora, você irá estudar as principais **operações** envolvendo conjuntos e saber como aplicá-las e resolver exercícios variados. Essas operações são conhecidas como: União de conjuntos, Intersecção de conjuntos, Diferença de conjuntos.

União ou Reunião de Conjuntos

Chamamos de união entre os conjuntos A e B um conjunto gerado pelo agrupamento de todos os elementos do conjunto A com todos os elementos do conjunto B, ou seja, a união de A com B é o conjunto formado por todos os elementos pertencentes a A ou a B.

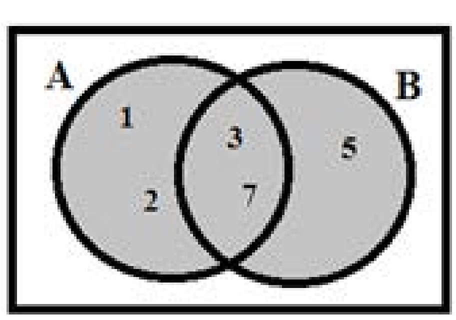
Simbolicamente, representamos a União entre dois conjuntos A e B, pelo símbolo A ∪ B, e definimos da seguinte maneira:

$$A \cup B = \{x/x \in A \text{ ou } x\ B\}$$

Atente-se ao cognitivo "ou" na definição, com sentido inclusivo, ele é o indicador da união (ou reunião) entre conjuntos.

+%× exemplos

Considere os conjuntos A = {1, 2, 3, 7} e B = {3, 5, 7}, então . Essa operação pode ser representada pelo diagrama a seguir.



Intersecção de Conjuntos

Consideramos como Intersecção entre os conjuntos A e B um conjunto gerado pelos elementos que aparecem simultaneamente entre eles, ou seja, a intersecção de A com B é o conjunto formado pelos elementos comuns a A e a B.

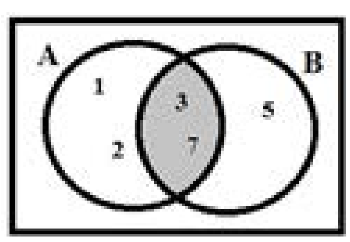
Simbolicamente representamos a União entre dois conjuntos A e B pelo símbolo, $A \cap B$ e a definimos da seguinte maneira:

$$A \cap B=\{\chi/\chi \in A \text{ e } \chi \in B\}$$

O cognitivo "e" na definição, com sentido de simultaneidade, é o indicador da intersecção entre conjuntos, atente-se a esse detalhe.

exemplos

Dados os conjuntos A = {1, 2, 3, 7} e B = {3, 5, 7}, então $A \cap B$= {3, 7}. Como acontece com a União, podemos representar essa operação por meio do seguinte diagrama:



Nota: dois conjuntos A e B são chamados disjuntos se não tiverem nenhum elemento em comum. Em outras palavras, dois conjuntos são disjuntos se sua intersecção representar um conjunto vazio.

Podemos dizer que os conjuntos A = {1, 2, 3, 7} e B = {5, 6, 8} são disjuntos, pois $A \cap B = \varnothing$.

Analisando as operações de União e Intersecção entre os conjuntos A e B, é fácil verificar que o número de elementos da união entre os conjuntos A e B é igual a soma do número de elementos do conjunto

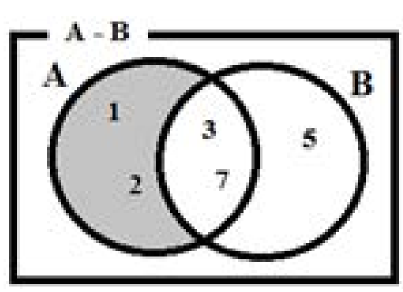
Observe que, se os dois conjuntos forem disjuntos, temos que o número de elementos da união entre os conjuntos A e B é igual a soma do número de elementos do conjunto A com o número de elementos do conjunto B: $n(A \cup B)= n(A)+n(B)$

