Práctica 5 método Monte Carlo

Denisse Leyva

Marzo 18, 2021

1. Introducción

El método Monte Carlo es idóneo para situaciones en las cuales algún valor o alguna distribución no se conoce y resulta complicado de determinar de manera analítica. Siguiendo los ejemplos de Kurt [4] paralelicemos algunos casos sencillos en esta práctica. Supongamos que se ocupa conocer el valor de una integral que no se nos antoja resolver para nada, como, por ejemplo

$$\int_3^7 f(x)\, dx$$

para

$$f(x) = \frac{1}{exp(x) + exp(-x)}$$

Por suerte, $2f(x)/\pi$ es una función de distribución valida, ya que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{\pi} f(x)\, dx = 1$$

Este hecho nos permite generar números pseudoaleatorios con la distribución g(x) = 2 f(x)/ π, así estimar

$$\int_3^7 g(x)\, dx$$

y de ahí normalizar el estimado para que sea

$$\int_3^7 f(x)\, dx$$

Se puede comparar con el resultado aproximado de Wolfram Alpha, 0.048834, para llegar a una satisfacción que no estemos completamente mal. Se debe notar que cada ejecución dará un resultado distinto ya que es una muestra pseudoaleatoria [2].

2. Objetivo

Determinar el tamaño de la muestra por lugar decimal de precisión para el integral, comparando con Wolfram Alpha para por lo menos desde dos hasta cinco decimales; además se representará el resultado con una sola gráfica con el número de decimales correctos contra el tamaño de la muestra para una tasa de éxito (documentada) de tu elección [2].

3. Código

Para este código se utilizaron cincuenta mil repeticiones para cada pedazo, esta cantidad fue con la que se observó que se podía llegar a cuatro decimales de precisión. No se pudo llegar a observar los resultados con más repeticiones por falta de poder de procesamiento. A demás se estableció un mínimo de 90 % de precisión para detectar cada lugar de decimal. El código completo se encuentra en GitHub [1].

```
cuantos = 50000
pedazo = 10
dec = 1
ped = []
ped_e = []
deci = []
pedazo_1 = 2
while pedazo <= 100000:
    print(pedazo)
    por = []
    for a in range(10):
        with multiprocessing.Pool(2) as pool:
            montecarlo = pool.starmap(parte, zip([pedazo]*cuantos, range(cuantos)))
            integral = sum(montecarlo) / (cuantos * pedazo)
            f=(pi / 2) * integral
            # print(f)
            por.append(str(f))
            print(f)
    porc = porcentaje(por, dec)
    if porc >= 90:
        deci.append(dec+1)
        ped.append(pedazo_1)
        dec += 1
        etiqueta = r'$10^{'+str(pedazo_1)+'}$'
        ped_e.append(etiqueta)
        print('es mayor que 90')
    pedazo *= 10
    pedazo_1 += 1
```

Código 1: Determina el número decimal mediante un crecimiento de tamaño de muestra.

4. Resultados

Para obtener los resultados siguientes, se utilizó el código base en Python de Schaeffer [3] realizando algunas modificaciones para la variabilidad del muestreo y para determinar el porcentaje por decimal.

Cuadro 1: Porcentaje de acierto para cada lugar de decimal.

Decimales	Cantidad de Pedazo	Porcentaje de acierto
2	10	100 %
3	100	100 %
4	1000	50 %
4	10,000	70 %
4	100,000	90 %

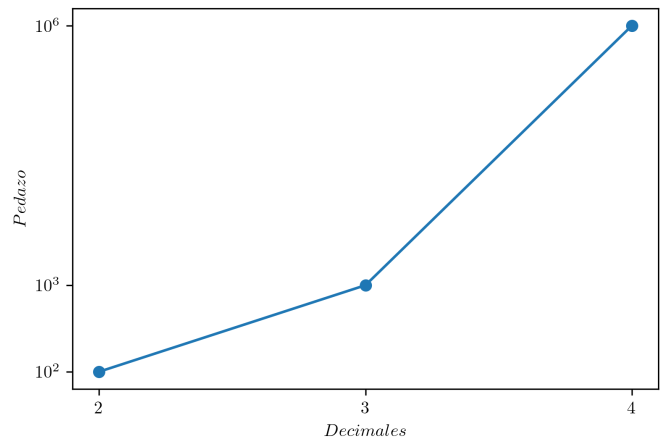


Figura 1: Gráfica Decimales vs Pedazo.

5. Reto 1

En este reto se debe de implementar la estimación del valor de de kurt y determinar la relación matemática entre el número de muestras obtenidas y la precisión obtenida en terminos del error absoluto [2].

