

# Práctica 4 Diagramas de Voronoi

Denisse Leyva

Marzo 10, 2021

## 1. Introducción

El tema de esta práctica tiene importancia en las matemáticas puras y en las ciencias aplicadas como por ejemplo la ciencia de materiales. Tomamos de un espacio bidimensional una zona con medidas conocidas que contiene  $k$  puntos semillas  $p_i$  representados por sus coordenadas  $(x_i, y_i)$  lo que se busca es dividir esa zona en regiones llamadas celdas de Voronoi de tal forma que todos los puntos que pertenecen a la región de  $p_i$  estén más cerca de esa semilla que de cualquier otra.

El modelo matemático en si es continuo, es decir, las coordenadas son números reales, pero nosotros lo vamos a discretizar en esta práctica. Se va a representar la zona por una matriz  $n \times n$  y las coordenadas serán entonces números enteros en  $[1, n]$  [2].

## 2. Objetivo

Examinar de manera sistemática el efecto del número de semillas y del tamaño de la zona en la distribución de las grietas que se forman en términos de la mayor distancia manhattan entre la pieza y el exterior de la pieza [2].

## 3. Código

Con el siguiente código se obtiene la mayor distancia Manhattan entre la grieta y el exterior de la pieza y se realizó un arreglo para que este dato lo tomará de diferentes tamaños de zona y con números de semilla proporcionales al tamaño de la zona. Se utilizaron 5 diferentes tamaños de zona (20x20, 40x40, 60x60, 80x80 y 100x100) y la cantidad de semillas se determinó por los porcentajes de longitud de zona (50 %, 75 %, 100 %, 125 %, 150 %). El código base se obtuvo de Schaeffer [3]. El código completo se encuentra en el repositorio [1].

```
1 while True:
2     g[x, y] = negro
3     largo += 1
4     frontera, interior = [], []
5     for v in vecinos:
6         (dx, dy) = v
7         vx, vy = x + dx, y + dy
8         if vx >= 0 and vx < n and vy >= 0 and vy < n: # existe
9             if g[vx, vy] != negro: # no tiene grieta por el momento
10                 if vor[vx, vy] == vor[x, y]: # misma celda
11                     interior.append(v)
12             else:
13                 frontera.append(v)
```

Código 1: Obtiene el mínimo – máximo de la distancia Manhattan de la grieta.

```

1  if __name__ == "__main__":
2      replicas = 20
3      for n in range(20, 101, 20):
4          p_t = []
5          porcentaje = []
6          dimension = []
7          for por in range(50, 151, 25):
8
9              profundidad = []
10             k = int((por*n)/100)
11             semillas = []
12             # semillas = []
13             for s in range(k):
14                 while True:
15                     x, y = randint(0, n - 1), randint(0, n - 1)
16                     if (x, y) not in semillas:
17                         semillas.append((x, y))
18                         break

```

Código 2: Representa la automatización para variar el tamaño de la zona y el número de semillas que aparecen.