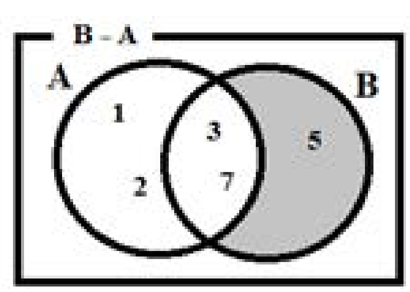
Diferença de Conjuntos

Chamamos de diferença entre dois conjuntos A e B, nesta ordem, os elementos do conjunto A que não pertencem ao conjunto B. Observe que a diferença entre A e B é o conjunto formado pelos elementos exclusivos de A, isto é, retira-se de A o que for comum com B. A operação de diferença não é comutativa.

exemplos

Considere os conjuntos A = {1, 2, 3, 7} e B = {3, 5, 7}, então A-B= {1, 2} e B-A= {5}. Note a diferença pela área hachurada nos diagramas:

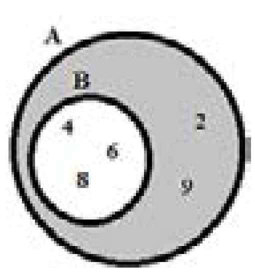




O conjunto gerado por A – B quando todos os elementos do conjunto B são elementos de A é chamado de complementar de B em relação a A, indicamos C_A^B .

$C_A^B = A - B$, com $B \subset A$.

Sejam os conjuntos A= {2, 4, 6, 8, 9} e B = {4, 6, 8}. Vemos que $B \subset A$, então o complementar de B em A é $C_A^B = A - B = \{2,9\}$. A área hachurada do diagrama a seguir mostra esse complementar.



atenção

Como vimos nas operações entre os conjuntos, os cognitivos "e" e o "ou" possuem sentidos bastante específicos. O "e" traz sentido de simultaneidade, ou seja, serve para conectar duas afirmações. Já o "ou" tem função de indicar que pelo menos uma das afirmações ocorre. Então, a frase "2 é maior que 7 e par" está incorreta, mas a frase "2 é maior que 7 ou par" está correta. Fique atento em relação a isso.

Problemas com Operações entre Conjuntos

Em vários casos, você, aluno(a), poderá resolver situações que se referem a conjuntos finitos, representando-os por meio de diagramas de Venn. Isso facilita de forma passo a passo.

exemplos resolvidos

01. Uma pesquisa realizada com 200 pessoas teve como foco verificar a eficiência de um anúncio sobre dois produtos, A e B. Ao final dessa pesquisa, verificou-se que, dos entrevistados, precisamente,

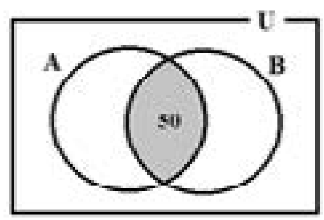
- 120 conhecem o produto A.
- 110 conhecem o produto B.
- 50 conhecem ambos os produtos.

Quantas pessoas, dentre as entrevistadas na pesquisa, não conhecem nenhum dos produtos?

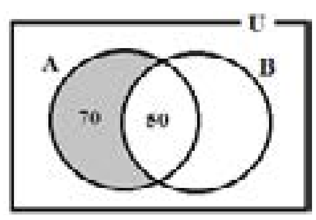
RESOLUÇÃO:

1º) Nos casos de problemas deste formato, que envolvem dois diagramas e apresenta a intersecção, iniciamos a nossa resolução indicando-a, ou seja, para facilitar a resolução comece o problema pela intersecção. Pelas informações oferecidas no problema, o número de elementos do conjunto $A \cap B$ é 50. Para facilitar, representaremos essa operação no diagrama indicando essa quantidade de pessoas.

