



# NIVELAMENTO DE **MATEMÁTICA**

## EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

**Professor:**

Me. Luciano Xavier de Azevedo

## DIREÇÃO

**Reitor** Wilson de Matos Silva

**Vice-Reitor** Wilson de Matos Silva Filho

**Pró-Reitor de Administração** Wilson de Matos Silva Filho

**Pró-Reitor de EAD** William Victor Kendrick de Matos Silva

**Presidente da Mantenedora** Cláudio Ferdinandi

## NEAD - NÚCLEO DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA

**Diretoria Operacional de Ensino** Kátia Coelho

**Diretoria de Planejamento de Ensino** Fabrício Lazilha

**Head de Planejamento de Ensino** Camilla Cocchia

**Gerência de Produção de Conteúdos** Gabriel Araújo

**Supervisão do Núcleo de Produção de Materiais** Nádila de Almeida Toledo

**Supervisão de Projetos Especiais** Daniel F. Hey

**Projeto Gráfico** Thayla Guimarães

**Designer Educacional** Yasminn Talyta Tavares Zagonel

**Editoração** Victor Augusto Thomazini

**Qualidade Textual** Talita Dias Tomé

---

C397 **CENTRO UNIVERSITÁRIO DE MARINGÁ.** Núcleo de Educação a Distância; **SOBRENOME1**, Nome1;

**Nome do Livro.** Autor1;  
Maringá-Pr.: UniCesumar, 2017.  
26 p.

"Pós-graduação Universo - EaD".

1. xxxxxxx. 2. xxxxxxxxxxxx. 3. EaD. I. Título.

CDD - 22 ed. xxxxx  
CIP - NBR 12899 - AACR/2

---

As imagens utilizadas neste livro foram  
obtidas a partir do site **shutterstock.com**

**NEAD - Núcleo de Educação a Distância**  
Av. Guedner, 1610, Bloco 4 - Jardim Aclimação - Cep 87050-900  
Maringá - Paraná | unicesumar.edu.br | **0800 600 6360**

# sumário

01

06| MONÔMIOS

02

10| POLINÔMIOS

03

16| PRODUTOS NOTÁVEIS

04

21| FATORAÇÃO

# EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

## OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

- Conceituar e reconhecer um monômio e também efetuar operações básicas com monômios.
- Conceituar e reconhecer um polinômio, bem como efetuar operações básicas com polinômios.
- Desenvolver o quadrado da soma e o quadrado da diferença de dois termos, bem como o produto da soma pela diferença de dois termos.
- Determinar a forma fatorada de um polinômio.
- Escrever uma expressão algébrica dada sob a forma de produtos de polinômios.
- Reconhecer e aplicar os casos de fatoração.

## PLANO DE ESTUDO

A seguir, apresentam-se os tópicos que você estudará nesta unidade:

- Monômios
- Polinômios
- Produtos Notáveis
- Fatoração

# INTRODUÇÃO

É comum vermos pessoas buscarem aplicações para todos os conteúdos. Além da matemática de aplicação, aquela que apresenta questões diárias, as demandas, os problemas, e questões atuais que requerem soluções momentâneas, você deve entender que também existe aquela abstrata, que foge um pouco do território da realidade, ficando apenas na base teórica, mas as duas têm seu papel importante na formação e tem relevância muito grande no desenvolvimento matemático.

Nesta unidade vamos falar sobre as expressões algébricas, que nada mais é do que expressões que envolvem números, letras e também operações indicadas entre eles. Você, de forma intuitiva, deve usar expressões algébricas no seu dia a dia, por exemplo, quando você vai a uma papelaria comprar caneta e caderno, usamos  $2x + 3y$  para indicar o preço pago por 2 canetas e 3 cadernos sendo  $x$  o preço da caneta e  $y$  o preço do caderno.

Para que você tenha um estudo satisfatório envolvendo expressões algébricas, dividimos em dois grandes grupos, os **monômios** e os **polinômios**. Também, nesta unidade, vamos apresentar a você duas ferramentas importantes na Matemática, que são os produtos notáveis e também alguns casos de fatoração.

Aluno(a), os ícones a seguir tem funções específicas dentro do seu livro, veja a explicação sobre cada um deles:



Selecionando este ícone na entrada de cada tópico, você terá acesso a vídeos com explicações gerais a respeito do conteúdo apresentado no tópico em questão. Nestes vídeos são exibidos o que de mais importante e essencial você vai estudar. Fique atento!



