

**Esercizio 3.** Si considerino la funzione  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = -x^2 + 3y^2 + 5$$

e la funzione  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$g(x, y) = (2x, 3y)$$

Si calcoli, se esiste, il massimo della funzione  $g \cdot \nabla f$  nell'insieme:

$$D = \{(x, y) : x = \cos 2\pi t \wedge y = 2 \sin 2\pi t \wedge t \in [0, 1)\}$$

indicando anche chiaramente le coordinate a cui si trova il massimo. Motivare adeguatamente la risposta soprattutto nel caso in cui si ritenga che il massimo non esista.

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : f(x, y) = -x^2 + 3y^2 + 5$$

massimo di  $g \cdot \nabla f$

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 : g(x, y) = (2x, 3y)$$

$$D = \{(x, y) : x = \cos 2\pi t \wedge y = 2 \sin 2\pi t \wedge t \in [0, 1)\}$$

1. CALCOLO IL GRADIENTE DI  $f$

$$\nabla f(x, y) = (-2x, 6y)$$

2. CALCOLO  $g \cdot \nabla f$

$$g \cdot \nabla f = (2x, 3y) \cdot (-2x, 6y) = \underline{-4x^2 + 18y^2} \rightarrow \text{1 sola funzione}$$

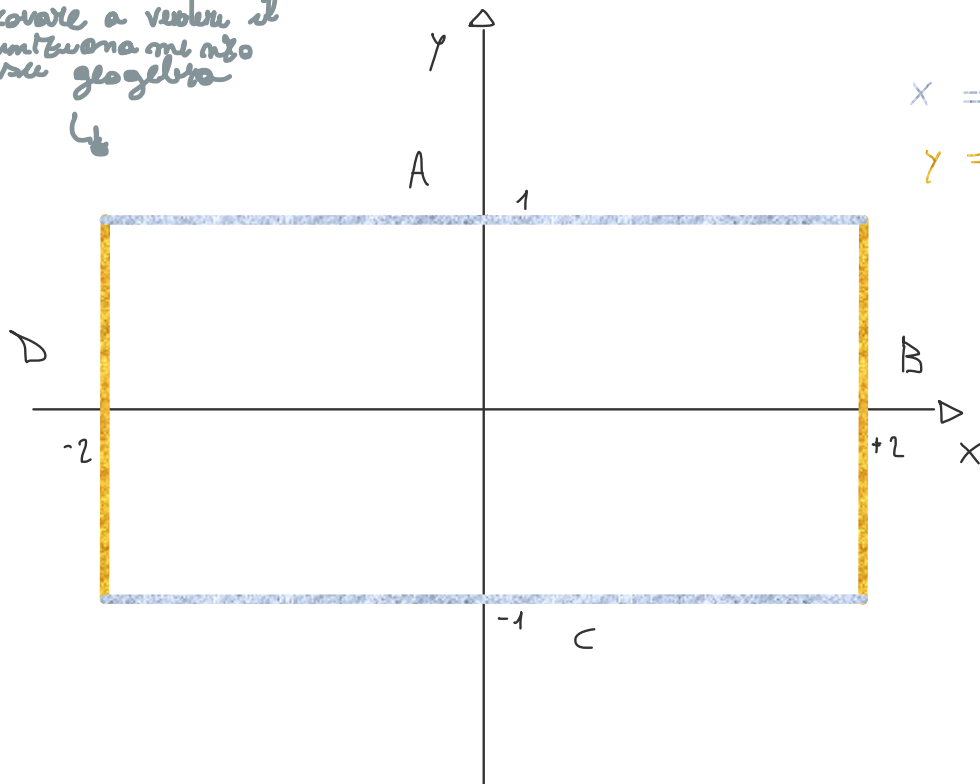
3. CALCOLO DEL GRADIENTE DI  $g \cdot \nabla f$

$$\nabla g \cdot \nabla f = (-8x, 36y)$$

$$\nabla g \cdot \nabla f = \begin{cases} -8x = 0 \\ 36y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \nabla g \cdot \nabla f(0, 0) = 0$$

ma non è un punto di massimo.

Provare a vedere il  
punto dove mi sto  
muovendo  
↳



$$x = \cos 2\pi t$$

$$y = 2 \sin 2\pi t$$

$$t = [0, 1)$$

Il massimo dovrebbe stare in  $(0, 1)$ , ma  
estendendo il lato A della scatola escluso  
dall'intervallo di  $t$ , il punto di massimo non esiste