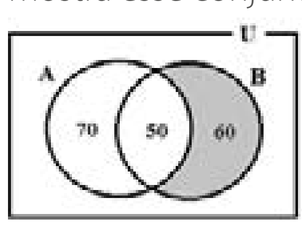
exemplos resolvidos



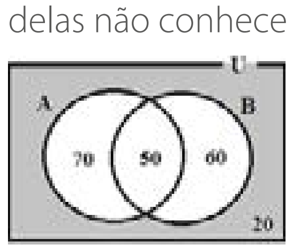
2º) O conjunto A tem 120 elementos. Observe que, desses, 50 já foram representados, faltando, portanto, 70 pessoas. Esse número é a quantidade de elementos do conjunto A – B.



3º) Analogamente, o conjunto B tem 110 elementos, como 50 já foram indicados, então o conjunto B – A tem 60 elementos. O diagrama a seguir mostra esse conjunto.



4º) Para finalizar, o conjunto $A \cup B$ tem 70+50+60=180 elementos. Como estamos nos referindo a um universo de 200 pessoas, concluímos que 20 delas não conhecem o produto A nem o produto B.



dica

Esse problema pode ser resolvido pela relação entre união e intersecção entre dois conjuntos A e B. Assim

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 120 + 110 - 50 = 180$$

Como a pesquisa foi realizada com 200 pessoas, então a diferença é o valor procurado.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Ao olharmos a nossa volta com certeza iremos ver algum número.

Historiadores relatam que o homem primitivo começou a produzir seu alimento, seja ele plantando ou através da criação de animais, domesticando animais com o intuito de obter lã e isso acarretou em profundas modificações em sua vida. Para que façamos um estudo sobre a origem dos números precisamos fazer uma análise histórica sobre o tema, mas esse não é o foco desse material. Assim nos atentaremos apenas em classificar os números, mas o que é um número? Damos o nome de Número a um objeto ou símbolo da Matemática designado para descrever quantidade, medida ou ordem. Definimos como conjunto numérico o agrupamento de números com características semelhantes. Os conjuntos numéricos compõem uma parte importante da Matemática, bem como contexto de aplicação a outras áreas de estudo. Atualmente esses conjuntos são englobados em números naturais, inteiros, racionais, reais e complexos, este último será estudado em um outro momento que não cabe a esse Nivelamento. Após o estudo dessas definições de conjuntos passaremos, a partir deste tópico, abordar os subconjuntos numéricos que compõe o Conjunto dos Números Reais.

Conjunto dos Números Naturais

É provável que sua necessidade de contar deve ter surgido aos dois ou três anos de idade. É provável, também, que algum amiguinho deve ter te visitado e mexido em seus brinquedos, aí você se deu conta de que estava faltando algum. De forma intuitiva, você fez um processo de contagem.

Definimos que um número pertence ao Conjunto dos Números Naturais se ele é usado em contagem. Esse conjunto é simbolizado por $\mathbb{N}$. Assim, temos que o conjunto dos números naturais é dado por:

$$\mathbb{N}\ \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Pela definição, você pode estar se perguntando, mas o zero é um número natural? A resposta para tal pergunta pode variar de acordo com o que for conveniente para aquele que deseja utilizá-lo. Incluir ou não o número zero no conjunto dos naturais é uma questão de conveniência. Alguns professores ou autores de livros didáticos e/ou paradidáticos podem utilizar, ou não, o zero, e representar $0 \in \mathbb{N}$ ou $0 \notin \mathbb{N}$.

Usa-se um asterisco ao lado do símbolo que representa um determinado conjunto para indicar que se retirou o zero do mesmo. Assim, o conjunto dos números naturais sem o zero é dado por:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, ...\}$$

Conjunto dos Números Inteiros

Dando continuidade ao nosso estudo dos conjuntos numéricos, estudaremos o conjunto dos números inteiros.

Diariamente nos deparamos com situações envolvendo números negativos, por exemplo, em uma cidade europeia um termômetro marcou 20°C acima de zero durante o dia, à noite e na manhã seguinte o termômetro passou a marcar 2°C abaixo de zero, nessa situação, o termo **acima de zero, refere-se aos números positivos e o termo abaixo de zero refere-se aos números negativos**.

