

Tempo a disposizione: 2 ore

Risultati: 27 gennaio 2022, dopo le 19, via e-mail

Discussione degli elaborati ed eventuale prova orale: la data verrà comunicata via e-mail

Esercizio 1. Si consideri un *single layer perceptron* \mathcal{P} binario con 3 input e 1 output avente la seguente funzione di attivazione

$$h^+(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (1)$$

Si ipotizzi che \mathcal{P} sia realizzato senza il termine di *bias*, o, equivalentemente, che $w_0 = 0$.

Trovare un insieme di pesi in grado di classificare correttamente i vettori della seguente tabella:

x_1	x_2	x_3	classe
0.1	0.2	1	0
-0.1	0.1	1.1	0
0.1	-0.2	0.9	0
-0.1	-0.1	1	0
1.1	1.2	0	1
0.9	0.8	0.1	1
1.1	0.8	-0.1	1
0.9	1.2	0	1

Si noti che nella valutazione della risposta terrà conto della robustezza della classificazione.

Esercizio 2. Sia consideri la seguente funzione $f: \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$

$$f(x, y) = -4x^2 - y^2 + 22 \quad (2)$$

Sia $g: \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ la funzione binaria $g(x, y) = h(f(x, y))$, dove $h: \mathbb{R} \mapsto \{0, 1\}$ è

$$h(l) = \begin{cases} 1 & l = 6 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (3)$$

Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : g(x, y) = 1\}$. Rispondere alle seguenti domande giustificando adeguatamente le risposte:

1. Disegnare l'insieme D nel piano.
2. Scrivere l'espressione analitica della funzione $s: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ottenuta calcolando la distanza al quadrato di un punto del bordo di D dall'origine degli assi al variare di un angolo $\alpha \in [0, 2\pi)$.

Esercizio 3. Scrivere un predicato Prolog soluzioni/2 in grado di enumerare le soluzioni del seguente problema di soddisfacimento di vincoli:

$$x^2 + y^2 \leq 36 \quad (4)$$

$$x + y \leq 20 \quad (5)$$

$$x \neq 2 \quad (6)$$

le cui variabili sono $x \in [1..10]$ e $y \in [1..10]$. Ad esempio:

```
?- soluzioni(X, Y).
```

```
X = 1, Y = 1
```

```
X = 1, Y = 2
```

```
X = 1, Y = 3
```

```
...
```

```
X = 5, Y = 3
```

(segue nel retro del foglio)