## 4. Resultados

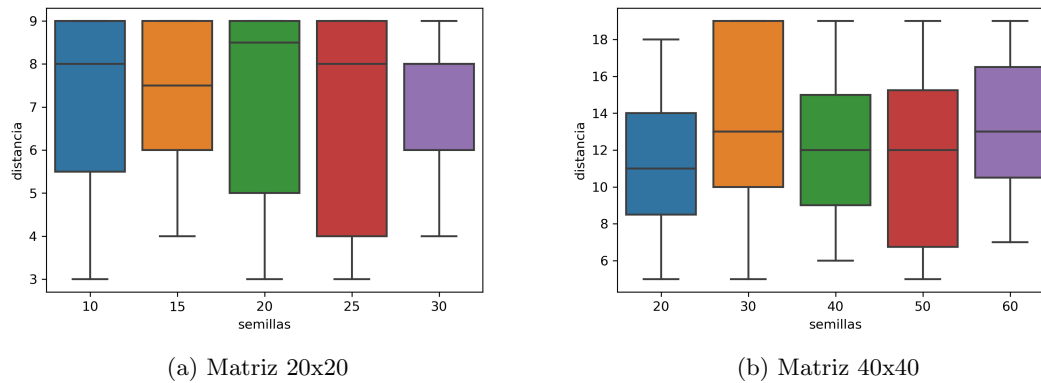
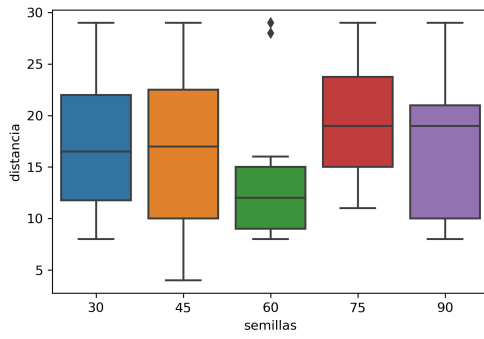
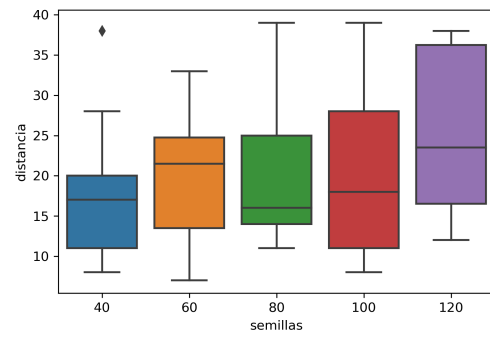


Figura 1: Gráfica de distancia Manhattan vs número de semillas.



(a) Matriz 60x60



(b) Matriz 80x80

Figura 2: Gráfica de distancia Manhattan vs número de semillas.

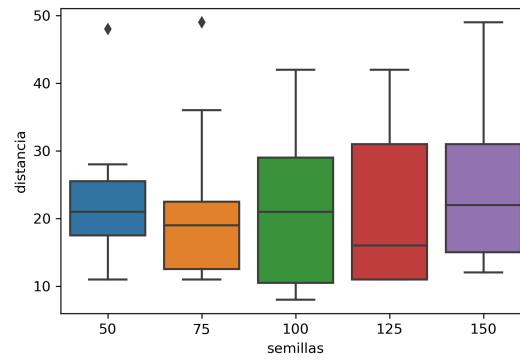
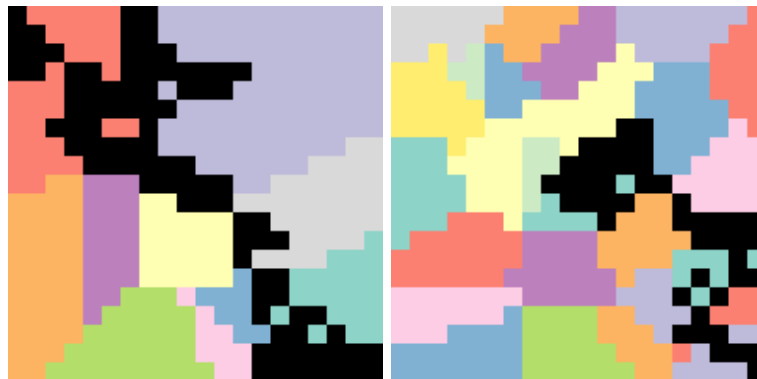


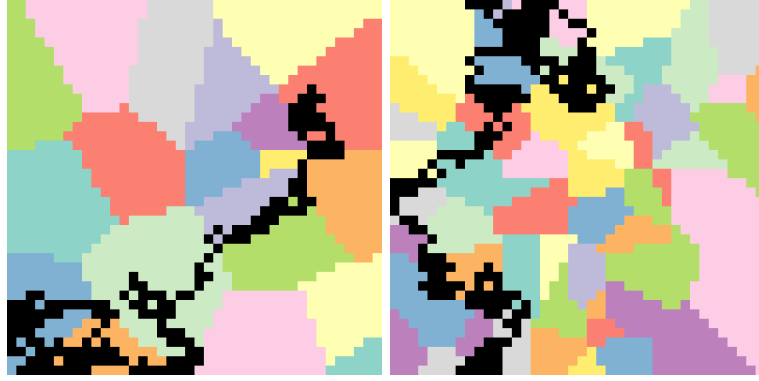
Figura 3: Matriz 100x100 distancia Manhattan vs numero de semillas.