Dizemos que dois números são opostos ou simétricos, se eles tem a mesma distância em relação a zero, ou seja, sua soma é nula.

exemplos

O oposto de +4 é -4, pois de ambos em relação a 0 é de 4 unidades; e outro exemplo, o oposto de -7 é +7.

O conjunto dos números naturais unido com seus opostos em relação a zero é chamado de Conjunto dos Números Inteiros, e esse conjunto é representado por . Esse símbolo advém da palavra "Zahl" que, em alemão, significa número. Assim, temos que o conjunto dos números inteiros é dado por

$$\mathbb{Z} = \{ \ldots , -3, -2, \ -1, 0, 1, 2, 3, \ldots \}.$$

Quando estamos fazendo discussões em relação aos números inteiros, é comum vermos a notação * que indica o conjuntos dos números inteiros sem o zero. Então

$$\mathbb{Z}^* = \{\ldots , -3, -2, \ -1, 1, 2, 3, \ldots \}.$$

Para indicar esse conjunto podemos denominar ***Conjunto dos Inteiros Não Nulos***.

Conjunto dos Números Racionais

Sabemos, desde o ensino fundamental, que existem números que não são inteiros, como frações e decimais. A seguir, definiremos um conjunto que abrange os números inteiros e os casos que podem ser escritos em formato de fração - o chamado conjunto dos números racionais.

Denomina-se racional todo número que pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$ com a, b $\in \mathbb{Z}$ e b $\neq$ 0. Em outras palavras, o conjunto dos números racionais é formado por todos os quocientes entre números inteiros a e b, em que b é não nulo.

$$\mathbb{Q} = \left\{ x = \frac{a}{b} \,/\, a, b \in Z \text{ e } b \neq 0 \right\}$$

Os números racionais podem ser representados de quatro formas diferentes: frações (próprias ou impróprias), números mistos (que é uma variação das frações impróprias), números decimais de escrita com forma finita e, por fim, as dízimas periódicas, que são números decimais nos quais na escrita aparecem períodos numéricos infinitos.

Observação: a representação fracionária de um número racional se identifica com uma operação de divisão entre numerador e denominador. Nesse caso, compreende-se a unidade dividida em partes iguais, na qual o denominador representa a quantidade de partes que a unidade deve ser dividida.

exemplos

I) Em forma de fração ordinária: Exemplos: $\frac{3}{5}, -\frac{2}{1}, \frac{7}{8}$ e seus opostos.	**II) Números mistos:** Exemplos: $6\frac{2}{7}, -5\frac{3}{4}\ \frac{34}{19}$ e seus opostos.
III) Números decimais com forma finita: Exemplos: $0{,}6 = \frac{3}{5}$; $0{,}2 = \frac{1}{5}$; $1{,}71 = \frac{171}{100}$.	**IV) Dízimas Periódicas:** Exemplos: $1{,}6666... = \frac{16}{9}$; $3{,}33333... = \frac{10}{3}$; $0{,}727272... = \frac{8}{11}$.

exemplos resolvidos

01. Escrever o número 1,22222... em formato de fração irredutível.

RESOLUÇÃO:

01. Seja x = 1,22222..., assim 10x = 12,22222... então, 10x – x = 12,2222... – 1,2222..., desta maneira temos que 9x = 11 que nos dá $x = \frac{1}{9}$.

Observe que os conjunto dos números Naturais e o conjunto dos números Inteiros são subconjuntos do Conjunto dos Racionais observe também que, além desses subconjuntos, representamos o conjunto dos racionais não negativos pelo símbolo

$\mathbb{Q}_+$ e o conjunto dos números racionais não positivos por $\mathbb{Q}_-$ e o conjunto dos números racionais, excluindo-se o zero por $\mathbb{Q}^*$. Note que, assim como acontece na representação dos números naturais e dos números inteiros, utilizamos um asterisco ao lado do símbolo dos números racionais para indicar que se retirou o zero.

Conjunto dos Números Irracionais

É natural que você faça a seguinte pergunta: e os números que não podem ser escritos na forma de fração com numerador e denominador inteiros?