Selecionando este ícone, você terá acesso a vídeos de resolução de exemplos. Importante lembrar que as resoluções são inéditas, não sendo as mesma dispostas no livro, assim você terá uma experiência ainda maior a respeito do assunto abordado.



**MONÔMIOS**

Chamamos de **monômio**, ou termo algébrico, toda expressão algébrica determinada por apenas um número real, uma variável ou pelo produto de números e variáveis.

Note que, nos monômios, não se verifica a presença de adição ou da subtração, pelos menos de forma explícita.

### +<sub>-</sub> x exemplos

As expressões  $2x$ ,  $3yz^3$ ,  $-4x^2y^3z^8$  são casos de monômios.

## Grau do Monômio

Seja o monômio  $ax_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_m^{n_m}$  definido no tópico anterior. Ao valor da soma  $n_1 + n_2 + \dots + n_m$  damos o nome de **grau** do monômio. Para exemplificar,  $-5x^2y^6$  é um monômio de grau 8, pois se somarmos os expoentes de x e y tem-se  $2 + 6 = 8$ .

### +<sub>-</sub> x exemplos resolvidos

**01.** Determine o valor de n para que o grau do monômio  $2x^3y^{n+2}z^5$  tenha grau 12.

#### RESOLUÇÃO:

**01.** O grau do monômio é dado pela soma dos expoentes das variáveis, daí tem-se  $3 + n + 2 + 5 = 12$ , ou seja  $10 + n = 12$  que implica em  $n = 2$ .

## Monômios Semelhantes

Para distinguirmos um monômio analisamos duas partes, uma parte numérica que é denominada **coeficiente** e outra parte, chamada de **literal**, que é o produto das variáveis.

Dois monômios que têm as partes literais iguais são chamados de monômios semelhantes. Por exemplo, são semelhantes:

1.  $3x$  e  $-9x$
2.  $6abc$  e  $11abc$
3.  $7x^2y^3$  e  $5x^2y^3$



# Operações com Monômios

Os monômios são munidos de operações. Apresento a você uma álgebra específica para os monômios, em especial as quatro operações básicas que são adição, subtração, multiplicação e divisão.

## Adição e Subtração

Caro(a) aluno(a), você vai notar que, para fazer operações de adição e subtração envolvendo monômios é bem tranquilo, basta você verificar a condição para poder fazer isso, que é a necessidade de serem monômios semelhantes, ou seja, só podemos somar ou subtrair monômios semelhantes e, em seguida, somar ou subtrair os coeficientes desses termos repetindo a parte literal.

### $+\%$ $-\%$ $\times$ exemplos

**02.** Sejam os monômios  $A = 3xy^3z$  e  $B = -4xy^3z$ . Determine  $A + B$  e  $A - B$ .

#### RESOLUÇÃO:

**02.** Note que os monômios são semelhantes, pois a parte literal de ambos é igual ( $xy^3z$ ), desta forma:

$$A + B = 3xy^3z + (-4xy^3z) = (3 - 4)xy^3z = -xy^3z$$

$$A - B = 3xy^3z - (-4xy^3z) = [3 - (-4)]xy^3z = [3 + 4]xy^3z = 7xy^3z$$

No ensino fundamental você deve ter conhecido esse processo pelo nome de redução de termos semelhantes.

## Multiplicação

Para fazermos o produto entre monômios, devemos fazer o produto entre potências de mesma base. Devemos fazer a multiplicação dos coeficientes e, em seguida, o produto da parte literal. Lembrando que, para produto de mesma base, repete-se a base e soma-se os expoentes.

## +<sub>-</sub><sub>x</sub> exemplos

$$\text{a) } 4x^2y^3 \cdot 5x^3y^2z^8 = 4 \cdot 5 \cdot x^2x^3y^3y^2z^8 = 20x^2+3y^3+2z^8$$

$$4x^2y^3 \cdot 5x^3y^2z^8 = 20x^5y^5z^8$$

$$\text{b) } -3yz^4 \cdot 2xyw^3 \cdot 6x^2w^5 = -3 \cdot 2 \cdot 6 \cdot xx^2yyz^4w^3w^5 = -36x^{1+2}y^{1+1}z^4w^{3+5}$$

$$-3yz^4 \cdot 2xyw^3 \cdot 6x^2w^5 = -36x^3y^2z^4w^8$$

## Divisão

Como você percebeu, para se fazer o produto entre monômios basta conhecer o produto entre potências de mesma base. Para fazer a divisão também usamos a divisão entre potências de mesma base. Para operarmos a divisão entre monômios procedemos da seguinte forma: dividimos os coeficientes e em seguida dividimos as partes literais, devemos repetir a base e subtrair os expoentes.

