

Técnicas de medición

Deniso Xocuis

23 de marzo de 2023

Contents

1	Circuito en serie	1
1.1	Divisor de voltaje	1
2	Circuito en paralelo	1
2.1	Divisor de corriente	1
2.2	Leyes de Kirchhoff	1
3	Circuitos mixtos	2
3.1	Ejercicio de divisor de corriente y voltaje	2
4	Ejercicios con Ley de Ohm y Leyes de Kirchhoff	3
4.1	Voltímetro y amperímetro a partir de un galvanómetro. Ejercicio1	3
4.2	Ejercicio2	4
4.3	Ejercicio3	5
5	Potencia	5
5.1	Potencia en circuito paralelo. ejercicio1	5
6	Método "dual"	6
7	Ejercicios de circuitos todos los temas vistos	6

me costó muchísimo hacer estos apuntes, casi 10 horas investigando muchas cosas, espero sea de utilidad :D

1 Circuito en serie

1.1 Divisor de voltaje

Varias resistencias en un circuito en serie en realidad es como tomar una y distribuirla. La suma de ellas es R_{total} , los resistores se pueden reordenar como sean y la corriente NO cambiará.

$$V_{R_n} = \frac{V \cdot R_n}{R_T} \text{ (fórmula de divisor de voltaje)}$$

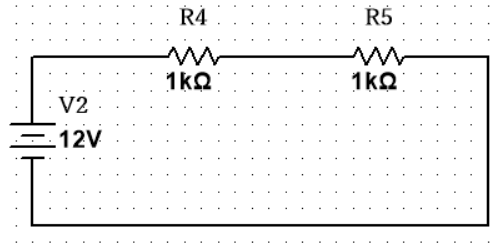
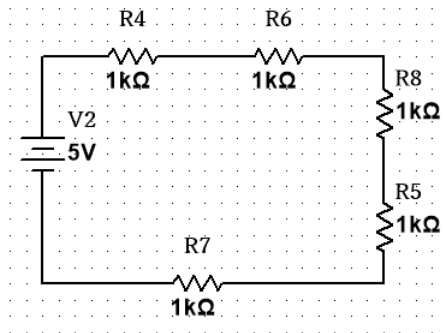
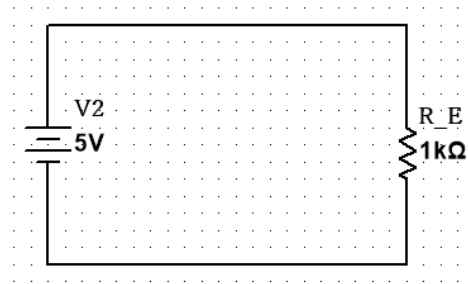


Figure 1: Circuito sencillo en serie

Aquí lo que sucede es que el voltaje se divide en determinado número de resistencias de la siguiente manera:



(a) Circuito común en serie



(b) Circuito común en serie con resistencia equivalente

2 Circuito en paralelo

2.1 Divisor de corriente

La corriente se divide entre cada cable ya que tiene que regresar y dar la vuelta completa hasta el lado negativo del voltaje. En estos casos el voltaje NO cambia y la corriente va a variar entre los cables por los diferentes valores de resistencia en cada resistor, en estos casos se puede sacar una resistencia y corriente equivalente:

$$R_E = (R_1^{-1} + R_2^{-1} \dots R_n^{-1})^{-1} \iff R_E = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{ (fórmulas de resistencia equivalente)}$$

$$I_E = \Sigma \iff I_E = I \left(\frac{R_n}{R_n + R_E} \right) \text{ (fórmulas de corriente equivalente)}$$

2.2 Leyes de Kirchhoff

1. Se dice que la suma algebraica de las corrientes incidentes aun nodo coincide con la suma algebraica de las corrientes salientes del mismo (divisor de corriente). $I = I_1 + I_2 \dots + I_n$ (fórmula de Ley de Corrientes de Kirchhoff)
2. En un circuito la suma algebraica de las caídas de voltajes en torno a cualquier lazo cerrado es igual a cero. $+V - V_{R1} - V_{R2} - \dots - V_{Rn} = 0$ (fórmula de Ley de Voltaje de Kirchhoff)

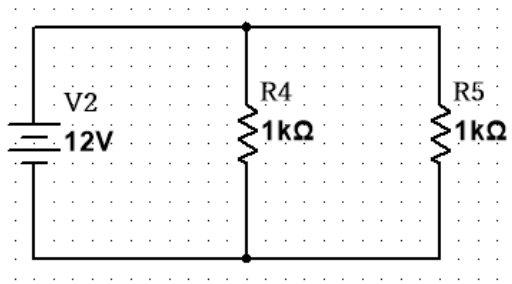


Figure 3: Circuito en paralelo

3 Circuitos mixtos

3.1 Ejercicio de divisor de corriente y voltaje

Sacar el divisor de voltaje del siguiente circuito:

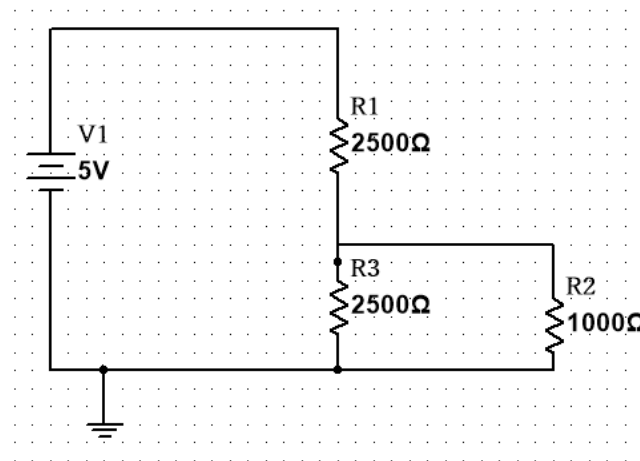


Figure 4: Circuito mixto

Lo que se ve en el circuito es que podemos sacar una resistencia equivalente en R_3 y R_2 usando la fórmula de divisor de corriente de la siguiente forma:

$$R_E = (2500^{-1} + 1000^{-1})^{-1}$$

$$R_E = 714.285 \, \Omega$$

De la misma forma se puede sacar la resistencia equivalente con la segunda fórmula, demostrando:

$$R_E = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_E = \frac{2500 \times 1000}{2500 + 1000}$$

$$R_E = 714.285 \, \Omega$$

Nos quedaría algo de la siguiente manera:

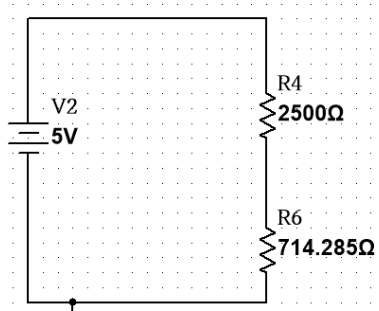


Figure 5: Circuito con resistencia equivalente

De esta forma será mas sencilla calcular el divisor de voltaje con la siguiente fórmula:

$$V_{R_n} = \frac{V \cdot R_n}{R_T} \quad (R_T \text{ es la suma total de resistencias})$$

Calculando el voltaje distribuido de cada resistencia:

$$V_{R4} = \frac{5V \cdot 2500\Omega}{3214.285\Omega} = 3.888 \text{ V}$$

$$V_{RE} = \frac{5V \cdot 714.285\Omega}{3214.285\Omega} = 1.111 \text{ V}$$

La suma de esas dos divisiones debe de dar como resultado la fuente de voltaje total.

Haciendo la comprobación en *Multisim*:

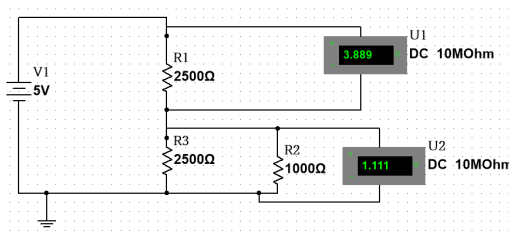


Figure 6: Comprobación del divisor de voltaje

4 Ejercicios con Ley de Ohm y Leyes de Kirchhoff

4.1 Voltímetro y amperímetro a partir de un galvanómetro. Ejercicio1

- Circuito mixto con divisor de corriente y divisor de voltaje.

Tenemos los siguientes datos:

$$I_{max} = 1A \text{ (corriente a plena escala del amperímetro)}$$

$$I_m = 1mA \text{ (corriente del galvanómetro)}$$

$$R_m = 50 \Omega \text{ (resistencia máxima del galvanómetro)} \quad R_s = ? \text{ (resistencia interna (shunt))}$$

$$I_s = ? \text{ (corriente de derivación)}$$

Nos hace falta calcular I_s y R_s teniendo en cuenta las *Leyes de Kirchhoff* y *Ley de Ohm*.