Existe um outro conjunto numérico que tem papel relevante em nossos estudos - o conjunto dos números Irracionais. Denomina-se irracional todo número cuja expansão decimal seja infinita e não periódica.

+−%× exemplos

2,3456734... ; $\sqrt{7}$, π.

Conjunto dos Números Reais

A seguir, trataremos de um conjunto que será extremamente usado em nosso curso. O conjunto dos números reais é o conjunto formado por todos os números racionais e todos os **números** irracionais e é representado por $\mathbb{R}$, em outras palavras, é o conjunto formado pela união dos racionais com os irracionais.

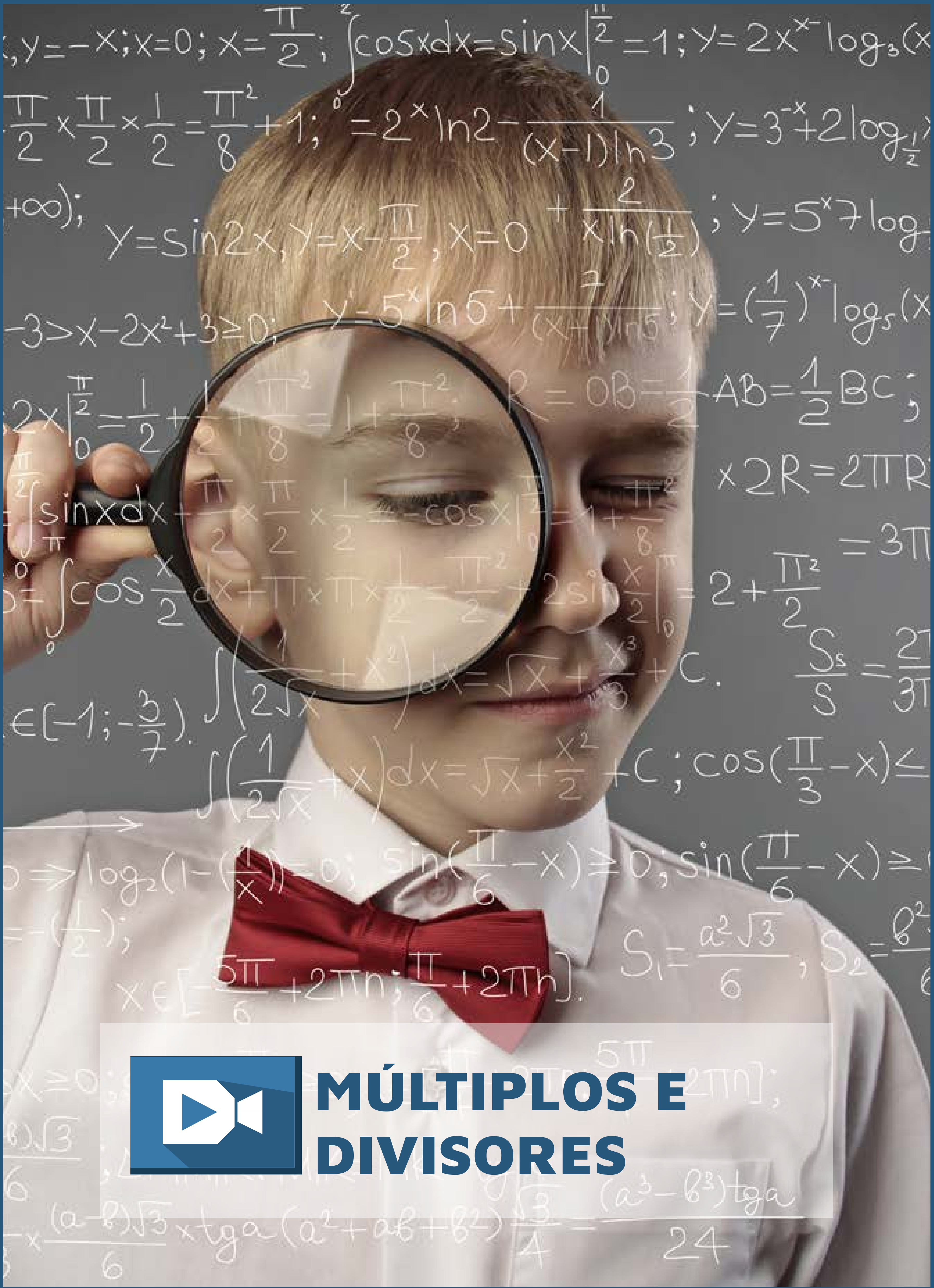
$$\mathbb{R} = \{x \,/\, x \text{ racional ou } x \text{ é irracional}\}$$