## +<sub>-</sub><sub>x</sub> exemplos

$$\text{a) } 28x^{11} : 7x^6 = (28:7) x^{11} : x^6 = 4x^{11-6}$$

$$28x^{11} : 7x^6 = 4x^5$$

$$\text{b) } 16x^3y^2 : 12xy^5z = \frac{16x^3y^2}{12xy^5z} = \frac{4x^{3-1}}{3y^{5-2}z}$$

$$16x^3y^2 : 12xy^5z = \frac{4x^2}{3y^3z}$$

## Potenciação

A potenciação de monômios é a operação de elevarmos um monômio a um expoente. Para desenvolver uma potência de monômio, devemos elevar cada fator a esse expoente, ou seja, elevamos o coeficiente ao expoente e, na parte literal, multiplicamos cada um dos expoentes pelo valor do expoente da potência.

## +<sub>-</sub><sub>x</sub> exemplos

$$\text{a) } (3x^3)^4 = (3)^4(x^3)^4 = 81x^{12}$$

$$\text{b) } (-3xy^3)^2 = (-3)^2 \cdot (x)^2 \cdot (y^3)^2 = 9x^2y^6$$

# POLINÔMIOS



$$\frac{3x-4}{2} - \frac{6x-5}{8}$$

$$\frac{8(3x-4)}{8 \times 2} - \frac{2(6x-5)}{2 \times 2}$$

$$24 - 32 - 12x + 10 =$$

$$9x = 21$$

$$y =$$

$$119 - 5y = 24$$

$$18x^5 - 15x^4 + 26x^2 =$$

Você, aluno(a), provavelmente desde o sexto ano, já deve ter trabalhado com polinômios. Esses termos chamados polinômios estão em um ramo da matemática chamado “*álgebra*”. Esse ramo faz correlação entre uso de letras, representativas de um número qualquer, com as operações aritméticas. Dizemos que um polinômio é composto por expressões algébricas que podem ser apenas números e letras. Entre esses elementos que compõem o polinômio, podem ser usados, também, potências e coeficientes numéricos.

Expressões algébricas que se formam a partir da união de variáveis e constantes, relacionadas por meio de operações de multiplicação, subtração ou adição, recebem o nome de polinômios.

A priori, os polinômios formam uma estrutura importante em álgebra, mas não para por aí, também possui grande relevância na geometria, quando se trabalha com valores desconhecidos fazendo uma relação com tais expressões. Por exemplo, se você quer relacionar os lados  $x$  e  $y$  de um retângulo com o perímetro, temos  $2x + 2y$ .

## Grau do Polinômio

Um polinômio pode ser composto por vários monômios e, analisando o grau desses monômios, definimos o que chamaremos de grau do polinômio. Os monômios integrantes de um polinômio são chamados termos do polinômio.

Chamamos de grau de um polinômio, não nulo, como sendo o maior grau dos monômios em que ele é composto.

### $\pm \frac{\%}{x}$ exemplos resolvidos

**01.** Qual é o grau do polinômio  $3x^4y - 3xy + 5x^3y^4$ ?

#### RESOLUÇÃO:

**01.** Note que o polinômio é composto por três monômios, o primeiro  $3x^4y$  que tem grau  $4 + 1 = 5$ , o segundo  $-3xy$  que tem grau  $1 + 1 = 2$  e o terceiro  $5x^3y^4$  que tem grau  $3 + 4 = 7$ . Logo, o grau do polinômio  $3x^4y - 3xy + 5x^3y^4$  é 7.

Podemos estabelecer, ainda, o grau do polinômio em relação a uma de suas variáveis, basta verificar o maior expoente que aparece nela. Por exemplo, o polinômio  $6m^2n + m^4n^3$  tem grau 4 em relação a variável  $m$  e grau 3 em relação a variável  $n$ .