$$I = I_1 + I_2 \dots + I_n \text{ (Ley de Kirchhoff)}$$

$$V_m = R_m \cdot I_m \Leftrightarrow V = I_m(R_s + R_m) \text{ (fórmulas para calcular voltaje)}$$

$$R_s = \frac{V}{I_s} \text{ (fórmulas para resistencia shunt)}$$

$$I_m = \frac{V}{R_m} \text{ (fórmulas para resistencia del galvanómetro)}$$

$$I_s = \frac{V}{R_s} \text{ (fórmula de corriente interna)}$$

Antes de calcular es necesario convertir las unidades para no tener errores con las operaciones.

giga [G]	10^9
mega [M]	10^6
kilo [k]	10^3
mili [m]	10^{-3}
micro [μ]	10^{-6}
nano [n]	10^{-9}

Table 1: Tabla de conversiones

Después de convertir correctamente, calculamos I_s usando Ley de Kirchhoff:

$$I_s = I_{max} - I_m$$

$$I_s = 1A - 0.001 A \text{ (pasando de } 1mA \text{ a } 1A)$$

$$I_s = 0.999 A$$

Calculamos el voltaje del medidor por *Ley de Ohm*

$$V = I \times R \rightarrow V_{med} = I_m \times R_m$$

$$\therefore V = (0.001 A) \times (50 \Omega)$$

$$V = 0.05 V \text{ (el voltaje no cambia porque es circuito paralelo)}$$

Sacamos R_s con los dos valores que sacamos antes de la misma forma usando *Ley de Ohm*:

$$R = \frac{V}{I} \rightarrow R_s = \frac{V}{I_s}$$

$$\therefore R_s = \frac{0.05V}{0.999A}$$

$$R_s = 0.05005 \Omega$$

Podemos hacer una comprobación usando (R_s)

$$V = I_m (R_s + R_m)$$

$$V = 0.001A (0.05005 \Omega + 50 \Omega)$$

$$V = 0.05 V$$

4.2 Ejercicio2

Tenemos los siguientes datos:

$$I_{max} = 2A$$

$$I_m = 20\mu A$$

$$R_m = 100 \Omega$$

Comenzamos calculando I_s :

$$I_s = 2A - 0.00002 A$$

$$I_s = 1.99998 A$$

Seguimos con el voltaje:

$$V = (0.00002 A) * (100 \Omega)$$

$$V = 0.002 V$$

Sacamos la resistencia:

$$R_s = \frac{0.002V}{1.99998A}$$

$$R_s = 0.001 \Omega$$

4.3 Ejercicio3

Tenemos los siguientes datos:

$$\begin{aligned} I_{max} &= 10 \text{ A} \\ I_m &= 1 \mu\text{A} = 0.000001 \text{ A} \\ R_m &= 100 \Omega \end{aligned}$$

I_s :

$$\begin{aligned} I_s &= 10\text{A} - 0.000001\text{A} \\ I_s &= 9.999999 \text{ A} \end{aligned}$$

V :

$$\begin{aligned} V &= (0.000001\text{A}) \times (100 \Omega) \\ V &= 0.0001 \text{ V} \end{aligned}$$

R_s :

$$\begin{aligned} R_s &= \frac{0.0001\text{V}}{9.999999} \\ R_s &= 0.00001 \Omega \end{aligned}$$

5 Potencia

Aquí existe mucha relación con la *Ley de Ohm*:

$$I = \frac{V}{R}, V = I \times R, R = \frac{V}{I} \text{ (fórmulas de Ley de Ohm)}$$

Se sustituyen los valores en la fórmula general de potencia eléctrica: $P = V \times I$

$$\therefore P = V \times \frac{V}{R}, P = I \times R \times I$$

$$\text{Nos quedaría: } P = \frac{V^2}{R}, P = I^2 \times R, P = V \times I \text{ (fórmulas de potencia)}$$

En un circuito paralelo, la energía se disipa por el circuito y se desarrolla la potencia (expresada en W).

5.1 Potencia en circuito paralelo. ejercicio1

Tenemos una fuente de energía de 12 V y nos piden sacar la potencia de cada resistor y la potencia total.

$$R_1 = 3.6 \Omega \text{ con } I_1 = 3.333 \text{ A}$$

$$R_2 = 220 \Omega \text{ con } I_2 = 0.055 \text{ A}$$

$$R_3 = 100 \Omega \text{ con } I_3 = 0.12 \text{ A}$$

$$P_1 = V \times I_1 = (12 \text{ V})(3.333 \text{ A}) = 39.996 \text{ W}$$

$$P_2 = V \times I_2 = (12 \text{ V})(0.055) = 0.66 \text{ W}$$

$$P_3 = V \times I_3 = (12 \text{ V})(0.12) = 1.44 \text{ W}$$

Hay dos formas para sacar la resistencia total, una de ellas es sumando todas las potencias sacadas individualmente.