Nota: você deve ter observado que não utilizamos uma simbologia para o conjunto dos números irracionais. Esse fato se deu por não ter uma referência padrão para tal, geralmente é usada a expressão:

$$\text{Irracionais} = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$$

Todos esses conjuntos numéricos citados são infinitos, esses conjuntos podem ser relacionados da seguinte forma:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



MÚLTIPLOS E DIVISORES

Neste tópico trataremos de dois conceitos que fazem parte da multiplicação de dois números naturais, os múltiplos e os divisores. A seguir, definiremos conceitualmente, a priori podemos entender assim, ***múltiplo*** de um certo número é o produto desse número por um natural qualquer, por exemplo 15 é múltiplo de 3, pois 5.3 = 15, temos ainda que um número é ***divisor*** de outro número quando o resto da divisão do segundo pelo primeiro for 0, por exemplo, 8 é divisor de 24, pois 24 dividido por 8 é igual a 3 o resto é 0.

Sejam a e b números inteiros. Dizemos que a é **múltiplo** de b se existe um número inteiro k que satisfaz a seguinte igualdade:

$$a = k.b$$

Observe ainda que, se b for diferente de zero, podemos escrever

$$k = \frac{a}{b}.$$

Denotamos por M(c) o conjunto dos múltiplos de c e por D(c) o conjunto dos divisores de c.

Observações:

I. M(c), com $c \neq 0$, é um conjunto infinito.

II. M(0) = {0}.

III. Zero é múltiplo de qualquer número.

IV. Qualquer número é múltiplo de si mesmo.

V. D(c), com $c \neq 0$, é um conjunto finito.

VI. O número 1 é o elemento neutro da multiplicação e da divisão.

VII. Todo número diferente de zero é divisor de si mesmo.

Números Primos

Dentro do conjunto dos naturais você deve ter ouvido falar em Números primos, mas o que é isso? Dizemos que um número natural é primo se ele apresenta exatamente dois divisores naturais, o 1 e ele mesmo. A sequência dos números primos é dada por P = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ... }.

exemplos

O número 15 não é primo, pois tem mais de dois divisores, ou seja
D(15) = {1, 3, 5, 15}
Observação: a expressão, ***a e b são primos entre si***, indica que na fatoração dos números naturais a e b não existe fator em comum.

Mínimo Múltiplo Comum

Definimos o Mínimo Múltiplo Comum de dois ou mais números naturais, denotado por MMC, como sendo o menor número não nulo que é múltiplo comum dos números dados. Para se obter o MMC, fazemos o produto de todos os fatores primos, comuns ou não, levando em conta o maior expoente com quais eles aparecem em uma decomposição desses números.

exemplos resolvidos

01. Determine o MMC entre os números 36 e 48.

RESOLUÇÃO:
01. Devemos fatorar os número 36 e 48.

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Assim temos que $36 = 2^2.3^2$ e $48 = 2^4.3^1$. Usando todos os fatores primos e com seus respectivos maiores expoentes, podemos afirmar que MMC (36, 48) = 24.32 = 144.
Podemos também fatorar simultaneamente os números 36 e 48.

