Divisione Polinomiale

giovedì 29 aprile 2021 08:37

La tecnica della divisione tra polinomi ci consente di determinare il **QUOZIENTE** e il **RESTO**

Prendiamo due polinomi $P(x)$ e $D(x)$
Quindi, cerchiamo $Q(x)$ (quoziente) e $R(x)$ (resto)

$$\boxed{P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)}$$

OSSERVAZIONI:

- Se $R(x) = 0$, abbiamo calcolato una **DIVISIONE ESATTA** (senza resto)
- Se $R(x) \neq 0$, abbiamo calcolato una **DIVISIONE CON RESTO**

esempio:

$$P(x) = x^4 + x - 1 + 2x^2$$
$$D(x) = x^2 + 1 + x$$

CERCHIAMO $Q(x)$ e $R(x)$ TALI CHE:

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

1. ORDINIAMO I POLINOMI

$$P(x) = x^4 + 2x^2 + x - 1$$
$$D(x) = x^2 + x + 1$$

2. DISPONIAMO $P(x)$ e $D(x)$ IN UNA TABELLA

$x^4 + 0 + 2x^2 + x - 1$	$x^2 + x + 1$

aggiungo lo 0 tra x^4 e $2x^2$ perché x^3 non è presente

3 DIVIDIAMO IL TERMINE DI GRADO MASSIMO DI $P(x)$ con IL TERMINE DI GRADO MASSIMO DI $D(x)$

$$\frac{x^4}{x^2} = x^2$$

$$\begin{array}{l|l}
x^4 + 0 + 2x^2 + x - 1 & x^2 + x + 1 \\ \hline
 & x^2
\end{array}$$

4 MOLTIPLICHIAMO IL RISULTATO APPENA OTTENUTO PER OGNI ELEMENTO DI D(x) CAMBIATO DI SEGNO

$$\begin{array}{l|l}
x^4 + 0 + 2x^2 + x - 1 & x^2 + x + 1 \\ \hline
\underset{-(x^2 \cdot x^2)}{-x^4} \; \underset{-(x^2 \cdot x)}{-x^3} \; \underset{-(x^2 \cdot 1)}{-x^2} & x^2
\end{array}$$

5. NELLA PARTE SINISTRA SVOLGO LA SOMMA

$$\begin{array}{l|l}
x^4 + 0 + 2x^2 + x - 1 & x^2 + x + 1 \\ \cline{2-2}
-x^4 - x^3 - x^2 & x^2 \\ \cline{1-1}
0 \; - x^3 + x^2 + x - 1 &
\end{array}$$

6. RIPARTIAMO DAL PUNTO 2 E RIPETIAMO I CALCOLI FINCHÈ IL GRADO DEL TERMINE A SINISTRA (P(x)) È MINORE DEL GRADO DEL TERMINE A DESTRA (D(x))

$$\begin{array}{l|l}
x^4 + 0 + 2x^2 + x - 1 & x^2 + x + 1 \\ \cline{2-2}
-x^4 - x^3 - x^2 & x^2 - x \\ \cline{1-1}
0 \; - x^3 + x^2 + x - 1 & \\
\quad\; + x^3 + x^2 \; + x & \\ \cline{1-1}
\qquad 0 + 2x^2 + 2x - 1 &
\end{array}$$

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
x^4 & +0 & +2x^2 & +x & -1 & x^2+x+1 \\
\cline{6-6}
-x^4 & -x^3 & -x^2 & & & x^2-x+2 \\
\hline
0 & -x^3 & +x^2 & +x & -1 & \\
 & +x^3 & +x^2 & +x & & \\
\hline
 & 0 & +2x^2 & +2x & -1 & \\
 & & -2x^2 & -2x & -2 & \\
\hline
 & & 0 & 0 & -3 &
\end{array}
$$

A questo punto ci fermiamo perché il grado del termine a destra è < di $D(x)$

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

$$\overbrace{(x^4+2x^2+x-1)}^{P(x)} = \overbrace{(x^2+x+1)}^{D(x)} \cdot \overbrace{(x^2-x+2)}^{Q(x)} + \overbrace{(-3)}^{R(x)}$$

Per verificare la correttezza basta osservare che $D(x) \cdot Q(x) + R(x)$ sia uguale a $P(x)$