Matematica Generale - 21/06/2022

mercoledì 30 agosto 2023 12:38

Esercizio 3. Si considerino la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x, y) = -x^2 + 3y^2 + 5$$

e la funzione $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

$$g(x, y) = (2x, 3y)$$

Si calcoli, se esiste, il massimo della funzione $g \cdot \nabla f$ nell'insieme:

$$D = \{(x, y) : x = \cos 2\pi t \wedge y = 2 \sin 2\pi t \wedge t \in [0, 1)\}$$

indicando anche chiaramente le coordinate a cui si trova il massimo. Motivare adeguatamente la risposta soprattutto nel caso in cui si ritenga che il massimo non esista.

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : f(x,y) = -x^2 + 3y^2 + 5$

$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 : g(x,y) = (2x, 3y)$

massimo di $g \cdot \nabla f$

$D = \{(x,y) : x = \cos 2\pi t \wedge y = 2 \operatorname{sen} 2\pi t \wedge t \in [0,1)\}$

1. CALCOLO IL GRADIENTE DI f

$$\nabla f(x,y) = (-2x, 6y)$$

2. CALCOLO $g \cdot \nabla f$

$$g \cdot \nabla f = (2x, 3y) \cdot (-2x, 6y) = \boxed{-4x^2 + 18y^2} \to$$

1 sola funzione

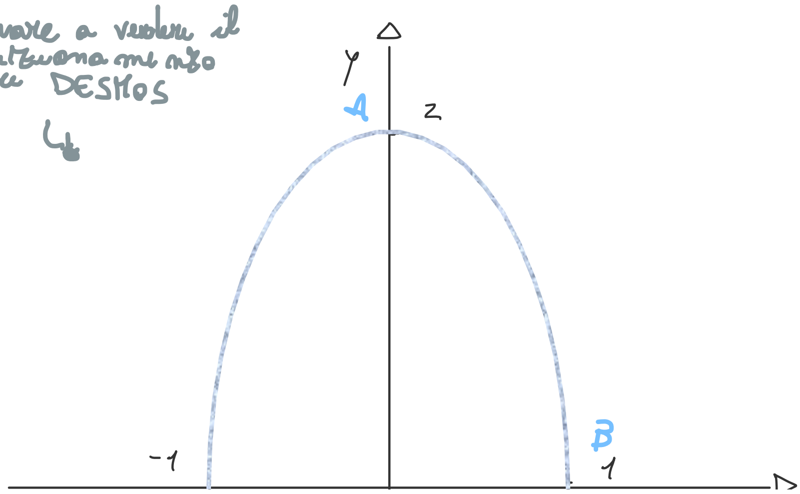
3. CALCOLO DEL GRADIENTE DI $g \nabla f$

$$\nabla g \cdot \nabla f = (-8x, 36y)$$

$$\nabla g \cdot \nabla f = \begin{cases} -8x = 0 \\ 36y = 0 \end{cases} \to \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \to \nabla g \nabla f(0,0) = 0$$

ma non è un punto di massimo.

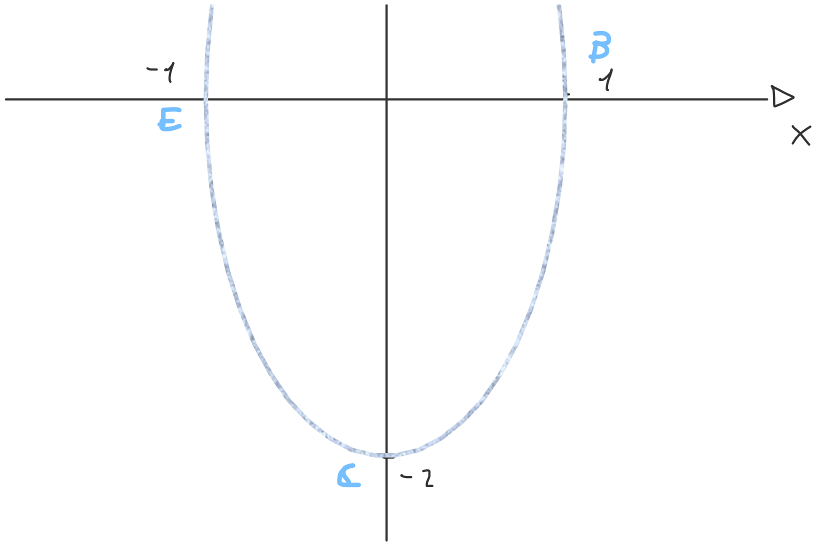
Provare a vedere il funzionamento su DESMOS



$x = \cos 2\pi t$

$y = 2 \operatorname{sen} 2\pi t$

$t = [0, 1)$



Il punto di massimo si trova in A = (0, 2)
dove la y è massima e la componente x è nulla in
questo modo la funzione $g\nabla f$ ha valore massimo in D

$$g\nabla f = -4x^2 + 18y^2 \quad \text{sostituendo } (0, 2)$$

$$= 0 + 72 = 72$$