# Operações com Polinômios

Como definimos, um polinômio é composto pela união de várias expressões algébricas, tendo números e variáveis, tendo potências e coeficientes. Os polinômios têm uma estrutura que nos permite efetuar várias operações, como de adição, subtração, multiplicação e divisão.

## Soma Algébrica ou Redução de Polinômios

Quando nos deparamos com polinômios, em muitos casos, verificamos representações de forma extensa. Então, para trabalharmos com expressões mais simples, usamos um processo chamado de redução de polinômios, que consiste na adição e/ou subtração de monômios. Essa adição e/ou subtração deve ser feita quando o polinômio apresenta termos semelhantes, ou seja, monômios com as mesmas variáveis e expoentes iguais, por exemplo,  $2xyz^2$  é semelhante a  $5xyz^2$  mas não a  $-3xy^2z$ . A esse processo de redução damos o nome de **soma algébrica** de polinômios.

Para podermos fazer essa soma algébrica de polinômios, devemos identificar os monômios semelhantes e adicionar ou subtrair esses fatores. Repita esse processo para todos os monômios até que não haja mais fatores semelhantes.

Conforme o número de termos resultantes das reduções no polinômio, podemos classificá-los:

$C_1$ ) **monômio**, quando há apenas um termo;

$C_2$ ) **binômio**, quando há dois termos;

$C_3$ ) **trinômio**, quando há três termos;

$C_4$ ) quando existem mais de três termos, não existe nome particular, apenas o chamamos de **polinômio**.

## +<sub>-</sub><sup>%</sup><sub>x</sub> exemplos resolvidos

**02.** Considere as expressões  $A = 3x^3 - 2xy + 4y - 3x^2y$  e  $B = 3y - 2x^2y + 4x^3$ .

Determine:

**a)**  $A - B$

**b)**  $A + 2B$

### RESOLUÇÃO:

**a)** É interessante que você tome cuidado com o sinal entre A e B:

$$A - B = 3x^3 - 2xy + 4y - 3x^2y - (3y - 2x^2y + 4x^3)$$

$$A - B = 3x^3 - 2xy + 4y - 3x^2y - 3y + 2x^2y - 4x^3$$

Agrupando os monômios semelhantes e os operando temos

$$A - B = 3x^3 - 4x^3 - 2xy + 4y - 3y - 3x^2y + 2x^2y$$

$$A - B = -x^3 - 2xy + y - x^2y.$$

**b)** A expressão  $2B$  significa que devemos multiplicar todos os monômios de B por 2, assim:

$$A + 2B = 3x^3 - 2xy + 4y - 3x^2y + 2(3y - 2x^2y + 4x^3)$$

$$A + 2B = 3x^3 - 2xy + 4y - 3x^2y + 6y - 4x^2y + 8x^3$$

Agrupando os monômios semelhantes e os operando temos:

$$A + 2B = 3x^3 + 8x^3 - 2xy + 4y + 6y - 3x^2y - 4x^2y$$

$$\text{Logo } A + 2B = 11x^3 - 2xy + 10y - 7x^2y$$

## Produto entre Polinômios

Para efetuarmos o produto entre polinômios, devemos aplicar o conceito da propriedade distributiva para a multiplicação, agindo de forma semelhante a números reais. Nesse caso, cada monômio de um polinômio deve ser multiplicado por todos os monômios do outro polinômio. Depois disso, se houverem, reduzir os monômios semelhantes.

## +<sub>-</sub><sub>x</sub> exemplos resolvidos

**03.** Sejam as expressões  $A = 2x - xy^2$  e  $B = 4x - 8x^2 + y$ . Obter o produto  $A.B$ .

### RESOLUÇÃO:

**03.** Para o produto  $A.B$  faremos uma distributiva:

$$A.B = (2x - xy^2).(4x - 8x^2 + y)$$

$$A.B = 2x.4x + 2x.(-8x^2) + 2x.y - xy^2.4x - xy^2(-8x^2) - xy^2.y$$

Usando as propriedades de potências temos que:

$$A.B = 8x^2 - 16x^3 + 2xy - 4x^2y^2 + 8x^3y^2 - xy^3$$

## Divisão de um polinômio por um monômio

A divisão ou quociente de polinômio por um monômio é feita por meio da divisão de cada termo desse polinômio pelo monômio, evidentemente, que esse monômio não deve ser nulo. Você deve ter notado que não apresentaremos a divisão entre polinômios. Realmente não faremos isso, pois o intuito desta unidade é manipular conceitos básicos, e a divisão entre polinômios com mais de uma variável requer alguns cálculos extensos.