36, 48	2
18, 24	2
9, 12	2
9, 6	2
9, 3	3
3, 1	3
1	$2^4.3^2 = 144$

exemplos resolvidos

02. O cometa X "visita" a Terra a cada 26 anos, enquanto o cometa Y, a cada 91 anos. Sabe-se que ambos "visitaram" a Terra em 1889. Após essa data, o número de vezes que o cometa X deverá passar pela Terra, até que os dois a "visitem" no mesmo ano, é:

RESOLUÇÃO:

02. Devemos encontrar o primeiro múltiplo diferente de zero dos números 26 e 91. Fatorando simultaneamente os números 26 e 91 temos:

$$\begin{array}{r|l} 26,\ 91 & 2 \\ 13,\ 91 & 7 \\ 13,\ 13 & 13 \\ 1,\ \ 1 & 2.7.13 = 182 \end{array}$$

Assim, após 1889, devemos contar 182 anos para que eles "visitem" a Terra novamente juntos. Para descobrir a quantidade de vezes que o cometa X deverá passar pela Terra basta dividir 182 anos por 26 anos, logo temos 7 vezes.

Máximo Divisor Comum

Definimos como Máximo Divisor Comum de dois ou mais números naturais, denotado por MDC, como sendo o maior número positivo que é divisor comum desses números.

Podemos obter o MDC. de um conjunto de números multiplicando todos os fatores primos comuns, levando em consideração os expoentes menores desses fatores comuns.

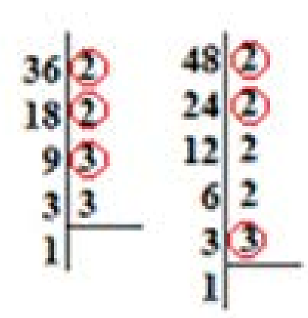
exemplos resolvidos

03. Determine o MDC entre os números 36 e 48.

04. Uma pessoa pretende distribuir 105 litros de álcool, 120 litros de azeite e 75 litros de água em barris de mesma capacidade, de modo que a quantidade de barris seja a menor possível. A capacidade de cada barril, em litros, deve ser de:

RESOLUÇÃO:

03. Devemos fatorar os número 36 e 48.



Os fatores circulados são comuns entre eles. Logo o MDC(36, 48) é igual a 2.2.3 = 12.

04. Para obter a menor quantidade de barris, devemos colocar a maior quantidade possível em cada barril, ou seja, calcular o MDC(105, 120, 75) e, em seguida, devemos dividir por esse maior divisor comum os valores 105, 120 e 75. Assim

Logo, para se obter a menor quantidade de barris eles devem ter a capacidade de 3.5 = 15 litros.

INTERVALOS REAIS

Chamamos de Intervalo a todo conjunto infinito de números reais. Geometricamente, correspondem a segmentos de reta sobre um eixo coordenado.

Na sequência, trabalharemos com intervalos contínuos, ou seja, espaços na reta que indicam todos os números que estão entre dois elementos. Para exemplificar, considere um conjunto cujos elementos são os números reais maiores ou iguais a 0 e menores ou iguais a 2 (isto é, se x pertence a esse conjunto então $0 \leq x \leq 2$), esse é um intervalo que contém os extremos 0 e 2, e todos os números reais entre eles. Observe que, nesse exemplo, colocamos os extremos, mas é possível também ter intervalos da forma: conjunto dos números reais maiores que 3. Nesse caso, queremos os números reais x tais que $x > 3$. A seguir indicaremos algumas notações para intervalos reais, primeiramente segue uma lista de símbolos que utilizaremos.

- S_1) **]** (um colchete)

  Esse símbolo no ***começo*** do intervalo significa que o elemento a esquerda não está incluído no intervalo. Neste caso esse símbolo pode ser substituído por um parênteses aberto para o elemento.

  Se esse mesmo símbolo aparecer no final do intervalo significa que o elemento a direita dele faz parte do intervalo.

- S_2) **[** (um colchete)

  Esse símbolo no ***começo*** do intervalo significa que o elemento à direita está incluído no intervalo.

  Se esse mesmo símbolo aparecer no ***final*** do intervalo significa que o elemento à direita dele não faz parte do intervalo. Nesse caso, esse símbolo pode ser substituído por parênteses aberto para o elemento.