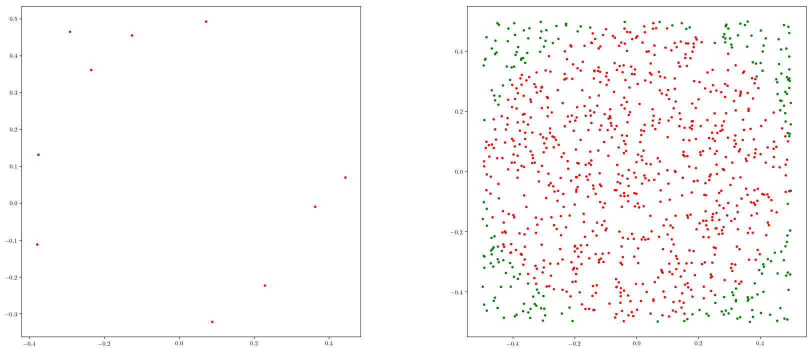
```
runs = 10
cantidad = 1000
er_p = []
d = 0
eti = []
de = []
while runs <= 1000000:
    pi_p = []

    radio = 0.5
    for a in range(cantidad):
        X = np.random.uniform(-radio, radio, runs)
        Y = np.random.uniform(-radio, radio, runs)

        circulo = X**2 + Y**2 <= radio**2
        pi_c = circulo.sum()/ runs * 4
        pi_p.append(pi_c)
    pi_ce = sum(pi_p) / cantidad
    error = abs((pi_ce - pi) / pi_ce) * 100
    er_p.append(error)
    # print(pi_ce)
    d += 1
    de.append(d)
```

Código 2: Determina la estimación del valor de π de kurt.

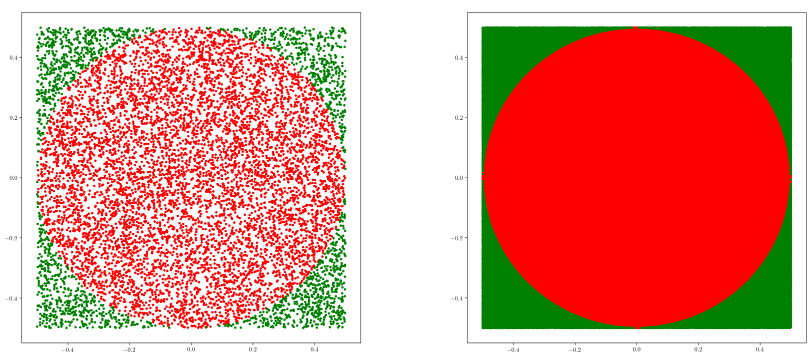
En el código anterior calcula π usando el método Monte Carlo para esto se usan números aleatorios uniformes [5] que van desde el radio negativo a positivo, además se calcula el porcentaje absoluto de error cada pedazo de muestra. El código completo se encuentra en GitHub [1].



(a) 100 muestras estimación de π 3.1431.

(b) 10000 muestras estimación de π 3.1418.

Figura 2: Imágenes de aproximaxión de π con diferente tamaño de muestra.



(a) 100000 muestras estimación de π 3.1426.

(b) 10000000 muestras estimación de π 3.1416.

Figura 3: Imágenes de aproximaxión de π con diferente tamaño de muestra.

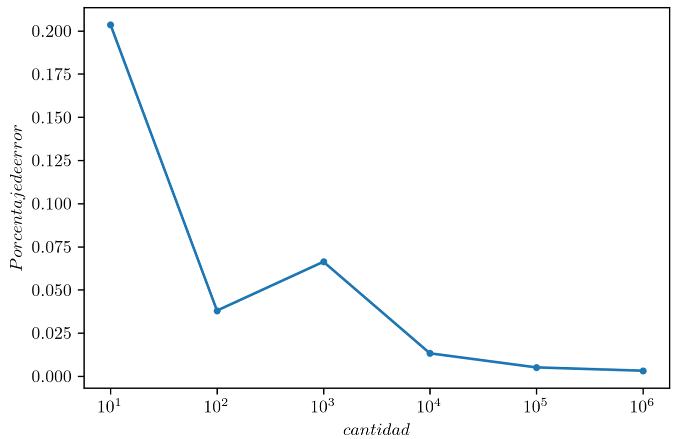


Figura 4: Gráfica de cantidad vs porcentaje de error .

Como se puede observar en la gráfica entre mayor cantidad de muestras menor porcentaje de error.