Para se efetuar a divisão de polinômio por um monômio, utiliza-se duas regras matemáticas fundamentais: a primeira, a divisão entre os coeficientes numéricos e a segunda, uma divisão de potências de mesma base que consiste em manter a base e fazer uma subtração entre os expoentes.

## +<sub>-</sub><sub>x</sub> exemplos resolvidos

**04.** Sejam  $A = 8x^3y^6 + 6x^2y^4 - 10x^5y^4$  e  $B = 2xy^3$ . Obter o quociente da divisão entre  $A$  e  $B$  nesta ordem.

### RESOLUÇÃO:

**04.** Para efetuarmos essa divisão, basta dividir cada monômio de  $A$  pelo monômio de  $B$ , assim:

$$8x^3y^6 : 2xy^3 = 4x^2y^3; \quad 6x^2y^4 : 2xy^3 = 3xy; \quad -10x^5y^4 : 2xy^3 = -5x^4y$$

$$\text{Logo, } (8x^3y^6 + 6x^2y^4 - 10x^5y^4) : (2xy^3) = 4x^2y^3 + 3xy - 5x^4y$$

## Polinômio com uma única variável

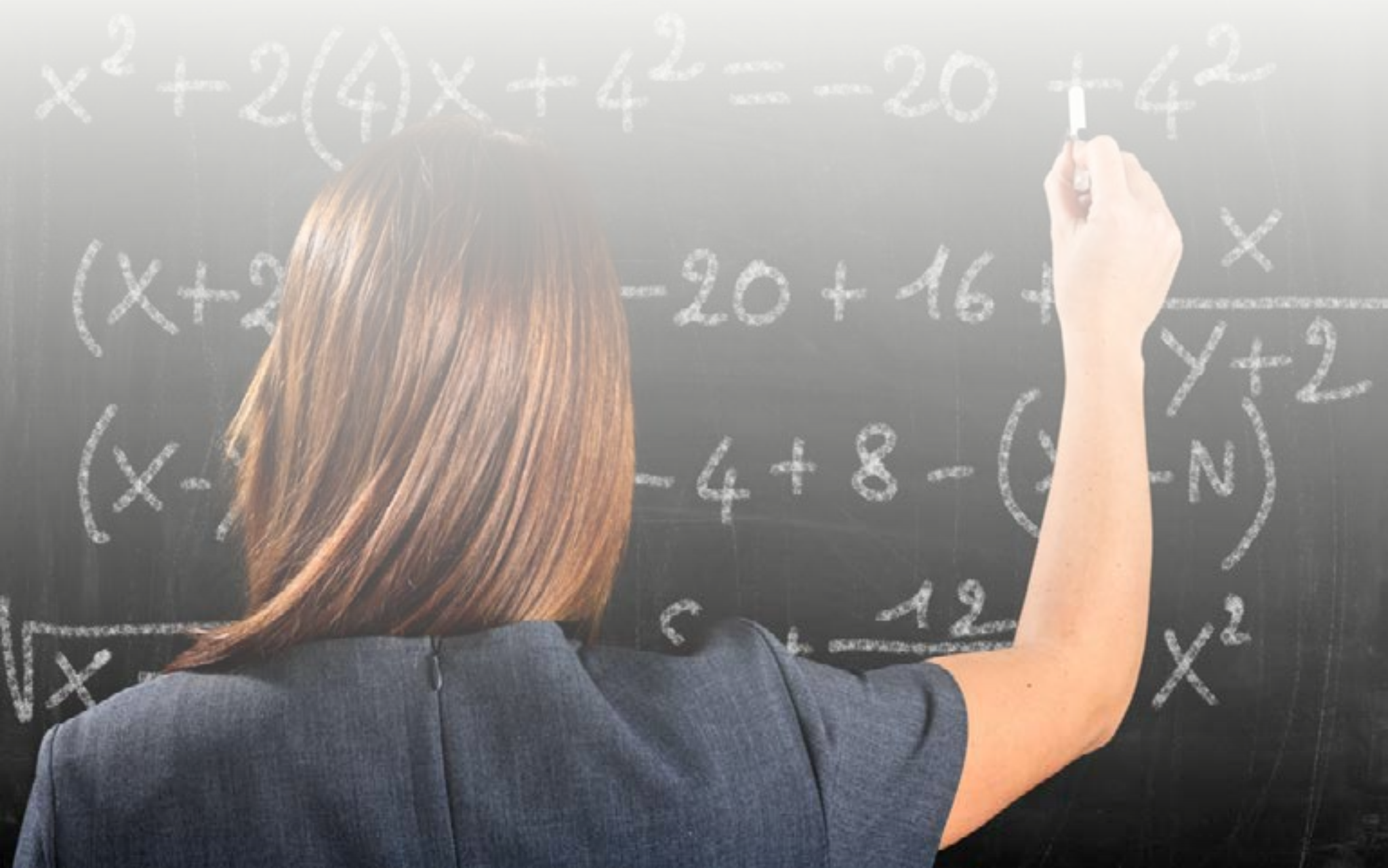
Quando você avançar em nosso nivelamento, em especial quando estiver estudando a unidade seguinte, você irá se deparar com equações do primeiro e segundo grau. Lá faremos uma igualdade entre um polinômio e um número real. Os casos que serão apresentados aqui serão polinômios de uma única variável. Nos casos a seguir dizemos que são *polinômios na incógnita  $x$* .