$$\Sigma P = (39.996 + 0.66 + 1.44) \text{ W} = 42.096 \text{ W}$$

La otra forma es sacando una resistencia equivalente, es decir, en vez de usar 3 resistencias y 3 corrientes, usaremos solo una resistencia y una corriente.

$$\begin{aligned} R_E &= R_1^{-1} + R_2^{-1} \dots R_n^{-1} \\ R_E &= 3.6^{-1} + 220^{-1} + 100^{-1} \end{aligned}$$

$$R_E = 0.2923^{-1} \longrightarrow R_E = 3.4208\Omega$$

Para corriente equivalente se pueden sumar todas las corrientes o también:

$$I_E = \frac{V}{R_E}$$

$$I_E = \frac{12V}{3.4208\Omega} = 3.507 \text{ W}$$

Ahora fácilmente podemos calcular la potencia.

$$P = V \cdot I$$

$$P = (12 \text{ V}) (3.507 \text{ A}) = 42.084 \text{ W}$$

6 Método "dual"

El método "dual" es reducir el circuito que tenemos gracias a la fórmula de *resistencias equivalentes* que funciona exceptuando cualquier resistencia del circuito, así será más fácil obtener la *corriente equivalente* cuando tenemos muchos resistores. Es lo mismo que se hizo en el ejercicio de "Circuitos mixtos", se busca la forma de simplificar/reducir el circuito para facilitar cálculos.

Recapitulando todas las fórmulas ya vistas en las secciones anteriores:

$$V_{R_n} = \frac{V \cdot R_n}{R_T} \text{ (fórmula de divisor de voltaje)}$$

$$R_E = (R_1^{-1} + R_2^{-1} \dots R_n^{-1})^{-1} \longleftrightarrow R_E = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{ (fórmulas de resistencia equivalente o total)}$$

$$I_E = \Sigma \longleftrightarrow I_E = I \left(\frac{R_n}{R_n + R_E} \right) \text{ (fórmulas de corriente equivalente o total)}$$

$$I = I_1 + I_2 \dots + I_n \text{ (fórmula de Ley de Corrientes de Kirchhoff)}$$

$$I = \frac{V}{R} \text{ (fórmula de Ley de Ohm)}$$

$$P = \frac{V^2}{R}, P = I^2 \times R, P = V \times I \text{ (fórmulas de potencia)}$$

7 Ejercicios de circuitos todos los temas vistos

A continuación tenemos el siguiente circuito paralelo:

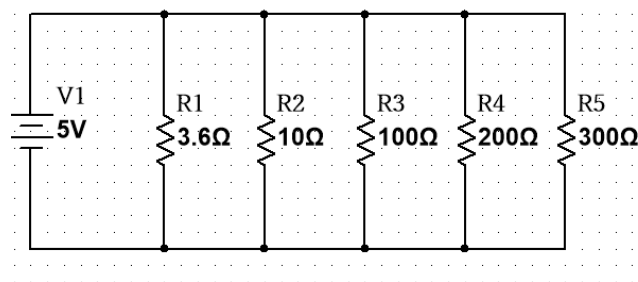


Figure 7: Circuito paralelo con 5 resistores

EJERCICIO: Calcular resistencia y corriente equivalente, potencia, corriente y potencia de cada valor de resistencia distribuida en el circuito y comprobar con el "método dual".

1. La resistencia equivalente o total:

$$R_E = (3.6^{-1} + 10^{-1} + 100^{-1} + 200^{-1} + 300^{-1})^{-1}\Omega \text{ (fórmula de resistencia equivalente o total)}$$

$$R_E = 2.52 \Omega$$

Para tener una visualización gráfica de lo que significa una "resistencia equivalente", el circuito quedaría como:

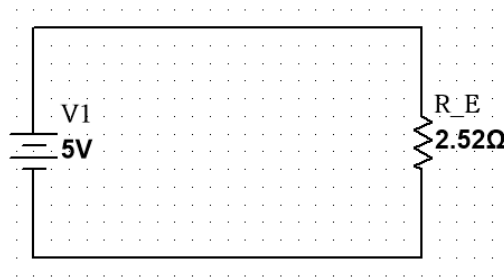


Figure 8: reducción del circuito por resistencia equivalente

De esta forma, como se explicó desde otras secciones, es mucho más fácil calcular la corriente total (o equivalente):