(a) Matriz 20x20 10 semillas

(b) Matriz 20x20 30 semillas

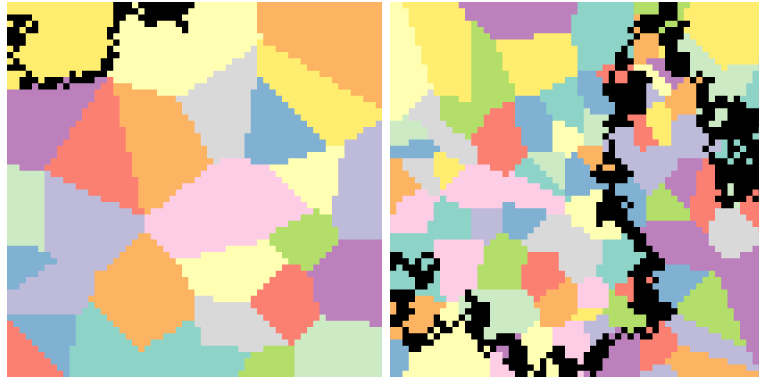
Figura 4: Imágenes de la grieta con 10 y 30 semillas.



(a) Matriz 40x40 20 semillas

(b) Matriz 40x40 60 semillas

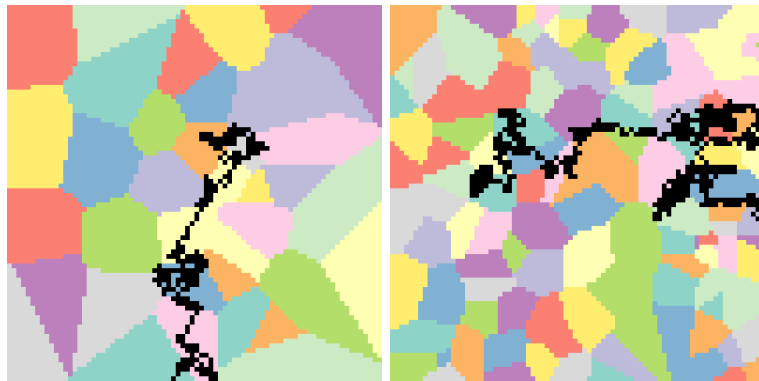
Figura 5: Imágenes de la grieta con 20 y 60 semillas.



(a) Matriz 60x60 30 semillas

(b) Matriz 60x60 90 semillas

Figura 6: Imágenes de la grieta con 30 y 90 semillas.



(a) Matriz 80x80 40 semillas

(b) Matriz 80x80 120 semillas

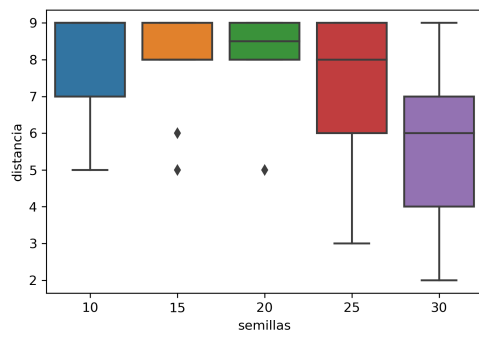
Figura 7: Imágenes de la grieta con 40 y 120 semillas.