$$7x - 8 \qquad x^3 - 5x + 1$$

Por efeito de organização, esses polinômios de uma única variável costumam vir escritos com seus expoentes em ordem decrescente, mas isso não é regra, é apenas “estético”. Se durante essa organização os expoentes não vierem de forma ordenada, ou seja, faltando alguma potência na variável “ $x$ ” dizemos ser um *polinômio incompleto*.

Nos casos dados acima, o segundo polinômio é incompleto pois

$$x^3 - 5x + 1 = x^3 + 0x^2 - 5x + 1.$$





A close-up photograph of a chalkboard with handwritten mathematical equations in white chalk. The equations are arranged in a grid-like fashion, with a vertical line separating the left and right sides. The left side contains the expression  $\frac{1}{2} \times 9$  and the right side contains  $\frac{1}{2} \times 9$ . The background is a dark, textured surface, and the chalk is a light, off-white color. The text "PRODUTOS NOTÁVEIS" is overlaid on the bottom right of the image.

**PRODUTOS  
NOTÁVEIS**

Agora, aluno(a), falaremos sobre algumas expressões algébricas, os chamados Produtos Notáveis. Essas expressões são utilizadas para manipular multiplicação de polinômios e posteriormente em casos de fatoração. Os conceitos de produtos notáveis têm papel importante na Matemática, pois é uma ferramenta que implica em agilidade em seu aprendizado. No decorrer de sua vida acadêmica você irá notar que, ao fazer operações algébricas, irá perceber algumas situações de polinômios que aparecem com uma frequência considerável em especial os casos que chamaremos de Produtos Notáveis. A seguir, listaremos alguns casos.

## Quadrado da Soma de dois Termos

Definimos como quadrado da soma de dois termos a expressão da forma  $(a + b)^2$ . O desenvolvimento dessa expressão se dá da seguinte forma:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$$

Daí fazemos um produto aplicando distributiva entre esses parênteses, assim temos que:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Simplificadamente, para que você lembre de forma a facilitar o seu uso, escrevemos:

“O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o produto do primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.”

### $\pm \frac{\%}{x}$ exemplos resolvidos

**01.** Desenvolver a expressão  $(x + 3)^2$ .

#### RESOLUÇÃO:

**01.** Usando a expressão  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  com  $a = x$  e  $b = 3$  tem-se:  
 $(x + 3)^2 = x^2 + 2x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$

## Quadrado da Diferença de dois Termos

Chamamos de quadrado da diferença de dois termos uma expressão que pode ser escrita como  $(a - b)^2$ . Neste segundo caso, você deve proceder de forma análoga ao primeiro caso, então:

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b)$$

Usando a propriedade distributiva, temos que:

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

Logo, escrevemos:



O quadrado da diferença de dois termos é equivalente ao quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o produto do primeiro termo pelo segundo, somado ao quadrado do segundo termo.