2. La corriente equivalente o total:

$$I_T = \frac{V}{R}$$

$$I_T = \frac{5V}{2.52\Omega}$$

$$I_T = 1.984 \text{ A}$$

3. Corriente distribuida en cada resistencia:

$$I_n = \frac{V}{R_n}$$

$$I_1 = \frac{5V}{R_1} = \frac{5V}{3.6\Omega} = 1.38 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{5V}{R_2} = \frac{5V}{10\Omega} = 0.5 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{5V}{R_3} = \frac{5V}{100\Omega} = 0.05 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{5V}{R_4} = \frac{5V}{200\Omega} = 0.025 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{5V}{R_5} = \frac{5V}{300\Omega} = 0.016 \text{ A}$$

La suma de cada corriente distribuida debe ser igual a I_T

4. Potencia:

$$P_T = V * I$$

$$P_T = (5 \text{ V})(1.984 \text{ A}) = 9.92 \text{ W}$$

5. Potencia distribuida en cada valor de resistencia:

$$P_n = (I_n)^2 * R_n$$

$$P_1 = (I_1)^2 * R_1 = (1.38 \text{ A})^2 * 3.6 \Omega = 6.85 \text{ W}$$

$$P_2 = (I_2)^2 * R_2 = (0.5 \text{ A})^2 * 10 \Omega = 2.5 \text{ W}$$

$$P_3 = (I_3)^2 * R_3 = (0.05 \text{ A})^2 * 100 \Omega = 0.25 \text{ W}$$

$$P_4 = (I_4)^2 * R_4 = (0.025 \text{ A})^2 * 200 \Omega = 0.125 \text{ W}$$

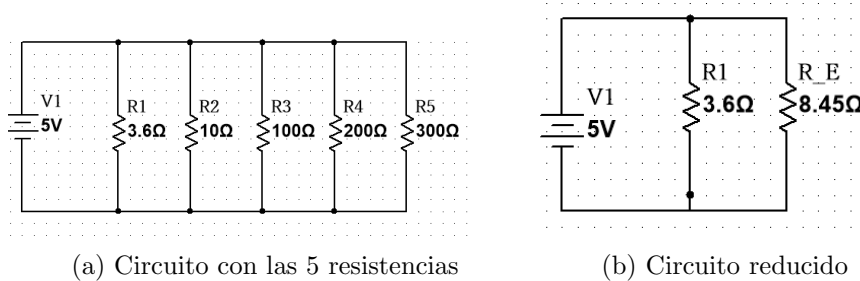
$$P_5 = (I_5)^2 * R_4 = (0.016 \text{ A})^2 * 300 \Omega = 0.0768 \text{ W}$$

La suma de todas esas potencias debe ser igual a P_T

6. Comprobación por el "método dual":

Reducimos el circuito dejando una resistencia de lado (no importa cual) y hacemos una resistencia equivalente con las demás.

Vamos a empezar dejando de un lado a R1 y hacemos una resistencia equivalente de R2 a R5, visualmente sería algo así:



(a) Circuito con las 5 resistencias

(b) Circuito reducido

Matemáticamente sería:

$$R_{E1} = (10^{-1} + 100^{-1} + 200^{-1} + 300^{-1})^{-1}$$

$$R_{E1} = 8.45 \Omega \text{ (resistencia equivalente)}$$

Para explicar mejor el "método dual", se observa que en la imagen (b) nos quedó un circuito paralelo, ya no existen 5 resistencias, ahora existen 2 y de esas 2 resistencias nos piden sacar las corrientes y potencias usando el divisor de corriente que se vió en el apartado 2.1.

Fórmula de corriente equivalente:

$$I_E = I \left(\frac{R_n}{R_n + R_E} \right) \text{ es lo mismo que: } I_E = \left(\frac{R_n * I}{R_n + R_E} \right) \text{ (I=Corriente total sacada anteriormente)}$$

Calculamos la corriente equivalente de cada una:

$$I_{E1} = \left(\frac{3.6\Omega * 1.984A}{3.6\Omega + 8.45\Omega} \right) = 0.59 \text{ A}$$

$$I_{E2} = \left(\frac{8.45\Omega * 1.984A}{3.6\Omega + 8.45\Omega} \right) = 1.3914 \text{ A}$$

De forma lógica nos damos cuenta que R1 si o si debe ser menor que R_E ya que en esta última se encuentran las resistencias de otras 5 más, por lo que la mayor distribución la tendrá R_E

La suma de esas dos corrientes debe de ser igual a la corriente total calculada anteriormente.

Se hace lo mismo para cada corriente, se deja una y sumamos las demás, eso nos dará un total de 5 circuitos paralelos los cuales debemos de sacar corriente equivalente.

FIN