## 5. Reto 1

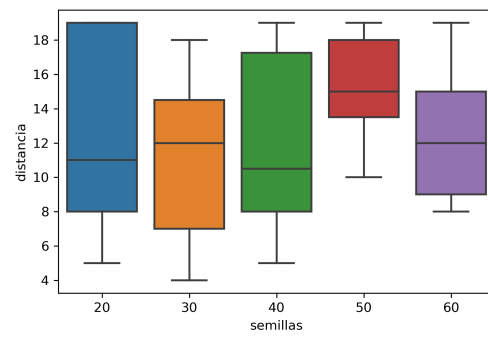
En este reto se deben hacer crecer las celdas dinámicamente alrededor de semillas de tal forma que las semillas aparezcan al azar en distintas iteraciones y crecen con una tasa exponencialmente distribuida (variable entre núcleos, pero constante para un núcleo específico) hasta toparse con las demás celdas [2]. El código completo se encuentra en el repositorio, así como el gif para poder observar el crecimiento de las semillas [1].

```
1  while True:
2      ac = []
3      for s in range(len(semillas)):
4          for pos in range(n*n):
5              fil = pos // n
6              col = pos % n
7              if celda[fil, col] == fondo:
8                  ac.append(1)
9              else:
10                 ac.append(0)
11                 (xs, ys) = semillas[s]
12                 dx, dy = fil - xs, col - ys
13                 dist = sqrt(dx**2 + dy**2)
14                 if dist <= radio[s]:
15                     if celda[fil, col] == fondo:
16                         celda[fil, col] = ImageColor.getrgb(color[sc[s]])
17                 radio[s] += 1
18
19  if semilla <= k-1:
20      conteo = 0
21      while True:
22          if ac == []:
23              ac.append(1)
24          if len(sc) == k:
25              break
26          columna = randint(0, n - 1)
27          fila = randint(0, n - 1)
28          if celda[columna, fila] == fondo:
29              celda[columna, fila] = ImageColor.getrgb(color[semilla])
30              sc.append(semilla)
31              semillas.append((columna, fila))
32              break
33          if conteo == 10:
34              break
35          conteo += 1
36  visual = zona.resize((10 * n, 10 * n), resample=Image.BOX)
37  # visual.save("p4p-{:d}.png".format(ciclo))
38  visual.save("p4p-{:1:d}_{:2:d}_{:0:d}.png".format(ciclo, n, k))
39  ciclo += 1
40  semilla += 1
41  acc = max(ac)
42  if acc == 0:
43      print('no hay fondo')
44      break
```

Código 3: Representa la aparición de la semilla en diferentes iteraciones en forma radial.

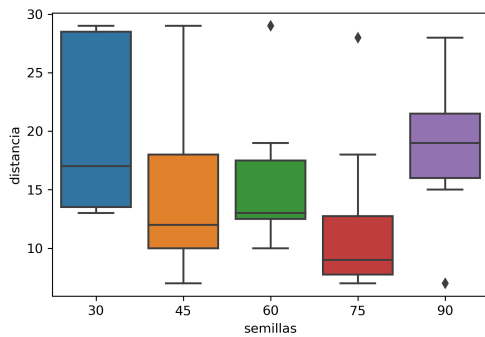


(a) Matriz 20x20

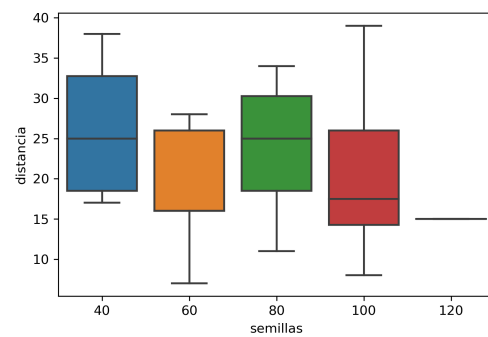


(b) Matriz 40x40

Figura 8: Gráfica de distancia Manhattan vs número de semillas.



(a) Matriz 20x20



(b) Matriz 40x40

Figura 9: Gráfica de distancia Manhattan vs número de semillas.