6. Reto 2

En este segundo reto se debe aplicar el método Monte Carlo para estimar la cantidad de pintura necesaria en un mural, comparando conteos exactos de pixeles de distintos colores [2].

```
im = Image.open('pera.png')
a = np.asarray(im,dtype=np.float32)/255
plt.figure(figsize=(12,12))
plt.imshow(a)
plt.axis('off')
plt.show()
w, h = im.size
colors = im.getcolors(w * h)
num_colores = len(colors)
num_pixels = w*h
x, y, z = a.shape
a1 = a.reshape(x*y, z)
n = 10
k_means = KMeans(n_clusters=n)
k_means.fit(a1)
centroides = k_means.cluster_centers_
etiquetas = k_means.labels_
a2 = centroides[etiquetas]
a3 = a2.reshape(x,y,z)
plt.figure(figsize=(12,12))
plt.imshow(a3)
plt.axis('off')
plt.savefig('p5_r2.png', dpi=300)
plt.show()
```

Código 3: Discretiza la imágen.

(a) Pintura

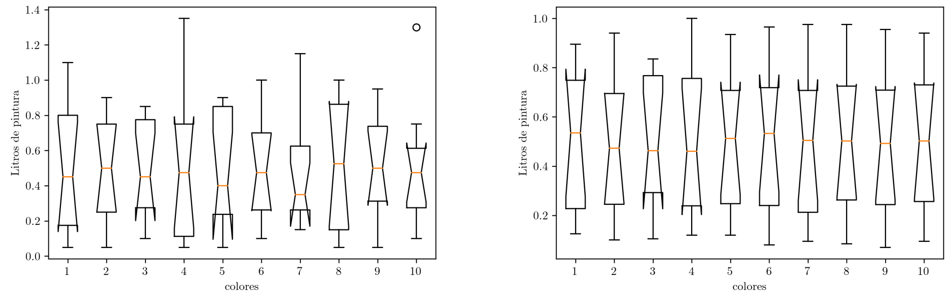
(b) Pintura discretizada

Figura 5: Imágen original e imágen con un palette de 10 colores.

```
cantidad_c = len(centroides)
porcentajes = [[]]* cantidad_c
litros = [[]] * cantidad_c
colores = [[]] * cantidad_c
for cant in range(cantidad_c):
    X = np.random.uniform(0, h, runs)
    Y = np.random.uniform(0, w, runs)
    valores = []
    for a in range(runs):
        x = int(X[a])
        y = int(Y[a])
        valores.append(a3[x,y])

    porcentaje = []
    for a in range(cantidad_c):
        color = valores == centroides[a]
        suma = color.sum()
        porcentaje.append(((suma-runs)/3)/runs)
```

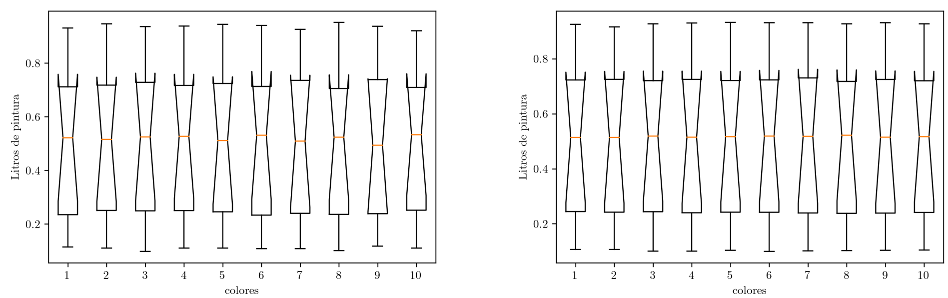
Código 4: Porcentaje de color que hay en la imágen.



(a) 100 muestras

(b) 1000 muestras

Figura 6: Gráfica caja bigote litros de pintura vs colores.



(a) 10000 muestras

(b) 100000 muestras

Figura 7: Gráfica caja bigote litros de pintura vs colores.

Referencias

[1] *Denisse Leyva Repositorio.* URL: `https://github.com/Denisse251/Simulation/tree/main/Tarea.5`.

[2] *Elisa Schaeffer Práctica 5.* URL: `https://elisa.dyndns-web.com/teaching/comp/par/p5.html`.

[3] *Elisa Schaeffer Repositorio.* URL: `https://github.com/satuelisa/Simulation`.

[4] *Kurt: 6 Neat Tricks with Monte Carlo Simulations — Count Bayesie; Probably a probability blog, March 24, 2015.* URL: `https://www.countbayesie.com/blog/2015/3/3/6-amazing-trick-with-monte-carlo-simulations`.

[5] *Librería numpy.random.uniform.* URL: `https://numpy.org/doc/stable/reference/random/generated/numpy.random.uniform.html`.