### +<sub>-</sub><sub>x</sub> exemplos resolvidos

**02.** Desenvolver a expressão  $(2x - 1)^2$ .

#### RESOLUÇÃO:

**02.** Usando a expressão  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  com  $a = 2x$  e  $b = 1$  tem-se:

$$(2x - 1)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x)(1) + (1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

## Produto Da Soma Pela Diferença

Outra ferramenta importante dentro de nosso estudo é o desenvolvimento do produto da soma pela diferença entre dois termos, que são expressões da forma  $(a + b) \cdot (a - b)$ .

Para esse desenvolvimento usamos, como nos casos anteriores, um produto com uso da propriedade distributiva:

$$(a + b).(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2$$

$$(a + b).(a - b) = a^2 - b^2$$

Então podemos, para facilitar nossos estudos, escrevermos:

“O produto da soma pela diferença de dois termos é equivalente ao quadrado do primeiro termo, menos o quadrado do segundo termo”.

### +<sub>-</sub> x exemplos resolvidos

**03.** Calcule o produto  $\left(x - \frac{2}{y}\right)\left(x + \frac{2}{y}\right)$ .

#### RESOLUÇÃO:

**03.** Temos que o produto pela diferença entre dois termos é dado por  $(a + b).(a - b) = a^2 - b^2$ . Faremos uso de  $a = x$  e  $b = \frac{2}{y}$ , logo:

$$\left(x - \frac{2}{y}\right)\left(x + \frac{2}{y}\right) = x^2 - \left(\frac{2}{y}\right)^2 = x^2 - \frac{4}{y^2}$$

## Cubo da Soma

Aluno(a), definimos como cubo da soma de dois termos como sendo uma expressão que pode ser reduzida ao formato  $(a + b)^3$ . Neste quarto caso temos um desenvolvimento mais trabalhoso, mas basta manipular a potência:

$$(a + b)^3 = (a + b).(a + b)^2$$

Devemos desenvolver a potência  $(a + b)^2$  e aplicar distributiva:

$$(a + b)^3 = (a + b).(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

## +<sub>-</sub>%<sub>x</sub> exemplos resolvidos

**04.** Faça o desenvolvimento de  $\left(x + \frac{1}{3}\right)^3$ .

### RESOLUÇÃO:

**04.** Usaremos a expressão  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$  com  $a = x$  e  $b = \frac{1}{3}$ .

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) + 3x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^3 = x^3 + x^2 + \frac{x}{3} + \frac{1}{27}$$

## Cubo da Diferença

Definimos como cubo da diferença de dois termos como sendo a expressão da forma  $(a - b)^3$ . Como no caso anterior, para seu desenvolvimento usamos a propriedade distributiva:

$$(a - b)^3 = (a - b) \cdot (a - b)^2$$

$$(a - b)^3 = (a - b) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

## +<sub>-</sub>%<sub>x</sub> exemplos resolvidos

**05.** Desenvolver a potência  $(y - 3)^3$ .

### RESOLUÇÃO:

**05.** Aplicando  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$  com  $a = y$  e  $b = 3$  temos:

$$(y - 3)^3 = y^3 - 3y^2 \cdot 3 + 3y \cdot 3^2 - 3^3$$

$$(y - 3)^3 = y^3 - 9y^2 + 27y - 27$$



# FATORAÇÃO





A fatoração de expressões algébricas tem fundamental importância. Ela consiste em representar soma de polinômios através de produto. Existem vários casos de fatoração, aqui nos atentaremos às seguintes aplicações.

### Caso 1: Fator comum em evidência

Neste caso de fatoração temos que determinar o elemento comum aos termos que formam o polinômio. Em seguida fazemos um produto colocando-o em evidência. Evidentemente, para fatorar uma expressão algébrica utilizando esse primeiro caso de fatoração, todos os monômios da expressão algébrica devem ter pelo menos algum termo em comum.

#### $\pm \frac{\%}{x}$ exemplos resolvidos

**01.** Fatore a expressão  $3x^2 - 2x^4$ .

#### RESOLUÇÃO:

**01.** Note que  $2x^2 \cdot x^2 = 2x^4$ , desta forma tem-se que:

$$3x^2 - 2x^4 = 3x^2 - 2x^2 \cdot x^2$$

O fator  $x^2$  aparece nos dois membros, logo podemos colocá-lo em evidência. Assim concluímos que:

$$3x^2 - 2x^4 = x^2(3 - 2x^2)$$

#### ! atenção

Existem casos de fatoração em que há necessidade de se aplicar uma regra mais de uma vez. Uma situação clássica é o caso conhecido como agrupamento, em que se aplica pelo menos duas vezes a fatoração por fator comum. Sugiro que você faça uma pesquisa sobre fatoração por agrupamento.  
Fonte: o autor.