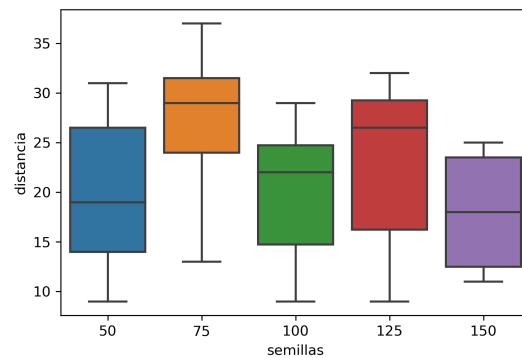
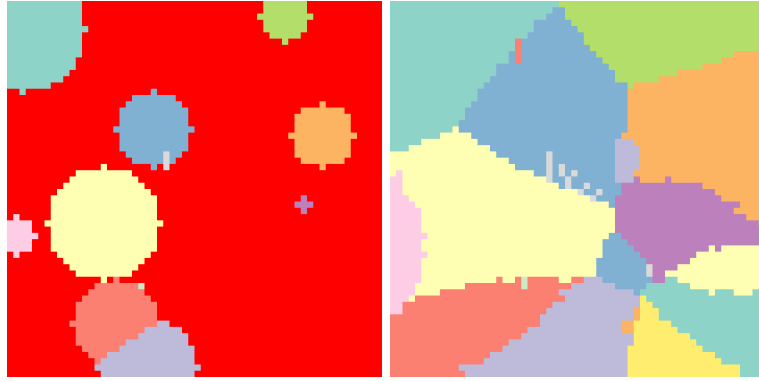
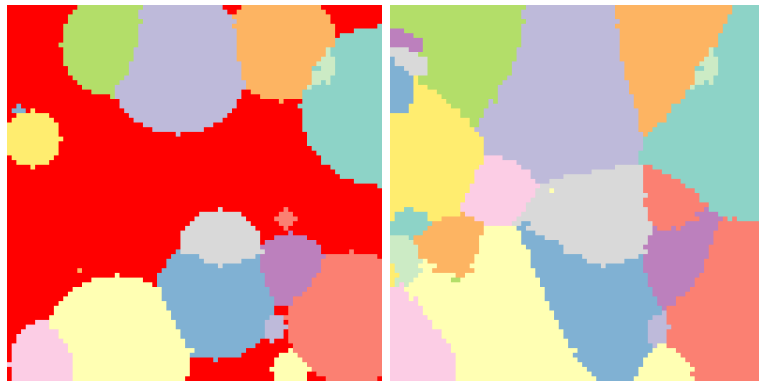


Figura 10: Matriz 100x100 de distancia Manhattan vs número de semillas.



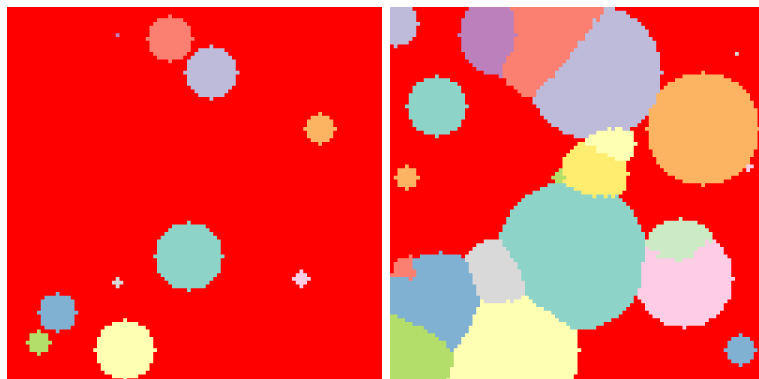
(a) Matriz 60x60 60 semillas iteración 10 (b) Matriz 60x60 60 semillas iteración 26

Figura 11: Imágenes del comportamiento con 60 semillas con diferentes iteraciones.



