Teorema di esistenza degli Zeri

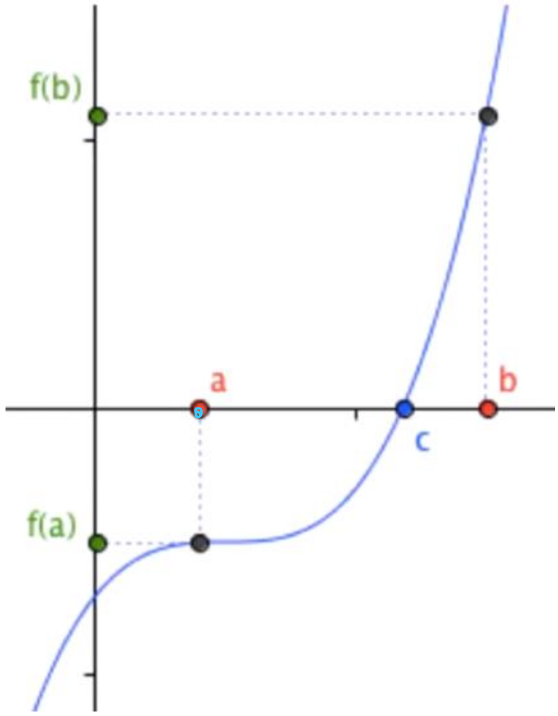
giovedì 13 aprile 2023 12:13

ENUNCIATO:

Sia $f: [a, b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $\boxed{f(a) \cdot f(b) < 0}$

Allora esiste $c \in (a, b)$ tale che $f(c) = 0$

$f(a)$ e $f(b)$ hanno segno opposto.



IPOTESI DEL TEOREMA

- la funzione deve essere continua;
- $f(a)$ e $f(b)$ devono avere segno opposto;

Nel caso in cui le ipotesi non sono soddisfatte, l'enunciato del teorema può non valere.

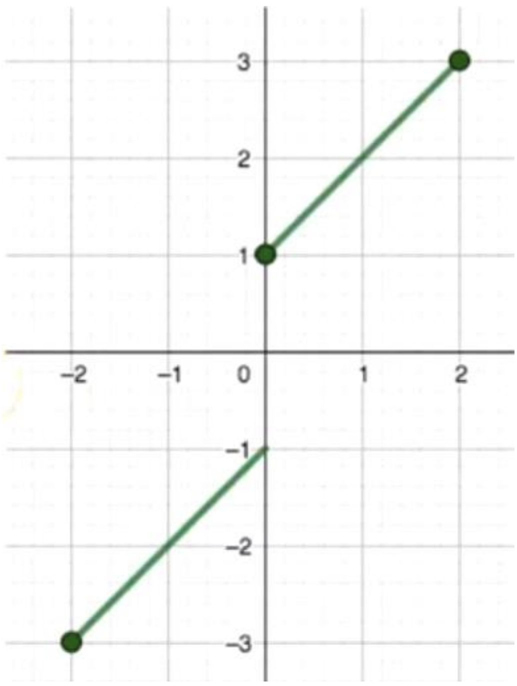
esempio 1

$f: [-2, 2] \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{se } -2 \leq x < 0 \\ x + 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

vale $f(a) \cdot f(b) < 0$, ma la funzione é discontinua in $x = 0$

$\nexists\, c \in [-2, 2]$ con $f(c) = 0$



La funzione e continua, ma non vale $f(a) \cdot f(b) < 0$

$\nexists\, c \in [-2, 2]$ con $f(c) = 0$