### Caso 2: Diferença entre dois quadrados

Nessa fatoração, como o nome sugere, devemos ter uma diferença entre dois termos. Daí, extraímos a raiz de cada termo e, então, usamos dois fatores com os valores resultantes, um com adição e o outro com subtração:

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

## +<sub>-</sub><sub>x</sub> exemplos resolvidos

**02.** Fatore a expressão  $9x^2 - 16$ .

### RESOLUÇÃO:

**02.** Note que, entre os fatores, temos um sinal de menos. Note, ainda, que:

$$\sqrt{9x^2} = 3x \text{ e } \sqrt{16} = 4.$$

Assim, temos que :

$$9x^2 - 16 = (3x - 4) \cdot (3x + 4)$$



## dica

A fatoração de polinômios também serve para resolver situações numéricas. Por exemplo: para calcular o valor de  $1234572 - 1234562$  não há necessidade de se desenvolver a potência, basta pensar que  $a = 123457$  e  $b = 123456$  e usar a fatoração  $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ , então  $1234572 - 1234562 = (123457 - 123456) \cdot (123457 + 123456)$ , logo  $1234572 - 1234562 = 1 \cdot 246913 = 246913$   
Fonte: o autor.

### Caso 3: Trinômio quadrado perfeito

Sabemos que  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ , pois basta aplicar uma distributiva. Então, a fatoração de expressões da forma  $a^2 \pm 2ab + b^2$  pode ser realizada com uso da igualdade anterior. Normalmente usamos quando a expressão algébrica for um trinômio quadrado perfeito.

## +<sub>-</sub><sub>x</sub> exemplos resolvidos

**03.** Fatore a expressão  $x^2 + 18x + 81$ .

### RESOLUÇÃO:

**03.** Temos que  $\sqrt{x^2} = x$ ,  $\sqrt{81} = 9$  e  $2 \cdot x \cdot 9 = 18x$ . Desta forma  
$$x^2 + 18x + 81 = (x+9)^2.$$

Para conferir basta aplicar uma distributiva na potência.



### Outros casos de fatoração:

Existem vários casos de fatoração além dos três citados anteriormente. Entre eles destacamos:

$$1. a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$2. a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

### +<sub>-</sub>%<sub>x</sub> exemplos resolvidos

**04.** Simplificando a expressão  $\frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$  tem-se:

a)  $x + 2$

b)  $x + 2$

c)  $x + 5$

d)  $x - 5$

e)  $x + 2$

#### RESOLUÇÃO:

**04.** Para fatorar a expressão  $x^3 - 8$  note que  $2^3 = 8$ , daí  $a = x$  e  $b = 2$ , podemos aplicar esses valores em  $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ , assim:

$$x^3 - 8 = (x - 2) \cdot (x^2 + x \cdot 2 + 2^2)$$

$$x^3 - 8 = (x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 4)$$

Substituindo:

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4} = \frac{(x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 4)}{x^2 + 2x + 4} = x - 2$$

Logo a resposta correta está representada no item B.

Nesta unidade introduzimos o conceito de polinômios com o intuito de trabalhar as fatorações. Como você pode perceber, para trabalhar com fatoração precisamos dominar as operações de polinômios e, finalmente, chegar em um dos principais objetivos da unidade, que são as simplificações envolvendo fatoração de polinômios.



## referências

AZEVEDO, L. **Matemática Básica**. Maringá: Sapiens Editora, 2012.

BONAFINI, F. C. **Matemática**. São Paulo: Pearson Prentice Hal, 2012.

BIGODE, A. J. L. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2002, v. 2.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1998.

CASTRUCCI, G. **A conquista da Matemática**. São Paulo: FTD, 2012.

LIMA, E. L. A Matemática do Ensino Médio. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006, v. 3.

MORGADO, A. C.; WAGNER, E.; ZANI, S. C. **Progressões e Matemática Financeira**. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

SOUZA, J. **Matemática**. São Paulo: FTD, 2015.