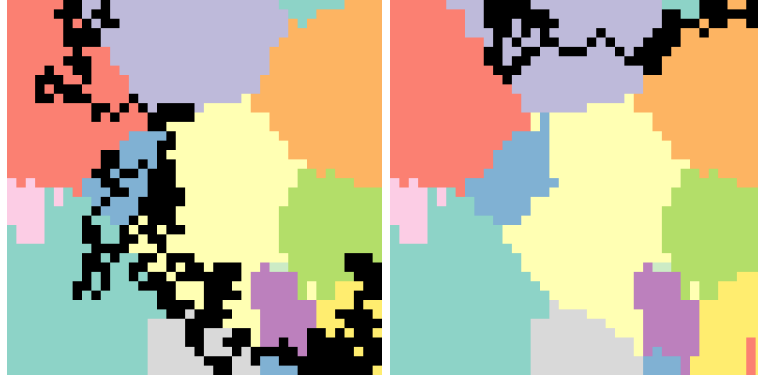
(a) Matriz 80x80 80 semillas iteración 17 (b) Matriz 80x80 80 semillas iteración 31

Figura 12: Imágenes del comportamiento con 80 semillas con diferentes iteraciones.



(a) Matriz 100x100 100 semillas iteración 9 (b) Matriz 100x100 100 semillas iteración 20

Figura 13: Imágenes del comportamiento con 100 semillas con diferentes iteraciones.



(a) Matriz 40x40 40 semillas con grieta. (b) Matriz 40x40 40 semillas con grieta.

Figura 14: Imágenes del comportamiento de la grieta con 40 semillas.

## 6. Reto 2

Para este segundo reto el crecimiento ya no es determinista, sino probabilista, como para modelar fenómenos como cáncer: un núcleo propaga a vecinos desocupados con una probabilidad  $p_v$  si un núcleo no logra crecer, se muere con una probabilidad  $p_m$  [2].

El código completo se encuentra en el repositorio, así como el gif para poder observar el crecimiento de las semillas [1].

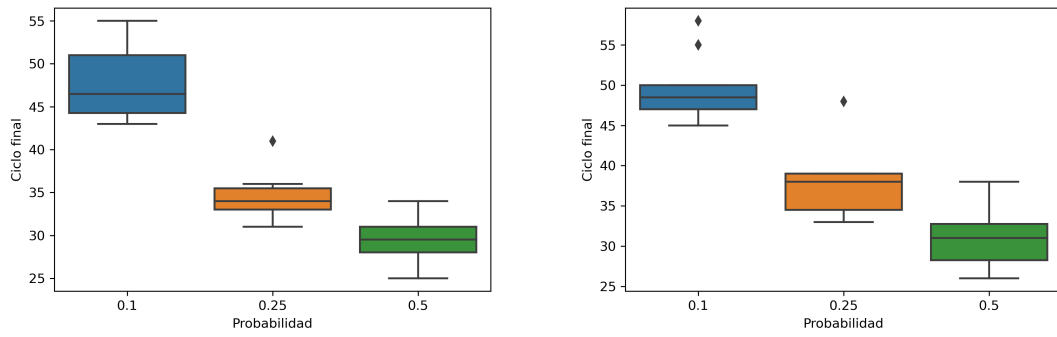
```

1  for s in range(len(semillas)):
2      for pos in range(n*n):
3          fil = pos // n
4          col = pos % n
5          if celda[fil, col] == fondo:
6              ac.append(1)
7          else:
8              ac.append(0)
9          if vida[s] == 1:
10             cic[s] = 1
11             (xs, ys) = semillas[s]
12             dx, dy = fil - xs, col - ys
13             dist = sqrt(dx*2 + dy*2)
14             if dist <= radio[s]:
15                 if celda[fil, col] == fondo:
16                     if (random() < pv):
17                         vecinos[s] += 1
18                         celda[fil, col] = ImageColor.getrgb(color[sc[s]])
19             v = (vecinos[s])
20             radio[s] += 1
21             vc = cic[s]
22             if v <= 1 and cic[s] == 1 and random() < pm:
23                 vida[s] = 0
24                 cic[s] = 2

```

Código 4: Determina el crecimiento probabilístico de la semilla.