- S_3) ○ (bolinha toda branca)

  Esse símbolo significa que o número não faz parte do conjunto.

- S_4) ● (bolinha pintada de preto)

  Esse símbolo significa que o número faz parte do conjunto.

  Para que você se familiarize com intervalos reais, listamos alguns. Sejam a e b números reais tais que $a < b$ números reais.

Intervalo Aberto nas Duas Extremidades

Essa notação indica que os elementos a e b não fazem parte do conjunto, ou seja, consideramos todos os números reais entre a e b.

Esse intervalo é representado por]a, b[ou ainda (a, b) ou através de conjuntos

$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$.

exemplos

A=[2,7) B=(4,9]
AUB

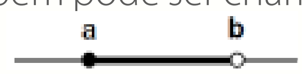
Intervalo Fechado nas Duas Extremidades

Essa indicação informa que os números a e b fazem parte do conjunto juntamente com os números que estão entre a e b.

Representamos esse intervalo por [a, b] ou por meio de conjuntos $\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$.

Intervalo Fechado em a e Aberto em b

Esse intervalo indica que o elemento do lado esquerdo pertence ao conjunto e o do lado direito não. Esse intervalo também pode ser chamado de semiaberto à esquerda.



A representação será [a, b[ou ainda [a, b) ou por meio de conjuntos

$\{x \in \mathbb{R} \ / \ a \leq x \leq b\}$.

exemplos

$$A = \{x \in R / -1 < x \leq 4\}$$
$$B = \{x \in R / x > 2\}$$
$$A \cap B = ?$$

Intervalo Aberto em a e Fechado em b

Neste intervalo indicamos que o elemento do lado direito pertence ao conjunto e o do lado esquerdo não. Esse intervalo também pode ser chamado de semiaberto à direita.

Usamos a representação [a, b[ou ainda [a, b) ou por meio de conjuntos

$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$.

Intervalos Direcionados ao Infinito

Casos:

1. Indicação para representar o conjunto dos números reais maiores ou iguais a a.

Representado por $[a, +\infty[$ ou ainda $[a, +\infty)$, ou por meio da notação de conjuntos

$\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq a\}$.

2. Indicação para representar o conjunto dos números reais maiores que a.

Representado por $]a, +\infty[$ ou ainda $(a, +\infty)$, ou por meio da notação de conjuntos

$\{x \in \mathbb{R} \,/\, x > a\}$.

3. Indicação para representar o conjunto dos números reais menores ou iguais a b.

Representado por $]-\infty, b]$ ou ainda $(-\infty, b]$, ou por meio da notação $\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq b\}$.

4. Indicação para representar o conjunto dos números reais menores que b.

Representado por $]-\infty, b[$ ou ainda $(-\infty, b)$, ou por meio da notação $\{x \in \mathbb{R} \,/\, x < b\}$.

Nesta unidade abordamos os conjuntos de forma geral e, em seguida, demos ênfase aos conjuntos numéricos com suas propriedades e operações. Essa unidade foi composta por teoria e também apresentamos alguns exemplos resolvidos para que você tivesse um bom rendimento no estudo dos conteúdos referentes a conjuntos. Aqui foi apresentada a você uma boa base, mas, mesmo assim, ainda sugiro, para enriquecimento de sua formação, que faça uma leitura dos livros indicados na referência da unidade, em especial na parte que trata sobre o tema que foi apresentado.

referências

AZEVEDO, L. **Matemática Básica**. Maringá: Sapiens Editora, 2012.

BONAFINI, F. C. **Matemática**. São Paulo: Pearson Prentice Hal, 2012.

BIGODE, A. J. L. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2002, v. 2.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1998.

CASTRUCCI, G. **A conquista da Matemática.** São Paulo: FTD, 2012.

LIMA, E. L. A Matemática do Ensino Médio. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006, v. 3.

MORGADO, A. C.; WAGNER, E.; ZANI, S. C. **Progressões e Matemática Financeira**. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

SOUZA, J. **Matemática.** São Paulo: FTD, 2015.