(a) Matriz 50x50 15 semillas 25 % de que si una semilla no crece muere. (b) Matriz 50x50 15 semillas 50 % de que si una semilla no crece muere.

Figura 15: Gráficas de probabilidad de crecimiento de semillas.

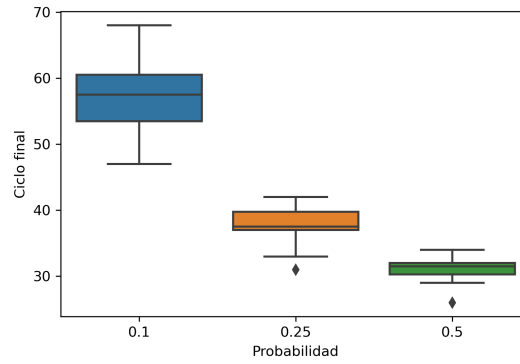
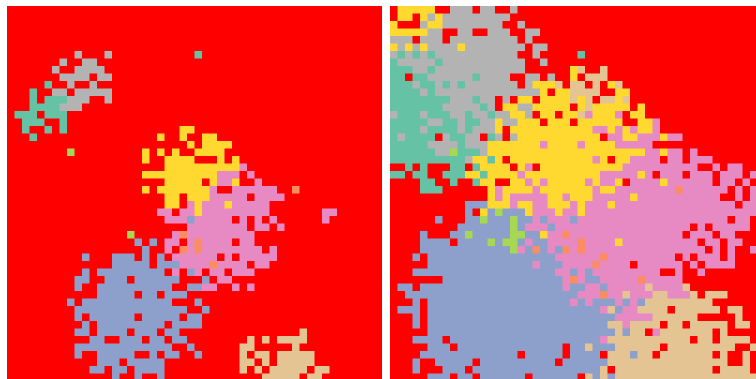
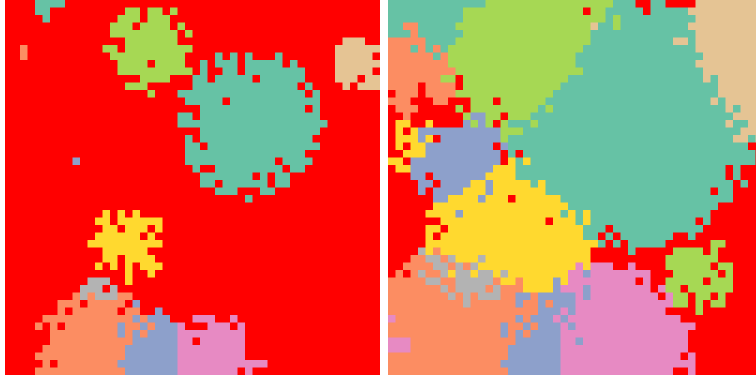


Figura 16: Gráfica de probabilidad de Matriz 50x50 15 semillas con 100 % de probabilidad de que si una semilla no crece muere .



(a) Matriz 50x50 15 semillas con 25 % probabilidad de crecimiento. (b) Matriz 50x50 15 semillas con 25 % probabilidad de crecimiento.

Figura 17: Imágenes del comportamiento con 15 semillas en diferentes ciclos.



(a) Matriz 50x50 15 semillas con 50 % probabilidad de crecimiento    (b) Matriz 50x50 15 semillas con 50 % probabilidad de crecimiento

Figura 18: Imágenes del comportamiento con 15 semillas en diferentes ciclos.

## Referencias

- [1] *Denisse Leyva Repositorio*. URL: <https://github.com/Denisse251/Simulation/tree/main/Tarea.4>.
- [2] *Elisa Schaeffer Práctica 4*. URL: <https://elisa.dyndns-web.com/teaching/comp/par/p4.html>.
- [3] *Elisa Schaeffer Repositorio*. URL: <https://github.com/satuelisa/Simulation>.